

T.C.
RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

RİJİT BİR PANÇ ARACILIĞIYLA YÜKLENMİŞ VE RİJİT
TEMELE BAĞLANMIŞ FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ
TABAKANIN TEMAS PROBLEMİ

MERVE ABANOZ

TEZ DANIŞMANI

DOÇ. DR. MURAT YAYLACI

II. DANIŞMAN

PROF. DR. AHMET BİRİNCİ

TEZ JÜRİLERİ

PROF. DR. TALAT ŞÜKRÜ ÖZŞAHİN

DOÇ. DR. İLKER USTABAŞ

DOÇ. DR. MEHMET AVCAR

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI




RİZE-2018

Her Hakkı Saklıdır

T.C.
RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**RİJİT BİR PANÇ ARACILIĞIYLA YÜKLENMİŞ VE RİJİT TEMELE
BAĞLANMIŞ FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ TABAKANIN
TEMAS PROBLEMİ**

Doç. Dr. Murat YAYLACI danışmanlığında, Merve ABANOZ tarafından hazırlanan bu çalışma, Enstitü Yönetim Kurulu kararıyla oluşturulan jüri tarafından 09/11/2018 tarihinde İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS** tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri	Unvanı Adı Soyadı	İmzası
Başkan	: Prof. Dr. Ahmet BİRİNCİ	
Üye	: Prof. Dr. Talat Şükrü ÖZŞAHİN	
Üye	: Doç. Dr. İlker USTABAŞ	
Üye	: Doç. Dr. Mehmet AVCAR	
Üye	: Doç. Dr. Murat YAYLACI	


Doç. Dr. Ferhat KALAYCI
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRÜ



ÖNSÖZ

Bu çalışma, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak hazırlanmıştır. Rijit bir panç aracılığı ile yüklenmiş ve rijit temele bağlanmış fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın temas problemi konulu tez çalışmasını bana öneren ve tez sürecinin her aşamasında bilgi ve tecrübelerinden faydalandığım, her danıştığım bana değerli zamanlarını ayıran ve her sorun yaşadığımda yanlarına çekinmeden gidebildiğim, öğrencisi olmaktan ve kendileri ile çalışmaktan onur duyduğum danışman hocalarım Sayın Prof. Dr. Ahmet BİRİNCİ'ye ve Sayın Doç. Dr. Murat YAYLACI'ya minnet ve şükranlarımı sunmayı zevkli bir görev sayarım.

Öğrenim hayatım boyunca bana emeği geçen tüm hocalarımı saygıyla anar, kendilerine minnettar olduğumu belirtmek isterim.

Tez çalışmam boyunca bilgi ve birikimlerinden faydalandığım Sayın Prof. Dr. Talat Şükrü ÖZŞAHİN'e, Sayın Doç. Dr. Volkan KAHYA'ya ve Sayın Prof. Dr. Ümit UZMAN'a teşekkür ederim. Tez savunma sınavı jüri üyeliğini kabul eden Sayın Doç. Dr. Mehmet AVCAR'a ve Doç. Dr. İlker USTABAŞ'a teşekkür ederim.

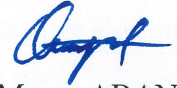
Çalışmalarım esnasında değerli yardım ve katkılarını benden esirgemeyen, kıymetli zamanlarını ayırıp bilgi ve tecrübeleriyle bana yol gösteren ve destek olan Sayın İnşaat Yüksek Mühendisi Merve Pembe KARABULUT ve Sayın Arş. Gör. Gökhan ADIYAMAN'a ayrıca teşekkürü bir borç bilirim.

Öğrenim hayatım süresince maddi ve manevi destekleriyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan başta babam Osman ABANOZ ve annem Fatma ABANOZ olmak üzere ailemin tüm fertlerine ve bu zorlu tez sürecinde birçok konuda desteğini benden esirgemeyen değerli arkadaşım Müjgen YAYLI'ya sonsuz teşekkürlerimi sunar, çalışmanın ülkemize yararlı olmasını içtenlikle dilerim.

Merve ABANOZ

TEZ ETİK BEYANNAMESİ

Tarafımdan hazırlanan “Rijit Bir Panç Aracılığıyla Y¼klenmiř ve Rijit Temele Bağlanmış Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabakanın Temas Problemi.” başlıklı bu tezin, Y¼ksek¼đretim Kurulu Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Y¼nergesindeki hususlara uygun olarak hazırladığımı ve aksinin ortaya ¼ıkması durumunda her t¼rl¼ yasal işlemi kabul ettiğimi beyan ederim. 09/11/2018



Merve ABANOZ

Uyarı: Bu tezde kullanılan ¼zg¼n ve/veya başka kaynaklardan sunulan i¼eriđin kaynak olarak kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki h¼k¼mlere tabidir.

ÖZET

RİJİT BİR PANÇ ARACILIĞIYLA YÜKLENMİŞ VE RİJİT TEMELE BAĞLANMIŞ FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ TABAKANIN TEMAS PROBLEMİ

Merve ABANOZ

**Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi
Danışmanı: Doç. Dr. Murat YAYLACI**

Bu çalışmada, alt yüzeyinden rijit olarak mesnetlenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) tabaka ile rijit bir panç arasındaki sürtünmesiz temas problemi, elastisite teorisi temel alınarak incelenmiştir. Problemden ele alınan tabaka FD olup kayma modülü tabaka yüksekliği boyunca üstel bir fonksiyona bağlı olarak değişmektedir. Birinci bölümde, temas problemlerinin ve FDM'lerin tarihsel gelişiminden bahsedilmiş ve konu ile ilgili daha önce yapılmış bazı çalışmalar özetlenmiştir. Yine bu bölümde, FD tabaka için elastisite teorisine ait temel denklemler ve integral dönüşüm teknikleri kullanılarak gerilme ve yer değiştirme ifadeleri elde edilmiştir. İkinci bölümde, problem tanımlanmış ve birinci bölümde FD tabaka için elde edilen genel gerilme ve yer değiştirme ifadeleri sınır şartlarında yerlerine yazılarak dört bilinmeyenli dört cebrik denklem türetilerek gerilme ve yer değiştirme ifadelerindeki bilinmeyen katsayılar bulunmuştur. Rijit panç ile FD tabaka arasındaki düşey yer değiştirme fonksiyonunun türevinin, panç profilini tanımlayan $F(x)$ gibi bir fonksiyonun türevine eşit olması şartı kullanılarak problem bir singüler integral denkleme indirgenmiştir. Bu integral denklem, uygun Gauss-Jacobi formülasyonu kullanılarak sayısal olarak çözülmüş ve temas uzunlukları ve temas gerilme yayılışları elde edilmiştir. Üçüncü bölümde, çözüme ilişkin sayısal uygulamalar yapılmış, rijit panç- FD tabaka arasındaki temas mesafeleri ve temas yüzeyleri boyunca oluşan gerilme dağılımları farklı malzeme özellikleri, yük değeri, panç yarıçapı ve rijitlik parametresi gibi değerlere göre elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar tablo ve grafiklerle sunulmuş bunlarla ilgili değerlendirmeler yapılmıştır. Dördüncü bölümde, bu çalışmadan çıkartılan sonuçlar ve öneriler verilmiştir.

2018, 66 sayfa

Anahtar Kelimeler: Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabaka, Elastisite Teorisi, Temas Mekanikliği, İntegral Dönüşüm Teknikleri.

ABSTRACT

THE CONTACT PROBLEM OF THE FUNCTIONALLY GRADED LAYER RESTING ON RIGID FOUNDATION PRESSED VIA RIGID PUNCH

Merve ABANOZ

Recep Tayyip Erdoğan University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Civil Engineering
Master Thesis
Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Murat YAYLACI

In this study, a frictionless contact problem between a rigid punch and functionally graded (FG) layer, which is bonded to a rigid foundation on its bottom surface, is considered according to the theory of elasticity. The layer considered in the problem is functionally graded (FG) and its shear modulus is assumed to vary exponentially through the thickness of the layer. In the first chapter, the historical developments of contact problems and FGM are mentioned and some studies which are done on contact problems are summarized. In addition, general expressions of stresses and displacements are obtained by using the fundamental equations of theory of elasticity and integral transformation technique. In the second chapter, after the description of the problem a set of linear algebraic equation is obtained by applying the expressions of stresses and displacements to boundary conditions of the problem. Solving the equations system, the unknown constant coefficients are expressed by depending on the contact pressure which is unknown. Using the condition that derivative of vertical displacements under the rigid punch is equal to derivative of the function $F(x)$ which defines the profile of the rigid punch, the problem is formulated in terms of a singular integral equation for the contact problem. The singular integral equation is solved numerically by using Gauss-Jacobi integration formulation and the contact areas, the contact pressure are determined. In the third chapter, the numerical values for the contact lengths and contact stresses between the FG layer and rigid stamp are calculated for different material, loading and geometric properties. Results are shown and discussed in graphics and tables. In the fourth chapter, the conclusions and recommendation drawn from this study are given.

2018, 66 pages

Keywords: Functionally Graded Layer, Theory of Elasticity, Contact Mechanics, Integral Transform Technique.

