

T.C.
RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ
İKTİSADİ VE İDARİ BİLİMLER FAKÜLTESİ
İŞLETME BÖLÜMÜ
SAYISAL YÖNTEMLER ANABİLİM DALI

DERS NOTLARI

ISL224 İSTATİSTİK-II

HAZIRLAYAN
PROF. DR. ALİ SAİT ALBAYRAK

RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ
RİZE 2025

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,


RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

T.C.
RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ
İKTİSADİ VE İDARİ BİLİMLER FAKÜLTESİ
İŞLETME BÖLÜMÜ
SAYISAL YÖNTEMLER ANABİLİM DALI

DERS NOTLARI

ISL224 İSTATİSTİK-II

DERS SORUMLUSU
PROF. DR. ALİ SAİT ALBAYRAK

RİZE 2025

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

GENEL BİLGİ	
Dersin Kodu ve Adı	ISL224 İstatistik-II
Dönemi ve Kredisi	Bahar (3-0-3)
Dersin Amacı	İstatistiğe giriş niteliği taşıyan derste, örnekleme ve örnekleme yöntemleri, örneklem istatistiklerinin örnekleme dağılımları, istatistik tahmin, hipotez testleri, ki-kare testleri, basit doğrusal regresyon ve korelasyon analizi, endeksler ve zaman serisi çözümlemesi konuları ele alınması amaçlanmaktadır.
Dersin Kapsamı	Örnekleme teorisi, istatistik tahmin ve hipotez testleri, korelasyon ve regresyon analizi, endeksler ve zaman serisi analizi.
Kaynak Kitap	Yamak, Rahmi ve Mustafa Köseoğlu (2006); <i>Uygulamalı İstatistik ve Ekonometri</i> , Çelepler Matbaacılık, Trabzon.
Yardımcı Kitaplar	Orhunbilge, Neyran (2000). <i>Örnekleme Yöntemleri ve Hipotez Testleri</i> , Avcıol Basım Yayın, İstanbul. Yüzer, Ali Fuat, Enbiya Ağaoğlu, Hüseyin Tatlıdil, Ahmet Özmen, Emel Sıklar (2006). <i>İstatistik</i> , (Editör: Ali Fuat Yüzer), Anadolu Üniversitesi Yayınları, Eskişehir.

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ		
Dersin Kodu	Dersin Adı	Ders Sorumlusu
ISL224	İstatistik-II	Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK
Hafta	İşlenecek Konular	
1	Örnekleme Kuramı ve Örnekleme Yöntemleri: Temel kavramlar, örnekleme kuramının dayandığı temel seçim yöntemi, örnekleme yapmayı gerekli kılan nedenler, örnekleme sürecinin aşamaları, örneklemin amaçları ve örnekleme yöntemleri.	
2-3	Örneklem İstatistiklerinin Örnekleme Dağılımları: Örneklem ortalamalarının beklenen değeri ve örnekleme dağılımı, örneklem standart sapmasının ve örneklem oranının örnekleme dağılımı, Merkezi Limit Teoremi ve örneklem istatistiklerinin örnekleme dağılımları; en iyi tahmincilerin özellikleri (yansızlık, tutarlılık, etkinlik, yeterlilik ve kesinlik) ve örneklemede karşılaşılan hatalar.	
4-6	İstatistik Tahmin: Temel kavramlar, istatistik tahmin türleri (nokta ve aralık tahmini); anakütle ortalaması ve toplamının nokta ve aralık tahmini; anakütle oranının nokta ve aralık tahmini; anakütle varyans ve standart sapmasının nokta ve aralık tahmini.	
Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 3		

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ		
Hafta	İşlenecek Konular	
7-9	Hipotez Testleri: İstatistik hipotez ve istatistik hipotez testi; hipotez testlerinin sınıflandırılması; hipotez testlerinin aşamaları; hipotez testlerinde işlenen hatalar; güven düzeyi; alfa ve beta hataları ile testin gücü; tek anakütle parametresiyle ilgili hipotez testleri (anakütle ortalamasına ilişkin büyük örneklem testi (z-testi); anakütle ortalamasına ilişkin küçük örneklem testi (t-testi); anakütle oranına ve varyansına ilişkin hipotez testi.	
10	Ki-Kare Testi: Ki-Kare bağımsızlık testi, Ki-Kare homojenlik testi, Ki-Kare uygunluk testi, kontenjans katsayısı (c), Fi (Φ) ve Cramer-V istatistiği ve yorumu.	
11	Basit Doğrusal Kovaryans ve Korelasyon Analizi: Kovaryans ve Korelasyon katsayısı; belirlilik katsayısı; korelasyon katsayısının anlamlılık testi.	
12	Doğrusal Regresyon Analizi: Serpilme diyagramı, basit doğrusal regresyon, varyansın tahmini; aralık tahmini; regresyon katsayılarının ve modelin genel anlamlılık testleri.	
13-14	Endeksler ve Zaman Serisi Çözümlemesi: Temel kavramlar, sabit esaslı ve değişken esaslı endeksler, basit ve bileşik endeksler, basit toplam bileşik endeks, bileşik endekslerin tartısız aritmetik ortalaması, Laspeyres, Paasche ve Fisher Endeksleri. Nominal Fiyatların Reel Fiyatlara Dönüştürülmesi İle Enflasyon, Nominal ve Reel Büyüme Oranlarının Hesaplanması. Diğer Endeksler: İşletme Faaliyet Endeksi, Hisse Senedi Fiyatı Endeksleri ve Hedonistik Fiyat Endeksi (Kalite-Ayarlı Fiyat Eşitliği). Zaman serisinin tanımı ve temel kavramlar, zaman serilerinin oluşturulması, zaman serisini etkileyen temel ve yanıtıcı faktörler, zaman serisini çözümlemenin nedenleri, hareketli ortalamalar ve bileşenlere ayırma yöntemi.	
E-Posta: alisait.albayrak@erdogan.edu.tr		Ağ Adresi: http://asalbayrak.wordpress.com/
Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 4		

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ


1-2. HAFTA

- ❖ **Örnekleme Kuramı ve Temel Kavramlar**
 - Temel Kavramlar
 - Seçim Yöntemleri ve Örnekleme Teorisinin Dayandığı Temel Seçim Yöntemi
 - Örnekleme Yapmayı Gerekli Kılan Nedenler
 - Örnekleme Sürecinin Aşamaları
 - Örneklemenin Amaçları
- ❖ **Örnekleme Yöntemleri**
 - ✓ **Olasılıklı Olmayan Örnekleme Yöntemleri**
 1. Kolayda Örnekleme (Convenience Sampling)
 2. Kota Örnekleme (Quota Sampling)
 3. Yargısal Örnekleme (Judgmental Sampling)
 4. Kartopu Örnekleme (Snowball Sampling)
 - ✓ **Olasılıklı Örnekleme Yöntemleri**
 1. Basit Tesadüfi Örnekleme
 2. Tabakalı Örnekleme Yöntemi
 3. Sistematiik Örnekleme
 4. Kademeli Örnekleme Yöntemi

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

5



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnekleme Kuramı

- ❖ **Örnekleme kuramı**, bir anakütle ile bu anakütleden çekilebilecek tüm olası örneklem arasındaki ilişkilerle ilgili çalışmaları kapsar. Genellikle istatistik araştırmalara ilgili bir anakütlenin tanımlanmasıyla başlanmaktadır. Sonraki aşamalarda, tanımlanan anakütlenin ilgililenen parametreleri hakkında bilgi üretilmeye çalışılır. Bu bilgiler üretilirken iki tür veri üzerinde çalışılmaktadır: Tamsayım ile elde edilen anakütle verileri ve kısmi sayım ile elde edilen örneklem verileri.
- ❖ **Anakütle (Evrin):** Belirli bir tanıma uyan ve hakkında bilgilerin üretileceği, çıkarsamaların yapılacağı birimlerden, daha açık bir anlatımla nesnelere, olaylardan, kurumlardan ve bireylerden oluşan topluluktur. Diğer bir anlatımla anakütle; bir araştırma tanımı çerçevesinde yer alan aynı cins birimlerin oluşturduğu topluluktur.
- ❖ **Tamsayım, Anakütle Verileri ve Parametre.**
- ❖ **Kısmi Sayım, Örneklem Verileri ve İstatistik.**
- ❖ **Tamsayım;** anakütledeki tüm birimlerin (N) sayılması işlemidir. Anakütle verilerinden hesaplanan sayısal değerlere parametre adı verilir. Diğer bir ifadeyle; anakütlenin sayısal karakteristiklerine parametre adı verilir. μ , σ^2 , π ve ρ birer parametredir. Parametrelerin temel özelliği kesin (sabit) olmalarıdır.
- ❖ **Örneklem:** Bir anakütlenin ilgililenen özelliklerini yansıtmaya amacıyla, sözü edilen anakütleden belirli yöntemlerle (örneklem yöntemleri) seçilmiş birimlerin oluşturduğu topluluğa **örneklem** adı verilmektedir. Bu birimlerin seçim sürecine ise **örnekleme** adı verilmektedir. Diğer bir anlatımla, bir örneklem yardımıyla ilgililenen anakütleye ilişkin genelleme yapma sürecine örnekleme adı verilmektedir.
- ❖ **Kısmi sayım;** anakütledeki belirli sayıdaki (n) birimin sayılması işlemidir. Kısmi sayım sonucunda elde edilen birimler kümesine örneklem adı verilir ve örneklem verileri üzerinden hesaplanan sayısal değerlere istatistik adı verilir. Diğer bir anlatımla örneklemin sayısal karakteristiklerine istatistik adı verilir. örneklem ortalaması, s^2 , s , r ve ρ birer istatistiktir. İstatistiklerin temel özelliği ise değişken olmalarıdır.


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

6

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnekleme Yapmayı Gereklili Kılan Nedenler

- (1) Maliyet
- (2) Zaman
- (3) Doğru veri elde etme
- (4) Örneğe giren birimlerin fiziksel zarara uğraması (yok edici testler)
- (5) Anakütlenin sonsuz olması.

Kavrama Soruları

- (1) Tamsayım yapmayı engelleyen nedenleri açıklayınız?
- (2) Anakütle hacmi küçük, parasal imkanların yeterli olduğu bir araştırmada tamsayım mı yoksa örneklem mi tercih edersiniz, açıklayınız?
- (3) 42 000 000 seçmenin bulunduğu bir ülkede yapılacak bir kamuoyu yoklaması için, örnekleme mi yoksa tamsayım mı yaparsınız?

Örneklemenin Amaçları

- (1) Temel amaç: Anakütleyi temsil edebilecek en iyi örnekleme seçmek (Uygun örnekleme yönteminin seçimiyle bu amaç gerçekleştirilir).
- (2) Anakütle parametrelerini tahmin etmek (uygun olan istatistik tahmin teknikleri kullanılarak bu amaca ulaşılır).
- (3) Anakütle parametreleri hakkındaki iddiaların araştırılması (Uygun istatistik hipotez testleri uygulanarak bu amaç gerçekleştirilmektedir.)

Kavrama Soruları

- (1) Büyük hacimli anakütlelere tamsayım uygulanabilir mi?
- (2) Örneklemenin temel amacı nedir?
- (3) Örneklemenin amaçları nelerdir?
- (4) Tamsayım yapılamadığı durumlarda parametre değerleri hesaplanabilir mi?

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

7



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnekleme Sürecinin Aşamaları

- (1) **Anakütlenin Tanımlanması:** Örnekleme sürecine öncelikle anakütlenin tanımlanmasıyla başlanmaktadır. Anakütlenin ayrıntılı bir biçimde tanımlanmasıyla, hangi birimlerin örnekte yer alacağı, hangilerinin yer almayacağı belirlenir. Örneklemede, araştırma konusuyla ilgili verilerin derlendiği birimlere "gözlem birimi" adı verilmektedir. Bu birimler aynı zamanda örneğe seçilen birimler de olabilir. Bu durumda "gözlem birimiyle" "örneklem birimi" aynı şeydir. Ayrıca anakütleyi oluşturan birimler yer ve zaman açısından da sınırlandırılmaktadır (gözlem birimi ve örneklem birimi, yer ve zaman, ilgilenilen değişken sayısı, örneklem hacmi gibi faktörlere göre anakütle tanımlanabilmektedir).
- (2) **Çerçevenin (Kapsamın) Belirlenmesi:** Sonlu bir anakütlenin tüm birimlerinin yer aldığı listeye, çerçeve adı verilmektedir. Nüfus kayıtları, seçmen kütükleri, tapu ve sicil kayıtları, ticaret ve sanayi odaları üye listeleri, telefon rehberi, öğrenci kayıt listeleri vs. çerçeve olarak kullanılacak araçlardır. Araştırmaya başlamadan önce, amaca uygun bir çerçevenin var olup olmadığı, yoksa, sağlanıp sağlanamayacağı öncelikle araştırılmalıdır. Ayrıca araştırma çerçevesinin güncel olup olmadığı da araştırılması gerekir. Çerçeve olmadan ne tamsayım ne de örnekleme yapılabilir.
- (3) **Örnekleme Yönteminin Seçimi:** Anakütleden örnekleme girecek birimlerin ne şekilde seçileceğine imkan tanıyan yöntemlere, örnekleme yöntemleri adı verilir. Bu yöntemler olasılıklı ve olasılıklı olmayan örnekleme yöntemleri olmak üzere iki grup altında incelenmektedir.


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

8

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,


RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ


Örnekleme Sürecinin Aşamaları (Devam)

(4) Örneklem Hacminin Belirlenmesi: Örneklem hacmi, örneğe girecek birimlerin sayısını gösterir. Bu sayının ne olacağına ilişkin kesin bir yanıt vermek mümkün değildir. Ancak, aşağıda açıklanan faktörlere ilişkin yapılacak, nitel değerlendirmelere ve nicel yöntemlere başvurulur.

(a) Nitel Değerlendirmede Esas Alınan Faktörler

- ❖ **Anakütlenin homojenliği:** Anakütle homojen (türdeş) ise örneklem hacmi (n) küçük, homojen değilse örneklem hacmi (n) daha büyük tutulmalıdır.
- ❖ **Anakütlenin büyüklüğü**
- ❖ **Araştırmada verilen kararın önemi:** Araştırmada verilen karar önemli ise daha ayrıntılı bilgiye gereksinim duyulur.
- ❖ **Araştırmanın yapısı:** Nitel araştırmalarda n küçük, nicel araştırmalarda ise n büyüktür.
- ❖ **Benzer çalışmalarda kullanılan örneklem hacmi:** Özellikle araştırmalarda tesadüfi olmayan örnekleme yöntemleri kullanıldığı zaman kullanılan bir ölçüttür.
- ❖ **Kaynaklarla ilgili sınırlayıcılar:** Zaman ve maddi kısıtlar gibi.
- ❖ **Kullanılan yöntem ve tekniğe özgü görüşler.**

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları
www.erdogan.edu.tr
9


RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(b) Nicel Yöntemler

(1) Karşılanabilecek Maliyeti Esas Alan Yöntem:

❖ $n=(B-C_s)/C_d$. Burada B , araştırma bütçesini; C_s , araştırmanın sabit maliyetini ve C_d , örnekleme birimi başına değişken maliyeti göstermektedir.


Örnek: Araştırma bütçesi 10000 TL ile sınırlı olduğu bir araştırmada, sabit maliyet 500 TL ve örnekleme seçilecek her bir örnekleme birimi için maliyet 30 TL'dir. Bu bütçeyle oluşturulabilecek örneklem hacmi en fazla kaç olabilir?

Çözüm: $n = (10000-500)/30=317$ 'dir.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları
www.erdogan.edu.tr
10

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(2) Kabul Edilebilir Hata Düzeyini Esas Alan Yöntem:


- ❖ Örneklem istatistiğinin normal dağılıma uyduğu varsayımı altında bu yöntemle örneklem hacmi aşağıdaki eşitlikle belirlenmektedir:
- ❖ $n=(z^2\sigma^2)/h^2$ veya $n=[z^2\pi(1-\pi)]/h^2$.
- ❖ Burada z , araştırmacı tarafından belirlenen anlamlılık düzeyi (hata düzeyi) standart normal dağılım tablo değerini; σ^2 , anakütle varyansını; h , araştırmacı tarafından belirli bir anlamlılık düzeyinde kabul edilebilir hata düzeyini (ortalama örnekleme hatasını) göstermektedir. Bu hata düzeyi, örneklem istatistiği ile ilgili parametre arasındaki mutlak fark olarak belirlenebileceği gibi, ilgilenilen parametrenin oransal bir değeri olarak da ifade edilebilir:

$$h = z \cdot \sigma_{\bar{X}} \leftrightarrow h = z \cdot \sigma_p$$
- ❖ Örneklem hacminin yukarıdaki eşitlikle hesaplanabilmesi için araştırmacının α anlamlılık düzeyini ve h^2 değerini belirlemesi ve anakütle varyansı σ^2 hakkında bilgiye sahip olması gerekir. Anakütle varyansı σ^2 genellikle bilinmez. Bu durumda, σ^2 daha önce yapılmış benzer çalışmalardan elde edilebileceği gibi, bir pilot çalışmadan veya en büyük değerli gözlem değeri ile en küçük değerli birim arasındaki fark biliniyorsa ve X rassal değişkeni normal dağılıyorsa, $\alpha=1\%$ düzeyinde; $s=(X_{ENB}-X_{ENK.})/6$ tahminleyicisi kullanılarak da hesaplanabilmektedir.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

11



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnek: Bir araştırmacı, X ilinin merkez ilçesinde ikamet eden ailelerin ortalama aylık mutfak harcama tutarını tahmin etmek istiyor. Ayrıca bu tahminde en fazla 10 TL'lik bir hata düzeyi amaçlıyor. Benzer amaçla bu ilçe merkezinde yapılan araştırmalardan ailelerin aylık mutfak giderleriyle ilgili standart sapmanın 30 TL olduğu saptanmıştır. Ailelerin ortalama mutfak harcama tutarını %5 hatayla tahmin edebilmek için örneklem hacmi en az kaç olmalıdır?

Çözüm:

- ❖ $\alpha=5\%$, $\sigma=30$ TL, $z_{\%5}=1,96$, $h=10$ TL'dir.
- ❖ $n=(1,96)^2(30)^2/(10)^2=34$ aile olarak elde edilir.

(5) Örneğin Seçilmesi: Bu aşamada örnekleme girecek birimler seçilerek veriler toplanır. Bu uygun özellikte büro ve çalışma ortamıyla nitelikli elemanların teminini gerektirir. Önceki aşamalarda alınan yanlış kararlar ve dikkatsizlikler bu aşamada büyük sorunların yaşanmasına neden olmaktadır. Örneklemenin bu son aşamasında, örneğe girecek birimler seçilerek, veriler toplanır.

Kavrama Soruları

- (1) Örnekleme sürecinin aşamalarını sayınız?
- (2) RÜ, İİBF'de kayıtlı olan öğrencilere ilişkin yapılacak bir araştırmada, anakütle nedir?
- (3) İİBF öğrencilerine ilişkin bir çerçeve bulunabilir mi, bulunabilirse güncel midir, açıklayınız?


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

12

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ


Örnekleme Yöntemleri

- (1) Anakütleyi oluşturan birimlerin bir bölümünün gözlenmesi anlamına gelen örnekleme, özellikle zaman ve maliyet tasarrufu sağladığı için araştırmacılar tarafından yaygın olarak kullanılmaktadır. Ancak örneklemin anakütleyi iyi bir şekilde temsil etmesinin n/N oranına (örneklem hacmine) ve uygun bir örnekleme yönteminin seçimine bağlıdır.
- (2) İstatistikte örnekleme yöntemleri “olasılıklı” ve “olasılıklı olmayan” yöntemler olarak iki ana grup altında toplanmaktadır.
- (3) Rassel Çekim Şekilleri: (a) Kura yöntemi (her birimin seçilme olasılığı $1/n$ ve her bir örneklemin seçilme olasılığı $=1/C(N, n)$), (b) rassel sayılar tablosu, (c) rassel sayılar üreten bilgisayar programlarının (SPSS, STATA, SAS, NCSS, STATISTICA, MINITAB ve STATGRAPHICS vs.) kullanımı ve (d) sistematik seçimdir (burada her bir örneğin seçilmesi olasılığı $=1/k'$ dir).

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

13



RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Olasılıklı Olmayan Örnekleme Yöntemleri

- ❖ **Kolayda (Convenience) Örnekleme:** Kolayca ulaşılabilir birimlerin seçilmesiyle örneğin oluşturulmasıdır. Örneğin; uygun görülen sokaktan, uygun görülen bir zamanda gelip geçen bireylerle görüşme yapılması veya bir konferansa katılan belirli sayıda katılımcıdan araştırma konusu ile ilgili görüşlerinin alınması, İnternet, TV ve radyo araştırmaları vs. En kısa zamanda ve en az maliyetle bilgi üretilmesine ihtiyaç duyulduğu durumlarda kullanılır. Ayrıca “odak grupları,” “pilot çalışmaları,” veya “anketlerin ön testi” amacıyla kullanılabilir. Kolay örneklemede anakütleyi temsil edebilecek bir örneğe ulaşmak tesadüflere bağlıdır.
- ❖ **Yargısal (Judgmental) Örnekleme:** Yargısal örnekleme yöntemi de bir tür kolayda örnekleme yöntemidir. Yargısal örneklemin kolayda örneklemeden farkı, araştırmacı anakütleden kendi iradesiyle birimleri seçerken bir ölçütü kullanmasıdır. Örneğe girecek birimler, araştırmacının uzman görüşüne dayanarak anakütleyi temsil ettiğine inandığı birimlerdir.
- ❖ **Kota (Quota) Örnekleme:** Anakütle yapısının %5, %10 vs. oranında örneğe yansıtılarak, örneğe girecek birimleri araştırmacının iradesiyle belirlediği örnekleme türüdür.
- ❖ **Örnek: (Örnekleme Oranı = $n/N=10$)**

Büyüklik	N	n
Küçük	800	80
Orta	150	15
Büyük	50	5
Toplam	1000	100

- ❖ **Kartopu (Snowball) Örnekleme:** Özellikle bir çerçevenin mevcut olmaması veya oluşturmasının imkansız olduğu durumlarda kullanılır. Bu yöntemde, örnekleme sürecine tanımlanan anakütleden yer alan bir bireyin, genellikle tesadüfi olarak seçilmesiyle başlanır. Bu bireyle aynı anakütle tanımında yer alan tanıdığı bir bireyin var olup olmadığı araştırılır. Varsa, bu birime ulaşılır. Böylece örnekte yer alacak ikinci birim belirlenmiş olur. Bu süreç n hacimli örneklem oluşturuluncaya kadar devam edilir. Örnek; uyuşturucu kullananlar, çete üyeleri vs. araştırmalarında kullanılır.


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

14

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Olasılıklı Örneklem Yöntemleri

- ❖ Anakütleden örneklem birimlerin rassal olarak seçilmesine imkan tanıyan yöntemlere olasılıklı örneklem yöntemleri adı verilir.


(1) Basit Tesadüfi Örneklem

- ❖ Anakütlerdeki tüm birimlere eşit seçilme şansı verilerek uygulanan bir örneklem yöntemidir. İadesiz çekim ile N birimlik sonlu bir anakütleden, n birimlik bir örneklem aşağıdaki gibi çekilmektedir. Anakütle listesinin elde olması ve anakütlenin türdeş birimlerden oluşması gerekir. Ayrıca anaküttelede yer alan birimlerin geniş bir coğrafi alana yayılmamış olması gerekmektedir.
- ❖ Her birime eşit seçilme şansı $1/N$ verilerek ilk birim seçilir.
- ❖ İadesiz çekim olduğu için ikinci birimin seçilme olasılığı $1/(N-1)$ olur. n sayıda birim hep bu şekilde $[1/(N-n+1)]$ seçilir. n hacimli tüm olası örneklemelerden herhangi birisinin seçilmesi olasılığı ise $1/C(N; n)$ 'dir.
- ❖ Tesadüfi örneklemenin gerçekten tesadüfi olabilmesi için anakütle birimlerinin tümünün eldeki listede olması gerekmektedir.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

15



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(2) Tabakalı Örneklem

- ❖ Basit tesadüfi örnekleme oranla anakütle hakkındaki mevcut bilgileri kullanarak, anakütleyi daha iyi temsil edecek, tesadüfi örnekler oluşturmaya yarayan olasılıklı bir örneklem yöntemidir. Yöntemin uygulanabilmesi için anakütlerdeki birim sayısının bilinmesi ve anakütlenin incelenen özellikleri açısından gruplara ayrılabilir olması gerekmektedir. Yöntem gruplardaki birim sayılarına göre eşit, orantılı veya orantısız olmak üzere üç farklı şekilde uygulanabilmektedir. Orantısız seçimde değişkenliği büyük olan gruptan fazla, az olan gruptan daha az birim gözlenmesi yoluna gidilir. Anakütle heterojen olmalı, anakütle ve tabaka hacimlerinin bilinmesi gerekir. Örneklem hatası en düşük olan örneklem yöntemidir.

Örnek:

İşletme Büyüklüğü	N	n_i (Eşit)	n_i (Orantılı)	n_i (Orantısız)
Küçük	800	25	80	55
Orta	100	25	10	20
Büyük	50	25	5	10
Çok Büyük	50	25	5	15
Toplam	1000	100	100	100


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

16

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Y = tabakalara ayrılacak anakütleyi, N = anakütle hacmini, n = örneklem hacmini,
 H = Toplam tabaka sayısını, $N_h = h$. tabakadaki ($h = 1, 2, \dots, H$) toplam birim sayısını,
 $n_h = h$. tabakadan çekilecek örneklem hacmini, $\sigma_h^2 = h$. tabakanın varyansını ve
 $\bar{Y}_h = h$. tabakanın aritmetik ortalamasını göstermektedir.

Tahminin varyansı Cochran'a (1963:91) aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$s_y^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^H N_h^2 \frac{\sigma_h^2}{n_h} \left(1 - \frac{n_h}{N_h}\right)$$

Burada her bir tabakanın varyansının bilindiği ve aşağıdaki gibi hesaplandığı varsayılmaktadır:

$$\sigma_h^2 = \sum_{i=1}^{N_h} \left[\frac{(Y_i - \bar{Y}_h)^2}{N_h - 1} \right]$$

Eşit Dağıtım Yöntemi (L1): $n_h = \frac{n}{H} \rightarrow n_1 = n_2 = \dots = n_h$ ve $h = 1, 2, \dots, H$.

Orantılı Dağıtım Yöntemi (L2): $n_h = n * \frac{N_h}{N} \rightarrow h = 1, 2, \dots, H$.

Neyman Dağıtım Yöntemi (L3): $n_h = n * \frac{N_h \sigma_h}{\sum_{h=1}^H N_h \sigma_h} \rightarrow h = 1, 2, \dots, H$.

Orantısız Dağıtım Yöntemi (L4): n_1, n_2, \dots, n_h genetik algoritma ile belirlenmektedir.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

17



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(3) Sistematik Örneklem Yöntemi

- ❖ Çok sık kullanılan bir örneklem yöntemidir.
- ❖ N/n oranıyla bir k sayısı (büyüme faktörü) bulunur. $1-k$ aralığında tesadüfi olarak bir sayı seçilir.
- ❖ Daha sonra bu sayı örneğe girecek ilk anakütle birimini oluşturur ve elde edilen sayıya sürekli k ilave edilerek ikinci, üçüncü vs. n sayıda birim belirlenir.
- ❖ Örnek: $N=200$ olan bir anakütleden $n=20$ birimden oluşan bir örneklem çekilecekse $k=N/n=200/20=10$ olacaktır. $1-10$ arasında seçilen sayının 3 olduğunu kabul edersek;

1. birim	a	3
2. birim	$[a+k]$	$3+10=13$
3. birim	$[a+2k]$	$13+10= 23$
⋮	⋮	⋮
20. birim	$[a+(n-1)k]$	$183+10=193$

Bu yöntem, basit tesadüfi ve tabakalı örneklem yöntemlerine göre daha az maliyetli bir örneklem yöntemidir. Ayrıca, ilgili anakütleye ilişkin çerçevenin yapısı hakkında bilgi sahibi olmaksızın da sistematik örneklem uygulanabilir. Örneğin; bir süper marketten ayrılan k . müşteriyle görüşme yapılarak veya bir depodan dosya seçilerek yürütülen araştırmalar gibi.

- ❖ Çerçevenin doğal yapısında tekrarlamalar varsa sistematik örneklem yöntemi uygulanmamalıdır.