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ.....	I
TEZ ETİK BEYANNAMESİ.....	II
ÖZET.....	III
ABSTRACT.....	IV
İÇİNDEKİLER.....	V
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	VII
TABLolar DİZİNİ.....	VIII
SEMBOLLER ve KISALTMALAR DİZİNİ.....	IX
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. Literatür Özeti.....	2
1.2.1. Homojen Tabakalı Ortamlarda Temas Problemleri ile İlgili Çalışmalar.....	3
1.2.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş (FD) Tabakalı Ortamlarda Temas Problemleri ile İlgili Çalışmalar.....	12
1.3. Çalışmanın Amacı ve Kapsamı.....	20
1.4. Genel Denklemlerin Elde Edilmesi.....	21
1.5. Fonksiyonel Derecelendirilmiş (FD) Tabaka için Genel Denklemlerin Elde Edilmesi.....	22
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	30
2.1. Problemin Tanımı.....	30
2.2. Problemin Çözümü.....	30
2.2.1. Kullanılacak Denklemler.....	31
2.2.2. Problemin Sınır Şartları.....	32
2.2.3. Katsayıların Belirlenmesi.....	33
2.2.4. İntegral Denklemin Elde Edilmesi.....	34
2.2.5. İntegral Denklemin Boyutsuzlaştırılması.....	37
2.2.6. İntegral Denklemin Sayısal Çözümü.....	39
3. BULGULAR.....	41
4. TARTIŞMA ve SONUÇLAR.....	55
5. ÖNERİLER.....	57

KAYNAKLAR	58
ÖZGEÇMİŞ	66



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.	Problemin geometrisi.....	30
Şekil 2.	Panç yarıçapına bağlı olarak, temas uzunluğunun yük ile değişimi ($\kappa = 2$).....	42
Şekil 3.	Yüke bağlı olarak, temas uzunluğunun panç yarıçap ile değişimi ($\kappa = 2$).....	43
Şekil 4.	κ' ya bağlı olarak, temas uzunluğunun panç yarıçapı ile değişimi ($\frac{\mu_0}{P/h} = 100$).....	44
Şekil 5.	Çeşitli yük değerleri için panç altındaki temas gerilme yayılışları ($R/h = 10, \kappa = 2$), (a, b, c).....	46
Şekil 6.	Çeşitli yük değerleri için panç altındaki temas gerilme yayılışları ($R/h = 100, \kappa = 2$), (a, b, c).....	47
Şekil 7.	Çeşitli yük değerleri için panç altındaki temas gerilme yayılışları ($R/h = 1000, \kappa = 2$), (a, b, c).....	48
Şekil 8.	Çeşitli yarıçap değerleri için panç altındaki temas gerilme yayılışları ($\frac{\mu_0}{P/h} = 100, \kappa = 2$), (a, b, c).....	49
Şekil 9.	Çeşitli yük değerleri için panç altındaki temas gerilme yayılışları ($\beta = 1, \kappa = 2$), (a, b, c).....	50
Şekil 10.	Çeşitli panç yarıçapı değerleri için panç altındaki temas gerilme yayılışları ($\beta = 1, \kappa = 2$), (a, b).....	51
Şekil 11.	Çeşitli κ değerleri için panç altındaki temas gerilme yayılışları ($\beta = 1$), (a, b, c).....	52

TABLULAR DİZİNİ

- Tablo 1.** Çeşitli panç yarıçapı ve rijitlik parametresi değerleri için temas uzunluğunun (a/h) yük ile değişimi ($\kappa = 2$).42
- Tablo 2.** Çeşitli yük ve rijitlik parametresi değerleri için temas uzunluğunun (a/h) panç yarıçapı ile değişimi ($\kappa = 2$)43
- Tablo 3.** Çeşitli κ ve rijitlik parametresi değerleri için temas uzunluğunun (a/h) panç yarıçapı ile değişimi $\frac{\mu_0}{P/h} = 100$).44
- Tablo 4.** Çeşitli panç yarıçapı değerleri için temas uzunluğunun (a/h) yük ile değişiminin karşılaştırılması ($\beta = 0.001, \kappa = 2$) (Kahya, 1997).53
- Tablo 5.** Çeşitli yük değerleri için temas uzunluğunun (a/h) panç yarıçapı ile değişiminin karşılaştırılması ($\beta = 0.001, \kappa = 2$) (Kahya, 1997).53
- Tablo 6.** Çeşitli κ değerleri için temas uzunluğunun (a/h) panç yarıçapı ile değişiminin karşılaştırılması ($\beta = 0.001, \kappa = 2$) (Kahya, 1997).....54

SEMBOLLER ve KISALTMALAR DİZİNİ

a	Rijit Blok ile FD Tabaka Arasındaki Yarı Temas Uzunluğu
h	FD Tabakanın Yüksekliği
$F(x)$	Rijit Blok Profilini Tanımlayan Fonksiyon
$f(x)$	$F(x)$ Fonksiyonunun x 'e göre Türevi
u, v	Düzlem Halde Kartezyen Koordinatlardaki Yer Değiştirme Bileşenleri
X, Y	Sırasıyla x, y Eksenleri Doğrultusundaki Kütle Kuvveti Bileşenleri
x, y	Kartezyen Koordinatlar
σ_x, σ_y	Sırasıyla x, y Eksenleri Doğrultusundaki Normal Gerilme Bileşenleri
τ_{xy}	Kayma Gerilmesi Bileşeni
P	Rijit Bloğa Uygulanan Tekil Kuvvet
$p(x)$	Rijit Blok Altındaki Temas Gerilmesi Fonksiyonu
R	Dairesel Pançın Yarıçapı
$\mu(y)$	FD Tabakanın Kayma Modülü
κ	Malzeme Sabiti
ν	Poisson Oranı
∂	Türev Operatörü
ϕ, ψ	FD Tabaka için Ters Fourier Dönüşüm Fonksiyonları
$\varepsilon_x, \varepsilon_y$	x, y Doğrultularındaki Uzama Şekil Değiştirme Bileşenleri
δ	Rijit Dairesel Bloğun Altında Meydana Gelen En Büyük Yer Değiştirme
β	Rijitlik Parametresi

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Yapıların bir çoğu ve mekanik sistemlerin elemanları birbirleri ile temas halindedir. Bu temasın karakteri, cisimlerin gerilmeleri birbirlerine iletiş şekilleri, temas halindeki cisimlerde meydana gelen şekil değiştirmeler, temas uzunlukları ve temas bölgesindeki temas gerilmesi dağılımı yapının davranışında önemli rol oynamaktadır. Karayolu ve havaalanı üst yapıları, demiryolları, temeller, tahıl siloları, akaryakıt tankları, silindirik miller ve bilyeler temasın söz konusu olduğu mühendislik uygulamalarından bazılarıdır. Taşıt çarpışmalarının simülasyonu, insan eklemlerinin davranışı gibi konular da temas probleminin uygulama sahasına girmektedir (Çömez, 2009).

Elementer teörinin çoğu zaman yetersiz kaldığı mühendislik yapılarındaki gerilme, yer ve şekil değiştirme problemlerinin çözümünde elastisite teörisi daha kesin sonuçlar vermektedir. Gelişen bilgisayar teknolojisi ve sayısal çözüm yöntemleri ile problemlerin elastisite teörisi yardımı ile çözümünde önemli artış sağlanmıştır. İntegral dönüşüm teknikleri, sonlu farklar, sonlu elemanlar, sınır elemanları gibi yöntemler kullanılarak son yıllarda temas problemleri ile ilgili pek çok çalışma yapılmıştır.

Ayrıca gelişen teknoloji özel karakterlere sahip malzeme ihtiyacını büyük ölçüde artırmıştır. Bilinen alaşımlar, kaplamalar ve tabakalı kompozitler bu ihtiyacı karşılayamaz hale gelmiş, kullanım yerine göre yeni malzemelere ihtiyaç duyulmuştur. Özellikle uzay taşıtlarındaki gereksinim olan, yüksek mukavemet ve termal etkilere dayanıklı, ısı direnç özelliği sağlayan homojen bir malzeme olmaması, bu özellikleri bir arada bulduran malzeme kombinasyonlarına yani Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme (FDM) teknolojisine yönelmeye sebep olmuştur. Koizumi (1993) fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin farklı üretim yöntemlerine genel bakış atmaktadır. FDM, katmanlı malzemelerin sürekli değişen bir kompozisyonda ve derecelendirilmiş bir yapıda birbiriyle birleşmesi ile oluşur. Malzemeler arası ani olmayan geçişler katmanlar arasındaki gerilme dağılımının da sürekliliğini sağlar. FDM'lerde temas gerilmeleriyle ilgili de literatürde pek çok çalışma yer almaktadır (Ersan, 2008).

FDM'ler ısı ı direnç ve ısı ı iletkenlik gibi özelliklerinin yanında sağlamlık, aşınmaya karşı gösterdiği direnç, tokluk ve hafiflik özellikleriyle de ilk olarak uzay taşıtlarında kullanılmaya başlanmıştır. Daha sonra makine, inşaat, elektronik, optik, kimya, biyomedikal, nükleer vb. birçok alanda kendine geniş uygulama alanları bulmuştur.

FDM'lerin avantajlarını ve dezavantajlarını aşağıdaki şekilde özetlemek mümkündür:

Avantajları:

- a) Korozyon dirençleri daha yüksektir.
- b) Bünyelerinde farklı malzemelerin üstün özellikleri bir araya getirilmiştir.
- c) Biyolojik dokularla diğer geleneksel malzemelere göre daha yüksek uyumluluk göstermektedirler.
- d) Termal bariyer kaplamalarda termal yorulma ömrünü uzatırlar.

Dezavantajları:

- a) Özel üretim teknikleri gerektirirler ve pahalıdırlar.
- b) Birçok malzeme bileşeninin bir arada olması nedeniyle çatlak oluşumuna müsaittirler (Öner, 2017).

1.2. Literatür Özeti

Heinrich Hertz tarafından 1882 yılında yazılan “*On the contact of elastic solids*” adlı makaleyle temas mekaniği konusuna giriş yapıldığı söylenebilir (Johnson, 1985). Çalışmalarına sürtünmesiz yüzeyleri ve tam elastik cisimleri konu edinen Hertz, iki elastik cismin birbirine temas durumunu, temas bölgesinin eliptik olduğunu kabul ederek incelemiş, temas gerilmesi ve şekil değiştirmeler için formülasyonlar geliştirmiştir. Ayrıca bulduğu sonuçları rijit düzleme oturan farklı geometrilere sahip problemlere uygulamış ve bu tip problemler Hertz temas problemi olarak adlandırılmıştır.

Yirminci yüz yılın başlarında Kolosoff tarafından kompleks değişkenler yöntemi uygulanmaya başlanmıştır. Temas problemleri üzerine yapılan çalışmalarda, Sneddon'un integral dönüşüm tekniklerini elastisite teorisinde kullanması (Sneddon, 1951) ve kompleks değişkenler yönteminin Muskhelishvili tarafından geliştirilmesiyle (Muskhelishvili, 1953) artış gözlenmiştir. Hertz ile başlayan temas mekaniğinin gelişimi Galin ve Uffliand'ın çalışmalarıyla hızlanmıştır. Temas problemleri ile ilgili çalışmaların 1950'li yıllara kadar olan tarihçesi ve çözüm yöntemleri Galin'in "*Contact Problems in the Theory of Elasticity*" adlı eserinde toplanmıştır (Galin, 1961). Uffliand ise eserinde integral dönüşüm tekniklerinin bu problemlere uygulanmasını ortaya koymuştur (Uffliand, 1965).

Bilgisayar teknolojisindeki ve sayısal çözüm metotlarındaki gelişmelere paralel olarak bu alanda yapılan çalışmaların yaygınlığı artmıştır. Temas problemleri ile ilgili günümüze kadar yapılmış çalışmalar tabakaların homojen olmasına ve tabakaların FD olmasına ilişkin yapılmış çalışmalar olmak üzere iki ana başlık altında toplanabilir.

1.2.1. Homojen Tabakalı Ortamlarda Temas Problemleri ile İlgili Çalışmalar

Homojen tabakalı ortamlarda temas problemlerine ilişkin literatürde yapılan çalışmalar aşağıdaki gibi özetlenebilir.

Weistsman (1969), elastik yarım düzlem ve plak arasındaki temas problemini incelemiştir. Ağrılıksız kabul edilen elastik plak tekil bir yük ile bastırılmıştır. Plagın ve elastik düzlemin rijitlikleri oranı için temas uzunlukları bulunmuştur. Pu ve Hussain (1970), elde edilen çözümde elastik düzlemin rijitliğinin sonsuza götürülmesi sonucunda (rijit mesnet), temas uzunluğunun sıfır olduğunu ve bunun mümkün olmayacağını belirtmişler, problemin yaklaşık çözümünü bulmak için varyasyonel yöntem kullanarak bir önceki çalışmadan farklı sonuçlara ulaşmışlardır.

Chan ve Tuba (1971a-b), elastik cisimlerin düzlem temas problemine sonlu elemanlar yönteminden yola çıkarak bir çözüm yolu geliştirmişlerdir. Elastik cisimler üçgen elemanlar ile modellenerek, yöntemin Hertz problemi ve ortasında disk bulunan

levha problemi için temas gerilmesi dağılımlarında sonuçların kesin çözüme yaklaşık çıktığı gösterilmiştir.

Keer vd. (1972), serbest yüzeyinden yayılı yük vasıtasıyla yüklenmiş ve yarım düzlem üzerine oturan elastik tabakanın temas problemini incelemişlerdir. Problemden dönele simetrik durum için Hankel dönüşümleri ve düzlem şekil değiştirme durumu için üstel Fourier dönüşümleri kullanılmıştır. Bu çalışma sonucunda yüklemenin sadece gerilme dağılımını değiştirdiği ve temas bölgesinin uzunluğuna bir etkisi olmadığı görülmüştür.

Sonlu bölgede elastik yarım düzlem üzerine oturan elastik bir tabakanın sürtünmesiz bir blok aracılığıyla yüklenmesi haline ait temas problemi Ratwani ve Erdoğan (1973) tarafından incelenmiştir. Çalışmada, blok profiline dikdörtgen ve dairesel olması durumları için temas yüzeyi boyunca gerilme yayılışı elde edilmiştir.

Erdoğan ve Ratwani (1974), iki elastik çeyrek düzleme oturan ve üzerine baskı uygulanan elastik tabaka için süreksiz temas problemini çözmüşlerdir. Tabaka-yarım düzlem problemi olarak görülen problem temas gerilmelerinin bilinmeyen olduğu tekil integral denkleme indirgenmiştir. Çalışmanın sonucunda temas uzunluklarının dış yükün büyüklüğünden bağımsız fakat dış yükün genişliğine bağlı olduğu belirlenmiştir.

Civelek ve Erdoğan (1975), rijit bir düzleme oturan elastik tabakanın tekil yük ile kaldırılması durumundaki sürekli ve süreksiz temas problemini çalışmışlardır. Çözümde tabakanın ağırlığı dikkate alınırken sürtünme kuvveti göz ardı edilmiştir. Önce tabakanın rijit düzlemden ayrılmasına sebep olan en küçük yük değeri belirlenmiş ve ardından süreksiz temas problemi tekil integral denkleme indirgenerek, kritik yükten daha büyük yükler için meydana gelen ayrılma bölgesi ve gerilme dağılışı sayısal olarak elde edilmiştir. Civelek ve Erdoğan (1976), aynı geometride tekil yükün basınç olması durumunda sürekli ve süreksiz temas problemini incelemişlerdir.

Adams ve Bogy (1977), farklı elastik özellik ve kalınlıklardaki iki yarı sonsuz tabakanın bağlı temasını incelemişlerdir. Çalışmada integral denklemler çıkarılmış ve değişik malzeme kombinasyonları ve kalınlık oranları için sayısal çözümler elde

edilmiştir. Sonuçlar, kalınlık oranının bir veya sonsuz olduğu önceki çözümlerle karşılaştırılmıştır.

Düzlem hal için elastik cisimlerin sürtünmesiz temas problemi şekil değiştirmelerin küçük olduğu düşünülerek Hung ve Saxce (1980) tarafından matematiksel programlama tekniğiyle incelenmiştir. Hertz problemi ve piston çubuk problemi belirtilen formülasyona göre sonlu elemanlar algoritmasıyla modellenmiş, temas bölgelerindeki gerilme yayılışları elde edilmiştir.

Keer ve Miller (1983), eğrisel bir panç ile kenarlarından basit veya ankastre mesnetlere oturan dairesel plağın temas problemini incelemiştir. Pançın plağa temas uzunluğu bilinen olarak alınmış, elastik sonsuz tabakanın elastisite teorisi çözümü ile mesnet tepkilerini karşılayabilmek için basit eğilme etkisindeki plağın Plak Teorisine göre çözümünün süperpozisyonu alınarak yaklaşık bir çözüm geliştirilmiştir. Bulunan temas gerilmesi değerleri Hertz Teorisi ve Plak Teorisi ile karşılaştırılmış ve yöntemlerden elde edilen sonuçlar arasında çok yakın değerler elde edilmediği görülmüştür.

Keer vd. (1984), rijit bir blok ile yüklenen elastik çeyrek düzlemin sürtünmesiz temas problemini çözmüşlerdir. Çalışmada, seçilen tahmini temas bölgesi, her bir bölgede gerilmelerin sabit olduğu düşünölen dikdörtgensel bölgelere ayrılmıştır. Bu şekilde integral denklem lineer denklem sistemine dönüştürölerek temas bölgesinin uzunluğu ve temas bölgesindeki gerilme dağılışlarına ulaşılmıştır.

Geçit ve Gökpınar (1985), rijit dairesel bir mesnete oturan ve üst yüzeyinden üniform bir basınç uygulanan elastik bir tabakanın temas problemini incelemiştir. Tabakanın ağırlığı ihmal edilmiş, tabaka ile mesnet arasında sürtünme olmadığı ve sadece basınç gerilmelerinin aktarıldığı varsayılmıştır. Çözümde değişik malzeme özellikleri, parabolik ve dairesel mesnet profilleri için temas uzunluğu ve normal gerilme değerleri bulunmuştur.

Rijit mesnete oturan, üst yüzeyinden bir çekme kuvveti uygulanan elastik sonsuz uzunluklu tabakanın temas problemi Geçit (1987) tarafından incelenmiştir. Temas

bölgesinde normal ve kayma gerilmelerinin bilinmeyen olduğu birinci tür integral denklem sistemi elde edilmiş, bu denklemler sayısal olarak çözümlenerek temas uzunluğu ve gerilme dağılımları hesaplanmıştır. Geçit (1990), aynı sisteme rijit dikdörtgen blok aracılığı ile tekil moment etki etmesi halinde problemi benzer şekilde çözmüştür.

Dempsey vd. (1990), Winkler zemine oturan, sonsuz uzunluktaki elastik tabakanın temas problemini incelemiştir. Tabakaya üst yüzeyinden düzgün yayılı yük veya dikdörtgen ve eğrisel bir blok aracılığıyla tekil yük etkimesi durumları elastisite ve giriş teorisine göre ayrı ayrı çözülmüş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Çakıroğlu ve Çakıroğlu (1991), elastik yarım düzlem ve elastik tabaka arasındaki sürekli ve süreksiz temas problemini incelemiştir. Tabakaya uygulanan yükün düzgün yayılı veya bir fonksiyona bağlı olması durumlarında, değişik malzeme özellikleri ve tabaka kalınlıkları için ilk ayrılma mesafesi ve temas bölgesindeki gerilme dağılımları incelenmiştir.

Jaffar (1991), rijit silindirik bir panç ile elastik tabaka arasındaki temas problemini ele almıştır. Tabakaya dönmesi engellenen panç vasıtasıyla normal kuvvet ve sürtünme katsayısına bağlı yatay kuvvet uygulanmıştır. Problem tabakanın rijit zemine tam bağlı olduğu ve olmadığı durumlar için çözülmüş temas bölgesindeki gerilme dağılımları elde edilmiştir.

Urquart ve Pindera (1994), elastik yarım düzleme oturan ve rijit dikdörtgen bir panç aracılığıyla bastırılan anizotropik tabakaların temas problemini incelemiştir.

Lan vd. (1996), silindirik iki rijit blok vasıtasıyla yüklenen ve rijit bir düzleme oturan elastik tabakanın temas problemini incelemişler ve temas yüzeyindeki gerilme dağılımlarını elde etmişlerdir.