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

18

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(4) Kademeli Örneklem Yöntemi

- ❖ Anakütlerdeki birimlerin listesinin olmadığı durumlarda ve coğrafi olarak geniş bir alana dağılmış birimlerin incelenmesi gerektiğinde, araştırma maliyetinin düşürülmesi için uygulanan tesadüfi (olasılıklı) bir örneklem yöntemi.
- ❖ N birimlik bir anakütte eşit veya farklı sayıda birimden oluşan M adet alt küme (birincil birim) ayrılır. M adet tesadüfi birimden tesadüfi olarak seçilen m sayıda birincil birimdeki tüm birimler gözlenirse, bu örneklem türüne “tek kademeli örneklem” adı verilmektedir. M adet birincil birimler altında yer alan K sayıdaki birimler arasında (ikincil birimler) tesadüfi seçimle k sayıda birim seçilirse buna “iki kademeli örneklem” adı verilmektedir. Kademe sayısı artırılarak 2, 3 ... ve çok kademeli örneklem yöntemleri uygulanabilir.
- ❖ Örneğin, Türkiye’de imalat sanayinde bir araştırma yapılacaksa kademeli örneklem yönteminin benimsenmesi gerekir. Çünkü Türkiye’deki tüm imalat sanayinde yer alan işletmelerin listesini oluşturmak zor ve bu işletmeler geniş bir coğrafi alana yayılmışlardır. Sözelimi bu örnekte anakütte; **coğrafi bölgeler** (birinci alt birimler, $K=7$), **iller** (ikinci alt birimler, $L=81$), **ilçeler** (üçüncü alt birimler, $M=810$) ve **sanayi bölgeleri** (dördüncü alt birimler, $N=640$) alt birimleri ayrımının anlamlı olduğunu varsayalım. Bu örnekte dört alt birim tanımlandığından en çok dört kademeli bir örneklem yöntemi uygulanabilir.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

19



RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnekler: Kademeli Örneklem Yöntemi

- ❖ **Örnek 1:** 100 mahallesi olan bir il merkezinde partilerin seçim öncesindeki oy dağılımları araştırılacak olsun. Araştırmacı her mahalledeki seçmenleri birer küme olarak tanımlar, mahalleler arasında tesadüfi olarak mahalleler seçer ve seçilen mahallelerden de yine tesadüfi olarak belirli sayıda sokak seçerse ve seçilen sokaklardaki tüm seçmenleri incelemeye alırsa **iki kademeli** bir örneklem yöntemi uygulamış olur (Yüzer vd., 2009:184).
- ❖ **Örnek 2:** Koliler halinde gelen mallar için mamul kabul örnekleme yapacağını düşünelim. 30 mamulden oluşan 200'er kutuluk 100 koli söz konusu olsun. Her mamule eşit seçilme şansı verebilmek için tüm kutuların kolilerden ve mamullerin de kutulardan çıkarılıp numaralandırılması gibi rasyonel olmayan bir yol seçmek yerine bu araştırmada kademeli örneklem yöntemi uygulanabilir.
- ❖ **100 Koli + 200 Kutu + 30 Mamul ve Her Düzeydeki n/N Oranı %5 Olsun**
 - $100 \times 200 \times 30 = 600.000$ Tamsayım
 - $5 \times 200 \times 30 = 30.000$ Tek kademeli örneklem
 - $5 \times 10 \times 30 = 1.500$ İki kademeli örneklem
 - $5 \times 10 \times 2 = 100$ Üç kademeli örneklem


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

20

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ


Olasılıklı Örneklem Yöntemlerinin Üstünlükleri

- ❖ Örneklem verilerinden hesaplanan istatistikler, anakütle parametreleri hakkında genelleme yapmak amacıyla kullanılabilir.
- ❖ Örneklem hatasının büyüklüğü hakkında bilgi üretilebilir.
- ❖ Keyfi (iradi) seçimde söz konusu olabilecek sistematik hata (yanlılık) giderilmiş olur.
- ❖ Örneklem dışı hataların önemli olması durumunda olasılıklı olmayan yöntemler tercih edilebilir (daha çok kontrol).
- ❖ Olasılıklı olmayan örneklem yöntemleriyle elde edilen örneğin anakütleyi temsil etmesi tesadüflere ve araştırmacının konuyla ilgili sahip olduğu öncül bilgilere ve anakütlenin ilgilenilen özelliklerinin türdeşlik düzeyine bağlıdır.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

21



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Veri Toplama Araçları

- ❖ Veriler hazır bilgi kaynaklarından elde edilememesi durumunda araştırmacılar tarafından toplanması gerekmektedir.
- ❖ Birimlerin tümünden (tamsayım) veya anakütleden seçilmiş belirli sayıda birimden (örneklem) bu bilgiler birimleri gözleyerek (gözlem), birimlere deneyler uygulayarak (deney) veya birimlere araştırma konusuyla ilgili sorular sorularak (anket) elde edilmektedir.

Kavrama Soruları

- (1) Örneklem yöntemlerini sınıflandırınız?
- (2) Olasılıklı örneklem yöntemleri ile olasılıklı olmayan örneklem yöntemleri arasındaki temel farklılıklar nelerdir, açıklayınız?
- (3) Sistematik örneklem yönteminde örneğe girecek birimler nasıl seçilir, açıklayınız?
- (4) Kademeli örneklem yönteminde örneklem giren birimler nasıl seçilir, bir örnekle açıklayınız?
- (5) Veri toplama yöntemleri nelerdir?
- (6) Veri toplama araçları nelerdir?
- (7) Tesadüfi çekim şekilleri nelerdir, kısaca açıklayınız?


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

22

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

SORU 2010-KPSS: Bir bölgedeki sigara içme oranı tahmin edilmek istenmektedir. Daha önce yapılan çalışmalara göre bölgede sigara içme oranı 0,50'dir. 250 haneden oluşan bölge kırsal kentsel olmak üzere ikiye ayrılabilir. Kırsal bölgede 100, kentsel bölgede 150 hane bulunmaktadır. Tabakalı rassal örnekleme yöntemiyle 50 hane seçilmiştir. Orantılı dağıtım yöntemine göre kırsal ve kentsel bölgelerden kaç hane seçilmelidir?
(A) 10 ve 40 **(B) 20 ve 30** (C) 25 ve 25 (D) 30 ve 20 (E) 40 ve 10

SORU 2011-KPSS: Birinci tabakada 150, ikinci tabakada 225 birim içeren iki tabakalı bir kitleden genişliği (çapı) 65 olan bir örneklem, orantılı paylaşım yöntemine göre seçilecektir. Buna göre birinci ve ikinci tabakadan sırasıyla kaç birim alınmalıdır.
(A) 23 ve 42 (B) 25 ve 36 (C) 25 ve 40 **(D) 26 ve 39** (E) 29 ve 36

SORU 2012-KPSS: $N=50$ birimlik bir kitleden tabakalı örnekleme yöntemiyle tabaka çaplarıyla orantılı olarak 10 birimlik bir örneklem seçilecektir. $N_1=20$, $N_2=30$ ve kitle ortalaması 19'dur. Birinci tabakanın toplam değeri 500 ise ikinci tabakanın ortalaması ve örneklem çapı (genişliği) sırasıyla kaçtır?
(A) 15 ve 4 **(B) 15 ve 6** (C) 20 ve 4 (D) 20 ve 5 (E) 25 ve 6

SORU 2013-KPSS: Tabakalı rasgele örneklemede, örneklem büyüklüğü en iyi (orantılı) dağılım ile dağıtıldığında tabaka örneklem büyüklüğü ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
(A) Tabaka büyüklüğü ile ters orantılıdır.
(B) Tabaka varyansı ile ters orantılıdır.
(C) Tabakalarda birim başına düşen maliyetle doğru orantılıdır.
(D) Tabaka büyüklüğü ve varyans ile doğru, birim başına düşen maliyetle ters orantılıdır.
(E) Tabaka büyüklüğü, varyans ve birim başına düşen maliyet ile ters orantılıdır.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 23



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

SORU 2009-KPSS: Aşağıdakilerden hangisi bir olasılıklı bir örnekleme yöntemidir?
(A) Kota (B) Dilim **(C) Küme** (D) Kartopu (E) Keyfi

SORU 2011-KPSS: 20 genişliğinde bir kitleden «4'te 1» sistematik örnekleme kullanılarak örneklem seçilecektir. Örnekleme yöntemine uygun olan örneklem genişliği aşağıdakilerden hangisidir?
(A) 4 **(B) 5** (C) 8 (D) 10 (E) 16

SORU 2011-KPSS: 12 birim içeren bir kitleden 3 birimlik sistematik bir örneklem seçilecektir. Sistematik örneklemin ilk biriminin sıra numarası 3 olduğuna göre, örnekleme seçilecek diğer iki birimin sıra numarası kaçtır?
(A) 5 ve 7 (B) 6 ve 9 **(C) 7 ve 11** (D) 7 ve 12 (E) 8 ve 12

SORU 2012-KPSS: X_1, X_2, \dots, X_{10} şeklindeki bir kitleden, sistematik örnekleme yöntemiyle dörtte bir örneklem seçildiğinde aşağıdakilerden hangisi, mümkün sistematik örneklemelerden değildir?
(A) **X_1, X_6** (B) X_3, X_7 (C) X_4, X_8 (D) X_1, X_5, X_9 (E) X_2, X_6, X_{10}

SORU 2013-KPSS: 12, 4, 14, 9, 7, 10, 6, 11, 1 şeklinde verilen bir kitleden, ilk örnekleme birimi ikinci birim olmak üzere, 4'te 1 şeklinde bir sistematik örneklem seçilmiştir. Bu örneklemden elde edilen ortalama tahmini aşağıdakilerden hangisidir?
(A) 5 (B) 6 **(C) 7** (D) 8 (E) 10

SORU 2011-KPSS: Yerine koyarak yapılan bir rasgele örnekleme işleminde kitle varyansı 800, ortalamaya ilişkin standart hata 4 ise örneklem genişliği (çapı) kaçtır?
(A) **50** (B) 80 (C) 200 (D) 250 (E) 500

SORU 2010-KPSS: Kitle ortalamasını tahmin etmek için 1200 birimlik bir kitleden basit rasgele örnekleme yöntemiyle ve seçilen tekrar yerine iade etmek koşuluyla 600 birim seçilmesi gerektiği hesaplanmıştır. Aynı kitle için yerine iade edilmemek koşuluyla yapılan seçimle bulunacak örneklem büyüklüğü kaçtır? $n=n_0/(1+(n_0/N))$
(A) **400** (B) 450 (C) 500 (D) 550 (E) 650

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 24

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

SORU 2009-KPSS: Bir banka şubesi müşterilerinin ortalama mevduat miktarını TL olarak tahmin etmek istemektedir. Bu konuyla ilgili kitle varyansının 625 olduğu bilinmektedir. Banka şubesinde açılan vadeli hesap sayısı 1000'dir. Kitle ortalamasının tahmini için hoşgörü miktarının 5 TL olması istenmektedir. Bu koşullar altında banka şubesindeki ortalama vadeli mevduat miktarını tahmin etmek için kullanılması gereken örneklem büyüklüğü nedir [$t_{0,975}=2$ alınız]?

(A) 45,50 **(B) 90,90** (C) 196,45 (D) 217,38 (E) 454,50

SORU 2009-KPSS: 9 birim içeren bir kitleden, 3 birimlik sistematik bir örneklem seçilmiştir. Sistematik örneğin ilk biriminin sıra numarası 2 olduğuna göre, örneğe seçilecek diğer iki birimin sıra numarası kaçtır?

(A) 3 ve 4 (B) 4 ve 6 (C) 5 ve 7 **(D) 5 ve 8** (E) 6 ve 8

SORU 2013-KPSS/A): Bir üniversitede öğrenim gören 3.000 erkek öğrencinin ağırlıkları 68 kg ortalama ve 3 kg standart sapma ile normal dağılım göstermektedir. Bu kitleden, her birinde 25 öğrenci bulunan 80 örneklem çekilmiş olsun. Çekileni yerine koymama durumunda, örneklem dağılım ortalamalarının standart sapma değeri aşağıdakilerden hangisidir?

(A) 1,121 (B) 0,611 **(C) 0,598** (D) 0,412 (E) 0,371

SORU 2012-KPSS: Bir basit rasgele örnekleme yöntemiyle 2.400 birimlik bir kitleden yerine koyarak 600 birimlik bir örneklem seçilmesi gerektiği hesaplanmıştır. Örnekleme, yerine koymaksızın yapılsaydı hesaplanan örneklem çapı (genişliği) kaç olurdu?

(A) 150 (B) 400 **(C) 480** (D) 500 (E) 750

SORU 2013-KPSS: Bir ülkedeki bireylerin %1'inin etkilendiği salgın bir hastalık için oran tahmin edilmek isteniyor. Bu tahminin binde 3 sınırları arasında kalması %95 olasılıkla hoş görüleceğine göre, Basit rasgele örnekleme yöntemiyle çalışılması gereken örneklem büyüklüğü kaçtır ($t_{0,025}=2$)?

(A) 840 (B) 1.250 **(C) 4.400** (D) 6.800 (E) 7.200

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

25



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

3. HAFTA

- ❖ Örneklem İstatistiklerinin Örneklem Dağılımları
- ❖ Örneklem Ortalamasının Örneklem Dağılımı
- ❖ Örneklem Varyansının Örneklem Dağılımı
- ❖ Örneklem Oranının Örneklem Dağılımı
- ❖ Merkezi Limit Teoremi (MLT) ve Örneklem İstatistiklerinin Örneklem Dağılımları


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

26

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnekleme Dağılımları

- ❖ Daha önce belirtildiği gibi, istatistik araştırmaların önemli amaçlarından birisinin de ele alınan anakütlenin ilgilenilen özellikleri hakkındaki bilgilerin üretilmesidir. Bunun tamsayımın mümkün olmaması durumunda bir örneklem yardımıyla bu amacın nasıl gerçekleştirilebileceği ve uygun örnekleme yönteminin nasıl seçileceği konuları açıklanmıştır.
- ❖ Anakütle verileri kullanılarak hesaplanan sayısal değerlere **parametre**, örneklem verilerinden yararlanarak hesaplanan sayısal değerlere ise **istatistik** adı verilmektedir. Parametrelerin en önemli özelliği *sabit* olmalarıdır. Buna karşılık istatistiklerin temel özelliği *değişken* olmalarıdır. İstatistikler örneklem verileri üzerinden hesaplanan aritmetik ortalama, varyans, standart sapma ve oran gibi değerler olup, örnekleme giren birimlere bağlı olarak örneklemden örnekleme değişen değerlerdir.
- ❖ Bilindiği gibi herhangi bir anakütleden çekilen farklı düzenek sayıları birimlerin çekiş sıralarının önemli olduğu permütasyon (iadelî+iadesiz) ve birimlerin çekiş sıralarının önemli olmadığı kombinasyon (iadelî+iadesiz) çekim yöntemleriyle oluşturulabilmektedir. Bu çekimler şunlardır: (1) birimlerin çekim sıralarının önemli olduğu iadelî çekimler, (2) birimlerin çekim sıralarının önemli olduğu iadesiz çekimler, (3) birimlerin çekim sıralarının önemli olmadığı iadelî çekimler ve (4) birimlerin çekim sıralarının önemli olmadığı iadesiz çekimler.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

27



RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

- ❖ Fakat örneklemin temel amacı anakütleyi temsil edebilecek en uygun örnekleme seçmektir. Bu nedenle örnekleme teorisinde temel çekim şekli iadesiz kombinasyondur.
- ❖ Çünkü örneklemin amacı doğrultusunda anakütleden çekilen birimlerin tekrar tekrar çekilmelerine imkan sağlamak önemli değildir. Önemli olan anakütleden mümkün olduğu kadar farklı birimleri seçmektir. Diğer bir anlatımla anakütleden türdeş olan birimlere daha yüksek çekilme şansı vermek seçilecek örneklemin anakütleyi temsil gücünü arttırmaz. Bu nedenle örnekleme kuramı açısından anakütleden çekilen birimlerin sıralarının ve çekilen birimlerin anakütleye iade edilmesi önemli değildir. Bu nedenle örnekleme kuramında temel çekim şekli iadesiz kombinasyondur.
- ❖ **Örnekleme Dağılımı:** Bir anakütleden çekilebilecek iadelî veya iadesiz kombinasyon sayısı kadar örneklemden hesaplanabilecek sayısal değerlerin (istatistiklerin) oluşturduğu dağılıma örnekleme dağılımı adı verilmektedir. Bilindiği gibi istatistiklerin temel özelliği *değişken* olmalarıdır. Bu *değişken*lerin de bir beklenen değeri (ortalaması) ve varyansı vardır.
- ❖ En yaygın kullanılan örnekleme dağılımları örneklem ortalamasının, örneklem oranının, örneklem varyans ve standart sapmasının örnekleme dağılımlarıdır. Araştırmalarda genellikle anakütle ortalaması, anakütle oranı ile anakütle varyansı ve standart sapması parametreleri ile ilgili bilgiler üretilmektedir.


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

28

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örneklem Ortalamasının Örneklem Dağılımı

Birim Numarası	Anakütle Verileri (N=4)	n=2 Hacimli Tüm Olası Örneklem	Örneklem Ortalamaları (\bar{X}_i)
1	3	(3, 5)	4
2	5	(3, 7)	5
3	7	(3, 9)	6
4	9	(5, 7)	6
-	-	(5, 9)	7
-	-	(7, 9)	8
Ortalama	6	-	6
Varyans	5	-	1,67


$$n / N \geq 0.05 \rightarrow \sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{N - n}{N - 1} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4 - 2}{4 - 1} = 1,67 \quad s_{\bar{x}}^2 = \frac{s^2}{n} \cdot \frac{N - n}{N - 1}$$

$$n / N < 0.05 \rightarrow \sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \quad s_{\bar{x}}^2 = \frac{s^2}{n}$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

29



RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örneklem Ortalamasının Örneklem Dağılımı

Örneklem Ortalaması (\bar{X}_i)	$P(\bar{X}_i)$	$E(\bar{X}_i) = \bar{X}_i * P(\bar{X}_i)$	\bar{X}_i^2	$\bar{X}_i^2 * P(\bar{X}_i)$
4	1/6	4/6	16	16/6
5	1/6	5/6	25	25/6
6	2/6	12/6	36	72/6
7	1/6	7/6	49	49/6
8	1/6	8/6	64	64/6
Toplam	6/6	36/6=6	-	226/6=37,67

$$V(\bar{X}) = K^2 - \mu^2 = 37,67 - 6^2 = 1,67 \quad \bar{X} \approx N(\mu; \sigma_{\bar{x}}^2)$$

- ❖ Kısaca, Merkezi Limit Teoremine (MLT) göre anakütle dağılımları nasıl olursa olsun, örneklem hacimleri yeteri kadar büyükse ($n \geq 30$) örnek ortalamaları beklenen değeri anakütle ortalamasına eşit bir ortalama ve belirli bir varyansla normal dağılıma uymaktadır. Diğer bir anlatımla bu dağılımın ortalaması μ ve varyansı σ^2/n 'dir.
- ❖ Normal dağılan anakütülden çekilen küçük hacimli ($n < 30$) örnek ortalamalarının meydana getirdiği örneklem dağılımı MLT göre, anakütle ortalamasına eşit bir ortalama ve belirli bir varyansla student t-dağılımına uymaktadır. $\bar{X} \approx t(\mu; \sigma_{\bar{x}}^2) = t(\mu; \sigma^2 / n)$
- ❖ Örneklem hacmi küçük ve anakütütleler normal dağılmıyorsa parametrik olmayan yöntemler kullanılmaktadır.


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

30

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ


Student t -Dağılımı ve Özellikleri

- ❖ Student t -dağılımı, normal dağılıma uyan anakütlelerden çekilen küçük örneklemelere özgü bir dağılımdır.
- ❖ X , ortalaması μ ve varyansı σ^2 olan bir rastlantı değişkeni olduğuna göre, tesadüfi ve bağımsız olarak seçilen bir birim $t_i=(X_i-\mu)/\sigma$ formülü ile standartlaştırılırsa, X değişkeni 1 serbestlik dereceli t -dağılımını gösterir.
- ❖ Student t -dağılımı normal dağılım gibi, $-\infty$ ile $+\infty$ aralığında değerler alabilen sürekli bir dağılımdır.
- ❖ Student t -dağılımı normal dağılım gibi simetrik bir dağılımdır.
- ❖ Student t -dağılımı normal dağılımın aksine, tek bir eğri değil, her serbestlik derecesi için farklı bir t -dağılımı eğrisi söz konusudur. Fakat serbestlik derecesi büyüdükçe t -dağılım eğrisi, normal dağılım eğrisine yaklaşır.
- ❖ t -dağılımı normal dağılıma göre daha basık ve bu nedenle değişkenliği daha fazla olan bir dağılımdır.
- ❖ t -dağılım tabloları, normal dağılım tabloları gibi ayrıntılı tablolar olmayıp özet tablolardır (ki-kare dağılımı gibi).

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

31



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnek: $n=16$ ve $\alpha = 0,05$ kritik t tablo değerlerini bulup yorumlayınız?

$sd = v = n - 1 = 16 - 1 = 15$ ve $\alpha=0,05$ için kritik t – değeri aşağıdaki gibidir:

$t_{n-1,\alpha/2} = t_{16,0,025} = 2,131$ 'dir.

$P(t > 2,131) = 0,025$ $P(t < -2,131) = 0,025$ $P(t > -2,131) = 0,975$

$P(|t| > 2,131) = 0,05$ $P(-2,13 < t < 2,131) = 0,95$


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

32

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örneklem Oranının (p) Örneklem Dağılımı

- ❖ N birimden oluşan bir anakütüde belirli özelliğe sahip olan birimlerin sayısı R ise, bu özelliğe sahip olanların oranı $\Pi=R/N$; bu özelliğe sahip olmayanların $(N-R)$ oranı $1-\Pi=(N-R)/N$ 'dir.
- ❖ Bir anakütleden çekilebilecek n hacimli tüm olası örneklem için her biri için $p=r/n$ oranı hesaplanırsa, elde edilen örneklem oranları bazıları anakütle oranına eşit, bazıları anakütle oranından küçük ve bazıları ise anakütle oranından büyük olarak elde edilebilecektir. Görüldüğü gibi anakütle parametresi için hesaplanan örneklem oranı istatistiği de bir rastlantı değişkenidir. Bu değişkenin de bir beklenen değeri ve bir varyansı vardır. İşte istatistikte iadeli veya iadesiz kombinasyon sayısı kadar örneklem oranlarının oluşturduğu bu dağılıma örneklem oranı rastlantı değişkeninin örneklem dağılımı adı verilmektedir. Merkezi Limit Teoremine (MLT) göre $n.p$ ve $n.(1-p)>=5$ koşulunun sağlanması durumunda, evren oranına eşit bir ortalama ve belirli bir varyansla normal dağılıma uymaktadır. Aşağıda 3 birimden oluşan kuramsal bir anakütleden çekilebilecek iadesiz kombinasyon sayısı kadar tüm olası örneklem oranlarının oluşturduğu örneklem oranı rastlantı değişkeninin örneklem dağılımını inceleyelim.

Birim Sıra Numarası	Anakütle Verileri ($N=3$)	$n=2$ Hacimli Tüm Olası Örneklem	Örneklem Oranları (p_i)	$P(p_i)$	$p_i * P(p_i)$	p_i^2	$p_i^2 * P(p_i)$
1	Kusurlu (0)	(0, 1)	1/2	1/3	1/6	1/4	1/12
2	Sağlam (1)	(0, 1)	1/2	1/3	1/6	1/4	1/12
3	Sağlam (1)	(1, 1)	2/2	1/3	2/6	4/4	4/12
Ortalama	$\Pi=2/3$	-	-	-	4/6=2/3	-	6/12
Varyans	$(2/3).(1/3)=2/9$	-	-	-	-	-	1/18

$$p \sim N(\Pi, \sigma_p^2) \rightarrow E(p) = \Pi = 2/3 \rightarrow V(p) = K^2 - \mu^2 = (6/12) - (2/3)^2 = 1/18$$


$$\frac{n}{N} \geq 0,05 \rightarrow \sigma_p^2 = \frac{\Pi(1-\Pi)}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right) = \frac{(2/3).(1/3)}{2} \left(\frac{3-2}{3-1} \right) = \frac{1}{18} \rightarrow s_p^2 = \frac{p(1-p)}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)$$

$$\frac{n}{N} < 0,05 \rightarrow \sigma_p^2 = \frac{\Pi(1-\Pi)}{n} \rightarrow s_p^2 = \frac{p(1-p)}{n}$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

33



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örneklem Varyansının (s^2) Örneklem Dağılımı

- ❖ Anakütleden çekilen iadeli veya iadesiz kombinasyon sayısı kadar örneklemden hesaplanacak olan örneklem varyanslarının meydana getireceği tesadüfi değişkenin dağılımı MLT göre genelde sağa eğik bir dağılım olan ki-kare dağılımıdır.
- ❖ Bilindiği gibi normal dağılımlı bir evrenden çekilebilecek olan iadeli veya iadesiz kombinasyon sayısı kadar tüm olası örneklem için hesaplanacak örneklem varyanslarının beklenen değeri her zaman anakütle varyansından daha küçük bir değer olarak elde edilmektedir. Bu nedenle, örneklem varyanslarının dağılımı genelde birim değerlerinin küçük değerlerde toplandığını gösteren sağa eğik olan bir ki-kare dağılımdır. Fakat örneklem hacmi artarken örneklem varyanslarının örneklem dağılımı normal dağılıma yaklaşmaktadır. Örneklem hacmi 100 birimi aştığında ise ki-kare dağılımının normal dağılıma yaklaştığı kabul edilir.
- ❖ Yine bilindiği gibi varyans ve standart sapma negatif değerler almaz. Bu nedenle, evrenden çekilebilecek tüm olası örneklem varyanslarının oluşturacağı tesadüfi değişkeni her zaman $(0; +\infty)$ aralığında değerler alır. Diğer bir anlatımla ki-kare dağılımı eğirişi sıfırdan başlayıp artı sonsuza uzanmaktadır.


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

34

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Ki-Kare Dağılımı ve Özellikleri

- ❖ Ki-kare dağılımı, ortalaması sıfır ve varyansı 1 olan normal dağılan bağımsız değişkenlerin kareleri toplamıdır. Ki-kare dağılımı da t-dağılımı gibi normal dağılımlı anakütlelerden çekilen örneklemelere özgü bir dağılımdır.
- ❖ X rastlantı değişkeni, ortalaması μ ve varyansı σ^2 olan bir değişken olduğuna göre, tesadüfi ve bağımsız olarak seçilen bir birim $z_i = (X_i - \mu) / \sigma$ formülü ile standartlaştırılır ve karesi alınırsa, X değişkeni 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımını gösterir.
- ❖ $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ dağılımından tesadüfi ve bağımsız olarak iki değer seçip yukarıdaki gibi standartlaştırılır ve kareleri alınıp toplanırsa $(z_1^2 + z_2^2)$ iki serbestlik dereceli ki-kare dağılımını gösterir. Görüldüğü gibi, ki-kare dağılımı bir kareler toplamı dağılımıdır. Genelleştirilerek bu durum evren ve örneklem için aşağıdaki gibi ifade edilebilir.


$$X_N^2 = \sum_{i=1}^N z_i^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{X_i - \mu}{\sigma} \right)^2 = z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_N^2$$

$$X_{n-1}^2 = \sum_{i=1}^n z_i^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma} \right)^2 = z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_n^2$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

35



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Ki-Kare Dağılımı ve Özellikleri (Devam)

$$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \sigma^2 X_{n-1}^2$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1} \rightarrow \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = s^2 (n-1)$$

$$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = s^2 (n-1) = \sigma^2 X_{n-1}^2$$

$$s^2 (n-1) = \sigma^2 X_{n-1}^2 \rightarrow X_{n-1}^2 = \frac{s^2 (n-1)}{\sigma^2}$$

- ❖ Bu ifade örneklem varyansının kendi serbestlik derecesiyle çarpımının evren varyansına oranının, ki-kare dağılımına uyduğunu göstermektedir.


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

36

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ


Ki-Kare Dağılımı (Devam)

- ❖ Negatif değerler almayan ve genelde sağa eğik bir dağılım olan ki-kare dağılımı büyük örneklem hacimlerinde ($n \geq 100$) normal dağılıma yaklaşmaktadır.
- ❖ Dağılımın ortalaması (beklenen değeri) serbestlik derecesine (ν) eşittir ($\nu = \mu$).
- ❖ Dağılımın varyansı ise, serbestlik derecesinin iki katına eşittir ($\sigma^2 = 2\nu$).
- ❖ Ki-kare değerleri $(0; +\infty)$ aralığında yer alabilen sürekli bir dağılımdır. Bu nedenle dağılım eğrisi, sıfır noktasından başlar ve artı sonsuza uzanır.
- ❖ Ki-kare dağılımı, t -dağılımı gibi (normal dağılımın aksine) tek bir eğri değil, her serbestlik derecesi için farklı bir ki-kare dağılım eğrisi söz konusudur. Fakat serbestlik derecesi büyüdükçe ki-kare dağılım eğrisi, normal dağılım eğrisine yaklaşır.
- ❖ Ki-kare hazır dağılım tabloları, normal dağılım tabloları gibi ayrıntılı tablolar olmayıp özet tablolardır (t -dağılımı gibi).
- ❖ Ki-kare dağılımı, normal (z) ve t dağılımları gibi simetrik dağılımlar olmadığından, belirli bir anlamlılık ve serbestlik derecesindeki kritik değerlerinin tablodan ayrı ayrı bulunması gerekmektedir.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

37



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnek 1: $n = 8$ ve $\alpha = \%5$ iken kritik tablo değerlerini bulunuz?

Çözüm:

$$\chi^2_{n-1, \alpha/2} = \chi^2_{8-1, \%2.5} = \chi^2_{7, \%2.5} = 16,01$$

$$\chi^2_{n-1, 1-\alpha/2} = \chi^2_{8-1, 1-0.025} = \chi^2_{7, \%97.5} = 1,69$$

$P(\chi^2 \geq 16,01) = \%2,5$ ve $P(\chi^2 \geq 1,69) = \%97,5$ 'dir.

$$P(\chi^2_{n-1, \alpha/2} \leq \chi^2 \leq \chi^2_{n-1, 1-\alpha/2}) = P(1,69 \leq \chi^2 \leq 16,01) = \%95$$

Örnek 2: $n = 21$ ve $\alpha = \%10$ iken kritik tablo değerlerini bulunuz?