Kahya (1997), üst tarafından rijit olarak mesnetlenmiş, sabit yükseklikli elastik sonsuz bir tabaka ile rijit bir blok arasındaki sürtünmesiz temas problemini elastisite teorisine göre incelemiştir. Tabakaya rijit bir blok aracılığı ile alt yüzeyinden tekil bir yük etkimektedir. Çözümde kütle kuvvetlerinin etkisi ihmal edilmiştir.

Elastik sabitleri ve yükseklikleri farklı iki tabakadan oluşan ve alt tabakasında simetri eksenini üzerinde düşey bir çatlak bulunan bileşik tabakada temas ve çatlak problemi Birinci (1998) tarafından elastisite teorisine göre irdelenmiştir. Bütün yüzeylerin sürtünmesiz olduğu kabul edilmiştir. Çalışmada; tabaka kalınlıkları, blok yarıçapı, mesnet genişliği, blok genişliği ve malzeme sabitlerinin oranlarının çeşitli değerleri için temas gerilmeleri, normal gerilmeler, tabakalar arasındaki ilk ayrılma yükü ve ilk ayrılma uzaklığı, çatlak uçlarındaki gerilme şiddet faktörü ve çatlak yüzey yer değiştirmeleri elde edilmiştir.

Birinci ve Erdöl (1999), farklı elastik özellik ve yüksekliklere sahip iki tabakadan oluşan bileşik tabaka ile temas bölgesi dairesel veya düz olan birer rijit blok arasındaki sürtünmesiz temas problemini incelemişlerdir. Bileşik tabakaya üst yüzeyinden rijit blok vasıtasıyla 2P şiddetinde yük uygulanmış olup kütle kuvvetlerinin etkisi ihmal edilmiştir. Temas gerilmelerine bağlı gerilme ve şekil değiştirmeler Fourier dönüşüm teknikleri kullanılarak belirlenmiş, tekil integral denkleme indirgenen problem Gauss-Chebyshev integrasyon formülasyonu yardımıyla çözülmüş ve elde edilen sayısal sonuçlar grafiklerle sunulmuştur.

Rijit düz iki blok üzerine oturan, sabit yükseklikte ve farklı malzeme özelliklerine sahip homojen, izotrop iki tabakadan oluşan bileşik tabakada temas problemi Özşahin (2000) tarafından elastisite teorisine göre çözülmüştür. Bileşik tabaka üst yüzeyinden $2a$ genişliğinde düzgün yayılı yükün etkisinde bırakılmıştır. Çalışmada, sürekli ve süreksiz temas durumları incelenmiştir. Sürekli temas için ilk ayrılmayı meydana getiren kritik yük sürtünme olması ve olmaması durumlarında ayrı ayrı hesaplanmıştır. Süreksiz temas için ise sürtünmenin olmadığı kabul edilerek, problem ilk ayrılmanın iki elastik tabaka arasında veya bileşik tabaka ile rijit düz bloklar arasında meydana gelme durumları için ayrı ayrı çözülmüştür.

Birinci ve Erdöl (2001), dikdörtgen rijit blok vasıtasıyla yüklenen ve iki basit mesnet üzerine oturan bileşik tabakalar arasındaki sürekli ve süreksiz temas problemini ele almışlardır. Tabakalar değişik elastik özelliklere ve yüksekliklere sahiptir. Sürekli temas halinde bileşik tabakalar arasındaki ilk ayrılmayı başlatan kritik yük ve ilk ayrılma uzaklığı bulunmuştur. Süreksiz temas, süreksizliğin rijit blok ile üstteki tabaka

arasında veya bileşik tabakalar arasında olması durumları için ayrı ayrı incelenmiştir. Değişik malzeme sabitleri, tabaka kalınlıkları ve mesnet aralığı için düşey yer değiştirmeler ve temas gerilme dağılımları elde edilmiştir.

Wozniak vd. (2002), Winkler tipi zemine rijit bir küre veya silindirle bastırılan elastik tabakanın aksel simetrik temas problemini incelemiştir.

Winkler zemine oturan elastik sabitleri ve yükseklikleri farklı iki sonsuz elastik tabakanın sürtünmesiz temas problemi Birinci ve Erdöl (2003) tarafından incelenmiştir. Sürekli temas probleminde ilk ayrılmayı başlatan kritik yük değeri hesaplanmış ve daha sonra süreksiz temas problemi tekil bir integral denkleme indirgenmiştir. Farklı ayrılma mesafesi, kritik yük ve yayılı yük değerleri için düşey yer değiştirmeler ve temas gerilme dağılımları elde edilmiştir.

Kahya (2003), rijit bir temele oturan, ortotrop, elastik ve sonsuz uzunluklu iki tabakanın birleşiminden oluşan sistemin sürekli ve süreksiz temas problemini incelemiştir. Tabakalar üst yüzeyinden rijit dikdörtgen bir blok ile bastırılmaktadır. Çalışmada, malzeme ortotropisinin temas gerilmesi, ilk ayrılma uzaklığı, kritik ayrılma yükü, kritik yükün aşılması durumunda tabakalar arasında meydana gelen ayrılma bölgesinin büyüklüğü, açılma miktarı ve tabakaların ara yüzeyindeki gerilme yayılımları üzerine olan etkileri incelenmiştir.

Üst yüzeyinden rijit bir panç ile bastırılan ve alt tarafından rijit olarak mesnetlenmiş yapışık olmayan iki elastik tabakanın sürtünmesiz temas problemini Elastisite Teorisine göre Çömez vd. (2004) incelemiştir.

Çömez ve Erdöl (2007), elastik yarım düzleme tam yapışık tabakanın sürtünmeli temas problemini elastisite teorisine göre çözmüşlerdir. Tabaka dairesel panç aracılığıyla tekil yükü bastırılırken, pança aynı zamanda yatay bir kuvvet etki ettirilmiştir. Problem integral dönüşüm tekniği ve sınır şartları kullanılmasıyla tekil bir integral denkleme indirgenmiştir. Jacobi Polinomları ve Gauss Jacobi integral formülasyonu kullanılarak sürtünmeli ve sürtünmesiz durumda, temas mesafeleri, temas gerilmeleri, normal gerilmeler ve kayma gerilmeleri bulunmuştur.

Tabakanın anizotrop olması halinde rijit dairesel bir panç aracılığıyla yüklenen ve elastik yarım düzleme oturan tabakada temas problemi Kahya vd. (2007) tarafından çözülmüştür. Anizotrop tabakanın değişik malzeme özellikleri için pançın altında ve tabaka ile yarım düzlem arasındaki temas uzunlukları ve temas gerilmesi dağılımları elde edilmiştir.

Rijit iki düz blok üzerine oturan, farklı elastik sabitlere ve yüksekliklere sahip tabakalardan oluşan bileşik tabakanın sürtünmesiz temas problemini Özşahin vd. (2007) incelemişlerdir. Tabaka üst yüzeyinden sınırlı bir bölgede yayılı basınç yükünün etkisinde bırakılmıştır. Bileşik tabakalar arasında sürtünme dikkate alınırken tabaka ile bloklar arasında sürtünme olmadığı kabul edilmiştir. Problem temas gerilmelerinin bilinmeyen olduğu tekil integral denkleme indirgenmiş, denklem sayısal olarak çözümlenerek sonuçlar grafiklerle gösterilmiştir.

Çömez (2009), rijit dairesel bir panç ile bastırılan homojen, izotrop, elastik bir tabaka ve yarım düzlemin sürtünmeli temas problemini elastisite teorisi ve integral dönüşüm tekniğini kullanarak incelemiştir. Düşey ve yatay tekil yükleri ileten rijit panç, h yüksekliğindeki homojen ve izotrop tabakanın üst yüzeyinden etki ettirilmiş ve kütle kuvvetleri ihmal edilmiştir. Çalışmada temas uzunlukları, temas bölgesinde oluşacak temas gerilmesi dağılımları, tabaka ve yarım düzlemin herhangi bir noktasında normal gerilme ve kayma gerilmesi değerleri elde edilmiş ve sürtünmenin bunlara etkisi incelenmiştir.

Adıbelli (2010), elastik yarım düzlem üzerine oturan simetrik yüklü yapışık çift tabakada temas ve çatlak problemlerini ele almıştır. Tabakaya rijit bir panç vasıtasıyla $2P$ yükü etki ettirilmiştir. Üst tabaka ile panç ve alt tabaka ile elastik yarım düzlem arasındaki temas yüzeyleri sürtünmesiz kabul edilmiş, kütle kuvvetleri göz ardı edilmiştir. Çözümde integral dönüşüm tekniklerinden faydalanılmıştır. Çalışmada alt tabaka-elastik yarım düzlem, üst tabaka-rijit panç arasında temas uzunlukları, temas bölgesinde meydana gelecek temas gerilmesi dağılımları, tabakalar ve yarım düzlemin herhangi bir noktasında normal ve kayma gerilmeleri bulunmuş, iç ve kenar çatlak olması durumunda da gerilme şiddet faktörleri tayin edilmiştir.

Öner (2011), elastik yarı sonsuz düzleme oturan, rijit dairesel bir panç ile yüklenmiş yapışık olmayan iki elastik tabakanın sürekli temas problemini elastisite teorisine göre incelemiştir. Çalışmada farklı yük, malzeme ve geometrik verilere göre panç altındaki temas gerilmeleri, temas uzunlukları, gerilme bileşenleri, ilk ayrılma yükleri ve ilk ayrılma uzaklıkları sayısal olarak elde edilmiş, bunların değişimleri tablo ve grafiklerle gösterilmiştir. Aynı problemin ANSYS programı kullanılarak yaklaşık çözümü, Öner vd. (2015) tarafından gerçekleştirilmiş ve elde edilen sonuçlar analitik sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Çakıroğlu (2011), iki elastik çeyrek düzlem üzerine oturan ve dairesel bir panç aracılığıyla tekil yük etki ettirilen sürtünmesiz elastik tabaka problemini incelemiş, probleme yapay sinir ağı yöntemi uygulamıştır. Çözümde elastisite teorisi ve integral dönüşüm tekniği kullanılarak yer değiştirme ve gerilme ifadeleri elde edilmiş, değişik yükleme, malzeme ve geometri durumlarında temas mesafeleri ve temas gerilmeleri hesaplanmıştır. Ayrıca, temas mesafeleri yapay sinir ağı yöntemi ile de elde edilerek sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Temas problemlerinde sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak yapılan analizlerde temas algoritmalarının (*Augmented Lagrangian Method, Penalty Method, Adapted Penalty Method, Adapted Augmented Lagrangian Method*) karşılaştırılması Bussetta vd. (2012) tarafından ve çözüm yöntemlerinin (*h-, p-, hp- ve rp-modeli*) karşılaştırılması ise Franke (2010) tarafından ele alınmıştır.