Çözüm:

$$\chi^2_{n-1, \alpha/2} = \chi^2_{21-1, \%5} = \chi^2_{20, \%5} = 31,41$$

$$\chi^2_{n-1, 1-\alpha/2} = \chi^2_{21-1, 1-\%5} = \chi^2_{20, \%95} = 10,85$$

$P(\chi^2 \geq 31,41) = \%5$ ve $P(\chi^2 \geq 10,85) = \%95$ 'dir.

$$P(\chi^2_{n-1, \alpha/2} \leq \chi^2 \leq \chi^2_{n-1, 1-\alpha/2}) = P(10,85 \leq \chi^2 \leq 31,41) = 0,90$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

38

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

4-6. HAFTALAR

- ❖ İstatistik Tahmin
- ❖ Temel Kavramlar
- ❖ İstatistik Tahmin Türleri
- ❖ Nokta ve Aralık Tahmini
- ❖ Evren Ortalaması ve Toplamının Nokta ve Aralık Tahmini
- ❖ Evren Oranının Nokta ve Aralık Tahmini
- ❖ Evren Varyansının Nokta ve Aralık Tahmini

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

39



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

İSTATİSTİK TAHMİN: TEMEL KAVRAMLAR

- ❖ **İstatistik Tahmin:** Tanımlanan anakütleden tesadüfi seçilen bir örneklemden ve bu örneklemin uyduğu kuramsal dağılımdan yararlanarak ilgili anakütle parametre değerinin yaklaşık olarak araştırılması süreci olarak tanımlanmaktadır.
- ❖ **Tahminleyici:** Anakütle parametresi için bilgi üreten istatistiğe ilişkin formülasyona tahminleyici adı verilmektedir. Bir tahminleyici yardımıyla hesaplanan değere de tahmin adı verilmektedir.
- ❖ **Tahminleme Sürecinin Aşamaları :** (1) Tanımlanan bir anakütleden n hacimli bir örneklem seçilir, (2) bu örneklem verilerinden yararlanarak bir tahminleyici yardımıyla gerekli istatistikler hesaplanır, (3) ilgili örneklem istatistiğinin uyduğu kuramsal dağılımdan yararlanarak parametre değerleri tahmin edilir.
- ❖ **Nokta Tahmini:** Rassal bir örneklemden bir tahminleyici yardımıyla hesaplanan istatistiğin değerini, ilgili anakütle parametre değerine eşit olduğunu kabul eden tahmin sürecine nokta tahmini adı verilmektedir.
- ❖ **Nokta Tahmininin Özellikleri:** Yansızlık (Sapmasızlık), Tutarlılık, Etkinlik ve Yeterlilik.
- ❖ **Aralık Tahmini:** Anakütle parametresinin belirli (istenen) bir olasılık (doğruluk, güvenilirlik) düzeyinde, bir aralık içinde tahmin edilmesi sürecine aralık tahmini adı verilmektedir.
- ❖ **Güven (Güvenirlilik-Doğruluk-Kesinlik) Düzeyi:** Aralık tahmininde anakütle parametresini kapsama olasılığına güven düzeyi adı verilmektedir.
- ❖ **Rassal Hata:** Ele alınan örneklem nedeniyle istatistik ile anakütle parametresinin değeri arasında bir fark olma olasılığıdır. İstatistik ile parametre arasındaki bu farka örnekleme hatası veya rassal hata adı verilmektedir.
- ❖ **Tahmin Hatası:** Gözlenen (fiili) değer ile tahmin edilen değer arasındaki fark olarak tanımlanmaktadır. Hem tamsayım hem de kısmi sayım (örnekleme) yapılması durumunda tahmin hataları söz konusudur.
- ❖ **Aralık Tahmininin Özellikleri:** Yansızlık, Tutarlılık, Etkinlik, Yeterlilik ve Güvenirlilik.


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

40

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

❖ Ortalaması μ ve varyansı σ^2 olan bir anakütleden seçilen 4 hacimli bir örneğin birim değerleri sırası ile X_1, X_2, X_3 ve X_4 olsun. μ 'nün aşağıdaki iki nokta tahmin edicisini ele alalım:

$$y_1 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{4}X_3 + \frac{1}{4}X_4$$

$$y_2 = \frac{1}{6}X_1 + \frac{1}{6}X_2 + \frac{2}{6}X_3 + \frac{2}{6}X_4$$

a) Bu iki tahmin edicinin sapmasız (yansız) olduğunu gösteriniz.
b) Bu iki tahmin edicinin hangisi daha etkindir.

Çözüm :

(a) $E(y_1) = E\left[\frac{1}{4}(X_1 + X_2 + X_3 + X_4)\right] = \frac{1}{4}[E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) + E(X_4)]$

$$= \frac{1}{4}(\mu + \mu + \mu + \mu) = \frac{4\mu}{4} = \mu \text{ (sapmasız)}$$


$$E(y_2) = E\left[\frac{1}{6}(X_1 + X_2) + \frac{2}{6}(X_3 + X_4)\right] = \frac{1}{6}[E(X_1) + E(X_2)] + \frac{2}{6}[E(X_3) + E(X_4)]$$

$$= \frac{1}{6}\mu + \frac{1}{6}\mu + \frac{2}{6}\mu + \frac{2}{6}\mu = \frac{6\mu}{6} = \mu \text{ (sapmasız)}$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

41



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Çözüm (Devam) :

(b)

$$V(y_1) = V\left[\frac{1}{4}(X_1 + X_2 + X_3 + X_4)\right]$$

$$= \left[\frac{1}{16}V(X_1) + \frac{1}{16}V(X_2) + \frac{1}{16}V(X_3) + \frac{1}{16}V(X_4)\right]$$

$$= \frac{1}{16}(\sigma^2 + \sigma^2 + \sigma^2 + \sigma^2) = \frac{4\sigma^2}{16} = 0,25\sigma^2$$

$$V(y_2) = V\left[\frac{1}{6}(X_1 + X_2) + \frac{2}{6}(X_3 + X_4)\right]$$

$$= \left[\frac{1}{36}V(X_1) + \frac{1}{36}V(X_2) + \frac{4}{36}V(X_3) + \frac{4}{36}V(X_4)\right]$$

$$= \sigma^2\left(\frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{4}{36} + \frac{4}{36}\right) = \frac{10}{36}\sigma^2 = 0,278\sigma^2.$$

y_1 daha küçük varyansa sahip olduğundan daha etkin bir tahmindir.


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

42

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(1) Anakütle Ortalamasının Aralık Tahmini

- ❖ **Anakütle Varyansının Bilinmesi Durumunda:** Küçük ve büyük örneklem hacimleri için z-dağılımı.
- ❖ **Anakütle Varyansının Bilinmemesi Durumunda:** Küçük örneklem hacimlerinde t-dağılımı ve büyük örneklem hacimlerinde z-dağılımı.

Anakütle Dağılımı	Örneklem Hacmi	Anakütle Varyansı Biliniyor	Anakütle Varyansı Bilinmiyor
Normal	$n \geq 30$	z-dağılımı	z-dağılımı
Normal	$n < 30$	z-dağılımı	t-dağılımı
Normal Değil	$n \geq 30$	z-dağılımı	z-dağılımı
Normal Değil	$n < 30$	Parametrik Olmayan Yöntemler Kullanılır	Parametrik Olmayan Yöntemler Kullanılır

$$\frac{n}{N} < \%5 \rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$


$$\frac{n}{N} \geq \%5 \rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \rightarrow s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

$$n \geq 30 \rightarrow P(\bar{X} - z_{\alpha/2} \cdot s_{\bar{x}} < \mu < \bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot s_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

$$n < 30 + ND \rightarrow P(\bar{x} - t_{n-1, \alpha/2} \cdot s_{\bar{x}} < \mu < \bar{x} + t_{n-1, \alpha/2} \cdot s_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları
www.erdogan.edu.tr

43



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(2) Anakütle Oranının Aralık Tahmini

- ❖ Herhangi bir örneklem aşağıdaki koşullardan birisini sağlaması durumunda örneklem oranının örnekleme dağılımı MLT göre normal dağılıma uymaktadır.

- (1) $n \cdot p$ ve $n \cdot q \geq 5$
- (2) $n \geq 100$
- (2) $p \cong q$ ve $n \geq 10$

$$\frac{n}{N} < \%5 \rightarrow \sigma_p = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \rightarrow s_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$\frac{n}{N} \geq \%5 \rightarrow \sigma_p = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \rightarrow s_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$


$$P(p - z_{\alpha/2} \cdot s_p < \pi < p + z_{\alpha/2} \cdot s_p) = 1 - \alpha$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları
www.erdogan.edu.tr

44

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(3) Anakütle Varyansının Aralık Tahmini

❖ MLT göre örneklem varyanslarının örnekleme dağılımları Ki-Kare dağılımına uymaktadır.

$$\chi_{n-1}^2 = \frac{s^2 (n-1)}{\sigma^2}$$


$$P\left(\frac{s^2 (n-1)}{\chi_{n-1, \alpha/2}^2}\right) \leq \sigma^2 \leq \left(\frac{s^2 (n-1)}{\chi_{n-1, 1-\alpha/2}^2}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(\sqrt{\frac{s^2 (n-1)}{\chi_{n-1, \alpha/2}^2}}\right) \leq \sigma \leq \left(\sqrt{\frac{s^2 (n-1)}{\chi_{n-1, 1-\alpha/2}^2}}\right) = 1 - \alpha$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

45



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

❖ **Örnek 1:** Bir imalathanede üretilen malların ortalama ağırlıkları araştırılmak istenmektedir. Üretilen çok sayıda üründen 100 birimli bir örneklem çekilmiş ve örneklem ortalaması 20 kg olarak bulunmuştur. Anakütle dağılımının normal ve varyansı 16 kg olduğu bilindiğine göre, anakütle ortalamasının %95 olasılıkla hangi değerler arasında kalacağını tahmin ediniz?

Çözüm :

$$n = 100 \quad \alpha = \%5 \quad z_{\alpha/2} = z_{\%2.5} = 1.96$$

$$\sigma^2 = 16 \quad \sigma = 4 \quad \bar{X} = 20 \quad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4}{\sqrt{100}} = 0,4$$

$$P\left[\bar{X} - z_{\alpha/2}\sigma_{\bar{x}} < \mu < \bar{X} + z_{\alpha/2}\sigma_{\bar{x}}\right] = 1 - \alpha$$

$$P\left[20 - 1,96 * 0,4 < \mu < 20 + 1,96 * 0,4\right] = 1 - 0,05$$

$$P\left[19,216 < \mu < 20,784\right] = \%95$$


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

46

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

❖ **Örnek 2:** Standart sapması 40 olan ve 5000 birimden oluşan bir anakütleden 400 birimlik bir örneklem çekilmiştir. örneklem ortalaması 80 olduğuna göre %10 anlamlılık düzeyinde anakütle ortalamasının aralık tahmini hesaplayınız?

Çözüm :

$$N = 5000; n = 400; \alpha = \%10; \quad 1 - \alpha = \%90; z_{\alpha/2} = z_{\%5} = 1,645$$

$$\sigma = 40 \quad \bar{X} = 80$$

$$n / N = 400 / 5000 = 0,08 > 0,05 \text{ olduğundan,}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{40}{\sqrt{400}} \sqrt{\frac{5000-400}{5000-1}} = 1,92.$$


$$P[\bar{X} - z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}} < \mu < \bar{X} + z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}}] = 1 - \alpha$$

$$P[80 - 1,645 * 1,92 < \mu < 80 + 1,645 * 1,92] = 1 - 0,10$$

$$P[76,84 < \mu < 83,16] = \%90$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

❖ **Örnek 3:** Normal dağılımlı bir anakütleden 16 hacimli bir örneklem alınmış ve örneklem ortalaması 30 ve standart sapması 3,6 bulunmuştur. %95 olasılıkla anakütle ortalamasının aralık tahminini yapınız?

Çözüm :

$$n = 16; \alpha = \%5; \quad 1 - \alpha = \%95; \quad s = 3,6 \quad \bar{X} = 30$$

$$sd = v = n - 1 = 16 - 1 = 15 \quad t_{n-1, \alpha/2} = t_{15, \%2,5} = 2,131$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{3,6}{\sqrt{16}} = 0,9$$

$$P[\bar{X} - t_{n-1, \alpha/2} s_{\bar{x}} < \mu < \bar{X} + t_{n-1, \alpha/2} s_{\bar{x}}] = 1 - \alpha$$

$$P[30 - 2,131 * 0,9 < \mu < 30 + 2,131 * 0,9] = 1 - 0,05$$


$$P[28,08 < \mu < 31,92] = \%95$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

❖ **Örnek 4:** Bir firmada çalışanların iş yerine zamanında gelenlerin oranı tahmin edilecektir. Firmada çalışan 20.000 kişiden 300 kişilik bir örneklem tesadüfi olarak seçilmiş ve çalışanların %70'inin son 1 ay içinde görevlerine zamanında geldikleri saptanmıştır. %95 olasılıkla firmada çalışanlardan iş yerine zamanında gelenlerin oranının aralık tahminini yapınız?

Çözüm :

$$N = 20.000; n = 300; p = 0,70; q = 0,30; z_{\%2,5} = 1,96$$

$$n / N = 300 / 20.000 = 0,015 < \%5 \rightarrow s_p = \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

$$s_p = \sqrt{\frac{pq}{n}} = \sqrt{\frac{0,70 * 0,30}{300}} = 0,026.$$

$$P\left[p - z_{\alpha/2}s_p < \pi < p + z_{\alpha/2}s_p\right] = 1 - \alpha$$


$$P\left[0,70 - 1,96 * 0,026 < \pi < 0,70 + 1,96 * 0,026\right] = 1 - 0,05$$

$$P\left[0,649 < \pi < 0,751\right] = \%95$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

49



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

❖ **Örnek 5:** Bir fabrikada üretilen kusurlu malzemelerin oranı araştırılmak istenmektedir. Bu amaçla üretilen 3000 birim malzemeden 350 tanesini tesadüfi olarak seçilmiştir. Bunlardan 55 tanesinin hatalı olduğu saptanmıştır. %1 anlamlılık (hata) düzeyinde üretilen hatalı malzemenin oranının aralık tahminini bulunuz?

Çözüm :

$$N = 3000; n = 350; p = 55 / 350 = 0,16; q = 0,84; z_{0,005} = 2,57.$$

$$n / N = 350 / 3000 \cong 0,12 > \%5 \rightarrow s_p = \sqrt{\frac{pq}{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

$$s_p = \sqrt{\frac{pq}{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \sqrt{\frac{0,16 * 0,84}{350}} \sqrt{\frac{300-350}{3000-1}} = 0,0184.$$

$$P\left[p - z_{\alpha/2}s_p < \pi < p + z_{\alpha/2}s_p\right] = 1 - \alpha$$

$$P\left[0,16 - 2,57 * 0,0184 < \pi < 0,16 + 2,57 * 0,0184\right] = 1 - 0,01$$

$$P\left[0,11 < \pi < 0,21\right] = \%99$$


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

50

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

❖ **Örnek 6:** Bir ürün 15 ayrı bölgede satılmaktadır. Bu bölgelerden elde edilen bir örnekte satışların yıllık ortalaması 30.000 ve standart sapması 1.400 olarak bulunmuştur. %90 güven düzeyinde anakütle varyans ve standart sapmasının aralık tahmini bulunuz?

Çözüm :

$n = 14$; $sd = v = n - 1 = 15 - 1 = 14$ 'tür. $\alpha = \%10$ ise;

$\chi_{n-1, \alpha/2}^2 = \chi_{15-1, \%10/2}^2 = \chi_{14, \%5}^2 = 23,685$

$\chi_{n-1, 1-\alpha/2}^2 = \chi_{15-1, 1-\%10/2}^2 = \chi_{14, \%95}^2 = 6,571$

$$P\left[\frac{s^2(n-1)}{\chi_{n-1, \alpha/2}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{s^2(n-1)}{\chi_{n-1, 1-\alpha/2}^2}\right] = 1 - \alpha$$

$$P\left[\frac{(1400)^2(15-1)}{23,685} \leq \sigma^2 \leq \frac{(1400)^2(15-1)}{6,571}\right] = 1 - 0,10$$


$P(1.158.539,2 \leq \sigma^2 \leq 4.175.924,5) = \%90$

$P(1.076,4 \leq \sigma \leq 2.043,5) = \%90$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

51



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

SORU 2010-KPSS: Bir bölgedeki sigara içme oranı tahmin edilmek istenmektedir. Daha önce yapılan çalışmalara göre bölgede sigara içme oranı 0,50'dir. 250 haneden oluşan bölge kırsal kentsel olmak üzere ikiye ayrılabilir. Kırsal bölgede 100, kentsel bölgede 150 hane bulunmaktadır. Tabakalı rassal örnekleme yöntemiyle 50 hane seçilmiştir. Orantılı dağıtım yöntemine göre kırsal ve kentsel bölgelerden kaç hane seçilmelidir?

(A) 10 ve 40 **(B) 20 ve 30** (C) 25 ve 25 (D) 30 ve 20 (E) 40 ve 10

SORU 2011-KPSS: Birinci tabakada 150, ikinci tabakada 225 birim içeren iki tabakalı bir kitleden genişliği (çapı) 65 olan bir örneklem, orantılı paylaştırma yöntemine göre seçilecektir. Buna göre birinci ve ikinci tabakadan sırasıyla kaç birim alınmalıdır.

(A) 23 ve 42 (B) 25 ve 36 (C) 25 ve 40 **(D) 26 ve 39** (E) 29 ve 36

SORU 2012-KPSS: $N=50$ birimlik bir kitleden tabakalı örnekleme yöntemiyle tabaka çaplarıyla orantılı olarak 10 birimlik bir örneklem seçilecektir. $N_1=20$, $N_2=30$ ve kitle ortalaması 19'dur. Birinci tabakanın toplam değeri 500 ise ikinci tabakanın ortalaması ve örneklem çapı (genişliği) sırasıyla kaçtır?

(A) 15 ve 4 **(B) 15 ve 6** (C) 20 ve 4 (D) 20 ve 5 (E) 25 ve 6

SORU 2013-KPSS: Tabakalı rasgele örneklemede, örneklem büyüklüğü en iyi (orantılı) dağılım ile dağıtıldığında tabaka örneklem büyüklüğü ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

(A) Tabaka büyüklüğü ile ters orantılıdır.
 (B) Tabaka varyansı ile ters orantılıdır.
 (C) Tabakalarda birim başına düşen maliyetle doğru orantılıdır.
(D) Tabaka büyüklüğü ve varyans ile doğru, birim başına düşen maliyetle ters orantılıdır.
 (E) Tabaka büyüklüğü, varyans ve birim başına düşen maliyet ile ters orantılıdır.


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

52

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

SORU 2009-KPSS: Aşağıdakilerden hangisi bir olasılıklı bir örnekleme yöntemidir?
 (A) Kota (B) Dilim (C) **Küme** (D) Kartopu (E) Keyfi

SORU 2011-KPSS: 20 genişliğinde bir kitleden «4'te 1» sistematik örnekleme kullanılarak örnekleme seçilecektir. Örnekleme yöntemine uygun olan örneklem genişliği aşağıdakilerden hangisidir?
 (A) 4 (B) **5** (C) 8 (D) 10 (E) 16

SORU 2011-KPSS: 12 birim içeren bir kitleden 3 birimlik sistematik bir örnekleme seçilecektir. Sistematik örneklemin ilk biriminin sıra numarası 3 olduğuna göre, örnekleme seçilecek diğer iki birimin sıra numarası kaçtır?
 (A) 5 ve 7 (B) 6 ve 9 (C) **7 ve 11** (D) 7 ve 12 (E) 8 ve 12


SORU 2012-KPSS: X_1, X_2, \dots, X_{10} şeklindeki bir kitleden, sistematik örnekleme yöntemiyle dörtte bir örnekleme seçildiğinde aşağıdakilerden hangisi, mümkün sistematik örneklem türlerinden değildir?
 (A) **X_1, X_6** (B) X_3, X_7 (C) X_4, X_8 (D) X_1, X_5, X_9 (E) X_2, X_6, X_{10}

SORU 2013-KPSS: 12, 4, 14, 9, 7, 10, 6, 11, 1 şeklinde verilen bir kitleden, ilk örnekleme birimi ikinci birim olmak üzere, 4'te 1 şeklinde bir sistematik örnekleme seçilmiştir. Bu örneklemden elde edilen ortalama tahmini aşağıdakilerden hangisidir?
 (A) 5 (B) 6 (C) **7** (D) 8 (E) 10

SORU 2011-KPSS: Yerine koyarak yapılan bir rasgele örnekleme işleminde kitle varyansı 800, ortalamaya ilişkin standart hata 4 ise örneklem genişliği (çapı) kaçtır?
 (A) **50** (B) 80 (C) 200 (D) 250 (E) 500

SORU 2010-KPSS: Kitle ortalamasını tahmin etmek için 1200 birimlik bir kitleden basit rasgele örnekleme yöntemiyle ve seçilen tekrar yerine iade etmek koşuluyla 600 birim seçilmesi gerektiği hesaplanmıştır. Aynı kitle için yerine iade edilmemek koşuluyla yapılan seçimle bulunacak örneklem büyüklüğü kaçtır? $n = n_0 / (1 + n_0 / N)$
 (A) **400** (B) 450 (C) 500 (D) 550 (E) 650

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 53



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

SORU 2009-KPSS: Bir banka şubesi müşterilerinin ortalama mevduat miktarını TL olarak tahmin etmek istemektedir. Bu konuyla ilgili kitle varyansının 625 olduğu bilinmektedir. Banka şubesinde açılan vadeli hesap sayısı 1000'dir. Kitle ortalamasının tahmini için hoşgörü miktarının 5 TL olması istenmektedir. Bu koşullar altında banka şubesindeki ortalama vadeli mevduat miktarını tahmin etmek için kullanılması gereken örneklem büyüklüğü nedir [$t_{0,975}=2$ alınınız]?
 (A) 45,50 (B) **90,90** (C) 196,45 (D) 217,38 (E) 454,50

SORU 2009-KPSS: 9 birim içeren bir kitleden, 3 birimlik sistematik bir örnekleme seçilmiştir. Sistematik örneğin ilk biriminin sıra numarası 2 olduğuna göre, örneğe seçilecek diğer iki birimin sıra numarası kaçtır?
 (A) 3 ve 4 (B) 4 ve 6 (C) 5 ve 7 (D) **5 ve 8** (E) 6 ve 8

SORU 2013-KPSS/A: Bir üniversitede öğrenim gören 3.000 erkek öğrencinin ağırlıkları 68 kg ortalama ve 3 kg standart sapma ile normal dağılım göstermektedir. Bu kitleden, her birinde 25 öğrenci bulunan 80 örnekleme çekilmiş olsun. Çekileni yerine koymama durumunda, örneklem dağılım ortalamalarının standart sapma değeri aşağıdakilerden hangisidir?
 (A) 1,121 (B) 0,611 (C) **0,598** (D) 0,412 (E) 0,371


SORU 2012-KPSS: Bir basit rasgele örnekleme yöntemiyle 2.400 birimlik bir kitleden yerine koyarak 600 birimlik bir örnekleme seçilmesi gerektiği hesaplanmıştır. Örnekleme, yerine koymaksızın yapılsaydı hesaplanan örnekleme çapı (genişliği) kaç olurdu?
 (A) 150 (B) 400 (C) **480** (D) 500 (E) 750

SORU 2013-KPSS: Bir ülkedeki bireylerin %1'inin etkilendiği salgın bir hastalık için oran tahmin edilmek isteniyor. Bu tahminin binde 3 sınırları arasında kalması %95 olasılıkla hoş görüleceğine göre, Basit rasgele örnekleme yöntemiyle çalışılması gereken örneklem büyüklüğü kaçtır ($t_{0,025}=2$)?
 (A) 840 (B) 1.250 (C) **4.400** (D) 6.800 (E) 7.200

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 54

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ


Soru (2012-KPSS): Uzay çalışmalarında görevlendirilecek astronotlardan 16'sının yer çekimsiz ortamda nabız atışlarının dakikada 27,33 ortalama ve 4,28 standart sapma atış gösterdikleri bulunmuştur. Astronotların nabız atış ortalamasının %99 güven düzeyinde, içinde bulunacağı sınır değerleri nedir?
 $t(15; 0,005)=2,947$ ve $t(15; 0,01)=2,602$

(A) $13,06 < \mu < 45,16$
 (B) $23,08 < \mu < 31,10$
 (C) $24,18 < \mu < 30,48$
 (D) $24,55 < \mu < 30,11$
 (E) $28,14 < \mu < 32,41$

Soru (2013-KPSS): Bir fabrika tarafından üretilen parçaların çapının 16 ölçümünden oluşan bir örnekleme; ortalama 7,38 cm , standart sapma 1,24 cm elde edilmiştir. Buna göre, parçaların çapına ilişkin kitle ortalamasının %95'lik güven sınırları nedir?
 $t(15; 0,025)=2$ ve $t(15; 0,005)=1,8$

(A) [6,76; 8]
 (B) [4,90; 9,86]
 (C) [6; 9]
 (D) [6,82; 7,88]
 (E) [5,14; 9,61]

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 55



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

SORU (2011-KPSS): Bir kitleden rasgele seçilen 100 kişiden 20'sinin spor yaptığı belirlenmiştir. Buna göre spor yapma oranına göre varyans kaçtır?

(A) 0,04
 (B) 0,002
 (C) 0,004
 (D) 0,016
 (E) 0,0016


SORU (2009-KPSS): Bir kitlenin ortalaması için %95 güven aralığı [5,5; 19,5] olarak bulunmuştur. $H_0: \mu=6$ hipotezinin, $H_1: \mu \neq 6$ hipotezine karşı test için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

(A) Yokluk hipotezi %5 anlamlılık düzeyinde reddedilir.
 (B) Yokluk hipotezi %2,5 anlamlılık düzeyinde reddedilir.
 (C) Yokluk hipotezi %5 anlamlılık düzeyinde reddedilmez.
 (D) Yokluk hipotezi %2,5 anlamlılık düzeyinde reddedilmez.
 (E) Hipotezi test etmek için yeterli bilgi olmadığından bir şey söylenemez.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 56

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Kavrama Soruları

- ❖ İstatistik tahmin nedir?
- ❖ Bir istatistik tahmin sürecinde hangi aşamalar izlenir?
- ❖ Nokta ve aralık tahmini arasındaki farkı açıklayınız?
- ❖ Nokta ve aralık tahmininin özellikleri nelerdir?
- ❖ örneklem ortalamasının uyduğu kuramsal dağılımlar ve bu dağılımların özellikleri nelerdir?
- ❖ Standart hata (örnekleme hatası) ile standart sapma arasındaki farkları ve benzerlikleri tartışınız? Örnekleme hatası ortadan kaldırılabilir mi, nedenleri ile açıklayınız?
- ❖ Pratikte aralık tahminine mi, yoksa nokta tahminine mi güvenirsiniz? Neden? Nokta tahmini neden önemlidir.
- ❖ MLT göre anakütle oranının aralık tahmininde hangi kuramsal dağılımdan yararlanır?
- ❖ MLT göre anakütle varyansının veya standart sapmasının aralık tahmininde hangi kuramsal dağılımdan yararlanır? Bu dağılımın özellikleri nelerdir?

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

57



RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

7-9. HAFTALAR

- ❖ Hipotez Testleri
- ❖ Hipotez ve İstatistik Hipotez Testi
- ❖ Hipotez Testlerinin Sınıflandırılması
- ❖ Hipotez Testlerinin Aşamaları
- ❖ Hipotez Testlerinde İşlenen Hatalar: Güven Düzeyi, Alfa ve Beta Hataları İle Testin Gücü
- ❖ Tek Anakütle Parametresiyle İlgili Hipotez Testleri
 1. Anakütle Ortalamasına İlişkin Büyük Örneklem Testi/z-testi
 2. Anakütle Ortalamasına İlişkin Küçük Örneklem Testi/ t-testi
 3. Anakütle Oranına İlişkin Hipotez Testleri/z-testi
 4. Anakütle Varyans ve Standart Sapmasına İlişkin Hipotez Testleri/Ki-Kare Testi

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

58

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ


HİPOTEZ TESTLERİ: TEMEL KAVRAMLAR

- ❖ Örneklem kuramı, anakütleden örneklem seçilecek en uygun birimlerin hangi yöntemle seçileceğinin ve anakütle parametrelerinin tahmin edilmesinin yanında, istatistik hipotezlerin sınanmasına da imkan vermektedir. Daha önce belirtildiği gibi örneklem kuramının üçüncü amacı, anakütle parametreleri hakkındaki iddiaları örneklem verilerinden hesaplanan örneklem istatistikleri ve bu istatistiklerin uyduğu kuramsal dağılımlardan yararlanarak araştırmaktır. İşte bu amaç, uygun istatistik hipotez testinin seçilmesiyle gerçekleştirilmektedir.
- ❖ Hipotez testlerinde örneklem verilerinden hesaplanan istatistikle, bu istatistiğin bilgi ürettiği anakütle parametresinin önceden belirlenmiş, bilinen, standart veya varsayımsal değeri arasındaki farklılığın istatistik olarak anlamlı olup olmadığına karar verilmektedir. Eğer farklılık anlamlı ise sıfır hipotezi reddedilmektedir.
- ❖ Anakütle parametresinde anlamlı bir farklılığın veya anlamlı bir ilişkinin beklenmediği durumu ifade eden sıfır hipotezine (H_0) karar verebilmek için, örneklem bilgilerinin olasılığına dayanarak genelleştirilmesi gerekmektedir. Bu durum, ilgilenilen parametre hakkında bilgi üreten istatistiğin örneklem dağılımının bilinmesini gerekli kılmaktadır.
- ❖ Hipotez; genel anlamda herhangi bir durumla ilgili ileri sürülen önermelerdir. İstatistik hipotez ise, anakütle veya anakütlelerin parametreleriyle ilgili varsayımlardır.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

59



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

- ❖ **İstatistik hipotez;** bir araştırmada ilgilenilen bir ya da daha fazla sayıda parametrenin değerleri hakkında ileri sürülen iddiaların doğruluğu, geçerliliği bu parametreler hakkında bilgi üreten istatistiklerden ve bu istatistiklerin uyduğu kuramsal dağılımlardan (olasılık kurallarından) yararlanarak araştırılabilen önermedir. Hipotezler, doğru ya da yanlış olabilirler. İstatistik hipotezleri diğer hipotezlerden ayıran temel özellik, bu hipotezlerin bir frekans dağılımına ait olmasıdır.
- ❖ **İstatistik Hipotez Örnekleri:** (1) Daha önceden bilinen bir değer; (2) standart bir değer veya (3) varsayımsal bir değer olabilmektedir.
- ❖ **Sıfır Hipotezi (H_0):** Anakütle parametresinde anlamlı bir farklılığın veya ilişkinin beklenmediği durumu ifade eden hipotezdir. H_0 simgesiyle gösterilir ve her zaman "eşit" biçiminde ifade (formüle) edilir ($H_0: \theta = \theta_0$). Hipotez testlerinde her zaman kabul ya da reddedilen hipotez sıfır hipotezidir. Hipotez testlerinde sıfır hipotezini sınavabilmek için bir karşıt hipoteze ihtiyaç duyulmaktadır. Karşıt hipotez kavramı yerine literatürde, alternatif hipotez, çürütücü hipotez ve araştırma hipotezi kavramları da kullanılmaktadır.
- ❖ **Karşıt Hipotez (H_1):** Anakütle parametresinde anlamlı bir farklılığın veya ilişkinin beklendiği durumu ifade eden hipotezdir. H_1 simgesiyle gösterilir ve üç farklı şekilde ifade edilmektedir: $H_1: \theta \neq \theta_0$, $H_1: \theta > \theta_0$, $H_1: \theta < \theta_0$. Böylece hipotez testlerinin yönünü karşıt hipotez belirlemektedir.