Yaylacı (2013), elastik özellikleri ve yükseklikleri farklı, simetrik iki elastik çeyrek düzleme oturan iki elastik tabakanın sürtünmesiz temas problemini incelemiştir. Kütle kuvvetleri ve sürtünme ihmal edilmiştir. Çözüm ilk olarak elastisite teorisine göre yapılmış daha sonra aynı problem sonlu elemanlar paket programı kullanılarak çözülmüştür. Çalışmada, iki elastik tabaka ve alt tabaka ile çeyrek düzlemler arasındaki temas uzunlukları, temas gerilmeleri ve y simetri eksenini boyunca oluşan normal gerilmeler ve bu eksen yakınındaki kayma gerilmeleri elde edilmiştir.

Özşahin ve Taşkıner (2013), üç rijit panç aracılığıyla yüklenmiş ve elastik yarım düzleme oturan tabaka için temas problemini çözmüşlerdir. Probleme ilişkin ilk ayrılma

yükleri ve uzunlukları elde edilmiştir. Çalışmada, problemin süreksiz temas haline ilişkin açılma mesafeleri de araştırılmıştır.

Çömez ve Erdöl (2013), homojen bir alt katmana bağlanan bir tabakadaki sürtünmeli temas problemini irdelemişlerdir. Tabakaya rijit bir blok etki ettirilmiştir. Elastisite teorisi ve integral dönüşüm tekniği kullanılarak, problem temas uzunluğunun ve temas gerilmesinin bilinmeyen olduğu ikinci tip bir singüler integral denkleme indirgenmiştir. İntegral denklem Gauss-Jacobi integrasyon formülü ve Jacobi polinomları kullanılarak sayısal olarak çözülmüş; sürtünmeli ve sürtünmesiz temas için temas uzunlukları, temas gerilmeleri, normal gerilmeler ve kayma gerilmeleri elde edilmiştir.

Adıyaman (2013), iki elastik çeyrek düzlem üzerine oturan homojen, izotrop elastik bir tabakanın sürtünmesiz ve ayrılmalı temas problemini elastisite teorisine göre incelemiştir. Tabakanın üst yüzeyine rijit bir panç ile tekil bir yük ve simetrik şekilde yerleştirilen iki sabit yayılı yük etki ettirilmiştir. Çalışmada; farklı yükleme, geometri ve malzeme özellikleri altında panç ile tabaka ve tabaka ile çeyrek düzlem arasındaki temas mesafeleri yanında temas gerilmesi dağılımları elde edilmiştir.

Adıbelli vd. (2013), rijit silindirik bir blok aracılığıyla yüklenmiş ve elastik yarım düzleme oturan iki tabakanın sürtünmesiz temas problemini incelemişlerdir. İntegral dönüşüm tekniği ve problemin sınır şartları kullanılarak söz konusu problem iki singüler integral denkleme indirgenmiştir. Bu integral denklemlerinin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev formülasyonunun uygulanmasıyla elde edilerek temas uzunlukları ile temas gerilmelerine ulaşılmıştır.

Long ve Wang (2013), eksenel simetrik Hertzian temas problemine yüzey gerilmesinin etkilerini araştırmışlardır. Çalışma sonucunda; temas yarıçapı ile yüzey gerilmesi/elastisite modülü oranı karşılaştırılabilir olduğunda, yüzey gerilmesinin temas bölgesi üzerindeki basınç dağılımını önemli ölçüde etkilediği belirlenmiştir.

İki çeyrek düzlem üzerine oturan elastik iki tabakanın sürekli ve ayrılmalı temas probleminin elastisite teorisi ve integral dönüşüm teknikleri kullanılarak analitik

çözümü (Yaylacı, 2013; Yaylacı ve Birinci, 2013) tarafından gerçekleştirilmiştir. Aynı problemin ANSYS paket programı kullanılarak yaklaşık çözümü Yaylacı vd. (2014) tarafından yapılmış ve sonuçların analitik sonuçlarla örtüştüğü görülmüştür.

Karabulut (2016), elastik yarı sonsuz düzleme oturan, homojen, izotrop elastik tabakanın sürtünmesiz ve ayrılmalı temas problemini incelemiştir. Tabaka üst tarafından rijit dikdörtgen iki blok vasıtasıyla yüklenmiştir. Problemden blok ile tabaka, yarım düzlem ile tabaka arasındaki temas gerilmesi dağılımları, tabaka ile yarım düzlem arasındaki temas uzunlukları, tabakanın ve yarım düzlemin herhangi bir noktasındaki normal gerilme ve kayma gerilmesi değerleri elde edilmiştir.

Bora (2016), asimetrik iki düz blok aracılığıyla yüklenmiş ve elastik yarım düzleme oturan iki tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemini elastisite teorisi ve integral dönüşüm tekniklerini kullanarak çözmüştür. Ayrıca, problem sonlu elemanlar yöntemini esas alan ANSYS paket programı ile modellenerek elde edilen yaklaşık sonuçlar analitik yöntemden bulunan sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

1.2.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş (FD) Tabakalı Ortamlarda Temas Problemleri ile İlgili Çalışmalar

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelere ilişkin yapılan bazı çalışmalar aşağıdaki gibi özetlenmiştir.

Giannakopoulos ve Suresh (1997a-b); sürtünmesiz düz, konik ve küresel rijit pançlar ile yüklenmiş eksenel simetrik FDM' lerde temas gerilmelerini incelemişlerdir.

Giannakopoulos ve Pallot (2000), fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) yarım düzleme oturan rijit bir silindirin iki boyutlu temasını araştırmışlardır. Derecelendirilmiş yarım düzlem sabit bir Poisson oranı ve üstel bir fonksiyona bağlı olarak derinlikle değişen elastisite modülü ile yerel izotropik olacak şekilde modellenmiştir. Çalışmada, sürtünmesiz temasta yapışma etkisi de irdelenmiştir. Sonuçlar, üstel fonksiyona bağlı olarak sağlanan elastik derecelenmenin, aşınmaya dirençli kayan yüzeylerin tasarımında çok avantajlı olabileceğini göstermiştir.

Ke ve Wang (2006), fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden oluşan elastik bir tabaka ile elastik yarım düzlemin sürekli temas problemini transfer matris yöntemi ve integral dönüşüm tekniklerini kullanarak incelemişlerdir. Problem, yükü ileten panç profilinin dikdörtgen, daire ve üçgen olması hallerinde çözülmüştür.

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden oluşan tabaka ile elastik yarım düzlemin sürtünmeli temas problemi ile ilgili benzer bir çalışma Ke ve Wang (2007) tarafından transfer matris yöntemi ve integral dönüşüm teknikleri birlikte kullanılarak yapılmıştır.

El-Borgi vd. (2006), elastik yarım düzlem üzerine oturan üstten yayılı yük etkisindeki fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürtünmesiz ve ayrılmalı temas problemini incelemişlerdir. Bahsedilen problem El-Borgi vd. (2014) tarafından sürtünme olması durumu için yeniden ele alınmış, çalışmada sürtünme katsayısının ve nonhomojenite faktörünün, temas gerilmeleri dağılımı ve temas bölgesinin büyüklüğü üzerine etkileri araştırılmıştır.

Barik ve diğerleri (2008), rijit yarım düzleme tekil bir yük ile bastırılan fonksiyonel derecelendirilmiş elastik pançın termo-elastik temas problemini araştırmışlardır.

Yang ve Ke (2008), rijit silindirik bir panç altındaki kaplama tabakası-FD tabaka-alt tabaka yapısı için iki boyutlu sürtünmesiz temas problemini irdelemişlerdir. Kaplama tabakası ve alt tabaka, farklı fiziksel özelliklere sahip homojen malzemelerdir. Ara tabaka kalınlık boyunca keyfi olarak değişen kayma modülü ile homojen değildir. Kalınlık-Kalınlık varyasyonuna yaklaşmak için parçalı doğrusal çok katmanlı bir model kullanılarak FD tabaka kayma modülünün doğrusal olarak değiştiği varsayılmış olan birkaç alt katmana bölünmüştür. Problem transfer matris yöntemi ve Fourier integral dönüşüm teknikleri kullanılarak Cauchy tekil integral denkleminde indirgenmiştir.

Eksenel simetrik bir panç aracılığıyla yüklenmiş FD yarım düzlemin sürtünmesiz temas problemi Liu ve Wang (2008) tarafından araştırılmıştır. FD kaplamanın kayma modülünün üstel bir fonksiyona bağlı olduğu, Poisson oranının ise sabit kaldığı kabul

edilmiştir. Problem Hankel integral dönüşüm tekniği kullanılarak, Cauchy tipi tekil bir integral denkleme indirgenmiştir. Bu denklem sayısal olarak çözülerek; temas gerilmesi, temas yarıçapı ve pançın kaplamaya girme derinliği değişik panç profilleri için hesaplanmıştır.

Rhimi vd. (2009), elastik yarım düzlem ve fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka arasındaki aksenal simetrik temas problemini incelemişlerdir. Henkel dönüşümleri kullanılarak elastisite denklemleri temas gerilmelerinin bilinmeyen olduğu tekil integral denkleme dönüştürülmüştür. Tekil integtal denklem, uygunluk şartını sağlayan doğru temas uzunluklarını elde etmek için ortogonal Chebyhev polinomları ve iterasyon yardımıyla çözülmüştür.