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

60

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.


Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,


RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Hipotez Testi Türleri

- ❖ **Parametrik Hipotez Testleri**
 - Aralık ve oran ölçekli değişkenler,
 - Örneklem hacmi yeteri kadar büyükse ve
 - Anakütleler kuramsal (matematik) bir dağılıma uyuyorsa kullanılabilir.
- ❖ **Parametrik Olmayan veya Dağılımı Serbest Hipotez Testleri**
 - Nominal (sınıflayıcı) ve ordinal (sıralayıcı) ölçekli değişkenler,
 - Örneklem hacmi yeteri kadar büyük değilse,
 - Anakütleler belirli bir kuramsal dağılıma uymaması durumlarında kullanılabilir.
- ❖ **Kavrama Soruları**
 - İstatistik hipotez nedir?
 - İstatistik hipotez testlerinin amacı (konusu) nedir?
 - İstatistik hipotezler neden doğru yada yanlış olabilir, açıklayınız?
 - Benimsenen ölçeğe göre hipotez testleri nasıl sınıflandırılmaktadır?
 - Değişkenlerin ölçek tipi metrik (aralık ve oran) ve metrik değilse (nominal ve ordinal) hangi hipotez testleri kullanılmaktadır?

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları
www.erdogan.edu.tr
61


RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Tablo 1: Tek ve Çok Değişkenli Parametrik Hipotez Testlerinin Sınıflandırması

Grup Sayısı= g	Değişken Sayısı= p	
	$p=1$	$p>=1$
$g<=2$	t -Testi veya z -Testi	Hostelling T^2 -Testi
$g>=2$	F -Testi (ANOVA=Varyans Analizi)	Wilks Lamda Testi

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları
www.erdogan.edu.tr
62

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ		RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ	
Tablo 2: Parametrik ve Parametrik Olmayan Hipotez Testlerinin Karşılaştırması			
Ölçek Tipi	Bağımsız (Unrelated/Independent) Örneklem	Bağımlı/Eşleştirilmiş (Related/Dependent/Paired) Örneklem	
Tek Anakütle	Metrik	<ul style="list-style-type: none"> Tek-Örneklem t-Testi ($n < 30$) Tek-Örneklem z-Testi ($n \geq 30$) Ki-Kare Testi 	
	Ordinal	<ul style="list-style-type: none"> Kolmogorov-Smirnov (K-S) Tek örneklem Testi Wilcoxon İşaretli-Sıra Testi Lilliefors Normallik Testi Akış Sayısı (Run) Testi 	
	Nominal	<ul style="list-style-type: none"> Binom Testi Ki-Kare Testleri 	
İki Anakütle	Metrik	<ul style="list-style-type: none"> Bağımsız Örneklem için t-Testi 	<ul style="list-style-type: none"> Bağımlı Örneklem için t-Testi
	Ordinal	<ul style="list-style-type: none"> Mann-Whitney U-Testi K-S İki-Örneklem z-Testi Moses Aşırı Tepki Testi Wald-Wolfowitz (W-W) Akış Testi Medyan Testi 	<ul style="list-style-type: none"> Wilcoxon İşaretli-Sıra Testi İşaret (Sign) Testi Marjinal Homojenlik Testi
	Nominal	<ul style="list-style-type: none"> Ki-Kare Bağımsızlık Testi 	<ul style="list-style-type: none"> McNemar Testi
K-Anakütle	Metrik	<ul style="list-style-type: none"> Tek-Yönlü ANOVA (F Testi: İki'den Çok Ortalama veya İki-Varyans) Ki-Kare Testi (Tek-Varyans) 	<ul style="list-style-type: none"> Eşleştirilmiş İki-Yönlü ANOVA (Two-Way Within Subject ANOVA)
	Ordinal	<ul style="list-style-type: none"> Kruskal-Wallis H-Testi Medyan Testi Jonckheere-Terpstra (J-T) Testi Ki-Kare Testi 	<ul style="list-style-type: none"> Friedman Testi Kendall W Testi
	Nominal	<ul style="list-style-type: none"> Ki-Kare Testi 	<ul style="list-style-type: none"> Cochran Q-Testi (Sadece İki Sonuçlu Değişkenler)

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr

63

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ		RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ	
<u>Kavrama Soruları</u>			
<ol style="list-style-type: none"> Hipotez testlerinde test edilecek hipotez hangisidir? Hipotez testlerinin yönünü belirleyen hipotez hangisidir? Hipotez testlerinde işlenen hatalar (yorumlama hataları) nelerdir? Güven düzeyi, I.tip (alfa) hata, II.tip (beta) hata ve testin gücü kavramlarını açıklayınız? Hipotez testlerinde işlenen hataları aynı anda azaltmanın yolu nedir? I. ve II. tip hatalar aynı anda işlenebilir mi? 			
<u>Hipotez Testi Sürecinin Aşamaları</u>			
<ol style="list-style-type: none"> Sıfır ve karşıt hipotezinin ifade edilmesi, Anlamlılık düzeyinin belirlenmesi, Anakütleden örneklemin çekilmesi (verilerin toplanması), Örneklem istatistiğinin standart tesadüfi değişkene dönüştürülmesi, İstatistik kararın verilmesi (H_0 Kabul veya H_0 Ret), Probleme ilişkin kararın verilmesi 			

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr

64

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,


RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Hipotez Testlerinde İşlenen Hatalar: Yorumlama Hataları

Gerçek Durum	İstatistik Karar	
	H_0 Kabul	H_0 Ret
H_0 Doğru	Doğru Karar [Güven Düzeyi= $1-\alpha$]	Yanlış Karar [I.Tip Hata= α]
H_0 Yanlış	Yanlış Karar [II. Tip Hata= $\beta=1-\alpha$]	Doğru Karar [Testin Gücü= $1-\beta$]

❖ Hipotez testlerinde, sıfır hipotezinin yanlışlıkla kabul ya da reddedilmesi sonucunda işlenen hatalara “yorumlama hataları” adı verilmektedir. Görüldüğü gibi herhangi bir hipotez sınamasında iki yorumlama hatasından sadece birisi işlenebilir. Diğer bir anlatımla sıfır hipotezi doğru olması ve reddedilmesi durumunda işlenebilecek I.tip hata ile sıfır hipotezinin yanlış olması ve kabul edilmesi durumunda işlenebilecek II. tip hata söz konusu olmaktadır.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları
www.erdogan.edu.tr
65


RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ


Parametrik Tek Anakütle Testleri

- ❖ Tek anakütle ortalamasına ilişkin hipotez testleri
 - ❖ Anakütle varyansının bilinmesi durumu
 - Büyük örneklem testi (z-testi)
 - Küçük Örneklem testi (z-testi)
 - ❖ Anakütle varyansının bilinmemesi durumu
 - Büyük Örneklem Testi (z-testi)
 - Anakütle Normal Dağılıma Uyuyor ve Örneklem Hacmi Küçük ise t-testi Kullanılır.
 - Anakütle Normal Dağılıma Uymuyor ve Örneklem Hacmi Küçük ise Parametrik Olmayan Testler.
- ❖ Tek anakütle oranına ilişkin hipotez testleri (z-testi)
- ❖ Tek anakütle varyansına ilişkin hipotez testleri (Ki-Kare testi)

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları
www.erdogan.edu.tr
66

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,




RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Kavrama Soruları

- (1) Parametrik hipotez testlerinde örneklem istatistiğinin uyduğu kuramsal dağılımın bilinmesi gerekir mi?
- (2) Anakütle verileri üzerinde çalışılması durumunda hipotez testleri uygulanıp uygulanamayacağını nedeniyle birlikte açıklayınız?
- (3) Hipotez testlerinde nez aman z-testi yerine t-testi kullanılmaktadır?
- (4) Anakütle oranına ilişkin hipotez sınamalarında, test istatistiğinin örnekleme dağılımı hangi koşullar altında normal dağılıma uymaktadır, belirtiniz?
- (5) Anakütle varyansının veya standart sapmasının aralık tahmininde ve hipotez sınamalarında hangi kuramsal dağılımdan yararlanılmaktadır?
- (6) Ki-kare, z ve t kuramsal dağılımlarının özelliklerini birbiriyle karşılaştırarak tartışınız?

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

❖ **Örnek 1:** Bir makinede paketlenen ürünlerin ortalama standart ağırlığı 8 kg ve standart sapması 2 kg'dır. Makine ayarını kontrol etmek amacıyla 100 birimli bir örneklem alınmış ve örneklem ortalaması 6 kg bulunmuştur. Paketlenen ürünlerin ortalamasının 8 kg dan fazla olduğu iddiasını %5 anlamlılık (hata) düzeyinde araştırınız?

Çözüm :

$H_0 : \mu = 8$ kg (İddia geçerli değildir)

$H_1 : \mu > 8$ kg (İddia geçerlidir)

$\mu_0 = 8$ kg; $\sigma = 2$ kg; $\alpha = \%5$; $1 - \alpha = \%95$; $z_\alpha = z_{\%5} = 1,64$.

$n = 100$; $\bar{X} = 6 < \mu = 8$ olduğundan hipotezler yeniden ifade edilmelidir.

$H_0 : \mu = 8$ kg (İddia geçerlidir)

$H_1 : \mu < 8$ kg (İddia geçerli değildir)

$$z_h = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{6 - 8}{2 / \sqrt{100}} = \frac{-2}{0,2} = -10$$

$|z_h| > |z_\alpha|$ ($10 > 1,64$) olduğundan H_0 reddedilir.


%5 anlamlılık düzeyinde makinenin ürettiği malların ortalama ağırlığı 8 kg'dan daha azdır.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

❖ **Örnek 2:** Normal dağılıma uyan ve ortalaması 250 olan bir anakütleden çekilen 25 birimlik bir örneklemin ortalaması 220 ve standart sapması 15 olarak bulunmuştur. %95 güven düzeyinde anakütle ortalaması ile örneklem ortalaması arasındaki farkın anlamlı olup olmadığını araştırınız?

Çözüm :

$$H_0 : \mu = 250$$

$$H_1 : \mu \neq 250$$

$n < 30$, anakütle dağılımı normal ve σ bilinmediğinden t -dağılımı tablosundan $t_{n-1, \alpha/2} = t_{25-1, \%2,5} = 2,064$


$$t_h = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s_{\bar{x}}} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} = \frac{220 - 250}{15 / \sqrt{25}} = -10$$

$|t_h| > |t_{n-1, \alpha/2}|$ ($10 > 2,064$) olduğundan H_0 reddedilir.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

69



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

❖ **Örnek 3:** Bir bölgede yaşayan ailelerin %90'ı X marka malı tükettikleri bilinmektedir. Bu bölgeden 25 aileden oluşan bir örneklem alınmış ve bu örnekleme ailelerin %80'inin X marka malını tükettikleri saptanmıştır. %1 anlamlılık düzeyinde bu bölgede yaşayan ailelerden %90'ından daha azının X marka malı tükettikleri söylenebilir mi?

Çözüm :

$$\pi = \%90; 1 - \pi = \%10; p = \%80; q = 1 - p = \%20; n = 25$$

$$H_0 : \pi = 0,90$$

$$H_1 : \pi < 0,90$$

$$\alpha = \%1; 1 - \alpha = \%99; z_{\alpha} = z_{\%1} = 2,33$$

$$z_h = \frac{p - \pi_0}{\sigma_p} = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0) / n}} = \frac{0,80 - 0,90}{\sqrt{0,90(1 - 0,90) / 25}} = -1,67$$

$|z_h| < |z_{\alpha}| = |-1,67| < |2,33|$ olduğundan H_0 kabul edilir.

İddia geçersizdir.


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

70

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

❖ **Örnek 4:** Normal dağılan bir anakütle varyansı 230'dur. Bu anakütleden 30 birimli bir örnekleme varyans 315 bulunmuştur. %5 anlamlılık (hata) düzeyinde anakütle varyansının 230'dan büyük olduğu söylenebilir mi?

Çözüm :

$$H_0 : \sigma^2 = 230$$

$$H_1 : \sigma^2 > 230$$

$$sd = v = n - 1 = 30 - 1 = 29 \text{ ve } \chi_{n-1, \alpha}^2 = \chi_{29, \%5}^2 = 42,557$$

$$\chi_h^2 = \frac{s^2(n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{315(30-1)}{230} = 39,72$$

$\chi_h^2 = 39,72 < \chi_{29, \%5}^2 = 42,557$ olduğundan H_0 kabul edilir.
Anakütle varyansı %5 hata ile 230'a eşit veya daha küçük olduğu hipotezi (H_0) kabul edilir.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

71



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

10. HAFTA

- ❖ Ki-kare Testi
- ❖ Ki-kare Bağımsızlık Testi
- ❖ Ki-kare Homojenlik Testi
- ❖ Ki-kare Uygunluk Testi
- ❖ Kontenjans Katsayısı (C)
- ❖ Fi (Φ) ve Cramer-V Katsayısı ve Yorumu.


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

72

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ


RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Ki-Kare Testleri

- ❖ Bilindiği gibi, parametrik hipotez testleri aralık ve oran (metrik) ölçekli değişkenlere uygulanabilmekte ve anakütle dağılımları hakkında belirli varsayımlara dayanmaktadır. Ayrıca bu testlerin uygulanabilmesi için örneklem hacimlerinin yeteri kadar büyük (örneğin, $n \geq 30$ veya $n \geq 100$ olması gibi...) olması zorunludur. Bu koşullar parametrik hipotez testlerinin kullanımını sınırlandırmaktadır.
- ❖ Parametrik hipotez testlerine alternatif olarak geliştirilen parametrik olmayan hipotez testleri anakütle dağılımları hakkında belirli bir varsayımda bulunmamaktadır. Ayrıca bu testler, küçük örneklem hacimlerinde de uygulanabilmektedir.
- ❖ Parametrik olmayan çok sayıda hipotez testi bulunmaktadır. Bu testlerden en önemli ve en yaygın kullanılanları ki-kare testleridir.
- ❖ Üç farklı ki-kare testi söz konusudur. Bu testler; ki-kare bağımsızlık, ki-kare homojenlik ve ki-kare uygunluk testleridir.
- ❖ İki ya da daha çok sınıflı nitel değişkenler arasındaki ilişki, ki-kare bağımsızlık testi ile araştırılmaktadır.
- ❖ İki ya da daha çok sayıda örneklemin aynı anakütleden gelip gelmediği ki-kare homojenlik testi ile araştırılır.
- ❖ Tamsayım veya örnekleme ile elde edilen anakütle veya örneklem verilerinin belirli bir hipoteze veya belirli bir kuramsal dağılıma uygunluğu ki-kare uygunluk testi ile araştırılır.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Ki-Kare Testleri Uygulanırken Dikkat Edilecek Hususlar

- (1) Ki-kare testinin uygulanacağı değerler mutlak sayılar olup, oranlar olamaz.
- (2) Birim değerleri birbirinden bağımsız olmalıdır.
- (3) Ki-kare testinde beklenen frekansların en fazla %20'sinin 5'ten küçük olmasına izin verilir. Bu sorunun üstesinden gelmenin en basit yolu sınıfları birleştirmektir.
- (4) Beklenen frekansların hiçbiri sıfır olamaz.
- (5) Örneklem hacmi 50'den az ve serbestlik derecesi 1 olan uygulamalarda Yates süreklilik düzeltmesinin uygulanması gerekmektedir.
- (6) Yates Düzeltmesi: Düzeltilmiş Ki-Kare istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.


$$\chi_h^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(G_{ij} - B_{ij})^2}{B_{ij}} \quad \text{Düzeltilmiş-}\chi_h^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(|G_{ij} - B_{ij}| - 0,5)^2}{B_{ij}}$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(1) Ki-Kare Bağımsızlık Testi


- ❖ İki nominal veya biri nominal diğeri ordinal ölçekli iki rassal değişken arasında anlamlı bir ilişki olup olmadığı ki-kare bağımsızlık testi ile araştırılmaktadır.
- ❖ Ki-kare bağımsızlık testinde sıfır hipotezi, iki sözel değişken arasında anlamlı bir ilişkinin beklenmediği durumu gösterir. Karşıt hipotez ise, ilgili iki nitel değişken arasında anlamlı bir ilişkinin beklenildiği durumu ifade eder.
- ❖ Ki-kare bağımsızlık testinde iki-yönlü sınıflandırma tablolarından yararlanır.
- ❖ İki-yönlü sınıflandırma tablosunun serbestlik derecesi satır (r) ve sütun (c) sayısının bir eksiği alınıp çarpılmasıyla hesaplanır: $sd=df=v=(r-1)(c-1)$.
- ❖ Kuramsal (beklenen, teorik) frekanslar, ilgili hücrenin yer aldığı satır frekansları toplamıyla sütun frekansları toplamının çarpımının toplam birim sayısına oranlanarak hesaplanmaktadır.
- ❖ Ki-Kare= $\sum(G-B)^2/B$ formülüyle ki-kare değeri hesaplanmakta ve bu değer kritik ki-kare tablo değeriyle karşılaştırılır. Hesaplanan ki-kare değeri kritik değerden büyük ise, sıfır hipotezi reddedilir.
- ❖ Sıfır hipotezinin reddedilmesi durumunda iki nitel değişken arasındaki ilişkinin derecesi Kontenjans katsayısı (c) veya Fi (ϕ) katsayısı ile hesaplanmaktadır.

Fi Katsayısı ($r = c = 2$) $\rightarrow \phi = \sqrt{\frac{\chi_h^2}{n}}$ $\rightarrow \frac{r \text{ ve/veya } c \geq 3}{n} \rightarrow r > 1$ olabilir.

Cramer V – Katsayısı ($r \leq 3$ veya $c \leq 3$) $\rightarrow V = \sqrt{\frac{\chi_h^2}{n * k}}$ $\rightarrow 0 \leq V \leq 1 \rightarrow k = \min(r - 1; c - 1)$

Kontenjans Katsayısı ($r > 3$ ve $c > 3$) $\rightarrow c = \sqrt{\frac{\chi_h^2}{\chi_h^2 + n}}$ $\rightarrow 0 \leq c \leq \sqrt{\frac{(k-1)}{k}} \rightarrow k = \min(r; c)$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 75



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

❖ **Örnek 1 (Ki-Kare Bağımsızlık Testi):** Cinsiyet ile başarı durumu arasında %5 anlamlılık düzeyinde önemli bir ilişki olup olmadığı araştırılmak istenmektedir. 400 kişilik bir örnekte elde edilen sonuçlar aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

Cinsiyet	Başarı Durumu		Toplam
	Başarılı=1	Başarısız=2	
Erkek=1	80	20	100
Kadın=2	50	250	300
Toplam	130	270	400

		Başarı		Total	
		1 Başarılı	2 Başarısız		
Cinsiyet	1 Erkek	Count	80	20	100
		Expected Count	32,5	67,5	100,0
	2 Kadın	Count	50	250	300
		Expected Count	97,5	202,5	300,0
Total		Count	130	270	400
		Expected Count	130,0	270,0	400,0

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 76

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

	Ki-Kare	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Chi-Square	137,132	1	,000

	Değer	Approx. Sig.
Phi	,586	,000
Cramer's V	,586	,000
Contingency Coefficient	,505	,000

$$\chi_h^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(G_{ij} - B_{ij})^2}{B_{ij}} = \frac{(80 - 32,5)^2}{32,5} + \frac{(20 - 67,5)^2}{67,5} + \frac{(250 - 202,5)^2}{202,5} + \frac{(50 - 97,5)^2}{97,5}$$

$$= 69,423 + 33,426 + 11,142 + 23,140 = 137,1322$$

$$c = \sqrt{\frac{\chi_h^2}{\chi_h^2 + n}} = \sqrt{\frac{137,132}{137,132 + 400}} = \sqrt{\frac{137,132}{537,132}} = 0,505$$

$$\phi = V = \sqrt{\frac{\chi_h^2}{n}} = \sqrt{\frac{137,132}{400}} = 0,586$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 77

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(2) Ki-Kare Türdeşlik Testi

- ❖ Farklı örneklemelerin aynı anakütleden çekilip çekilmediği ki-kare türdeşlik (homojenlik) testi ile araştırılır.
- ❖ Ki-kare homojenlik testinin aşamaları hipotezlerin ifade edilmesinin dışında ki-kare bağımsızlık testi ile aynıdır.
- ❖ Homojenlik testinde sıfır hipotezi iki örneklemin aynı anakütleden çekildiği durumu gösterirken; karşı hipotez ilgili örneklemelerin farklı anakütleden geldiği durumu ifade etmektedir.

Kavrama Soruları

- ❖ Ki-kare testi hangi durumlarda uygulanır, açıklayınız?
- ❖ Ki-kare testi uygulanırken dikkat edilmesi gereken hususları belirtiniz?
- ❖ Ki-kare bağımsızlık testinde hipotezler nasıl ifade edilir?
- ❖ Ki-kare homojenlik testinde hipotezler nasıl ifade edilir?
- ❖ Ki-kare bağımsızlık ve homojenlik testinde serbestlik derecesi nasıl hesaplanır?
- ❖ Bağımsızlık ve homojenlik testinde beklenen frekanslar nasıl hesaplanır?
- ❖ Bağımsızlık ve homojenlik testinde ki-kare değeri (test istatistiği) nasıl hesaplanır?

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 78

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnek 2 (Ki-Kare Homojenli Testi): Bir bölgede piyasaya yeni sürülecek bir ürünün ilköğretim, lise ve üniversite mezunu kadınlar tarafından aynı düzeyde tercih edilip edilmediğini araştırmak üzere bölgeden 500 kişilik bir örneklem elde edilmiş ve elde edilen sonuçlar aşağıdaki tabloda özetlenmiştir. %5 anlamlılık düzeyinde ürünün tercihinde kadınların eğitim düzeyinin etkisi olduğu söylenebilir mi?

Eğitim Düzeyi	Eğilim Düzeyleri			Toplam
	Beğenen=1	Beğenmeyen=2	Kararsız=3	
İlköğretim=1	125	20	30	175
Lise=2	105	80	25	210
Üniversite=3	60	45	10	115
Toplam	290	145	65	500

H_0 : Üç örneklem aynı anakütleden gelmektedir (Tercihinde eğitim düzeyi etkili değildir).

H_1 : Üç örneklem farklı anakütlelerden gelmektedir (Tercihinde eğitim düzeyi etkilidir).

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 79

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

		Eğilimler			Toplam
		Beğenen	Beğenmeyen	Kararsız	
İlköğretim	Gözlenen	125	20	30	175
	Beklenen	101,5	50,8	22,8	175,0
Lise	Gözlenen	105	80	25	210
	Beklenen	121,8	60,9	27,3	210,0
Üniversite	Gözlenen	60	45	10	115
	Beklenen	66,7	33,4	15,0	115,0
Toplam	Gözlenen	290	145	65	500
	Beklenen	290,0	145,0	65,0	500,0


Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	41,266	4	,000
N of Valid Cases	500		

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 80

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(3) Ki-Kare Uygunluk (İyi-Uyum) Testi

- ❖ n birimlik bir örneklemin çekildiği bir anakütleyi iyi temsil edip etmediği veya tamsayım ile elde edilen verilerin belirli bir hipoteze uygun olup olmadığını belirlemek, ayrıca bu verilerin belirli bir kuramsal dağılıma uyup uymadığı ki-kare uygunluk (iyi-uyum) testi ile araştırılır.
- ❖ **Bir hipoteze uygunluk testinde;** verilen bir olaya ait gözlenen frekanslarının belirli olasılık kuralına göre hesaplanan kuramsal frekanslarından farklı olup olmadığı araştırılır.
- ❖ **Bir kuramsal dağılıma uygunluk testinde ise;** her bir sınıfa ait gözlenen frekansların, uygunluğu araştırılacak belirli bir dağılıma göre hesaplanan kuramsal frekanslar arasında anlamlı bir farklılığın olup olmadığı araştırılır.
- ❖ Ki-kare iyi-uyum testinin serbestlik derecesi $k-m-1$ formülüyle ($v=k-m-1$) hesaplanmaktadır. Formülde k , nicel değişkenin aldığı şık (sınıf) sayısını; m ise ilgili dağılımın parametre sayısını göstermektedir.


Kavrama Soruları

- (1) Ki-kare uygunluk testi hangi amaçlarla kullanılabilir?
- (2) Ki-kare uygunluk testinde serbestlik derecesi (v) nasıl belirlenir?
- (3) Ki-kare uygunluk testinde hipotezler nasıl ifade edilir?
- (4) Ki-kare testlerinde Yates düzelmesi hangi durumda uygulanmaktadır?

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

81



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnek 3 (Bir Hipoteze Uygunluk Testi): Piyasaya yeni sürülecek bir ürün ile ilgili rassal seçilen 400 müşterinin görüşleri 1=hiç beğenmedi, 2=beğenmedi, 3=kararsız, 4=beğendi ve 5=çok beğendi şeklinde alınmıştır. Elde edilen sonuçlar sırasıyla 80, 70, 90, 100 ve 60 şeklindedir. Rassal seçilen bir müşterinin bu cevaplardan birini seçme olasılığının eşit olduğunu ileri süren sıfır hipotezini %5 anlamlılık düzeyinde test ediniz?

H_0 : Rassal seçilen bir müşterinin cevaplardan birini seçmesi olasılığı eşittir.

H_1 : Rassal seçilen bir müşterinin cevaplardan birini seçmesi olasılığı eşit değildir.

✓ Sıfır hipotezine göre, rassal seçilen bir müşterinin 5 cevap şikkından birini seçmesi olasılığı $1/5$ 'dir. Sıfır hipotezinin test etmenin yolu, gözlenen frekanslar ile sıfır hipotezi doğru iken hesaplanan beklenen (kuramsal) frekansları karşılaştırmaktır. Örnekte 400 birim değeri olduğuna göre, sıfır hipotezi doğru iken her sınıfın beklenen frekansı $B_i=n.p_i$ eşitliğinden 100 olarak hesaplanır. İlgili hesaplamalar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Cevap Seçenekleri	Gözlenen Frekanslar = G_{ij}	H_0 Doğru İken Olasılıklar	H_0 Doğru İken Beklenen Frekanslar = B_{ij}	$(G_{ij} - B_{ij})^2 / B_{ij}$
1=Hiç Beğenmedi	80	1/5	80	0
2=Beğenmedi	70	1/5	80	1,25
3=Kararsız	90	1/5	80	1,25
4=Beğendi	100	1/5	80	5
5=Çok Beğendi	60	1/5	80	5
TOPLAM	400	1,00	400	Hesaplanan Ki-Kare = 12,5


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

82

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ


Örnek 3 (Teorik Bir Dağılıma Uygunluk Testi: Binom Dağılımı): Bir işletmede üretilen kusurlu mamul sayılarının binom dağılımına uygunluğu araştırılmak istenmektedir. Bu amaçla en fazla 5 kusurlu ürünün ($n=5$) gözlemlendiği 100 günlük bir üretimden elde edilen sonuçlar aşağıdaki frekans tablosunda özetlenmiştir. %5 anlamlılık düzeyinde elde edilen sonuçlarının binom dağılımına uyduğu söylenebilir mi?

Kusurlu Mamul Sayısı (X_i)	Gün Sayısı (f_i)	$f_i \cdot X_i$
0	10	0
1	12	12
2	40	80
3	25	75
4	10	40
5	3	15
Toplam	100	222

Çözüm: Hipotezlerin ifade edilmesi
 H_0 : X değişkeni binom dağılımına uymaktadır.
 H_1 : X değişkeni binom dağılımına uymamaktadır.