Apatay (2010), düzgün profilli ve sürtünmeli rijit zımba ile yüklenen FDM kaplamada elde edilen yüzeyaltı gerilme dağılımları ile bu gerilme dağılımları etkisindeki kenar çatlakları için açılma ve kayma modlarına ait gerilme şiddeti çarpanlarını hesaplamış ve zımba genişliği, zımba konumu, kaplama kalınlığı, sürtünme katsayısı ve malzeme heterojenlik sabiti gibi parametrelerin yüzeyaltı gerilme dağılımları ile gerilme şiddeti çarpanları üzerindeki etkilerini incelemiştir.

Rhimi vd. (2011), rijit bir panç aracılığıyla yüklenen ve elastik yarım düzlem üzerine oturan fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürtünmesiz ve ayrılmalı temas problemini ele almışlardır. Nonhomojenite parametresinin, derecelendirilmiş tabaka kalınlığının ve yükün şiddetinin temas gerilmeleri ve temas uzunlukları üzerine etkileri araştırılmıştır.

Aizikovich vd. (2011), derinlik boyunca rastgele değişen özelliklere sahip malzemeler için temas problemlerinin etkili bir şekilde çözümünü veren yaklaşık analitik bir yöntem geliştirmişlerdir.

Güler vd. (2012) tarafından FD malzemelerle kaplı elastik olarak benzer iki silindirin yuvarlanma temas problemi ele alınmıştır. Çözümde temel denklemler, Gauss-Chebyshev integrasyon formülasyonu ile cebirsel denklem sistemine indirgenmiş

ve çalışmada mekanik özelliklerin, kaplama kalınlığının ve dış yüklerin; yüzey gerilme bileşenleri, sürtünme oranı ve güç kaybı üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Chen ve Chen (2012), derecelendirilmiş bir tabaka ile kaplı homojen elastik yarım düzlem ve rijit panç arasındaki temas davranışlarını incelemiştir. Çalışmada; temas ara yüzündeki yer değiştirmelerin ve normal gerilmelerin ilişkisini tanımlayan temel denklem, Fourier dönüşümü ve transfer matrisi yöntemi vasıtasıyla elde edilmiştir. Çalışma sonunda, elde edilen tüm sonuçların güçlü ve aşınmaya dirençli kaplama yüzeylerinin tasarımı için yararlı olduğu sonucuna varılmıştır.

FD malzemeler içeren yapışık ve yapışık olmayan temas problemlerinin iki boyutlu çözümü Chidlow vd. (2013) tarafından ele alınmıştır. Çalışmada; fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (FDM) içeren hem yapışık hem de yapışık olmayan temas problemlerinden kaynaklanan yarı temas genişliği ve yüzey basıncının saptanması için yarı analitik bir algoritma sunulmuştur. Ele alınan homojen olmayan elastik cisim, kayma modülü derinlik boyunca üstel olarak değişen bir elastik kaplamadan ve homojen elastik bir tabakadan oluşmaktadır.

Çömez (2013), Winkler zemine oturan FD tabaka için temas problemini lineer elastisite teorisini kullanarak incelemiştir. Tabaka, düşey yönde tekil yük uygulayan rijit silindirik bir panç vasıtasıyla yüklenmiştir. Çalışmada, poisson oranı sabit olarak alınmış ve elastisite modülünün tabakanın kalınlığı boyunca üstel olarak değiştiği varsayılmıştır. Problem, Fourier integral dönüşüm tekniği ve sınır şartları kullanılarak Cauchy tipi bir tekil integral denkleme indirgenmiştir. İntegral denklemin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integral formülasyonu kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Malzeme homojenliği, Winkler zeminin rijitliği ve panç yarıçapının; temas gerilmeleri, temas alanı ve normal gerilmeler üzerindeki etkileri elde edilmiştir.

El-Borgi vd. (2014), fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka ve yarım düzlemin sürtünmeli ve ayrılmalı temas problemini incelemiştir. Çalışmada sürtünme katsayısının ve nonhomojenite faktörünün, temas gerilmeleri dağılımı ve temas bölgesinin büyüklüğü üzerine etkileri araştırılmıştır.

FD iki tabakalı kirişin elastisite teorisine göre çözümü, Çömez (2014) tarafından ele alınmıştır. Üst ve alt tabaka birbirine tam bağlıdır ve kenarlarından basit mesnetlidir. Çözümde; Poisson oranları sabit olarak alınmakta ve elastisite modülleri tabakaların kalınlığı boyunca üstel olarak değişmektedir. Normal gerilmeler ve kayma gerilmeleri için sayısal sonuçlar bir çözüm olarak verilmiş ve derecelendirmenin gerilme dağılımları üzerindeki etkisi incelenmiştir.

FD sonlu boyutlu bir plaka ve rijit küresel bir panç arasındaki temas problemi Nikbakht vd. (2014) tarafından analiz edilmiştir. Çalışmada ele alınan plaka, altta sünek (metal) bir faz ve üst yüzeyde kırılğan (seramik) bir fazdan oluşmaktadır. Rijit panç plakanın seramik açısından daha zengin olan üst yüzeyine etki etmektedir. Çalışma sonucunda; FD bir plaka için temas mesafesinin, elastisite modülünün ve malzeme özellikleri dağılımının gevrek sünek faz oranına bağlı olduğu sonucuna varılmıştır.

Gün ve Gao (2014), sürtünmeli homojen olmayan, izotropik ve lineer elastik FD malzemeli temas problemleri için kuadratik bir sınır elemanı formülasyonu geliştirmişlerdir. Çalışmada; Poisson oranı sabit olarak kabul edilirken, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin elastisite modülü için uzay koordinatlarda üstel bir değişime sahip olduğu varsayılmıştır. Temas koşulları altında sonsuz sürtünme, sürtünmesiz ve Coulomb sürtünmesi de dahil olmak üzere temas durumları için farklı denklemler birleştirilmiştir.

Küçüksu (2015), fonksiyonel derecelendirilmiş ortotropik yarım düzlem ile rijit bir pançın iki boyutlu temas problemini incelemiştir. Nonhomojenite parametresi β , rijit panç ve yarım düzlem arasındaki sürtünme ve ortotropik elastik malzeme parametrelerinin gerilme dağılımlarına etkisi elde edilmiştir.

Yan ve Li (2015), üstten dairesel bir panç vasıtasıyla yüklenmiş FD bir tabaka ile elastik bir tabaka arasında pürüzsüz ayrılmalı temas problemini incelemiştir. Çalışmada; FD tabakanın izotropik olduğu kabul edilmiş olup tabakanın kayma modülü kalınlık boyunca üstel bir fonksiyona bağlı olarak değişmektedir. Çalışma sonucunda, temas gerilmeleri ve temas bölgeleri için sayısal sonuçlar çeşitli boyutsuz büyüklükler için grafik ve tablolarla verilmiştir.

Çömez (2015), fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka ile rijit silindirik panç arasındaki hareketli temas problemini ele almıştır. Çalışma sonucunda; pançın hızı ve tabakanın rijitliğiyle orantılı olarak temas uzunluklarının arttığı, artan hız ve rijitliğin de yüzeydeki çekme gerilmelerini arttırdığı bulgusuna varılmıştır.

Sueri (2015), paslanmaz çelik ve zirkonyadan oluşan FDM kabuk yapının dinamik davranışını, sonlu elemanlar yazılımı (ANSYS) kullanarak analiz etmiştir. Farklı sınır koşulları ve değişen FDM varyasyon katsayısı (yapının fonksiyonel özellikleri) için modal analiz tekrarlanmış, elde edilen sonuçlar teorik bilgiler doğrultusunda yorumlanmıştır.

Elloumi vd. (2016), manyetik elektro-mekanik yüklere maruz, mükemmel derecede iletken rijit panç ve FD bir manyeto-elektro-elastik malzeme arasındaki sürtünmeli temas problemini ele almışlardır. Problem, düzlem gerilme koşulları altında formüle edilmiştir. Fourier dönüşümü kullanılarak elde edilen düzlem manyeto-elektro elastiklik denklemleri analitik olarak; bilinmeyenlerin normal temas gerilmesi, elektriksel yer değiştirme ve manyetik indüksiyon olduğu üç tekil integral denkleme dönüştürülmüştür. Rijitlik parametresinin, sürtünme katsayısının ve elastik, elektriksel ve manyetik katsayıların yüzey temas gerilmesi, elektriksel yer değiştirme ve manyetik indüksiyon dağılımları üzerindeki etkisi düz ve dairesel panç profilleri için elde edilmiştir

Rijit silindirik bir blok aracılığıyla yüklenmiş iki FD tabakanın ayrılmalı temas problemi ara yüzeydeki malzeme özelliklerinin uyumsuz olması durumu göz önünde bulundurularak Çömez vd. (2016) tarafından çözülmüştür. Çözümde tabakaların kayma modüllerinin kalınlık boyunca üstel bir fonksiyon olarak değiştiği kabul edilmiştir. Çalışmada nonhomojenite parametresinin ve ara yüzeydeki malzeme özelliğinin uyumsuz olmasının temas gerilmelerine ve temas bölgesinin büyüklüğüne etkisi araştırılmıştır.

Homojen iki çeyrek düzlem üzerine oturan FD tabakanın ayrılmalı temas problemi Adıyaman vd. (2016) tarafından irdelenmiştir. Çalışmada, FD tabakanın kayma modülü üstel bir fonksiyona bağlı olarak değişmektedir. Malzemenin rijitlik

parametresinin temas gerilmelerine ve temas bölgesinin uzunluğuna etkisi araştırılmıştır.

Turan vd. (2016) tarafından eksenel simetrik yükleme altında homojen elastik zemine oturan FD tabakanın temas problemi incelenmiştir. FD tabakanın kayma modülünün kalınlık boyunca üstel olarak değiştiği varsayılmıştır. Yer değiştirmeler ve gerilmeler için sayısal sonuçlar elde edilmiş, klasik elastisite teorisi ve sonlu elemanlar çözümleri için elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Çalışmanın sonuçlarına göre; kullanılan yaklaşımın, FD malzemelerin elasto-statik problemleri için doğru ve etkili olduğu vurgulanmıştır.