$\mu = n \cdot p = 222 / 100 = 2,22$ ve $\mu = n \cdot p = 2,22 \rightarrow p = 2,22 / 5 = 0,44$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 83



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Kusurlu Mamul Sayısı (X_i)	Gün Sayısı (f_i)	Olasılıklar $P(X_i)$	Beklenen Frekanslar $[P(X_i) \cdot \sum f_i]$
0	10	0,055	5,5
1	12	0,216	21,6
2	40	0,340	34,0
3	25	0,267	26,7
4	10	0,105	10,5
5	3	0,017	1,7
Toplam	100	1,000	100

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \rightarrow x = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$P(x=0) = \binom{5}{0} 0,44^0 * 0,56^5 \cong 0,055 \quad P(x=3) = \binom{5}{3} 0,44^3 * 0,56^2 \cong 0,267$$


$$P(x=1) = \binom{5}{1} 0,44^1 * 0,56^4 \cong 0,216 \quad P(x=4) = \binom{5}{4} 0,44^4 * 0,56^1 \cong 0,105$$

$$P(x=2) = \binom{5}{2} 0,44^2 * 0,56^3 \cong 0,340 \quad P(x=5) = \binom{5}{5} 0,44^5 * 0,56^0 \cong 0,017$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 84

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,


RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

$$\chi_h^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(G_{ij} - B_{ij})^2}{B_{ij}}$$


$$\chi_h^2 = \frac{(10-5,5)^2}{5,5} + \frac{(12-21,6)^2}{21,6} + \frac{(40-34)^2}{34} + \frac{(25-26,7)^2}{26,7} + \frac{(10-10,5)^2}{10,5} + \frac{(3-1,7)^2}{1,7}$$

$$\chi_h^2 \cong 3,68 + 4,27 + 1,6 + 0,11 + 0,02 + 0,99 \cong 10,67$$

$$\chi_{k-m-1, \alpha}^2 = \chi_{6-2-1, 0,05}^2 = \chi_{3, 0,05}^2 = 7,815$$

$\chi_h^2 = 10,67 > \chi_{3, 0,05}^2 = 7,815$ olduğundan H_0 reddedilir.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları
www.erdogan.edu.tr
85


RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ


11. HAFTA

- ❖ Basit Doğrusal Kovaryans ve Korelasyon Analizi
- ❖ Pearson Korelasyon Katsayısı (R)
- ❖ Belirlilik Katsayısı (R^2)
- ❖ Korelasyon Katsayısının Anlamlılık Testi
- ❖ Spearman Sıra Korelasyon Katsayısı

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları
www.erdogan.edu.tr
86

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,




RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Basit Doğrusal Korelasyon Analizi

- ❖ İki aralık veya oran (metrik) ölçekli rassal değişken arasındaki birlikte değişim miktarının yönü ve büyüklüğü kovaryans istatistiğiyle araştırılır. Kovaryans değerinin işareti ilişkinin yönünü ve büyüklüğü ise gücünü göstermektedir. Fakat kovaryans istatistiği, ilişkiyi değişkenlerin ölçü biriminden arındırarak standart olarak ifade etmediğinden, bu istatistiğin bir alt ve üst sınırı bulunmamaktadır. İki tesadüfi değişken arasındaki ilişkinin derecesini standart olarak hesaplamada Pearson korelasyon katsayısından yararlanılmaktadır.
- ❖ İki rassal değişken arasındaki birlikte değişim oranının büyüklüğü ve yönü Pearson korelasyon istatistiğiyle araştırılır ve r ile gösterilir. Aralık veya oran ölçekli bir bağımlı değişken ile iki veya daha çok sayıdaki metrik ölçekli değişkenler arasındaki doğrusal ilişkinin derecesini, yönünü ve gücünü gösteren katsayıya ise çoklu korelasyon katsayısı adı verilmekte ve R ile gösterilmektedir. Metrik ölçekli çok sayıda bir grup değişken ile çok sayıda diğer bir grup değişken arasındaki doğrusal ilişkinin derecesine ise kanonik korelasyon katsayısı adı verilmekte ve C harfi ile gösterilmektedir.
- ❖ Korelasyon katsayısı, iki rassal değişken arasında neden-sonuç ilişkisinin kurulmasında yeterli bir ölçü değildir.
- ❖ Korelasyon katsayısı -1 ile $+1$ aralığında bir değer alır. İlişkinin derecesi mutlak olarak 1 'e yaklaşması doğrusal ilişkinin derecesinin gücünün gösterir. Korelasyon katsayısının işareti ise, ilişkinin yönünü gösterir. $r = \pm 1$ ekstrem durumuna, matematik (tam doğrusal) ilişki; $r < \pm 1$ durumuna ise, istatistik ilişki ve $r = 0$ durumuna ise tam doğrusal bağımsızlık adı verilmektedir.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr



RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ


- ❖ Örneklem verilerinden hesaplanan Pearson korelasyon katsayısının anlamlı olup olmadığı t -testi ile araştırılır. Anlamlılık testleri tek veya çift yönlü olarak ifade edilebilmektedir.
- ❖ **Spearman Sıra Korelasyon Katsayısı (r_s):** Parametrik olmayan bir ilişki ölçüsüdür. Pearson korelasyon katsayısı iki rassal değişkenin metrik ölçekli, normal dağılıma uyması ve örneklem hacminin yeteri kadar büyük olması durumunda kullanılması uygundur. Diğer bir ifadeyle iki rassal değişken sınıflayıcı (nominal) veya sıralayıcı (ordinal) ölçekli olması durumunda kullanımı uygun değildir. Değişkenler nominal ölçekli ise χ^2 , Kruskal-Wallis ve kontingens katsayısı (c) gibi ki-kare esaslı ölçüler uygun iken, rassal değişkenler sıralayıcı ölçekli olması durumunda ise, Spearman sıra korelasyon katsayısı kullanılmaktadır. Sıra korelasyon katsayısının anlamlılık testi t -testi yerine, Spearman'ın geliştirdiği parametrik olmayan testi ile yapılmaktadır.
- ❖ Pearson korelasyon katsayısı, kısmi regresyon katsayılarından yararlanarak da hesaplanabilmektedir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, regresyon katsayıları pozitifse r pozitif; her iki regresyon katsayısı negatif ise negatif; regresyon katsayılarından biri pozitif, diğeri negatif ise değişkenler arasındaki ilişki sıfır olmaktadır $[r = \pm \sqrt{b_{yx} * b_{xy}}]$.
- ❖ **Belirlilik Katsayısı (r^2):** Bağımlı değişkenin toplam varyansının yüzde kaçının bağımsız değişkenler tarafından açıklandığını gösteren bir ölçüdür. Belirlilik katsayısı 0 ile 1 aralığında değerler alır. Bu kavram daha çok regresyon analiziyle ilgili olduğu için ileride ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Kovaryans, Pearson Korelasyon ve Spearman Sıra Korelasyon Formülleri

$$\sigma_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{N} \quad s_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n-1}$$

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N}} \quad s_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

$$\rho_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{N\sigma_X\sigma_Y} \quad r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{(n-1)s_Xs_Y}$$

$$s_r = \sqrt{\frac{(1-r^2)}{n-k}} \quad t_h = \frac{r - \rho_0}{s_r} = \frac{r - \rho_0}{\sqrt{(1-r^2)/(n-2)}}$$


$$r_{X,Y}^s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2-1)} \quad d_i = S(Y_i) - S(X_i)$$

$$r_{X,Y}^s = \frac{T_X + T_Y - \sum_{i=1}^n d_i^2}{2 * \sqrt{T_X * T_Y}} \rightarrow (\text{Siegel, 1956}) T_X = \frac{n^3 - n - ST_X}{12} \text{ ve } T_Y = \frac{n^3 - n - ST_Y}{12} \quad ST_X = \sum_{j=1}^k (t^3 - t) \text{ ve } ST_Y = \sum_{j=1}^k (t^3 - t)$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

89



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Kavrama Soruları

- (1) Pearson korelasyon katsayısı hangi amaçla kullanılmaktadır?
- (2) Korelasyon katsayısının hangi aralıkta değerler almaktadır?
- (3) İki rassal değişken arasında hesaplanan korelasyon katsayısı (r) 0,90 ise, bu oranı yorumlayınız?
- (4) Belirlilik katsayısı neyi ifade eder? Bu katsayının 1'e yakın çıkması neyi gösterir?
- (5) Belirlilik katsayısı hangi aralıkta değerler alır?
- (6) s_r neyi gösterir, açıklayınız?
- (7) örneklem korelasyon katsayısının örnekleme dağılımı hangi kuramsal dağılıma uymaktadır?
- (8) Spearman sıra korelasyon katsayısı ne zaman kullanılır?

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

90

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnek: Öğrencilerin istatistik dersinin ara sınavından aldıkları notlarla dönem sonu sınavından aldıkları notlar arasında bir ilişki olduğu düşünülmektedir. Aşağıdaki 10 öğrenci için elde edilen verilerden yararlanarak %5 anlamlılık bu ilişkinin yönünün ve büyüklüğünü belirleyiniz?

Öğrenci No	İstatistik Dersinin	
	Ara Sınav Notu (X)	Dönem Sonu Sınavı Notu (Y)
1	30	45
2	35	25
3	40	40
4	40	40
5	50	60
6	65	70
7	70	80
8	60	90
9	40	20
10	20	30
Toplam	450	500

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 91

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Öğrenci No	X_i	Y_i	$x_i = (X_i - \bar{X})$	$y_i = (Y_i - \bar{Y})$	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
1	30	45	-15	-5	75	225	25
2	35	25	-10	-25	250	100	625
3	40	40	-5	-10	50	25	100
4	40	40	-5	-10	50	25	100
5	50	60	5	10	50	25	100
6	65	70	20	20	400	400	400
7	70	80	25	30	750	625	900
8	60	90	15	40	600	225	1600
9	40	20	-5	-30	150	25	900
10	20	30	-25	-20	500	625	400
Toplam	450	500	0	0	2875	2300	5150
Ortalama	45	50	0	0	287,50	230	515

$H_0 : \rho = 0$ ve $H_1 : \rho \neq 0$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i^2}} = \frac{2875}{\sqrt{2300 * 5150}} = 0,835$$

$$s_r = \sqrt{\frac{(1 - r^2)}{n - 2}} = \sqrt{\frac{(1 - 0,835^2)}{10 - 2}} = 0,195 \text{ ve } t_h = \frac{r}{s_r} = \frac{0,835}{0,195} = 4,282$$

$$t_{n-2, \alpha/2} = t_{8, \%2,5} = 2,306$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 92

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Correlations

		X	Y
X	Pearson Correlation	1	,835**
	Sig. (1-tailed)		,001
	N	10	10
Y	Pearson Correlation	,835**	1
	Sig. (1-tailed)	,001	
	N	10	10

** . Correlation is significant at the 0.01 level

Correlations

		X	Y
X	Pearson Correlation	1	,835**
	Sig. (2-tailed)		,003
	N	10	10
Y	Pearson Correlation	,835**	1
	Sig. (2-tailed)	,003	
	N	10	10

** . Correlation is significant at the 0.01 level

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 93

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnek 2 (Eşit Değer Yok): 5 annenin günlük sigara tüketimi ile bebeklerinin doğum ağırlıklarıyla ilgili veriler aşağıda verilmektedir. Annenin tükettiği sigara miktarı ile bebek doğum ağırlığı arasındaki ilişkinin yönünü ve derecesini Spearman sıra korelasyon katsayısıyla belirleyiniz?

Anne	Y	X
Fatma	16	2,4
Ayşe	7	3,5
Nuray	8	3,2
Gülşen	20	2,2
Gülray	12	3,0

Y: Annenin ortalama günlük sigara tüketimini (adet/gün)
X: Bebeğin doğum ağırlığı (kg)

		Y	X
Spearman's rho	Y	1,000	-1,000**
	Correlation Coefficient		,000
	Sig. (2-tailed)		
	N	5	5
X	Correlation Coefficient	-1,000**	1,000
	Sig. (2-tailed)	,000	
	N	5	5

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 94

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Çözüm : Spearman Sıra korelasyon Katsayısı

$$ST_X = \sum_{j=1}^k (t^3 - t) = 0.$$

$$ST_Y = \sum_{j=1}^k (t^3 - t) = 0$$

Bu istatistiklerden yararlanarak T_X ve T_Y aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$T_X = \frac{n^3 - n - ST_X}{12} = \frac{5^3 - 5 - 0}{12} = 10$$

$$T_Y = \frac{n^3 - n - ST_Y}{12} = \frac{5^3 - 5 - 0}{12} = 10$$

$$r_{X,Y}^s = \frac{T_X + T_Y - \sum_{i=1}^n d_i^2}{2 * \sqrt{T_X * T_Y}} = \frac{10 + 10 - 40}{2 * \sqrt{(10 * 10)}} = -1 \rightarrow \text{Temel Formül}$$

$$r_{X,Y}^s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 * 40}{5 * (5^2 - 1)} = -1 \rightarrow \text{Kısayol Formülü}$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 95

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnek 2 (Eşit Değer Var): Bebek sahibi 9 annenin günlük tükettikleri ortalama sigara sayıları ile bebeklerinin doğum ağırlıkları aşağıda verilmiştir. Annenin tükettiği sigara miktarı ile bebe doğum ağırlığı arasındaki ilişkinin yönünü ve derecesini Spearman sıra korelasyon katsayısı ile hesaplayınız?

BSN	Y_i Tüketilen Sigara Adedi/Gün	X_i Bebek'in Doğum Ağırlığı (Kg)	$S(Y_i)$	$S(X_i)$	d_i	d^2
1	<u>12</u>	3	4	7	-3	9
2	5	3,5	1	9	-8	64
3	9	3,2	2	8	-6	36
4	<u>13</u>	2,8	6,5	6	0,5	0,25
5	<u>20</u>	2,4	8,5	5	3,5	12,25
6	<u>20</u>	<u>1,9</u>	8,5	1,5	7	49
7	<u>13</u>	<u>1,9</u>	6,5	1,5	5	25,0
8	<u>12</u>	<u>2</u>	4	3,5	0,5	0,25
9	12	<u>2</u>	4	3,5	0,5	0,25
Toplam	-	-	-	-	-	196

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 96

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Çözüm : Spearman Sıra korelasyon Katsayısı

$$ST_X = \sum_{j=1}^k (t^3 - t) = (2^3 - 2) + (2^3 - 2) = 12.$$

$$ST_Y = \sum_{j=1}^k (t^3 - t) = (3^3 - 3) + (2^3 - 2) + (2^3 - 2) = 36.$$

Bu istatistiklerden yararlanarak T_X ve T_Y aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$T_X = \frac{n^3 - n - ST_X}{12} = \frac{9^3 - 9 - 12}{12} = 59$$

$$T_Y = \frac{n^3 - n - ST_Y}{12} = \frac{9^3 - 9 - 36}{12} = 57$$

$$r_{X,Y}^s = \frac{T_X + T_Y - \sum_{i=1}^n d_i^2}{2 * \sqrt{T_X * T_Y}} = \frac{59 + 57 - 196}{2 * \sqrt{(59 * 57)}} = -0,68976$$

$$t_h = \frac{r_{X,Y}^s}{\sqrt{\frac{(1 - (r_{X,Y}^s)^2)}{(n - 2)}}} = \frac{-0,68976}{\sqrt{\frac{(1 - 0,68976^2)}{(9 - 2)}}} = -2,25$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 97

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Correlations

	Y Annenin sigara tüketimi (adet/gün)	X Bebeğin doğum ağırlığı
Spearman's rho	Correlation Coefficient	1,000
	Sig. (2-tailed)	,690*
	N	9
X Bebeğin doğum ağırlığı	Correlation Coefficient	-,690*
	Sig. (2-tailed)	,040
	N	9

*. Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

Correlations

	Y Annenin sigara tüketimi (adet/gün)	X Bebeğin doğum ağırlığı
Spearman's rho	Correlation Coefficient	1,000
	Sig. (1-tailed)	,020
	N	9
X Bebeğin doğum ağırlığı	Correlation Coefficient	-,690*
	Sig. (1-tailed)	,040
	N	9

*. Correlation is significant at the 0.05 level (1-tailed).

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 98

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ


12. HAFTA

- ❖ Doğrusal Regresyon Analizi
- ❖ Serpilme Diyagramı
- ❖ Basit Doğrusal Regresyon
- ❖ Varyansın Tahmini
- ❖ Aralık Tahmini
- ❖ Modelin Genel Anlamlılık Testi
- ❖ Regresyon Katsayılarının Kısmi Anlamlılık Testleri
- ❖ En Küçük Kareler Tekniğinin Varsayımları

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

99



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Doğrusal Regresyon Analizi

- ❖ **Basit doğrusal regresyon**, bir metrik ölçekli bağımlı ve bir metrik ölçekli bağımsız değişken arasındaki ortalama ilişkinin matematik bir fonksiyonla ifade edilmesi olarak tanımlanmaktadır.
- ❖ **Çoklu doğrusal regresyon**, bir metrik ölçekli bağımlı ve iki veya daha çok sayıdaki metrik ölçekli bağımsız değişken arasındaki ortalama ilişkinin matematik bir fonksiyonla ifadesi olarak tanımlanmaktadır.
- ❖ **Anakütle regresyon modeli:**
$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_p X_{pi} + \varepsilon_i$$
- ❖ **Örneklem regresyon modeli:**
$$Y_i = b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + \dots + b_p X_{pi} + e_i$$
- ❖ **Regresyon modeline hata terimini ilave etmenin üç temel nedeni vardır: (1)** Modele ilave edilmesi gereken değişkenlerin modele ilave edilmemiş olması olasılığı, **(2)** değişkenlerin hatalı ölçülmüş olması olasılığı ve **(3)** kontrol veya tahmin edilemeyen değişkenler ile ölçülemeyen dışsal rassal değişkenlerin etkisinin bulunması olasılığıdır.
- ❖ Örneklem regresyon tahmin denklemi aşağıdaki gibi yazılmaktadır:

$$\hat{Y}_i = b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + \dots + b_p X_{pi}$$
 Böylece $Y_i = \hat{Y}_i + e_i$ 'dir.


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

100

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Doğrusal Regresyon Denklemine Kestirimi

Regresyon katsayılarının kestiriminde "En Küçük Kareler (EKK)," "Maksimum Olabilirlik (ML)" ve "Minimum Varyans (MV)" teknikleri kullanılmaktadır. Bunlardan en yaygın kullanılanı "En Küçük Kareler" tekniğidir. Bu teknikte regresyon tahmin denkleminin katsayıları, hata kareleri ortalaması en küçük (minimum) olacak şekilde tahmin edilmektedir.

$$Y_i = b_0 + b_1 X_i + e_i \rightarrow \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 X_i)^2 = \text{Minimum.}$$

$$H = \sum_{i=1}^n (Y_i^2 + b_0^2 + b_1^2 X_i^2 - 2b_0 Y_i - 2b_1 X_i Y_i + 2b_0 b_1 X_i) = \text{Minimum.}$$

$$H = \sum_{i=1}^n Y_i^2 + n b_0^2 + b_1^2 \sum_{i=1}^n X_i^2 - 2b_0 \sum_{i=1}^n Y_i - 2b_1 \sum_{i=1}^n X_i Y_i + 2b_0 b_1 \sum_{i=1}^n X_i = \text{Minimum.}$$

$$\frac{\Delta H}{\Delta b_0} = 2n b_0 - 2 \sum_{i=1}^n Y_i + 2b_1 \sum_{i=1}^n X_i = 0 \rightarrow \frac{\Delta H}{\Delta b_0} = 2 \left(n b_0 - \sum_{i=1}^n Y_i + b_1 \sum_{i=1}^n X_i \right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i = n b_0 + b_1 \sum_{i=1}^n X_i \rightarrow (1)$$


$$\frac{\Delta H}{\Delta b_1} = 2b_1 \sum_{i=1}^n X_i^2 - 2 \sum_{i=1}^n X_i Y_i + 2b_0 \sum_{i=1}^n X_i = 0 \rightarrow \frac{\Delta H}{\Delta b_1} = 2 \left(b_1 \sum_{i=1}^n X_i^2 - \sum_{i=1}^n X_i Y_i + b_0 \sum_{i=1}^n X_i \right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n X_i Y_i = b_0 \sum_{i=1}^n X_i + b_1 \sum_{i=1}^n X_i^2 \rightarrow (2)$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

101



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Orijine Göre Kısmi Regresyon Katsayılarının Hesaplanması:

$$Y_i = b_0 + b_1 X_i + e_i$$

$$b_{yx} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

$$b_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n y_i^2} \quad r = \mp \sqrt{b_{yx} b_{xy}}$$

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X} \rightarrow b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}_1 - b_2 \bar{X}_2 - \dots - b_p \bar{X}_p$$


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

102

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Tahminin Standart Hatasının (σ) veya Varyansın (σ^2) Kestirimi:

- ❖ Regresyon analizinde regresyon katsayılarının tahminine ek olarak, aralık tahminlerinde ve hipotez sınamalarında gerekli olan σ^2 'nin kestirimine gereksinim duyulur.
- ❖ σ^2 , ε_i hata terimlerinin ortak varyansıdır. ε_i hata teriminin kestirimi e_i hata terimi olduğundan e_i 'lerin varyansı da σ^2 'nin bir kestirimi olacaktır. Hataların kareleri toplamı (*HKT*) aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$HKT = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$


$$\hat{\sigma}^2 = HKO = \frac{HKT}{n-k} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-k} = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-k}$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{HKT}{n-k}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-k}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-k}}$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

103



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Basit Doğrusal Regresyonun Matrislerle Gösterimi

$$Y = Xb + e \quad b = (X'X)^{-1} X'Y$$

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & X_1 \\ 1 & X_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & X_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad b = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix}_{2 \times 1}$$

- ❖ EKK Çözümünün Yorumu.
- ❖ Tahminlerin ve Hataların Hesaplanması.

Kavrama Soruları

- ❖ e_i hata terimlerinin ortak varyansı nedir?
- ❖ Basit ve çoklu regresyon modelinin serbestlik derecesi nasıl hesaplanır?
- ❖ Hata kestirimi nerelerde kullanılmaktadır?

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{HKT}{n-k}} \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{e'e}{n-k}$$


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

104

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Basit Doğrusal Regresyon Analizinde Aralık Tahmini ve Anlamlılık Testleri

Basit Doğrusal Regresyon Analizinde Aralık Kestirimi

$$P(b_0 - t_{n-k, \alpha/2} s_{b_0} \leq \beta_0 \leq b_0 + t_{n-k, \alpha/2} s_{b_0}) = 1 - \alpha$$

$$s_{b_0} = \hat{\sigma} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}}$$

$$P(b_1 - t_{n-k, \alpha/2} s_{b_1} \leq \beta_1 \leq b_1 + t_{n-k, \alpha/2} s_{b_1}) = 1 - \alpha$$

$$s_{b_1} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}}$$

$$P(b_j - t_{n-k, \alpha/2} s_{b_j} \leq \beta_j \leq b_j + t_{n-k, \alpha/2} s_{b_j}) = 1 - \alpha$$

$$s_{b_j} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)^2}} \quad (j = 1, 2, \dots, p)$$

Regresyon Katsayılarının Kısmi Anlamlılık Testleri

$$H_0 : \beta_0 = 0$$

$$H_1 : \beta_0 \neq 0$$

$$t_{b_0} = \frac{b_0}{s_{b_0}}$$

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

$$t_{b_1} = \frac{b_1}{s_{b_1}}$$

$$H_0 : \beta_j = 0$$


$$H_1 : \beta_j \neq 0$$

$$t_{b_j} = \frac{b_j}{s_{b_j}}$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

105



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Belirlilik (R^2) ve Düzeltilmiş Belirlilik Katsayısı

- ❖ **Belirlilik Katsayısı (R^2)**, regresyon analizinde bağımlı değişkenin toplam varyansının yüzde kaçının açıklayıcı değişken(ler) tarafından açıklandığını gösterir.
- ❖ **Düzeltilmiş Belirlilik Katsayısı (Düzeltilmiş- R^2)**, regresyon analizinde modelin serbestlik derecesini de dikkate alarak hesaplanan belirlilik katsayısıdır. Regresyon analizinde kullanılan değişken sayısı veya parametre sayısı (k) arttıkça belirlilik katsayısı aşırı iyimser sonuç verir. Bu amaçla normal belirlilik katsayısından yararlanarak aşağıdaki gibi düzeltilmiş belirlilik katsayısı hesaplanmaktadır.

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 + \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad \text{Burada } \bar{Y} = \bar{\hat{Y}} \text{ dir. } \sum_{i=1}^n y_i^2 = \sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2 + \sum_{i=1}^n e_i^2$$

$$R^2 = \frac{AKT}{GKT} = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2}{\sum_{i=1}^n y_i^2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$$

$$\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \left(\frac{n-1}{n-k} \right)$$

$k = 1$ veya $R^2 = 1 \rightarrow R^2 = \bar{R}^2$ dir ve $k > 1 \rightarrow R^2 \geq \bar{R}^2$ ve $R^2 = 0$ ise \bar{R}^2 negatif olabilir.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

106

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,


Değişimin Kaynağı	Kareler Toplamı	sd	Kareler Ortalaması	F_h	p -değeri (Anlamlılık)
AKT=ESS (Regresyon)	$\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$	$k-1$	$\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{k-1}$	$\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 / (k-1)}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 / (n-k)}$	0.000
HKT=RSS (Hata)	$\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$	$n-k$	$\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-k}$	$F_h = \frac{R^2}{1-R^2} \left(\frac{n-k}{k-1} \right)$	
GKT=TSS (Toplam)	$\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$	$n-1$			

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 107

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ	
EKK Tekniğinin Varsayımları	
<ul style="list-style-type: none"> ❖ Regresyon katsayılarının tahmininde genelde Enküçük Kareler (EKK) tekniği kullanılmaktadır. EKK tekniğinin varsayımlarının sağlanamaması durumunda yapılan tahminler yanlış olmakta ve böylece ilgili anlamlılık testleri geçerliliğini yitirmektedir. Bu varsayımlarla ilgili ayrıntılı tartışmalar Gujarati (1995:319-399) ve Orhunbilge (2000:15-256) kaynaklarında bulunabilir. EKK ile ilgili varsayımlar aşağıdaki gibi özetlenebilir: ❖ Minimum varyans (MV) ve maksimum olabilirlik (ML) diğer kullanılan tekniklerdir (Bkz: Kleinbaum, Kupper ve Muller, 1995:49-53 ve 483-518). ✓ Hataların beklenen değeri (ortalaması) sıfırdır: $E(e) = 0$. ✓ Hatalar birbirinden bağımsızdır. Yani, birim değerleri arasında sıra korelasyonu yoktur (absence of serial correlation): $Cov(e_i, e_j) = 0$. ✓ Hataların varyansı sabittir (farklı varyanslılığın olmaması): $Var(e_i) = \sigma^2$ ✓ Hatalar (e_i) ile bağımlı değişken (Y) arasında korelasyon yoktur (absence of simultaneous equation bias): $Cov(e_i, Y_i) = 0$. ✓ Hatalar ve bağımsız değişkenler birbirinden bağımsızdır: $Cov(e_i, X_i) = 0$. ✓ Bağımsız değişkenler arasında anlamlı ilişki yoktur (absence of multicollinearity): $Cov(X_i, X_j) = 0$. 	
Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 108	

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ


RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

- ✓ Doğrusal regresyon analizinde bağımsız değişkenler sabit (fixed, deterministic) olmasına rağmen, bağımlı değişken tesadüfidir (random).
- ✓ Değişkenler hatasız ölçülmüştür (absence of measurement errors).
- ✓ Bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişki doğrusaldır. Fakat bu doğrusallık koşulu kuşkusuz modelin parametreleri için gereklidir (değişkenler doğrusal olmayabilir).
- ✓ Örneklem hacmi (n), değişken sayısından (p) büyük olmalıdır: $n > p$.
- ✓ Bağımsız değişkenlerin (X_j) varyansı sıfırdan büyük olmalıdır. Değişkenin tüm birim değerleri (birimleri) birbirine eşitse, $X_j = \bar{X}$ olacağından, regresyon doğrusunun eğimi tanımsız olmaktadır.
- ✓ Model doğru tanımlanmış olmalıdır. İlişkiye uygun fonksiyonun ve dahil edilmesi gereken tüm değişkenlerin dikkate alınması gerekmektedir.
- ❖ Yukarıdaki varsayımlardan birisinin sağlanamaması durumunda EKK tahmincileri yanlı (biased), tutarsız (inconsistent) veya etkisiz (inefficient) olmaktadır. Söz konusu tahminciler aşağıdaki ilk üç koşulu sağlaması durumunda en iyi doğrusal tahminciler (BLUE = Best Linear Unbiased Estimators) olarak kabul edilmektedir.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

109



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

- ❖ **Yansız (Sapmasız) Tahmin:** Tahmin edilen istatistiğin beklenen değeri bilinmeyen anakütle parametresine eşitse, buna yansız (unbiased) tahmin adı verilmektedir.
- ❖ **Etkili Tahmin:** Diğer tekniklerle elde edilen sonuçlarla kıyaslandığında minimum varyansa sahip tahmine etkili tahmin adı verilir.
- ❖ **Doğrusal Tahmin:** Tahmin, örnek terimlerinin doğrusal bir fonksiyonu ise bu tahmine doğrusal tahmin adı verilir.
- ❖ **Tutarlı Tahmin:** Tahmin, örneklem büyüklüğü artarken gerçek değerine yaklaşıyorsa tutarlıdır denir.
- ❖ **Yeterli Tahmin:** Tahmin serinin tüm birim değerlerine dayanarak hesaplanıyorsa bu tür tahminlere yeterli tahminler adı verilmektedir.
- ❖ **Güvenilir Tahmin:** Yapılan tahminler belirli bir olasılık düzeyine göre doğruluk özelliğine sahipse, bu tür tahminlere güvenilir tahminler adı verilmektedir.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

110

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Kavrama Soruları

- (1) Bir regresyon denkleminde ne zaman belirlilik katsayısı, düzeltilmiş belirlilik katsayısına eşit olur?
- (2) Bir regresyon denkleminde $GKT=10$ ve $AKT=8$ ise, modelin hata kareleri toplamını hesaplanabilir mi? Yanıtınız "evet" ise hesaplayınız?
- (3) Bir regresyon denkleminde $n=10$, $k=2$, $GKT=10$ ve $AKT=8$ ise, modelin belirlilik ve düzeltilmiş belirlilik katsayısını hesaplayınız?
- (4) Kısmi regresyon katsayılarının nasıl yorumlandığını örnekler vererek açıklayınız?
- (5) Belirlilik katsayısı 1'e eşit olduğunda, belirlilik katsayısı ile düzeltilmiş belirlilik katsayısı birbirine eşittir. Bunun kanıtlayınız?
- (6) Regresyon katsayılarının anlamlılık testleri nasıl yapılır, hipotezlerin nasıl ifade edileceğini belirterek açıklayınız?
- (7) Regresyon modelinin genel anlamlılığı hangi testle yapılır (hipotezlerin nasıl ifade edildiğini gösteriniz)?
- (8) Regresyon analizinde kısmi veya genel anlamlılık testlerinin anlamlı bulunması pratik olarak neyi ifade eder, açıklayınız?

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 111

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnek: Aşağıdaki 10 öğrencinin istatistik dersinin ara ve dönem sonu sınavlarından aldıkları notlar verilmiştir. Bu verilerden yararlanarak istenenleri hesaplayıp yorumlayınız?

No	X_i	Y_i	$X_i Y_i$	X_i^2	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2	\hat{y}_i	e_i^2	\hat{y}_i^2
1	30	45	1350	900	75	225	25	31,25	189,06	351,56
2	35	25	875	1225	250	100	625	37,50	156,25	156,25
3	40	40	1600	1600	50	25	100	43,75	14,06	39,06
4	40	40	1600	1600	50	25	100	43,75	14,06	39,06
5	50	60	3000	2500	50	25	100	56,25	14,06	39,06
6	65	70	4550	4225	400	400	400	75,00	25,00	625,00
7	70	80	5600	4900	750	625	900	81,25	1,56	976,56
8	60	90	5400	3600	600	225	1600	68,75	451,56	351,56
9	40	20	800	1600	150	25	900	43,75	564,06	39,06
10	20	30	600	400	500	625	400	18,75	126,56	976,56
Toplam	450	500	25375	22550	2875	2300	5150	500	1556,25	3593,75

- Basit doğrusal regresyon modelinin parametrelerini tahmin ediniz.
- Regresyon katsayılarının standart hatalarını hesaplayınız.
- Belirlilik, düzeltilmiş belirlilik ve korelasyon katsayılarını hesaplayarak yorumlayınız.
- Regresyon katsayılarını kısmi t-testi ile %5 anlamlılık düzeyinde test ediniz.
- Modelin genel anlamlılığını %5 anlamlılık düzeyinde test ediniz.
- SPSS istatistik programıyla elde edilen sonuçları birbiriyle karşılaştırınız?

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 112

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(a)

$$\sum_{i=1}^n Y_i = b_0 n + b_1 \sum_{i=1}^n X_i \quad 500 = 10b_0 + 450b_1$$

$$\sum_{i=1}^n X_i Y_i = b_0 \sum_{i=1}^n X_i + b_1 \sum_{i=1}^n X_i^2 \quad 25375 = 450b_0 + 22550b_1$$

$b_0 = -6,25$ ve $b_1 = 1,25$ bulunur.

$$\hat{Y}_i = -6,25 + 1,25 X_i$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} = \frac{2875}{2300} = 1,25$$

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X} \rightarrow b_0 = 50 - 1,25 * 45 = -6,25$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 113

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(b-c)

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{HKT}{N-k}} = \sqrt{\frac{1556,25}{10-2}} = 13,947$$

$$s_{b_0} = \hat{\sigma} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}} = 13,947 \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{45^2}{2300}} = 13,81$$

$$s_{b_1} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}} = \frac{13,947}{\sqrt{2300}} = 0,291$$


$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2}{\sum_{i=1}^n y_i^2} = \frac{3593,75}{5150} = 0,698$$

$$\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{(n-1)}{n-k} = 1 - (1 - 0,698) \frac{(10-1)}{(10-2)} = 0,660$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 114

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(d-e)

$$t_{b_0} = \frac{b_0}{s_{b_0}} = \frac{-6,250}{13,810} = -0,453$$

$$t_{b_1} = \frac{b_1}{s_{b_1}} = \frac{1,250}{0,291} = 4,298$$

$$P(b_j - t_{\alpha/2, n-k} s_{b_j} < \beta_j < b_j + t_{\alpha/2, n-k} s_{b_j}) = 1 - \alpha \quad (i = 0, 1, 2 \dots)$$

$$P(-6,250 - 2,306 * 13,810 < \beta_0 < -6,250 + 2,306 * 13,810) = 1 - 0,05$$

$$P(-38,097 < \beta_0 < 25,597) = \%95$$

$$P(1,250 - 2,306 * 0,291 < \beta_1 < 1,250 + 2,306 * 0,291) = 1 - 0,05$$


$$P(0,579 < \beta_1 < 1,921) = \%95$$

$$F = \frac{AKT / k - 1}{HKT / (n - k)} = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2 / k - 1}{\sum_{i=1}^n e_i^2 / k - 1} = \frac{3593,75 / 2 - 1}{1556,25 / 10 - 2} = \frac{3593,75}{194,531} = 18,474$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

115



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(f) SPSS İle Elde Edilen Sonuçlar

R	R-Square	Adjusted R-Square	Std. Error of the Estimate
0,835	0,698	0,660	13,947

ANOVA	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Regression	3593,75	1	3593,75	18,47	0,003
Residual	1556,25	8	194,53		
Total	5150,00	9			

Coefficients	Unstandardized Coefficients		t	Sig.	B için %95 Güven Aralığı	
	B	Std. Error				
(Constant)	-6,25	13,81	-0,453	0,663	-38,097	25,597
X	1,25	0,291	4,298	0,003	0,579	1,921

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

116

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ


13-14. HAFTALAR

- ❖ Endeksler ve Zaman Serisi Çözümlemesi
- ❖ Temel Kavramlar
- ❖ Sabit Esaslı ve Değişken Esaslı Endeksler
- ❖ Basit ve Bileşik Endeksler
- ❖ Basit Toplam Bileşik Endeks
- ❖ Bileşik Endekslerin Tartısız Aritmetik Ortalaması
- ❖ Laspeyres, Paasche ve Fisher Endeksleri
- ❖ Zaman Serisinin Tanımı ve Temel Kavramlar
- ❖ Zaman Serilerinin Oluşturulması
- ❖ Zaman Serisini Etkileyen Temel ve Yanıltıcı Faktörler
- ❖ Zaman Serisi Çözümlemenin Nedenleri
- ❖ Hareketli Ortalamalar Yöntemi
- ❖ Bileşenlere Ayırma Yöntemi

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

117



RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

ENDEKSLER

- ❖ Endeks: Bir istatistik olaya ilişkin birim değerlerinin zaman veya mekana göre gösterdikleri oransal (nispi) değişimlerin ölçüsüdür. Endeks genel olarak aşağıdaki formülle hesaplanmaktadır:

$$E = \frac{X_i}{X_0} \cdot 100$$

- ❖ Endeksler iki grup altında incelenebilirler: Zaman ve mekan endeksleri ile basit ve bileşik endeksler.
- ❖ **(A) Zaman ve Mekan Endeksleri**
- ❖ Mekan endeksleri ile verilen bir mekan serisinin birim değerlerinin serinin aritmetik ortalamasına göre oransal değişimleri araştırılır.

$$ME = \frac{X_i}{\bar{X}} \cdot 100$$

- ❖ Zaman endeksi; serinin birim değerlerinin zamana göre gösterdiği oransal değişimler olarak tanımlanmaktadır. Zaman serisi endeksleri; sabit esaslı endeksler, değişken esaslı endeksler olarak iki farklı şekilde hesaplanabilmektedir.


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

118

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,


RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(1) Sabit Esaslı Endeksler

- ❖ Sabit esaslı endeksler, serinin birim değerlerinden birisi temel devre değeri alınıp, diğer birim (devre) değerlerinin, seçilen temel devre biriminin bir yüzdesi olarak hesaplanmaktadır. Sadece zaman serileri için hesaplanmaktadır.


$$E_s = \frac{X_i}{X_0} \cdot 100$$

(2) Değişken Esaslı Endeksler

- ❖ Değişken esaslı endeksler, serinin birim değerleri bir önceki devre değerine ($t-1$) oranlanarak hesaplanmaktadır. Sadece zaman serileri için hesaplanmaktadır.

$$E_d = \frac{X_i}{X_{i-1}} \cdot 100$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları
www.erdogan.edu.tr
119


RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(B) Basit ve Bileşik Endeksler

- ❖ Tek bir madde için hesaplanan endekse basit endeks, iki veya daha çok sayıda madde için hesaplanan endekslere bileşik endeks adı verilmektedir.
- ❖ Fiyat serisi için hesaplanan endekse “basit veya bileşik fiyat endeksi,” miktar değişkeni için hesaplanan endekse ise “basit veya bileşik miktar endeksi” adı verilmektedir. Basit fiyat ve miktar endeksleri aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.


(1) Basit Fiyat ve Miktar Endeksleri

$$BE_f = \frac{P_i}{P_0} \cdot 100 \quad BE_m = \frac{q_i}{q_0} \cdot 100$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları
www.erdogan.edu.tr
120

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,


RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(2) Bileşik Endeksler

(a) Basit Toplam Bileşik Endeksi:

Bu endeks; mevcut devredeki maddelerin fiyatları toplamı, temel devredeki fiyatlar toplamına oranlanıp 100 ile çarpılarak hesaplanmaktadır.


$$BE_b = \frac{\sum P_i}{\sum P_0} \cdot 100$$

(b) Bileşik Endekslerin Aritmetik Ortalaması

Bu endekte cari devre fiyatlar, temel devre fiyatlarına bölünüp tartısız aritmetik ortalaması alınarak hesaplanır.

$$BE_t = \frac{\sum \frac{p_i}{P_0}}{n} \cdot 100$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları
www.erdogan.edu.tr
121


RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(c) Bileşik Endekslerin Tartılı Aritmetik Ortalaması

- ❖ Bileşik bir fiyat endeksi hesaplanırken, maddeler arasında önem derecesi yönünden farklılıklar varsa, bu farkın endeks hesaplanmasında dikkate alınması gerekir. Bu farkı dikkate alarak hesaplanan endekslere, bileşik endekslerin tartılı ortalaması adı verilmektedir. Bu endeksler genel olarak aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$BE_t = \frac{\sum \left(\frac{p_i}{p_0} \right) \cdot t}{\sum t} \cdot 100$$


- ❖ Uygulamada kullanılan tartılar endeksin türüne göre değişir. Genel olarak tartılar, ilgili maddelerin üretilen veya tüketilen miktarlarıyla, temel devre fiyatlarının çarpılmasıyla elde edilir. Fakat tartılar temel devre miktarları veya cari dönem miktarları alınarak iki şekilde oluşturulabilir. Diğer bir anlatımla aşağıdaki eşitlikte q yerine q_0 ve q_i değerlerinden birisi yazılabilir

$$t = p_0 \cdot q \xrightarrow{\text{yerine}} t = p_0 \cdot q_0 \xrightarrow{\text{veya}} t = p_0 \cdot q_i$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları
www.erdogan.edu.tr
122

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,


RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

❖ **Laspeyres Endeksi (Temel Devre Miktarlarına Göre Tartının Hesaplanması)**

$$LE = \frac{\sum p_i q_0}{\sum p_0 q_0} \cdot 100$$

❖ **Paasche Endeksi (Cari Devre Miktarlarına Göre Tartının Hesaplanması)**

$$PE = \frac{\sum p_i q_i}{\sum p_0 q_i} \cdot 100$$

❖ **Fisher Endeksi (Laspeyres ve Paasche Endekslerinin Geometrik Ortalaması)**

$$FE = \sqrt{\frac{\sum p_i q_0}{\sum p_0 q_0} \cdot \frac{\sum p_i q_i}{\sum p_0 q_i}} \cdot 100 = \sqrt{LE \times PE} \cdot 100$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları
www.erdogan.edu.tr
123


RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

❖ Laspeyres ve Paasche endeksleri (LE ve PE) farklı tartıları kullandıkları için doğal olarak farklı sonuçlar vermektedir. Her iki endeksin zayıf yönleri bulunmaktadır. Bu endeksler, temel ve cari devre miktarlarının birbirine eşit olması durumunda aynı sonucu vermektedir. Matematik anlamda bu iki endeks değeri gerçek fiyat artışlarını olduğundan düşük veya yüksek gösterebilir. Fakat Laspeyres endeksi hayat pahalılığını (enflasyonu) olduğundan daha yüksek, Paasche endeksi ise olduğundan daha düşük gösterme eğilimindedir. Çünkü iktisat kuramı, malların fiyatları arttığında taleplerinin azalacağını söylemektedir. Bu nedenle Laspeyres endeksinin hesaplanmasında fiyatlar artmadan önce talebin (q_0 tartısının) aynı kalacağı varsayılmaktadır. Diğer taraftan Paasche endeksinin hesaplanmasında fiyatlar artmadan önce talebin arttığı ve fiyatlar düşük olduğu bir önceki yılda talebin değişmediği varsayılmaktadır.


❖ Fisher endeksi ise, fiyat değişimlerini daha gerçekçi olarak hesaplayabilmek için LE ve PE değerlerinin geometrik ortalamasının (en uygun merkezi eğilim ölçüsü olduğundan) alınarak hesaplanmaktadır.

❖ Bilindiği gibi, endeksler temel kabul edilen bir devreye göre hesaplanmaktadır. Fakat bu temel devre gelişigüzel seçilmemelidir. Temel devre, ekonomik özellikler yönünden fazla hareketli olmayan ortalama (normal) bir devre olmalıdır. Aksi halde hesaplanan endekslerin gerçekleri uygun bir şekilde yansıtması beklenemez.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları
www.erdogan.edu.tr
124

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Nominal Fiyatların Reel Fiyatlara Dönüştürülmesi ile Enflasyon, Nominal ve Reel Büyüme Oranları

❖ Bilindiği gibi nominal gelir mevcut fiyatlarla ifade edilirken, reel (gerçek) gelir sabit temel yıl fiyatları ile ifade edilmektedir. Nominal fiyatlar ve fiyat endeksleri (TÜFE veya ÜFE) verildiğinde, nominal geliri temel yıl fiyatlarına (reel gelire) dönüştürmek mümkündür. Nominal fiyatları sabit fiyatlara dönüştürmede fiyat endeksleri yerine, gayri safi milli hasıla (GSMH) deflatörünün kullanılması daha uygundur. Fakat aşağıda farklı temel yıllara göre (1987=100 ve 2004=100) hesaplanan TÜFE endeksleri kullanılarak 2010 reel GSMH hesaplanışı gösterilmektedir.

$$R - GSMH_{2010} = \frac{2010 \text{ Yılı Nominal GSMH}}{2010 \text{ Yılı TÜFE (1987=100)}} * 100 \leftrightarrow R - GSMH_{2010} = \frac{2010 \text{ Yılı Nominal GSMH}}{2010 \text{ Yılı TÜFE (2004=100)}} * 100$$

❖ **Fiyatlar düzeyindeki artış (enflasyon), nominal ve reel büyüme oranları ise aşağıdaki gibi hesaplanır:**

$$\text{Enflasyon Oranı} = \frac{dP}{P} = \frac{(P_t - P_{t-1})}{P_{t-1}}$$


$$\text{Nominal GSMH Büyüme Oranı} = \frac{dY}{Y} = \frac{(Y_t - Y_{t-1})}{Y_{t-1}}$$

$$\text{Reel GSMH Büyüme Oranı} = \frac{dy}{y} = \frac{(y_t - y_{t-1})}{y_{t-1}} = \frac{(Y_t - Y_{t-1})}{Y_{t-1}} - \frac{(P_t - P_{t-1})}{P_{t-1}}$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

125



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Diğer Endeksler

(1) İş Faaliyet Endeksi=IFE (Business Activity Index=BAI)

(2) Hisse Senedi Fiyatı Endeksleri=HSFE (Stock Price Indexes=SPI)

(3) Hedonistik Fiyat Endeksi=HFE (Hedonistic-Quality-Adjusted-Price Index)=

(1) İş Faaliyet Endeksi (IFE): Sözelimi bir otomobil işletmesinin genel faaliyet düzeyini yansıtabilecek bir endeks aşağıdaki gibi hesaplanabilir. Endeksin hesaplanmasında işletmenin satışları (milyon TL), istihdam endeksi (2008=100), üretilen araç sayısı (bin adet) ve ihracat edilen otomobil sayısı (bin adet) kullanılmaktadır. Bu kalemler için kullanılan ağırlıklar sırasıyla %40, %30, %10 ve %20 olarak seçilmiştir.

$$\begin{aligned} IFE = & \left[0,40 * 100 \left(\frac{\text{Satışlar}}{2000} \right) \right] + \left[0,30 * 100 \left(\frac{\text{İstihdam}}{100} \right) \right] \\ & + \left[0,10 * 100 \left(\frac{\text{Otomobil}}{60} \right) \right] + \left[0,20 * 100 \left(\frac{\text{İhracat}}{750} \right) \right] \end{aligned}$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

126

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

SPSS ile İşletme Faaliyet Endeksinin Hesaplanması

TITLE "İş Faaliyet Endeksi=İFE".
DATA LIST FREE /Yıl Satışlar İstihdam Üretim İhracat.
COMPUTE Satışlar_i =0.4*100*(Satışlar/2000).
COMPUTE İstihdam_i=0.3*100*(İstihdam/100).
COMPUTE Üretim_i=0.1*100*(Üretim/60).
COMPUTE İhracat_i=0.2*100*(İhracat/750).
COMPUTE Endeks_i=Satışlar_i + İstihdam_i + Üretim_i + İhracat_i.
VARIABLE LABELS
 Satışlar "Otomobil işletmesinin satışları (milyon TL)"
 /İstihdam "İstihdam Endeksi, 2008=100"
 /Üretim "Üretim Miktarı, 1000 adet"
 /İhracat "İhracat, Milyon TL"
 /Endeks_i "İşletme Faaliyet Endeksi".
BEGIN DATA.
 2008 2000 100 60 750
 2009 1500 110 30 560
 2010 2500 125 75 950
END DATA.
SUBTITLE "(1) Yazdırma Prosedürü".
PRINT /Yıl Satışlar İstihdam Üretim İhracat Endeks_i.
SUBTITLE "(2) Listeleme Prosedürü".
LIST VARIABLES=Yıl Satışlar_i İstihdam_i Üretim_i İhracat_i Endeks_i.
SUBTITLE "(3) Zaman Yolu Grafiği".
TSPLIT Satışlar_i İstihdam_i Üretim_i İhracat_i Endeks_i
 /ID=Yıl.
SUBTITLE "(4) Grafik Süreci".
GRAPH /LINE (MULTIPLE)=VALUE (Satışlar_i İstihdam_i Üretim_i İhracat_i Endeks_i) **BY** Yıl
 /TITLE="İşletme Faaliyet Endeksi".

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, İSL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 127

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

SPSS Sonuçları

Yıl	Satışlar	İstihdam	Üretim	İhracat	Satışlar_i	İstihdam_i	Üretim_i	İhracat_i	Endeks_i
2008	2000	100	60	750	40	30,00	10,00	20,00	100,00
2009	1500	110	30	560	30	33,00	5,00	14,93	82,93
2010	2500	125	75	950	50	37,50	12,50	25,33	125,33

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, İSL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 128

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

❖ (2) Hisse Senedi Fiyatı Endeksleri


❖ Borsa İstanbul (BIST) Endeksi, Dow Jones Fiyat Endeksi, Standard and Poor's Fiyat Endeksi, New York Stock Exchange Fiyat Endeksi, Wilshire 5000 Hisse Senedi Fiyat Endeksi gibi çok sayıda hisse senedi piyasa endeksleri vardır. Sözelimi S&P-500 Hisse Senedi Fiyatı Endeksi; 400 sanayi, 40 hizmetler, 20 ulaştırma ve 40 finansal hisse senedine Laspeyres fiyat endeksi uygulanarak hesaplanmaktadır. Bu endeks, 1941-1943 döneminin ortalamasını temel devre olarak kullanmaktadır. Ayrıca endeks 10 ile çarpılmaktadır.

❖ Aşağıda S&P Endeksi yöntemi için bir örnek verilmektedir. 15 Ocak 2010 tarihinde her bir B hisse senedi için 2; 14 Ocak 2010 tarihinde ise her bir C hisse senedi için 3 hisse senedinin piyasaya ihraç edildiğine dikkat ediniz.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

129



RECEP TAYYİP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

S&P Hisse Senedi Fiyatı Endeksi Örneği:

TITLE "Hisse Senedi Fiyatı Endeksi".

DATA LIST FREE / Tarih (A10) P1 P2 P3 Q1 Q2 Q3.

VARIABLE LABES

P1 "A hisse senedinin fiyatı"
/P2 "B hisse senedinin fiyatı"
/P3 "C hisse senedinin fiyatı"
/Q1 "ihraç edilen A hisse senedi sayısı"
/Q2 "ihraç edilen B hisse senedi sayısı"
/Q3 "ihraç edilen C hisse senedi sayısı".

COMPUTE Temel=100*50 + 120*60 + 130*40.

COMPUTE Endeks1 = 10*(P1*Q1 + P2*Q2 + P3*Q3)/Temel.

BEGIN DATA.

11Ocak2010	100	120	130	50	60	40
12Ocak2010	110	122	132	50	60	40
13Ocak2010	111	124	124	50	60	40
14Ocak2010	112	125	42	50	60	120
15Ocak2010	115	62	45	50	120	120
16Ocak2010	118	63	45	50	120	120

END DATA.

LIST Tarih P1 P2 P3 Q1 Q2 Q3 Endeks1.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

130

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,

Tarih	P1	P2	P3	Q1	Q2	Q3	İndeks1
11Ocak2010	100,00	120,00	130,00	50,00	60,00	40,00	10,00
12Ocak2010	110,00	122,00	132,00	50,00	60,00	40,00	10,40
13Ocak2010	111,00	124,00	124,00	50,00	60,00	40,00	10,32
14Ocak2010	112,00	125,00	42,00	50,00	60,00	120,00	10,43
15Ocak2010	115,00	62,00	45,00	50,00	120,00	120,00	10,68
16Ocak2010	118,00	63,00	45,00	50,00	120,00	120,00	10,84

Number of cases read: 6 Number of cases listed: 6

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr

131

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnek 2: Dow-Jones Hisse Senedi Fiyatı Öngörüsü

- ❖ Bir finans öğrencisi Dow-Jones hisse senedi fiyat endeksini bir ARIMA modeli yardımıyla öngörmek ve ilgi dönem aralığındaki ortalama getiriyi tahmin etmek istemektedir. Belirli bir dönem aralığındaki ortalama getiri aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$G_t = \frac{(F_t - F_{t-1})}{F_{t-1}} + \frac{K_t}{F_{t-1}}$$

- ❖ Formüllerde G_t , t zaman noktasındaki getiriyi; F_t , t zaman noktasındaki fiyatı ve K_t , t zaman noktasındaki karı göstermektedir. Fakat K_t/F_{t-1} değeri bilinemeyeceğinden, aşağıdaki formül kullanılabilir: $K_t = F_t K_t / F_t$.

$$G_t = \frac{(F_t - F_{t-1} + K_t)}{F_{t-1}}$$


- ❖ SPSS'te aşağıdaki veri dosyasını çalıştırarak öngörü değerlerini elde edelim.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr

132

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,




RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnek 2: Dow-Jones Hisse Senedi Fiyatı Öngörüsü SPSS Sentaksı

<p>TITLE "Down-Jones Hisse Senedi Getiri Öngörüsü".</p> <p>*Yıllık Veriler: 1998-2010 (Ortalama Günlük Kapanış Fiyatları).</p> <p>DATA LIST FREE / Yıl DJ Gelir.</p> <p>VARIABLE LABELS</p> <p>Getiri "Dağıtılan Gelir Oranı, %" /DJ "Down-Jones Hisse Senedi Fiyat Endeksi".</p> <p>COMPUTE LagDJ =LAG(DJ).</p> <p>COMPUTE Kar=DJ*(Gelir/100).</p> <p>COMPUTE Getiri =(DJ-LagDJ+Kar) / LagDJ.</p> <p>VARIABLE LABELS</p> <p>Getiri "Dönemsel Getiri".</p> <p>BEGIN DATA.</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>1975</td><td>691,55</td><td>2,98</td></tr> <tr><td>1976</td><td>639,76</td><td>3,37</td></tr> <tr><td>1977</td><td>714,81</td><td>3,17</td></tr> <tr><td>1978</td><td>834,05</td><td>3,01</td></tr> <tr><td>1979</td><td>910,88</td><td>3,00</td></tr> <tr><td>1980</td><td>873,60</td><td>3,40</td></tr> <tr><td>1981</td><td>879,12</td><td>3,20</td></tr> <tr><td>1982</td><td>906,00</td><td>3,07</td></tr> <tr><td>1983</td><td>876,72</td><td>3,24</td></tr> <tr><td>1984</td><td>753,19</td><td>3,83</td></tr> <tr><td>1985</td><td>884,76</td><td>3,14</td></tr> </table>	1975	691,55	2,98	1976	639,76	3,37	1977	714,81	3,17	1978	834,05	3,01	1979	910,88	3,00	1980	873,60	3,40	1981	879,12	3,20	1982	906,00	3,07	1983	876,72	3,24	1984	753,19	3,83	1985	884,76	3,14	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>1986</td><td>950,71</td><td>2,84</td></tr> <tr><td>1987</td><td>923,88</td><td>3,06</td></tr> <tr><td>1988</td><td>759,37</td><td>4,47</td></tr> <tr><td>1989</td><td>802,49</td><td>4,31</td></tr> <tr><td>1990</td><td>974,92</td><td>3,77</td></tr> <tr><td>1991</td><td>894,63</td><td>4,62</td></tr> <tr><td>1992</td><td>820,23</td><td>5,28</td></tr> <tr><td>1993</td><td>844,40</td><td>5,47</td></tr> <tr><td>1994</td><td>891,41</td><td>5,26</td></tr> <tr><td>1995</td><td>932,92</td><td>5,20</td></tr> <tr><td>1996</td><td>884,36</td><td>5,81</td></tr> <tr><td>1997</td><td>1190,34</td><td>4,40</td></tr> <tr><td>1998</td><td>1178,48</td><td>4,64</td></tr> <tr><td>1999</td><td>1328,23</td><td>4,25</td></tr> <tr><td>2000</td><td>1792,76</td><td>3,49</td></tr> <tr><td>2001</td><td>2275,99</td><td>3,08</td></tr> <tr><td>2002</td><td>2060,82</td><td>3,64</td></tr> <tr><td>2003</td><td>2508,91</td><td>3,45</td></tr> <tr><td>2004</td><td>2678,94</td><td>3,61</td></tr> <tr><td>2005</td><td>2929,33</td><td>3,24</td></tr> <tr><td>2006</td><td>3284,29</td><td>2,99</td></tr> <tr><td>2007</td><td>3522,06</td><td>2,78</td></tr> <tr><td>2008</td><td>3793,77</td><td>2,82</td></tr> </table> <p>END DATA.</p>	1986	950,71	2,84	1987	923,88	3,06	1988	759,37	4,47	1989	802,49	4,31	1990	974,92	3,77	1991	894,63	4,62	1992	820,23	5,28	1993	844,40	5,47	1994	891,41	5,26	1995	932,92	5,20	1996	884,36	5,81	1997	1190,34	4,40	1998	1178,48	4,64	1999	1328,23	4,25	2000	1792,76	3,49	2001	2275,99	3,08	2002	2060,82	3,64	2003	2508,91	3,45	2004	2678,94	3,61	2005	2929,33	3,24	2006	3284,29	2,99	2007	3522,06	2,78	2008	3793,77	2,82	<p>SUBTITLE "(1) Down-Jones ARIMA Modeli".</p> <p>ACF DJ.</p> <p>PACF DJ.</p> <p>TSET NEWVAR=CURRENT.</p> <p>DATE YEAR 1975.</p> <p>USE YEAR 1975 THRU YEAR 2008.</p> <p>PREDICT YEAR 2009 THRU YEAR 2015.</p> <p>ARIMA DJ</p> <p>/MODEL = (1,1,1).</p> <p>LIST DATE _ DJ Fit#1, Err#1, LCL#1, UCL#1.</p> <p>SUBTITLE "(2) Down-Jones=DJ ARIMA Modeli".</p> <p>ACF Getiri.</p> <p>PACF Getiri.</p> <p>TSET NEWVAR=CURRENT.</p> <p>DATE YEAR 1975.</p> <p>USE YEAR 1975 THRU YEAR 2008.</p> <p>PREDICT YEAR 2009 THRU YEAR 2015.</p> <p>ARIMA Getiri</p> <p>/MODEL = (1,0,1).</p> <p>LIST DATE _ Getiri Fit#1, Err#1, LCL#1, UCL#1.</p> <p>LIST VARIABLES = DJ Getiri.</p> <p>DESCRIPTIVE VARIABLES = DJ Getiri</p> <p>/STATISTICS=ALL.</p>
1975	691,55	2,98																																																																																																						
1976	639,76	3,37																																																																																																						
1977	714,81	3,17																																																																																																						
1978	834,05	3,01																																																																																																						
1979	910,88	3,00																																																																																																						
1980	873,60	3,40																																																																																																						
1981	879,12	3,20																																																																																																						
1982	906,00	3,07																																																																																																						
1983	876,72	3,24																																																																																																						
1984	753,19	3,83																																																																																																						
1985	884,76	3,14																																																																																																						
1986	950,71	2,84																																																																																																						
1987	923,88	3,06																																																																																																						
1988	759,37	4,47																																																																																																						
1989	802,49	4,31																																																																																																						
1990	974,92	3,77																																																																																																						
1991	894,63	4,62																																																																																																						
1992	820,23	5,28																																																																																																						
1993	844,40	5,47																																																																																																						
1994	891,41	5,26																																																																																																						
1995	932,92	5,20																																																																																																						
1996	884,36	5,81																																																																																																						
1997	1190,34	4,40																																																																																																						
1998	1178,48	4,64																																																																																																						
1999	1328,23	4,25																																																																																																						
2000	1792,76	3,49																																																																																																						
2001	2275,99	3,08																																																																																																						
2002	2060,82	3,64																																																																																																						
2003	2508,91	3,45																																																																																																						
2004	2678,94	3,61																																																																																																						
2005	2929,33	3,24																																																																																																						
2006	3284,29	2,99																																																																																																						
2007	3522,06	2,78																																																																																																						
2008	3793,77	2,82																																																																																																						

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 133



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Kalite-Ayarlı Fiyat Eşitliği=Hedonistik Fiyat (Quality-Adjusted Price Equation=Hedonistic Price)