Rijit bir zemin üzerine oturan FD tabakanın sürekli ve süreksiz temas gerilmesi Adıyaman vd. (2017) tarafından incelenmiştir. Tabakanın üst yüzeyi sonlu bir bölgede çekme kuvvetine maruz kalmaktadır. FD tabakanın kayma modülü ve yoğunluğu üstel bir fonksiyona bağlı olarak değişmektedir. Süreksiz temas için problem düzlem elastisite ve integral dönüşüm teknikleri kullanılarak çözülmüştür. İlk ayrılmaya neden olan yük çeşitli malzeme özellikleri için araştırılmıştır. Süreksiz temas durumunda problem bir sigüler tekil integral denkleme indirgenmiş ve bu denklem Gauss-Jacobi integrasyon formülleri kullanılarak sayısal olarak çözülmüştür. FD tabaka ve temel arasındaki ayrılma mesafesi analiz edilmiş, sonuçlar tablo ve grafiklerle gösterilmiştir.

Jobin vd. (2017), FD malzemeyle kaplı yüzeyin rastgele şekilli rijit blokla iki boyutlu sürtünmeli temasının sayısal analizini sunmuşlardır. Yükler, rijit blok tamamen kayacak şekilde uygulanmıştır. Rastgele profil için ara yüzdeki basınç dağılımı, modifiyeli bir kosinüs serisi olarak ifade edilmiştir.

Fonksiyonel derecelendirilmiş bir kaplamadan ve homojen alt tabakadan oluşan termoelastik temas problemi Balcı vd. (2017) tarafından incelenmiştir. Çalışmada, ısı üretimi ile sürtünmeli temasa maruz bırakılan fonksiyonel derecelendirilmiş kaplamalardaki yüzey altı gerilmelerinin hesaplanması için bir sonlu eleman metodolojisi önerilmiştir. Geliştirilen yöntem, temas bölgesi ısı akısı değerlerinde yakınsama gözlenene kadar devam eden yinelemelere dayanmaktadır. Sunulan sonuçlar,

çeşitli geometrik parametrelerin ve malzeme parametrelerinin yüzey altı gerilmeleri üzerindeki etkilerini göstermektedir.

Rijit bir blok aracılığıyla yüklenmiş, elastik yarım düzleme oturan FD tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemi elastisite teorisine göre Öner (2017) tarafından çözülmüştür. Çözümde bütün yüzeylerin sürtünmesiz olduğu kabul edilmiş olup, FD tabakanın kütle kuvveti hesaba katılırken elastik yarım düzlemin kütle kuvveti ihmal edilmiştir. Çalışmada; blok genişliği, blok yarıçapı, yük oranı, rijitlik parametresi ve yoğunluk parametresi gibi parametrelere bağlı olarak, blok altındaki temas gerilmesi yayılımı, FD tabaka ile elastik yarım düzlem arasındaki ilk ayrılmayı başlatan kritik yük değeri ve ilk ayrılma uzaklığı incelenmiştir. Kritik yükün aşılması durumunda; FD tabaka ile elastik yarım düzlem arasında meydana gelen ayrılma bölgesinin büyüklüğü, açılma miktarı ve her iki durum için FD tabaka ile elastik yarım düzlem arasındaki temas gerilmesi yayılımına ilişkin sayısal bulgular sunulmuş ve irdelenmiştir.

FD enine izotropik kaplama ile enine izotropik bir yarım düzleme düz bir pançın bastırılması durumunda düzlem temas problemi Vasiliev vd. (2017) tarafından araştırılmıştır. Çalışmada, kaplamanın elastisite modülü rastgele fonksiyonlara göre derinlikle değişmektedir. Problemin geometrik parametresinin tüm aralığı için etkili olan yaklaşık analitik bir çözüm oluşturulmuştur.

Çömez ve Güler (2017), rijit silindirik bir panç aracılığıyla yüklenmiş ve fonksiyonel derecelendirilmiş iki tabakanın düzlem temas problemini çalışmışlardır. Alt tabaka rijit temele tam yapışıktır. Tabakaların Poisson oranları sabit olarak alınmıştır ve elastisite modülleri tabakaların kalınlığı boyunca üstel olarak değişmektedir. Fourier integral dönüşüm tekniği kullanılarak düzlem temas problemi temas gerilmesinin ve temas uzunluğunun bilinmeyen olduğu bir singüler integral denkleme indirgenmiştir. Singüler integral denklem Gauss-Jacobi integrasyon formülü kullanılarak sayısal olarak çözülmüştür. Değişik fiziksel ve geometrik parametrelere bağlı olarak temas gerilmeleri ve temas uzunlukları çalışma sonucunda elde edilmiştir.

Güler vd. (2017), fonksiyonel derecelendirilmiş bir tabaka ile rijit silindirik bir pançın sürtünmeli temas problemini çalışmışlardır. Elastisite modülün üstel olarak

değiştirdiği ve ortotropinin temel eksenlerinin global koordinatlarla hizalandığı varsayılmıştır. Problemin sayısal çözümünde, düzlem elastisite denklemleri Fourier dönüşüm tekniği kullanılarak ikinci tip Cauchy tipi tekil integral denkleme dönüştürülmüştür.

Özşahin vd. (2017), bir sürekli temas probleminin sonlu elemanlar yöntemi (SEM) ile analizini gerçekleştirmişlerdir. Problem, elastik yarı sonsuz düzleme oturan ve rijit iki blok ile yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş bir tabakadan oluşmaktadır. Dış yükler P ve Q, tabakaya iki rijit blok vasıtasıyla iletilmiştir. Tüm yüzeylerin sürtünmesiz olduğu kabul edilmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sonlu elemanlar modeli ANSYS programı kullanılarak oluşturulmuş ve problemin 2 boyutlu analizi gerçekleştirilmiştir.

Çömez ve El-Borgi (2017), çalışmalarında iki rijit silindirik panç ile desteklenen ve rijit silindirik panç ile tekil bir yük uygulanan fonksiyonel derecelendirilmiş bir tabakanın sürtünmesiz temas problemini incelemişlerdir. Temas gerilmeleri ve temas bölgeleri için sayısal sonuçlar; malzeme nonhomojenitesi, pançlar arasındaki mesafe, dış yük ve üst ve alt panç yarıçapları dahil olmak üzere çeşitli boyutsuz büyüklükler için bulunmuştur.

1.3. Çalışmanın Amacı ve Kapsamı

Bu çalışmada, rijit bir panç aracılığıyla tekil yükle yüklenmiş ve alt tarafından rijit olarak mesnetlenmiş sabit yükseklikli FD tabakanın sürtünmesiz temas problemi elastisite teorisine göre çözülmüştür. Problemin çözümde FD tabakanın kütle kuvvetleri ihmal edilmiştir.

Çalışmanın amacı, rijit panç ile fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka arasındaki temas mesafelerinin ve temas gerilmelerinin farklı rijitlik parametresi, yükleme, panç yarıçapı ve malzeme özelliklerine bağlı olarak elde edilmesinden ibarettir.

Birinci bölümde, öncelikle temas problemlerinin ve FDM'lerin tarihsel gelişiminden bahsedilmiş daha sonra konuyla ilgili yapılan bazı çalışmalar

özetlenmiştir. Yine bu bölümde, düzlem elastisite teorisine ait temel denklemler ve integral dönüşüm teknikleri kullanılarak, düzlem haldeki genel gerilme ve yer değiştirme ifadeleri elde edilmiştir.

İkinci bölümde, problemin tanımı yapılmıştır. Birinci bölümde FD tabaka için elde edilen gerilme ve yer değiştirme ifadelerine problemin sınır şartları uygulanarak, FD tabaka için dört bilinmeyenli dört cebrik denklemden oluşan bir denklem sistemi elde edilmiştir. Bu denklem sisteminin çözümü sonucu gerilme ve yer değiştirme ifadelerindeki bilinmeyen katsayılar rijit panç altındaki temas gerilmesine bağlı olarak elde edilmiştir. Rijit panç ile FD tabaka arasındaki temas yüzeyi boyunca tabakanın düşey yer değiştirme fonksiyonunun türevinin, panç profilini tanımlayan $F(x)$ gibi bir fonksiyonun türevine eşit olması şartı kullanılarak problem bir singüler integral denkleme indirgenmiştir. Daha sonra bu integral denklemin boyutsuzlaştırılmasıyla elde edilen integral denklem uygun Gauss-Jacobi formülasyonu kullanılarak sayısal olarak çözülmüştür.

Üçüncü bölümde, probleme ilişkin sayısal uygulamalar yapılmış, rijit panç-FD tabaka arasındaki temas mesafeleri ve temas yüzeyleri boyunca oluşan gerilme dağılımları farklı malzeme özellikleri, yükleme, yarıçap ve rijitlik parametresi gibi değerlere göre elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar tablo ve grafiklerle sunulmuş ve bunlarla ilgili değerlendirmeler yapılmıştır.

Dördüncü bölümde, çalışmadan çıkarılan sonuçlar sıralanmıştır. Beşinci bölümde çalışma ile ilgili öneriler verilmiş olup bu bölümü yararlanan kaynaklar ve özgeçmiş takip etmektedir.

1.4. Genel Denklemlerin Elde Edilmesi

Bu kısımda, elastisite teorisi kullanılarak FD tabaka için gerilme ve yer değiştirme bileşenlerinin genel ifadeleri elde edilmektedir. Bu amaçla, önce bünye denklemleri ve yer değiştirme-şekil değiştirme bağıntıları kullanılmak suretiyle denge denklemleri, yer değiştirmeler cinsinden yazılarak Navier denklemleri elde edilmektedir. Yer değiştirme bileşenlerinin gerekli türevleri Navier denklemlerinde yerine yazılarak elde edilen adi

diferansiyel denklem takımının çözümü sonucunda da yer değiştirme bileşenlerinin genel ifadeleri bulunmaktadır. Bu ifadelerin bünye denklemlerinde yerine yazılması ile de gerilme bileşenlerinin genel ifadeleri belirlenmektedir.