- ❖ Bir ürünün fiyat değişimi ile birlikte ürün kalitesi de değişiyorsa, ürünün gerçek fiyat endeksini hesaplamak güçleşir. Gerçek fiyat değişimleri, ürünlerin kalitesinin sabit kalması koşuluyla, sadece fiyatlardaki gerçek değişimi ölçmelidir. Fakat kalite nasıl sabit tutulabilir veya fiyat değişimlerinden kalite değişimleri nasıl ayrılabilir?
- ❖ "Eşleştirme modeli" olarak adlandırılan geleneksel yöntemde, iki zaman aralığında iki ürün aynı veya benzer özelliklere sahipse, ürün fiyat endeksinin hesaplanmasına dahil edilmekte; aksi halde ürünlerin özellikleri farklıysa ve bu nedenle birbiriyle karşılaştırılamıyorsa, fiyat endeksinin kapsamı dışında tutulmaktadır. Fiyat endekslerinden Paasche endeksi hesaplanırken, cari dönem fiyatları ile temel devre fiyatları aşağıdaki gibi karşılaştırılmaktadır:

$$PE = \frac{\sum p_i q_i}{\sum p_0 q_i}$$


- ❖ Zincirleme fiyat endeksinde ise aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$PE = \frac{\sum p_i q_i}{\sum p_{i-1} q_i}$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 134

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

- ❖ Diğer bir alternatif yöntem “hedonistik fiyat” endeksidir. Bu yöntemle göre, bir ürünün genel kalitesi her bir bileşenin (özelliklerinin, kalitesinin) toplamı olarak ifade edilebilir.
- ❖ Örneğin bir otomobilin kalitesi şu özelliklerinin bir toplamı olarak ifade edilebilir: Motor gücü, silindir sayısı, kapı sayısı, güvenlik özellikleri (emniyet kemeri, hava yastığı vs.), emisyon kontrolü, hidrolikli direksiyon, gaz göstergesi, klima, elektrikli camlar, hız kontrolü, iç alan hacmi, bagaj büyüklüğü, ayarlanabilir koltuklar, CD çalar, radyo, araç televizyonu, garanti süresi, modeli, firması, hammaddeler (çelik veya plastik panel vs.), jantların boyutu gibi...
- ❖ Sözelimi çevresel bileşenleri hariç bir bilgisayarın kalitesi ise şu özelliklere göre tanımlanabilir: RAM bellek kapasitesi, RAM bellek hızı, hard disk bellek boyutu, hard disk sayısı, hard disk hızı, işlemci hızı, işlemci sayısı, işlemci tipi, matematik işlemci, garanti süresi, klavye, ana kart modeli, ses ve görüntü kartları vs...
- ❖ Diğer taraftan bir televizyonun kalitesi ise; ekran boyutu, programlama özellikleri, ekran çözünürlük özellikleri, uzaktan kumanda özellikleri, ses kalitesi vs. özelliklerine göre tanımlanabilir.
- ❖ Bir ürünün güncel fiyatı, “nitel” özellikleri (kaliteyi tanımlayan özellikleri) üzerine regresyon analizi uygulandığında elde edilen eşitliğe, hedonistik fiyat eşitliği (kalite-ayarlı fiyat denklemi) adı verilmektedir. Kesit verileri (tek bir yıl) için yarı logaritmik hedonistik fiyat eşitliği için aşağıdaki gibi yazılabilir:


$$\ln(F) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon$$

- ❖ Burada $\ln F$, ürün fiyatının logaritmasını, X_p kalite değişkenlerini ve ε , hata terimini göstermektedir. Değişkenler aritmetik, yarı veya tam logaritmik olarak ölçülebilmektedir.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

135



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

- ❖ Zaman serisi verilerinde genellikle hedonistik fiyat eşitliği yıl faktörünü tanımlayan kukla değişkenlere modelde yer verilmektedir.

$$\ln(F_i) = \alpha_0 + \alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2 + \dots + \alpha_m D_m + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon$$

- ❖ Burada D_p yıl kukla (gölge) değişkenlerini göstermektedir. Örneğin; 2010 yılı için $D_1=1$ ve diğer tüm yıllar için $D_1=0$; 2011 yılı için $D_2=1$ ve diğer tüm yıllar için $D_2=0$ değerlerini almaktadır. Temel devre yılı ise tüm kukla değişkenleri üzerinde sıfır değerini almaktadır. 2010 ve 2011 yılları arasındaki enflasyon ise aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\ln(F_{2011}) - \ln(F_{2010}) = (\alpha_0 + \alpha_{2011}) - (\alpha_0 + \alpha_{2010}) = \alpha_{2011} - \alpha_{2010}$$

- ❖ 2010 temel devre yılı ise, 2011 yılı enflasyonu aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\ln(F_{2011}) - \ln(F_{2010}) = (\alpha_0 + \alpha_{2011}) - (\alpha_0) = \alpha_{2011}$$

- ❖ Gerçek fiyat değişimlerini hesaplayabilmek için, yıllara göre ürün kalite özelliklerinin (X_j) sabit kaldığı varsayılmaktadır.


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

136

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.


Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,


RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Kavrama Soruları

- ❖ Endeks kavramını açıklayınız?
- ❖ Mekan endeksleri nasıl hesaplanmaktadır?
- ❖ Zaman serisi endekslerini açıklayınız?
- ❖ Laspeyres (*LE*), Paasche (*PE*) ile Fisher (*FE*) endekslerinin birbiriyle karşılaştırınız?
- ❖ Temel devre seçilirken nelere dikkat edilir?

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları
www.erdogan.edu.tr
137


RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnek 1: Dört ayrı bölgenin 2006 yılı pirinç üretim miktarları aşağıda verilmiştir (Bin Ton)

Bölge	Üretim Miktarı (Bin Ton)	Mekan Endeksleri
A	20	$(20/30,5)*100=65,57$
B	35	$(35/30,5)*100=114,75$
C	40	$(40/30,5)*100=131,15$
D	27	$(27/30,5)*100=88,53$
Toplam	122	Ortalama= $122/4=30,5$

- ❖ **Yorum:** 2006 yılı pirinç üretimi A, B, C ve D bölgelerinde ortalama pirinç üretimine göre, A bölgesinde %34,43 (65,57-100) ve D bölgesinde %11,47 (88,53-100) oranında daha az; B bölgesinde %14,75 (114,75-100) ve C bölgesinde %31,15 (131,15-100) oranında daha yüksek gerçekleşmiştir.
- ❖ Hesaplanan mekan endekslerinin aritmetik ortalaması her zaman 100'e eşittir. Yani; $(65,57+114,75+131,15+88,53)/4=100$.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları
www.erdogan.edu.tr
138

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnek 2: B malına ilişkin dört yıllık satış fiyatları aşağıdaki gibidir. Bu verilerden yararlanarak 2004 yılını temel yıl olarak sabit esaslı endeksleri hesapladıktan sonra, değişken esaslı endeksleri hesaplayınız.

Yıllar(t)	B Malının Fiyatı (P_t)	Sabit Endeksler ($SE_t = P_t/P_0$)*100	Değişken Endeksler ($DE_t = P_t/P_{t-1}$)*100
2004	40	(40/40)*100=100	-
2005	35	(35/40)*100=87,5	(35/40)*100=87,5
2006	50	(50/40)*100=125,0	(50/35)*100=142,9
2007	73	(73/40)*100=182,5	(73/50)*100=146,0

- ❖ **Sabit Esaslı Endekslerin Yorumu:** B malının fiyatı 2004 yılına göre, 2005 yılında %12,5 oranında bir düşüş; 2006 ve 2007 yıllarında ise sırasıyla %25 ve %82,5 oranlarında bir artış göstermiştir.
- ❖ **Değişken (Zincirleme) Esaslı Endekslerin Yorumu:** 2005 yılında B malının fiyatı bir önceki yıla göre %12,5 oranında bir azalış, 2006 ve 2007 yıllarında ise bir önceki yıllara göre sırasıyla %42,9 ve %46 oranlarında bir artış göstermiştir.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 139

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnek 3: Aşağıda Rize ilindeki dört maddenin 2006 ve 2007 yılları Ocak ayı kg fiyatları verilmiştir. 2007 yılına ait basit toplam bileşik endeksini (BTBE) hesaplayınız.

Maddeler	Fiyatlar	
	2006 (p_0)	2007 (p_i)
Tereyağı	10,00	12,00
Süt	1,25	1,50
Et	14,50	16,00
Zeytin	11,00	12,25
Toplam	36,75	41,75

$$BTBE_{2007} = \frac{\sum_{i=1}^4 p_i}{\sum_{i=1}^4 p_0} \times 100 = \frac{41,75}{36,75} \times 100 = 113,6$$

- ❖ 2007 Ocak ayında 2006 Ocak ayına göre verilen 4 maddenin fiyatı, ortalama olarak %13,6 oranında artmıştır.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 140

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnek 4: Aşağıda Rize ilindeki dört maddenin 2006 ve 2007 yılları Ocak ayı kg fiyatları verilmiştir. 2006 yılına ait tartısız ortalama bileşik endeksini (OBE) hesaplayınız.

Maddeler	Fiyatlar		p_1/p_0
	2006 (p_0)	2007 (p_1)	
Tereyağı	10,00	12,00	(12,00/10,00)=1,20
Süt	1,25	1,50	(1,50/1,25)=1,20
Et	14,50	16,00	(16,00/14,50)=1,10
Zeytin	11,00	12,25	(12,00/10,00)=1,11
Toplam	36,75	41,75	4,61

$$OBE_T = \frac{\sum_{i=1}^4 \left(\frac{p_1}{p_0} \right)}{n} \times 100 = \frac{4,61}{4} \times 100 = 115,3$$

❖ 2007 Ocak ayında 2006 Ocak ayına göre verilen 4 maddenin fiyatı, ortalama olarak %15,3 oranında artmıştır.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 141

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnek 5: Aşağıda dört meyvenin belirli bir bölgedeki 2006 ve 2007 yılı Ocak ayı kg fiyatları ve tüketim miktarları ton olarak verilmiştir. 2006 yılını temel devre kabul ederek, 2007 yılı için Laspeyres, Paasche ve Fisher endekslerini hesaplayıp yorumlayınız?

Maddeler	2006		2007	
	Fiyat (TL)= p_0	Miktar (Ton)= q_0	Fiyat (TL)= p_1	Miktar (Ton)= q_1
Mandalina	1,75	125	2,00	130
Portakal	1,50	120	1,25	125
Nar	3,00	105	3,50	102
Greyfurt	1,50	115	1,75	120
Toplam	7,75	465	8,50	477

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 142

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Cözüm 5:

Maddeler	2006		2007		Laspeyres		Paasche	
	Fiyat (p_0)	Miktar (q_0)	Fiyat (p_1)	Miktar (q_1)	p_1q_0	p_0q_0	p_1q_1	p_0q_1
Mandalina	1,75	125	2,00	130	250,00	218,75	260,00	227,50
Portakal	1,50	120	1,25	125	150,00	180,00	156,25	187,50
Nar	3,00	105	3,50	102	367,50	315,00	357,00	306,00
Greyfurt	1,50	115	1,75	120	201,25	172,50	210,00	180,00
Toplam	7,75	465	8,50	477	968,75	886,25	983,25	901,00

$$LE = \frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \times 100 = \frac{968,75}{886,25} \times 100 = 109,31$$

$$PE = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} \times 100 = \frac{983,25}{901,00} \times 100 = 109,13$$

$$FE = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}} \times 100 = \sqrt{\frac{968,75}{886,25} \times \frac{983,25}{901,00}} \times 100 = 109,22$$

$$FE = \sqrt{LE \times PE} = \sqrt{109,31 \times 109,13} = 109,22$$

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 143

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

ZAMAN SERİSİ ANALİZİ

❖ **Zaman Serisi:** Saniye, dakika, saat, gün, hafta, ay, mevsim, yıl gibi eşit zaman aralıklarında toplanan verilere zaman serisi adı verilmektedir.

Zaman	Hafta	İş Günü	Stok Düzeyi
t_1	1	Pzt	150
t_2	1	Sal	130
t_3	1	Çrş	120
t_4	1	Prş	125
t_5	1	Cum	132
t_6	2	Pzt	108
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
T_{60}	12	Cum	130

Zaman Serilerinin Oluşturulması

❖ Zaman serileri iki şekilde oluşturulur:

- Eşit zaman aralıklarında aldığı değerler toplamı veya ortalaması alınarak oluşturulur.
- Belirlenen eşit zaman aralıklarında tek bir ölçüm yapılarak oluşturulur.

❖ Zaman serilerinin grafikte gösterimi (zaman yolu grafiği).

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 144

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Zaman Serilerini Etkileyen Temel ve Yanıltıcı Faktörler

- ❖ Zaman serilerini etkileyen faktörleri temel ve yanıltıcı faktörler olarak iki grup altında incelenebilir.
- ❖ Ekonomik, sosyal, kültürel, teknolojik vb. faktörlerin, zaman serisi değişkenleri üzerinde etkisi, yön ve şiddetinin farklı olması nedeniyle, zaman serisinin birim değerlerinde bazı değişimler gözlenir. Bu değişimler zaman serilerini etkileyen temel faktörler ya da bileşenler olarak bilinir. Bu faktörler şunlardır: Trend, mevsimlik, konjonktür ve rassal (tesadüfi) hareketlerdir.
- ❖ Bu faktörlerin dışında zaman serilerini etkileyen diğer bazı yanıltıcı faktörler de söz konusudur. Bu faktörler şunlardır: (1) Aylık zaman serisinde ayların gün sayılarının farklı olması, (2) bayram ve hafta sonu tatilleri nedeniyle ilgili ayın veya haftanın işgünü sayılarının farklı olması, (3) para birimiyle ölçülmüş zaman serisinin birim değerleri, enflasyon nedeniyle, fiyat değişikliklerinin etkisi altında bulunması.
- ❖ Fiyatların zaman içinde değişmesi, bu tür serilerde trend varmış gibi bir izlenim yaratan başka bir yanıltıcı faktördür. Zaman serilerini çözümlmeden önce bu tür yanıltıcı faktörlerden arındırılması gerekir.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(1) Zaman Serisini Etkileyen Temel Faktörler: Trend (T)


- ❖ Trend; zaman serisi birim değerlerinin uzun dönemde (en az 7 veya 8 yıl) artma veya azalma yönünde gösterdiği eğilime trend adı verilmektedir.
- ❖ Bir zaman serisinde doğrusal veya eğrisel uzun dönem eğilimi (trendi) gözlemlenebileceği gibi, trend eğilimi de gözlemlenmeyebilir.
- ❖ Ayrıca trend sabit, doğrusal olarak artan/azalan, eğrisel olarak sabit oranda artan/azalan veya sönük bir eğilim gösterebilir.
- ❖ Trend bileşeni, zamana bağlı değişken üzerindeki genel eğilime neden olan uzun dönemli etkileri açıklar.
- ❖ Bu etkiler coğrafi dağılımdaki, demografik özelliklerdeki, teknolojik gelişmelerdeki, kişi başına gelirdeki, tüketici zevk ve tercihlerindeki ve fiyat hareketlerindeki vs. etkiler olarak sıralanabilir.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ


(2) Zaman Serisini Etkileyen Temel Faktörler: Mevsimlik (M)

- ❖ Her yılın içinde gözlenen düzenli hareketler mevsimlik hareketler olarak tanımlanmaktadır. Mevsimlik bileşen yıllık zaman serisinde görülmez.
- ❖ Mevsimlik hareketler genellikle saatle, mevsimle, iklimle ya da geleneklerle (ulusal gün ve geceler, bayramlar ve tatiller) ilişkilidir.
- ❖ Örneğin yaz aylarında turizm gelirlerinin, turist sayılarının, dondurma satışlarının artması vs. İstanbul Boğaziçi köprüsünden her saat içinde geçen toplam araç sayısının sabah ve akşam saatlerinde yüksek, öğle saatlerinde az olması mevsimlik etkilere örnek olarak verilebilir.
- ❖ Birbirini izleyen iki mevsimlik değişimin maksimum veya minimum noktaları arasındaki zaman aralığına "dalga uzunluğu (L)" adı verilmektedir. Dalga uzunluğu aylık serilerde 12 ($L=12$), mevsimlik bir seride ise 4'tür ($L=4$).
- ❖ Mevsimlik hareketler, dalga uzunluklarının birbirine eşit olması nedeniyle periyodik özelliğe sahiptirler.
- ❖ Herhangi bir mevsimlik değişimin maksimum ve minimum noktaları arasındaki yükseklik farkına "dalga şiddeti" adı verilmektedir.
- ❖ Mevsimlik hareketlerin dalga uzunluğunun ve dalga şiddetinin doğru olarak belirlenmesi zaman serisi analizinde önemlidir. Mevsimlik hareketlerin dalga şiddetleri trendin belirlediği genel eğilimden bağımsızsa toplamsal, bağımlıysa çarpımsal zaman serisi modeli söz konusudur.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

147



RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(3) Zaman Serisini Etkileyen Temel Faktörler: Konjonktür (K)

- ❖ Konjonktür; 2 ile 10 yıl ya da daha fazla yıl zaman aralığında trend etrafında gözlenen artma veya azalma şeklinde ortaya çıkan hareketler olarak tanımlanmaktadır.
- ❖ Örneğin ülkemizde 1994 ve 2001 yıllarında yaşanan ekonomik krizler konjonktür hareketlerine örnek olarak verilebilir. Söz konusu yıllarda ülkemizde çok sayıda işletme kapanmış ve bu nedenle çok sayıda kişi işinden olmuş veya daha düşük ücretle çalışma zorunda kalmıştır. Diğer bir anlatımla ekonomi daralma evresine girmiştir. Daha sonraki yıllarda ise ekonomik göstergeler iyileşerek (yatırımlar vs artarak) ekonomi refah (genişleme) dönemine girmiştir. Konjonktür hareketleri daralma dönemlerinde trendin altında, refah dönemlerinde ise trendin üstünde seyrederekler.
- ❖ Konjonktür bileşeninin açıkladığı hareketler periyodik olmayan, fakat dögüsel hareketlerdir. Bu hareketler makro göstergeleri aynı şiddette olmasa da aynı yönde etkilemektedirler.
- ❖ Refah dönemlerindeki konjonktür hareketleri trendi hızlandırır. Daralma dönemlerindeki ise, trendin artış hızını azaltabilir veya tamamen ortadan kaldırabilir
- ❖ Konjonktür hareketleri sadece ekonomik koşullardaki değişimlerden kaynaklanmaz. Bazen iklim koşullarındaki değişimler, tarım ürünlerinin üretim miktarlarında konjonktür hareketlerine yol açabilir. Yine modadaki değişimler, belirli bir ürünün satışları üzerinde periyodik olmayan dögüsel hareketlere neden olabilmektedir.


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

148

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

(4) Zaman Serisini Etkileyen Temel Faktörler: Rassal (R)

- ❖ Rassal bileşen, bir zaman serisindeki trend, mevsimlik ve konjonktür hareketleri dışındaki tüm hareketler olarak tanımlanmaktadır. Bu değişimler düzensiz hareketler olarak ta tanımlanabilir. Diğer bir anlatımla rassal bileşen, zaman serisi üzerindeki beklenmedik hareketleri açıklayan bileşen olarak tanımlanabilir.
- ❖ Örneğin; savaş, deprem, grev ve lokavt, siyasi karışıklıklar ve rakip firmaların rekabet politikalarındaki değişiklikler vs. etkiler rassal hareketlere neden olurlar.


Kavrama Soruları

- (1) Zaman serisini tanımlayınız?
- (2) Zaman serisini etkileyen temel faktörleri açıklayınız?
- (3) Zaman serisini etkileyen yanıtıcı faktörleri açıklayınız?
- (4) Dalga uzunluğu ve dalga şiddeti kavramlarını açıklayınız?
- (5) Zaman serilerinin birim değerleri kaç şekilde oluşturulabilir?
- (6) Trende neden olan etkileri açıklayınız?
- (7) Konjonktür ve mevsimlik hareketlere neden olan etkileri belirtiniz?

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

149



RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Zaman Serisi Çözümlemesi

- ❖ Zaman serisi analizi (çözümlemesi); zaman serisinin birim değerleri üzerinde rassal hareketlerin yanında diğer zaman serisi bileşenlerinden hangilerinin etkili olduğunun belirlenmesi işlemlerine zaman serisi çözümlemesi adı verilmektedir. Diğer bir anlatımla zaman serisi analizi, seriyi temel bileşenlerine ayrıştırılması sürecidir.

Zaman Serilerini Çözümlemenin Nedenleri

- ❖ Zaman serisindeki sistematik hareketlerden yararlanarak matematik bir modelle serini geçmiş davranışını açıklamaktır. Örneğin serideki güçlü bir mevsimselliğin saptanması, verilerde güçlü dalgalanmanın varlığını gösterir.
- ❖ Zaman serisinin geçmiş verilerinden yararlanarak ileriye yönelik öngöründe bulunmak için zaman serileri çözümlenir. Zaman serileri analizi hem işletmecilik, hem de diğer bilim dallarında önem taşımaktadır.
- ❖ Zaman serisinde kırılmalar (intervention) varsa bu kırılmaları analiz etmek. Bu tür kırılmalar serinin gelecek değerleri üzerindeki etkileri araştırılır. Örneğin; makro ekonomik göstergelerin otomobil satışlarını aşağı- yukarı yönlendirmesi vs.


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

150

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ


Zaman Serileri Analizinde Model Geliştirme Stratejisi (Box-Jenkins, 1976)

- ❖ Box ve Jenkins (1967) aşağıdaki model geliştirme stratejisini her ne kadar ARIMA modelleri için geliştirmiş ise de, bu strateji tüm zaman serisi modellerinde kullanılabilir.
- ❖ **Model Geliştirme** = Tanımlama (Identification) + Tahmin (Estimation) + Uygunluk Kontrolü (Diagnosis Checking).
- ❖ **Tanımlama:** Bu aşamada tahmin edilecek en az parametre ile geçici bir model tanımlanır. Bu amaçla serinin zaman yolu grafiği ve ACF incelenerek serinin genel eğilimi incelenir. Böylece seride aşağıya-yukarıya doğru bir trend, basitlik sağlamak için seriyeye uygulanabilecek bir dönüşümün ve mevsimlik hareketlerin olup olmadığı araştırılır.
- ❖ **Tahmin:** Modelin parametreleri tahmin edilerek anlamlılıkları gözden geçirilir. Parametre tahminleri istatistik açıdan anlamlı değilse model yeniden tanımlanmaya çalışılır.
- ❖ **Model uygunluğunun kontrolü:** Geçici modelin verileri nasıl temsil ettiği kontrol edilir. Bu aşamada model hatalarının grafiği incelenir. Bu grafikler araştırmacıya modeli güvenle kullanıp kullanamayacağını gösterir.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

151



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Hareketli Ortalamalar Yöntemi

- ❖ Hareketli ortalamalar, zaman serilerini mevsimlik ve rassal bileşenlerin etkisinden arındırarak, bu serilerin genel eğilimini elde etmek amacıyla başvurulan bir yöntemdir.
- ❖ Hareketli ortalamalar yönteminde ortalamaya dahil edilecek birim sayısını belirleyen k sayısının belirlenmesi önem taşımaktadır. Aylık verilerde $k=L=12$ ve mevsimlik verilerde $k=L=4$ 'tür.
- ❖ $k \leq 3$ ile hareketli ortalamaların hesaplanması, genellikle aylık zaman serilerinin rassal hareketlerden arındırmak amacıyla kullanılmaktadır. Çünkü rassal hareketlerin etkileri 3 aydan fazla sürmemektedir.
- ❖ Hareketli ortalamalar yönteminde tüm birimlere eşit ağırlıklar verilmektedir. Bu özellik bu yöntemin en zayıf tarafıdır.
- ❖ k sayısı çift olması durumunda ise, merkezileştirilmiş hareketli ortalamalar yönteminin uygulanması gerekir.


Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

152

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,




RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Zaman Serilerini Bileşenlere Ayırma Yöntemi

- ❖ Bileşenlere ayırma yönteminde serinin çözümlenmesi toplamsal ve çarpımsal olmak üzere iki farklı yaklaşımla modellenebilir.
- ❖ Çarpımsal Model=Anakütle: $Y_t = T_t * M_t * K_t * R_t$. Örneklem: $y_t = t_t * m_t * k_t * r_t$.
- ❖ Toplamsal Model=Anakütle: $Y_t = T_t + M_t + K_t + R_t$. Örneklem: $y_t = t_t + m_t + k_t + r_t$.
- ❖ Zaman serilerinin bileşenlere ayırma yönteminin aşamaları aylık bir zaman serisi için aşağıdaki gibidir:
 - (1) Mevsimlik bileşenin tahmin edilmesi.
 - (2) Mevsimlik bileşenden arındırılmış seri değerlerinin elde edilmesi. Diğer bir anlatımla mevsimsel olarak düzeltilmiş birim değerlerinin tahmin edilmesi
 - (3) Trend bileşenin tahmin edilmesi
 - (4) Konjonktür ve rassal bileşenin tahmin edilmesi
 - (5) Tahmin ve öngörü değerlerinin hesaplanması.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr



RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Kavrama Soruları

- (1) Merkezileştirilmiş hareketli ortalamalara hangi tür serilerde gereksinim duyulur. Açıklayınız?
- (2) Zaman serisi analizi kavramını açıklayınız?
- (3) Zaman serilerini bileşenler ayırma yönteminin aşamalarını açıklayınız?
- (4) Yıllık bir zaman serisi, çarpımsal bir modelle bileşenlere ayırma yöntemiyle tahmin edilecektir. İlgili modeli yazınız?

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Örnek 1: Aşağıda Türkiye'de aylar itibariyle 2001:1-2007:9 döneminde elde edilen turizm gelirleri verilmektedir. Bu zaman serisini bileşenlerine ayırarak gelecek 12 aylık turizm gelirlerini tahmin ediniz?

Yıl	Aylar											
	Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran	Temmuz	Ağustos	Eylül	Ekim	Kasım	Aralık
2001	326,5	322,3	447,9	641,3	944,7	1130,7	1387,0	1646,1	1420,3	1060,8	481,0	257,9
2002	256,3	321,1	494,6	592,4	997,3	1125,5	1575,6	2349,2	1910,8	1243,3	610,7	424,1
2003	377,4	417,8	406,1	441,7	773,0	1044,2	1810,7	2879,5	2341,6	1453,8	767,3	490,0
2004	602,0	502,9	608,0	773,1	1164,9	1331,9	2154,4	3023,9	2482,9	1729,3	856,1	658,3
2005	689,6	547,5	756,7	860,4	1400,4	1500,0	2602,5	3453,3	2762,4	1899,3	944,0	737,4
2006	721,7	548,6	731,3	937,5	1244,6	1510,9	2355,7	3162,6	2518,6	1450,1	887,6	781,6
2007	727,4	624,3	810,8	921,0	1269,8	1536,6	2582,4	3404,5	2745,3	-	-	-
Ortalama	528,7	469,2	607,9	738,2	1113,5	1311,4	2066,9	2845,6	2311,7	1472,8	757,8	558,2

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 155

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

Cözüm 1:

Forecast Summary Section

Forecast (Mean) x (Trend) x (Cycle) x (Season)

Variable TG=Turizm Gelirleri

Number of Rows 81

Mean 1243,02

Pseudo R-Squared 0,9851789

Forecast Std. Error 100,5005

Trend Equation Trend = (0,657112) + (0,008112) * (Time Season Number)

Number of Seasons 12

First Year 2001

First Season 1

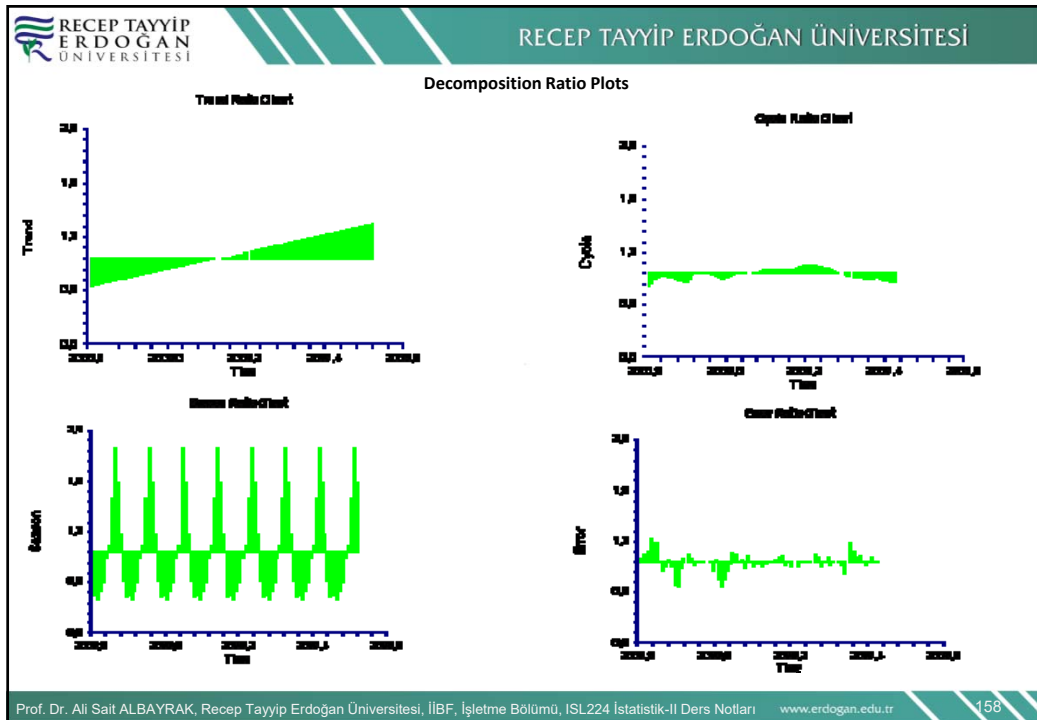
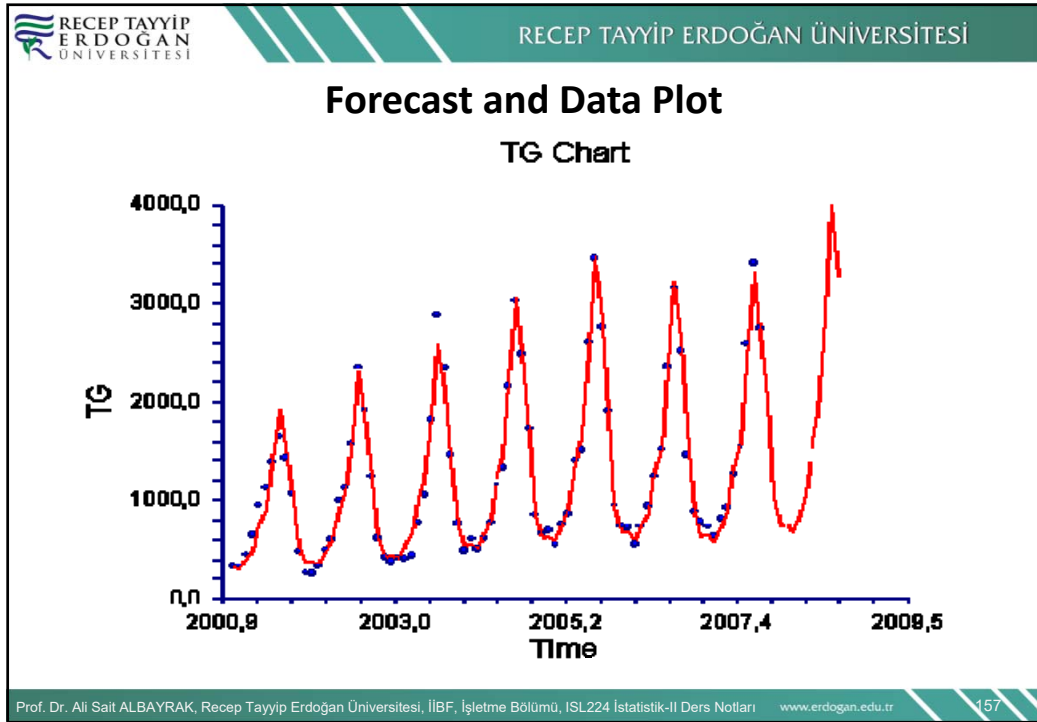
Seasonal Component Ratios

No.	Ratio	No.	Ratio	No.	Ratio	No.	Ratio
1	0,446934	2	0,400296	3	0,505827	4	0,612716
5	0,926006	6	1,086321	7	1,669082	8	2,289780
9	1,859067	10	1,221881	11	0,620471	12	0,444334

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 156

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ		RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ				
Öngörü Sonuçları						
Forecasts Section						
Row No.	Year Season	Forecast TG	Trend Factor	Cycle Factor	Season Factor	Error Factor
82	2007 10	2008,365	1,3223	1,0000	1,2219	1,0000
83	2007 11	1026,103	1,3304	1,0000	0,6205	1,0000
84	2007 12	739,2983	1,3385	1,0000	0,4443	1,0000
85	2008 1	748,131	1,3467	1,0000	0,4469	1,0000
86	2008 2	674,0994	1,3548	1,0000	0,4003	1,0000
87	2008 3	856,9131	1,3629	1,0000	0,5058	1,0000
88	2008 4	1044,172	1,3710	1,0000	0,6127	1,0000
89	2008 5	1587,407	1,3791	1,0000	0,9260	1,0000
90	2008 6	1873,183	1,3872	1,0000	1,0863	1,0000
91	2008 7	2894,889	1,3953	1,0000	1,6691	1,0000
92	2008 8	3994,53	1,4034	1,0000	2,2898	1,0000
93	2008 9	3261,895	1,4116	1,0000	1,8591	1,0000

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 159

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ		RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ					
Bileşenlere Ayrıştırılmış Seri (Seasonal Decomposition=SPSS)							
Date	Original Series	Moving Average Series	Ratio of Original Series to Moving Average Series (%)	Seasonal Factor (%)	Seasonally Adjusted Series	Smoothed Trend-Cycle Series	Irregular (Error) Component
Ock 2001	326,500	.	.	46,147	707,524	752,003	,941
ŞBT 2001	322,300	.	.	39,157	823,098	804,817	1,023
MRT2001	447,900	.	.	50,677	883,828	910,445	,971
NSN 2001	641,300	.	.	59,816	1072,126	999,531	1,073
MAY 2001	944,700	.	.	90,441	1044,548	1022,430	1,022
HZN 2001	1130,700	.	.	102,833	1099,550	984,738	1,117
TMZ 2001	1387,000	835,950	165,919	164,913	841,048	886,659	,949
AGT 2001	1646,100	832,975	197,617	228,410	720,679	814,497	,885
EYL 2001	1420,300	834,871	170,122	184,029	771,782	783,678	,985
EKM 2001	1060,800	834,779	127,076	125,802	843,230	766,896	1,100
KSM 2001	481,000	834,933	57,609	62,558	768,892	717,891	1,071
ARL 2001	257,900	836,908	30,816	45,218	570,351	669,211	,852
.
.
Ock 2007	727,400	1429,954	50,869	46,147	1576,272	1599,261	,986
ŞBT 2007	624,300	1449,479	43,071	39,157	1594,353	1600,413	,996
MRT 2007	810,800	1469,004	55,194	50,677	1599,929	1560,915	1,025
NSN 2007	921,000	.	.	59,816	1539,729	1523,965	1,010
MAY 2007	1269,800	.	.	90,441	1404,009	1493,985	,940
HZN 2007	1536,600	.	.	102,833	1494,267	1494,766	1,000
TMZ 2007	2582,400	.	.	164,913	1565,913	1507,012	1,039
AGT 2007	3404,500	.	.	228,410	1490,523	1516,071	,983
EYL 2007	2745,300	.	.	184,029	1491,778	1520,601	,981

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları www.erdogan.edu.tr 160

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

Tüm hakları saklıdır. Bu materyalin tamamı ya da bir kısmı 5846 Sayılı Yasa'nın hükümlerine göre, yazarın izni olmaksızın elektronik,



RECEP TAYYIP
ERDOĞAN
ÜNİVERSİTESİ

RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

KAYNAKÇA

Orhunbilge, Neyran (2000). *Örnekleme Yöntemleri ve Hipotez Testleri*, Avcıol Basım Yayın, İstanbul.

Yamak, Rahmi ve Mustafa Köseoğlu (2006). *Uygulamalı İstatistik ve Ekonometri*, Çelepler Matbaacılık, Trabzon.

Yüzer, Ali Fuat, Enbiya Ağaoğlu, Hüseyin Tatlıdil, Ahmet Özmen, Emel Şıklar (2006). *İstatistik* (Editör: Ali Fuat Yüzer), Anadolu Üniversitesi Yayınları, Eskişehir.

Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ISL224 İstatistik-II Ders Notları

www.erdogan.edu.tr

161

mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, özetlenemez, yayınlanamaz ve depolanamaz.

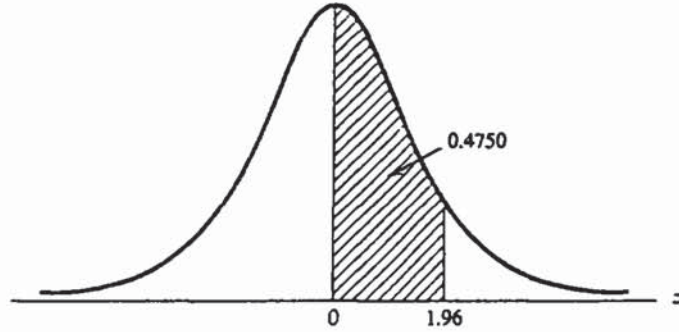
Table T.1 Standard Normal Probabilities

Example

$$\Pr(0 \leq z \leq 1.96) = 0.4750$$

$$\Pr(z \geq 1.96) = 0.5 - 0.4750$$

$$= 0.025$$



<i>z</i>	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

Table T.2 Students' *t*-Distribution Critical Points

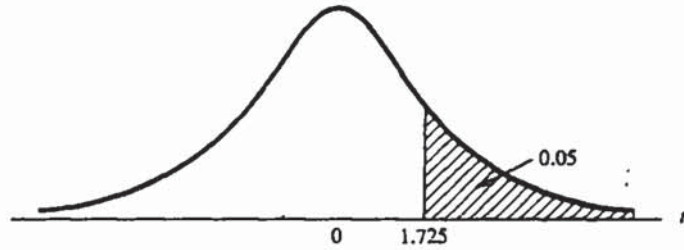
Example

$\Pr(t > 2.086) = 0.025$

$\Pr(t > 1.725) = 0.05$

for $df = 20$

$\Pr(|t| > 1.725) = 0.10$

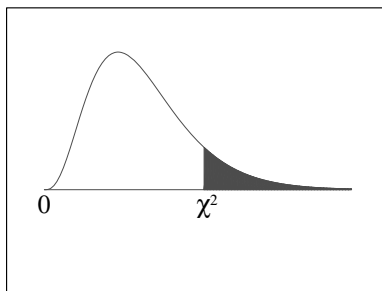


<i>df</i> \ Pr	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
	0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.010	0.002
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31
2	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327
3	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.214
4	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173
5	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893
6	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208
7	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785
8	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501
9	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297
10	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
11	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025
12	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930
13	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852
14	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787
15	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733
16	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686
17	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646
18	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610
19	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579
20	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
21	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527
22	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505
23	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485
24	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467
25	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450
26	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435
27	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421
28	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408
29	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396
30	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385
40	0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307
60	0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232
120	0.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.167	3.160
∞	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090

Note: The smaller probability shown at the head of each column is the area in one tail; the larger probability is the area in both tails.

Source: From E. S. Pearson and H. O. Hartley, eds., *Biometrika Tables for Statisticians*, vol. 1, 3d ed., table 12, Cambridge University Press, New York, 1966. Reproduced by permission of the editors and trustees of *Biometrika*.

Chi-Square Distribution Table



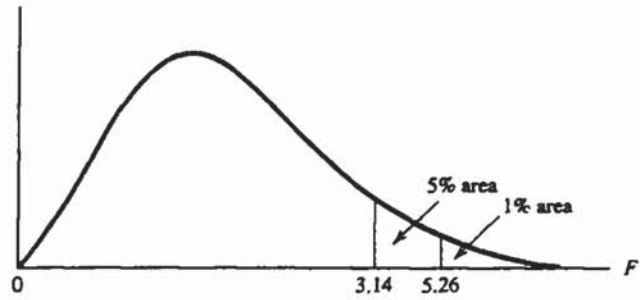
The shaded area is equal to α for $\chi^2 = \chi^2_{\alpha}$.

<i>df</i>	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.990}$	$\chi^2_{.975}$	$\chi^2_{.950}$	$\chi^2_{.900}$	$\chi^2_{.100}$	$\chi^2_{.050}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.010}$	$\chi^2_{.005}$
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.042	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.408	7.564	8.672	10.085	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.844	7.633	8.907	10.117	11.651	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.034	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.041	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.196	11.689	13.091	14.848	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.559
25	10.520	11.524	13.120	14.611	16.473	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.808	12.879	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.195	46.963	49.645
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.121	14.256	16.047	17.708	19.768	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336
30	13.787	14.953	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
40	20.707	22.164	24.433	26.509	29.051	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766
50	27.991	29.707	32.357	34.764	37.689	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490
60	35.534	37.485	40.482	43.188	46.459	74.397	79.082	83.298	88.379	91.952
70	43.275	45.442	48.758	51.739	55.329	85.527	90.531	95.023	100.425	104.215
80	51.172	53.540	57.153	60.391	64.278	96.578	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.196	61.754	65.647	69.126	73.291	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
100	67.328	70.065	74.222	77.929	82.358	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169

Table T.4 F-Distribution

Example

$\Pr(F > 1.59) = 0.25$
 $\Pr(F > 2.42) = 0.10$
 for $df\ N_1 = 10$
 $\Pr(F > 3.14) = 0.05$
 and $N_2 = 9$
 $\Pr(F > 5.26) = 0.01$



df for Denominator N_2	Pr	df for Numerator N_1											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	.25	5.83	7.50	8.20	8.58	8.82	8.98	9.10	9.19	9.26	9.32	9.36	9.41
	.10	39.9	49.5	53.6	55.8	57.2	58.2	58.9	59.4	59.9	60.2	60.5	60.7
	.05	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
2	.25	2.57	3.00	3.15	3.23	3.28	3.31	3.34	3.35	3.37	3.38	3.39	3.39
	.10	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39	9.40	9.41
	.05	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4
3	.25	2.02	2.28	2.36	2.39	2.41	2.42	2.43	2.44	2.44	2.44	2.45	2.45
	.10	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23	5.22	5.22
	.05	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74
4	.25	1.81	2.00	2.05	2.06	2.07	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08
	.10	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.91	3.90
	.05	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91
5	.25	1.69	1.85	1.88	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89
	.10	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.28	3.27
	.05	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.71	4.68
6	.25	1.62	1.76	1.78	1.79	1.79	1.78	1.78	1.78	1.77	1.77	1.77	1.77
	.10	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.92	2.90
	.05	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00
7	.25	1.57	1.70	1.72	1.72	1.71	1.71	1.70	1.70	1.69	1.69	1.69	1.68
	.10	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70	2.68	2.67
	.05	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57
8	.25	1.54	1.66	1.67	1.66	1.66	1.65	1.64	1.64	1.63	1.63	1.63	1.62
	.10	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54	2.52	2.50
	.05	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28
9	.25	1.51	1.62	1.63	1.63	1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.58
	.10	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.40	2.38
	.05	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07
10	.25	1.49	1.60	1.61	1.61	1.60	1.59	1.58	1.58	1.57	1.57	1.56	1.56
	.10	3.30	2.95	2.75	2.63	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38	2.36	2.34	2.32
	.05	5.05	4.19	3.79	3.56	3.41	3.30	3.22	3.16	3.11	3.07	3.03	3.00
11	.25	1.47	1.58	1.59	1.59	1.58	1.57	1.56	1.56	1.55	1.55	1.54	1.54
	.10	3.24	2.89	2.69	2.57	2.49	2.43	2.39	2.35	2.32	2.30	2.28	2.26
	.05	4.99	4.13	3.73	3.50	3.35	3.24	3.16	3.10	3.05	3.01	2.97	2.94
12	.25	1.45	1.56	1.57	1.57	1.56	1.55	1.54	1.54	1.53	1.53	1.52	1.52
	.10	3.18	2.83	2.63	2.51	2.43	2.37	2.33	2.29	2.26	2.24	2.22	2.20
	.05	4.93	4.07	3.67	3.44	3.29	3.18	3.10	3.04	2.99	2.95	2.91	2.88

Source: E. S. Pearson and H. O. Hartley, eds. *Biometrika Tables for Statisticians*, vol. 1, 3d ed., table 18, p. 558, Cambridge University Press, New York, 1966. Reproduced by permission of the editors and trustees of *Biometrika*.

Table T.4 (Continued)

<i>df</i> for Numerator N_1													<i>df</i> for Denominator N_2
15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	500	∞	Pr	
9.49	9.58	9.63	9.67	9.71	9.74	9.76	9.78	9.80	9.82	9.84	9.85	.25	
61.2	61.7	62.0	62.3	62.5	62.7	62.8	63.0	63.1	63.2	63.3	63.3	.10	1
246	248	249	250	251	252	252	253	253	254	254	254	.05	
3.41	3.43	3.43	3.44	3.45	3.45	3.46	3.47	3.47	3.48	3.48	3.48	.25	
9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.47	9.48	9.48	9.49	9.49	9.49	.10	2
19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	.05	
99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	.01	
2.46	2.46	2.46	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	.25	
5.20	5.18	5.18	5.17	5.16	5.15	5.15	5.14	5.14	5.14	5.14	5.13	.10	3
8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.58	8.57	8.55	8.55	8.54	8.53	8.53	.05	
26.9	26.7	26.6	26.5	26.4	26.4	26.3	26.2	26.2	26.2	26.1	26.1	.01	
2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	.25	
3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.80	3.79	3.78	3.78	3.77	3.76	3.76	.10	4
5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.66	5.66	5.65	5.64	5.63	.05	
14.2	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.7	13.6	13.6	13.5	13.5	13.5	.01	
1.89	1.88	1.88	1.88	1.88	1.88	1.87	1.87	1.87	1.87	1.87	1.87	.25	
3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.15	3.14	3.13	3.12	3.12	3.11	3.10	.10	5
4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.44	4.43	4.41	4.40	4.39	4.37	4.36	.05	
9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.24	9.20	9.13	9.11	9.08	9.04	9.02	.01	
1.76	1.76	1.75	1.75	1.75	1.75	1.74	1.74	1.74	1.74	1.74	1.74	.25	
2.87	2.84	2.82	2.80	2.78	2.77	2.76	2.75	2.74	2.73	2.73	2.72	.10	6
3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.75	3.74	3.71	3.70	3.69	3.68	3.67	.05	
7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.09	7.06	6.99	6.97	6.93	6.90	6.88	.01	
1.68	1.67	1.67	1.66	1.66	1.66	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	.25	
2.63	2.59	2.58	2.56	2.54	2.52	2.51	2.50	2.49	2.48	2.48	2.47	.10	7
3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.32	3.30	3.27	3.27	3.25	3.24	3.23	.05	
6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.86	5.82	5.75	5.74	5.70	5.67	5.65	.01	
1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.59	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58	.25	
2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.32	2.32	2.31	2.30	2.29	.10	8
3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.02	3.01	2.97	2.97	2.95	2.94	2.93	.05	
5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.07	5.03	4.96	4.95	4.91	4.88	4.86	.01	
1.57	1.56	1.56	1.55	1.55	1.54	1.54	1.53	1.53	1.53	1.53	1.53	.25	
2.34	2.30	2.28	2.25	2.23	2.22	2.21	2.19	2.18	2.17	2.17	2.16	.10	9
3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.80	2.79	2.76	2.75	2.73	2.72	2.71	.05	
4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.52	4.48	4.42	4.40	4.36	4.33	4.31	.01	

(continued)

Table T.4 (Continued)

<i>df</i> for Denom- inator N_2	Pr	<i>df</i> for Numerator N_1											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
10	.25	1.49	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.57	1.56	1.56	1.55	1.55	1.54
	.10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32	2.30	2.28
	.05	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91
	.01	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	4.71
11	.25	1.47	1.58	1.58	1.57	1.56	1.55	1.54	1.53	1.53	1.52	1.52	1.51
	.10	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.21
	.05	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79
	.01	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40
12	.25	1.46	1.56	1.56	1.55	1.54	1.53	1.52	1.51	1.51	1.50	1.50	1.49
	.10	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19	2.17	2.15
	.05	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69
	.01	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16
13	.25	1.45	1.55	1.55	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.49	1.48	1.47	1.47
	.10	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14	2.12	2.10
	.05	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60
	.01	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96
14	.25	1.44	1.53	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.48	1.47	1.46	1.46	1.45
	.10	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10	2.08	2.05
	.05	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53
	.01	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80
15	.25	1.43	1.52	1.52	1.51	1.49	1.48	1.47	1.46	1.46	1.45	1.44	1.44
	.10	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06	2.04	2.02
	.05	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48
	.01	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67
16	.25	1.42	1.51	1.51	1.50	1.48	1.47	1.46	1.45	1.44	1.44	1.44	1.43
	.10	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	2.01	1.99
	.05	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42
	.01	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.62	3.55
17	.25	1.42	1.51	1.50	1.49	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.43	1.42	1.41
	.10	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00	1.98	1.96
	.05	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38
	.01	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.46
18	.25	1.41	1.50	1.49	1.48	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.42	1.41	1.40
	.10	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98	1.96	1.93
	.05	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34
	.01	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.43	3.37
19	.25	1.41	1.49	1.49	1.47	1.46	1.44	1.43	1.42	1.41	1.41	1.40	1.40
	.10	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96	1.94	1.91
	.05	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31
	.01	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30
20	.25	1.40	1.49	1.48	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.41	1.40	1.39	1.39
	.10	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94	1.92	1.89
	.05	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28
	.01	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	3.23

Table T.4 (Continued)

df for Numerator N_1													df for Denominator N_2
15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	500	∞	Pr	
1.53	1.52	1.52	1.51	1.51	1.50	1.50	1.49	1.49	1.49	1.48	1.48	.25	10
2.24	2.20	2.18	2.16	2.13	2.12	2.11	2.09	2.08	2.07	2.06	2.06	.10	
2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.64	2.62	2.59	2.58	2.56	2.55	2.54	.05	
4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.12	4.08	4.01	4.00	3.96	3.93	3.91	.01	
1.50	1.49	1.49	1.48	1.47	1.47	1.47	1.46	1.46	1.46	1.45	1.45	.25	11
2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.04	2.03	2.00	2.00	1.99	1.98	1.97	.10	
2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.51	2.49	2.46	2.45	2.43	2.42	2.40	.05	
4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.81	3.78	3.71	3.69	3.66	3.62	3.60	.01	
1.48	1.47	1.46	1.45	1.45	1.44	1.44	1.43	1.43	1.43	1.42	1.42	.25	12
2.10	2.06	2.04	2.01	1.99	1.97	1.96	1.94	1.93	1.92	1.91	1.90	.10	
2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.40	2.38	2.35	2.34	2.32	2.31	2.30	.05	
4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.57	3.54	3.47	3.45	3.41	3.38	3.36	.01	
1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.42	1.42	1.41	1.41	1.40	1.40	1.40	.25	13
2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.92	1.90	1.88	1.88	1.86	1.85	1.85	.10	
2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.31	2.30	2.26	2.25	2.23	2.22	2.21	.05	
3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.38	3.34	3.27	3.25	3.22	3.19	3.17	.01	
1.44	1.43	1.42	1.41	1.41	1.40	1.40	1.39	1.39	1.39	1.38	1.38	.25	14
2.01	1.96	1.94	1.91	1.89	1.87	1.86	1.83	1.83	1.82	1.80	1.80	.10	
2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.24	2.22	2.19	2.18	2.16	2.14	2.13	.05	
3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.22	3.18	3.11	3.09	3.06	3.03	3.00	.01	
1.43	1.41	1.41	1.40	1.39	1.39	1.38	1.38	1.37	1.37	1.36	1.36	.25	15
1.97	1.92	1.90	1.87	1.85	1.83	1.82	1.79	1.79	1.77	1.76	1.76	.10	
2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.18	2.16	2.12	2.11	2.10	2.08	2.07	.05	
3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.08	3.05	2.98	2.96	2.92	2.89	2.87	.01	
1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.37	1.36	1.36	1.35	1.35	1.34	1.34	.25	16
1.94	1.89	1.87	1.84	1.81	1.79	1.78	1.76	1.75	1.74	1.73	1.72	.10	
2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.12	2.11	2.07	2.06	2.04	2.02	2.01	.05	
3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.97	2.93	2.86	2.84	2.81	2.78	2.75	.01	
1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.35	1.34	1.34	1.34	1.33	1.33	.25	17
1.91	1.86	1.84	1.81	1.78	1.76	1.75	1.73	1.72	1.71	1.69	1.69	.10	
2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.08	2.06	2.02	2.01	1.99	1.97	1.96	.05	
3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.87	2.83	2.76	2.75	2.71	2.68	2.65	.01	
1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.34	1.33	1.33	1.32	1.32	1.32	.25	18
1.89	1.84	1.81	1.78	1.75	1.74	1.72	1.70	1.69	1.68	1.67	1.66	.10	
2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.04	2.02	1.98	1.97	1.95	1.93	1.92	.05	
3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.78	2.75	2.68	2.66	2.62	2.59	2.57	.01	
1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.33	1.32	1.32	1.31	1.31	1.30	.25	19
1.86	1.81	1.79	1.76	1.73	1.71	1.70	1.67	1.67	1.65	1.64	1.63	.10	
2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.94	1.93	1.91	1.89	1.88	.05	
3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.71	2.67	2.60	2.58	2.55	2.51	2.49	.01	
1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.33	1.32	1.31	1.31	1.30	1.30	1.29	.25	20
1.84	1.79	1.77	1.74	1.71	1.69	1.68	1.65	1.64	1.63	1.62	1.61	.10	
2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.97	1.95	1.91	1.90	1.88	1.86	1.84	.05	
3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.64	2.61	2.54	2.52	2.48	2.44	2.42	.01	

(continued)

Table T.4 (Continued)

<i>df</i> for Denom- inator N_2	Pr	<i>df</i> for Numerator N_1											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
22	.25	1.40	1.48	1.47	1.45	1.44	1.42	1.41	1.40	1.39	1.39	1.38	1.37
	.10	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.88	1.86
	.05	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.26	2.23
	.01	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.18	3.12
24	.25	1.39	1.47	1.46	1.44	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.38	1.37	1.36
	.10	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88	1.85	1.83
	.05	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.21	2.18
	.01	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09	3.03
26	.25	1.38	1.46	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.37	1.36	1.35
	.10	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86	1.84	1.81
	.05	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18	2.15
	.01	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	3.02	2.96
28	.25	1.38	1.46	1.45	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34
	.10	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84	1.81	1.79
	.05	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12
	.01	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.96	2.90
30	.25	1.38	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.35	1.34
	.10	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82	1.79	1.77
	.05	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09
	.01	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.91	2.84
40	.25	1.36	1.44	1.42	1.40	1.39	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.32	1.31
	.10	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76	1.73	1.71
	.05	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00
	.01	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	2.66
60	.25	1.35	1.42	1.41	1.38	1.37	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.29
	.10	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71	1.68	1.66
	.05	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92
	.01	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50
120	.25	1.34	1.40	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26
	.10	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68	1.65	1.62	1.60
	.05	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	1.83
	.01	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.40	2.34
200	.25	1.33	1.39	1.38	1.36	1.34	1.32	1.31	1.29	1.28	1.27	1.26	1.25
	.10	2.73	2.33	2.11	1.97	1.88	1.80	1.75	1.70	1.66	1.63	1.60	1.57
	.05	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.84	1.80
	.01	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.27
∞	.25	1.32	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.29	1.28	1.27	1.25	1.24	1.24
	.10	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	1.60	1.57	1.55
	.05	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75
	.01	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.25	2.18

Table T.4 (Continued)

df for Numerator N_1													df for Denominator N_2
15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	500	∞	Pr	
1.36	1.34	1.33	1.32	1.31	1.31	1.30	1.30	1.30	1.29	1.29	1.28	.25	
1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.65	1.64	1.61	1.60	1.59	1.58	1.57	.10	22
2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.91	1.89	1.85	1.84	1.82	1.80	1.78	.05	
2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.53	2.50	2.42	2.40	2.36	2.33	2.31	.01	
1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.29	1.28	1.28	1.27	1.27	1.26	.25	
1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.62	1.61	1.58	1.57	1.56	1.54	1.53	.10	24
2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.86	1.84	1.80	1.79	1.77	1.75	1.73	.05	
2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.44	2.40	2.33	2.31	2.27	2.24	2.21	.01	
1.34	1.32	1.31	1.30	1.29	1.28	1.28	1.26	1.26	1.26	1.25	1.25	.25	
1.76	1.71	1.68	1.65	1.61	1.59	1.58	1.55	1.54	1.53	1.51	1.50	.10	26
2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.82	1.80	1.76	1.75	1.73	1.71	1.69	.05	
2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.36	2.33	2.25	2.23	2.19	2.16	2.13	.01	
1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.27	1.27	1.26	1.25	1.25	1.24	1.24	.25	
1.74	1.69	1.66	1.63	1.59	1.57	1.56	1.53	1.52	1.50	1.49	1.48	.10	28
2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79	1.77	1.73	1.71	1.69	1.67	1.65	.05	
2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.30	2.26	2.19	2.17	2.13	2.09	2.06	.01	
1.32	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26	1.26	1.25	1.24	1.24	1.23	1.23	.25	
1.72	1.67	1.64	1.61	1.57	1.55	1.54	1.51	1.50	1.48	1.47	1.46	.10	30
2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.70	1.68	1.66	1.64	1.62	.05	
2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.25	2.21	2.13	2.11	2.07	2.03	2.01	.01	
1.30	1.28	1.26	1.25	1.24	1.23	1.22	1.21	1.21	1.20	1.19	1.19	.25	
1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.48	1.47	1.43	1.42	1.41	1.39	1.38	.10	40
1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.64	1.59	1.58	1.55	1.53	1.51	.05	
2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.06	2.02	1.94	1.92	1.87	1.83	1.80	.01	
1.27	1.25	1.24	1.22	1.21	1.20	1.19	1.17	1.17	1.16	1.15	1.15	.25	
1.60	1.54	1.51	1.48	1.44	1.41	1.40	1.36	1.35	1.33	1.31	1.29	.10	60
1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.56	1.53	1.48	1.47	1.44	1.41	1.39	.05	
2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.88	1.84	1.75	1.73	1.68	1.63	1.60	.01	
1.24	1.22	1.21	1.19	1.18	1.17	1.16	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	.25	
1.55	1.48	1.45	1.41	1.37	1.34	1.32	1.27	1.26	1.24	1.21	1.19	.10	120
1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.46	1.43	1.37	1.35	1.32	1.28	1.25	.05	
2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.70	1.66	1.56	1.53	1.48	1.42	1.38	.01	
1.23	1.21	1.20	1.18	1.16	1.14	1.12	1.11	1.10	1.09	1.08	1.06	.25	
1.52	1.46	1.42	1.38	1.34	1.31	1.28	1.24	1.22	1.20	1.17	1.14	.10	200
1.72	1.62	1.57	1.52	1.46	1.41	1.39	1.32	1.29	1.26	1.22	1.19	.05	
2.13	1.97	1.89	1.79	1.69	1.63	1.58	1.48	1.44	1.39	1.33	1.28	.01	
1.22	1.19	1.18	1.16	1.14	1.13	1.12	1.09	1.08	1.07	1.04	1.00	.25	
1.49	1.42	1.38	1.34	1.30	1.26	1.24	1.18	1.17	1.13	1.08	1.00	.10	∞
1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.35	1.32	1.24	1.22	1.17	1.11	1.00	.05	
2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.52	1.47	1.36	1.32	1.25	1.15	1.00	.01	