1.5. Fonksiyonel Derecelendirilmiş (FD) Tabaka için Genel Denklemlerin Elde Edilmesi

Düzlem gerilme halde; σ_x, σ_y ve τ_{xy} gerilme bileşenlerini göstermek üzere, denge denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

(1) ve (2) ifadelerinde geçen gerilme bileşenleri, bünye denklemleri ve yer değiştirme-şekil değiştirme bağıntıları kullanılarak aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$\sigma_x = \frac{\mu(y)}{\kappa - 1} \left[(\kappa + 1) \frac{\partial u}{\partial x} + (3 - \kappa) \frac{\partial v}{\partial y} \right] \quad (3)$$

$$\sigma_y = \frac{\mu(y)}{\kappa - 1} \left[(3 - \kappa) \frac{\partial u}{\partial x} + (\kappa + 1) \frac{\partial v}{\partial y} \right] \quad (4)$$

$$\tau_{xy} = \mu(y) \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] \quad (5)$$

(3-5) ifadelerinde geçen u, v sırasıyla FD tabakanın x, y doğrultusundaki yer değiştirme bileşenlerini ve κ malzeme sabitini ifade etmektedir. Poisson oranının (ν) gerilme dağılımı üzerindeki etkisinin fazla olmadığı bilindiğinden değişmediği kabul

edilmiştir. Buna bağlı olarak da κ sabit bir değer almakta ve düzlem şekil değiştirme durumu için $\kappa = (3 - 4\nu)$, düzlem gerilme durumunda ise $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$ olmaktadır. $\mu(y)$ ise FD tabakanın kayma modülünü göstermekte olup aşağıdaki gibi ifade edilmektedir (Pan, 2003).

$$\mu(y) = \mu_0 e^{\beta y} \quad (6)$$

Burada μ_0 , FD tabakanın alt yüzeyindeki ($y=0$) kayma modülünün değerini, β ise kayma modülünün tabaka içindeki değişimi gösteren parametreyi ifade etmektedir

(3-5) denklemlerinin gerekli türevleri alınıp (1) ve (2) denge denklemlerinde yerlerine yazılırlarsa, Navier denklemleri düzlem şekil değiştirme halinde aşağıdaki gibi elde edilirler:

$$(\kappa + 1) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\kappa - 1) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \beta(\kappa - 1) \frac{\partial u}{\partial y} + \beta(\kappa - 1) \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

$$(\kappa - 1) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (\kappa + 1) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \beta(3 - \kappa) \frac{\partial u}{\partial x} + \beta(\kappa + 1) \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (8)$$

FD tabakanın; yükleme durumunun, malzeme özelliklerinin ve geometrisinin y eksenine göre simetrik olması nedeniyle u ve v yer değiştirmeleri için:

$$u(x, y) = -u(-x, y) \quad (9)$$

$$v(x, y) = v(-x, y) \quad (10)$$

eşitlikleri sağlanır. Navier denklemlerinin yer değiştirmelerin kısmi türevlerini içermesi problemin çözümünü zorlaştırmaktadır. Bu nedenle Navier denklemlerini adi diferansiyel denklem takımına dönüştürmek ve çözümü kolaylaştırmak için $u(x,y)$ ve

$v(x,y)$ yer değiştirmeleri, bilinmeyen $\phi(\xi, y)$ ve $\psi(\xi, y)$ fonksiyonlarının Fourier sinüs ve Fourier kosinüs dönüşümleri şeklinde tanımlanarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$u(x, y) = F_s [\phi(\xi, y); \xi \rightarrow x] = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \phi(\xi, y) \sin \xi x d\xi \quad (11)$$

$$v(x, y) = F_c [\psi(\xi, y); \xi \rightarrow x] = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \psi(\xi, y) \cos \xi x d\xi \quad (12)$$

Bu ifadelerin ters Fourier dönüşümleri ise,

$$\phi(\xi, y) = F_s^{-1} [u(x, y); x \rightarrow \xi] = \int_0^{\infty} u(x, y) \sin(\xi x) dx \quad (13)$$

$$\psi(\xi, y) = F_c^{-1} [v(x, y); x \rightarrow \xi] = \int_0^{\infty} v(x, y) \cos(\xi x) dx \quad (14)$$

olarak elde edilebilir. Burada, ξ dönüşüm değişkeni, $\phi(\xi, y)$ ve $\psi(\xi, y)$ fonksiyonları ise $u(x,y)$ ve $v(x,y)$ 'nin ters Fourier dönüşüm fonksiyonları olup bilinmemektedir.

Bu fonksiyonların belirlenebilmesi için (7) ve (8) nolu Navier denklemleri sırasıyla $\sin(\xi x) dx$ ve $\cos(\xi x) dx$ ile çarpılıp $(0, +\infty)$ aralığında integre edilirse,

$$\int_0^{\infty} \left[(\kappa+1) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\kappa-1) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \beta(\kappa-1) \frac{\partial u}{\partial y} + \beta(\kappa-1) \frac{\partial v}{\partial x} \right] \sin(\xi x) dx = 0 \quad (15)$$

$$\int_0^{\infty} \left[(\kappa-1) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (\kappa+1) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \beta(3-\kappa) \frac{\partial u}{\partial x} + \beta(\kappa+1) \frac{\partial v}{\partial y} \right] \cos(\xi x) dx = 0 \quad (16)$$

ifadeleri elde edilir. Bu ifadelerde, $u=u(x,y)$ ve $v=v(x,y)$ olduğu bilinmektedir. (13) ve (14) nolu denklemlerde geçen u ve v 'nin bazı türevlerinin Fourier dönüşümleri (15) ve (16) nolu denklemlerde yerine konulmak üzere aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$F_s \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; x \rightarrow \xi \right] = -\xi^2 \phi \quad (17)$$

$$F_s \left[\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}; x \rightarrow \xi \right] = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \quad (18)$$

$$F_s \left[\frac{\partial^2 v(x, y)}{\partial x \partial y}; x \rightarrow \xi \right] = -\xi \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (19)$$

$$F_c \left[\frac{\partial^2 v(x, y)}{\partial x^2}; x \rightarrow \xi \right] = -\xi^2 \psi \quad (20)$$

$$F_c \left[\frac{\partial^2 v(x, y)}{\partial y^2}; x \rightarrow \xi \right] = \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \quad (21)$$

$$F_c \left[\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y}; x \rightarrow \xi \right] = \xi \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (22)$$

Bu eşitliklerin elde edilmesinde kısmi integrasyon kullanılmış ve aşağıdaki sınır şartlarından yararlanılmıştır:

$$u(0, y) = u(\infty, y) = v(\infty, y) = \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=\infty} = \frac{\partial v(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=\infty} = \frac{\partial v(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad (23)$$

(17-22) türev ifadeleri (15) ve (16) nolu denklemlerde yerlerine yazılarak gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$-(\kappa_1 + 1)\xi^2\phi_1 + (\kappa_1 - 1)\frac{d^2\phi_1}{dy^2} - 2\xi\frac{d\psi_1}{dy} + \beta(\kappa_1 - 1)\left[\frac{d\phi_1}{dy} - \xi\psi_1\right] = 0 \quad (24)$$

$$-(\kappa_1 - 1)\xi^2\psi_1 + (\kappa_1 + 1)\frac{d^2\psi_1}{dy^2} + 2\xi\frac{d\phi_1}{dy} + \beta\left[(3 - \kappa_1)\xi\phi_1 + (\kappa_1 + 1)\frac{d\psi_1}{dy}\right] = 0 \quad (25)$$

Şeklinde bir adi diferansiyel denklem takımı elde edilmiş olur. (24) ve (25) denklemleri $\dot{y} = \mathcal{U}y + ky$ şeklinde bir diferansiyel denklem takımıdır (Apatay, 2010). Bu denklem sisteminin çözümü için,

$$\phi = y_1 \quad \text{ve} \quad \frac{d\phi}{dy} = y_3 \quad (26)$$

$$\psi = y_2 \quad \text{ve} \quad \frac{d\psi}{dy} = y_4 \quad (27)$$

tanımlamaları yapılarak diferansiyel denklem sistemi $\dot{y} = \mathcal{U}y$ şeklinde aşağıdaki matris formuna getirilebilir:

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ y_1 \\ \dot{y}_2 \\ y_2 \\ \dot{y}_3 \\ y_3 \\ \dot{y}_4 \\ y_4 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \xi^2 \frac{\kappa+1}{\kappa-1} & \beta\xi & -\beta & \frac{2\xi}{\kappa-1} \\ -\beta\xi \frac{(3-\kappa)}{\kappa+1} & \xi^2 \frac{\kappa-1}{\kappa+1} & -\frac{2\xi}{\kappa+1} & -\beta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix} \quad (28)$$

Burada;

$$\mathcal{U} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \xi^2 \frac{\kappa+1}{\kappa-1} & \beta\xi & -\beta & \frac{2\xi}{\kappa-1} \\ -\beta\xi \frac{(3-\kappa)}{\kappa+1} & \xi^2 \frac{\kappa-1}{\kappa+1} & -\frac{2\xi}{\kappa+1} & -\beta \end{bmatrix} \quad (28-a)$$

olarak tanımlanırsa ve $|\mathcal{U} - nI| = 0$ yazılırsa,

$$n^4 + 2\beta n^3 + (\beta^2 - 2\xi^2)n^2 - 2\xi^2\beta n + \frac{\xi^2(3\beta^2 + \xi^2 + (\xi^2 - \beta^2)\kappa)}{\kappa+1} = 0 \quad (29)$$

şeklinde diferansiyel denklem sisteminin karakteristik denklemi elde edilir. Diferansiyel denklem sisteminin çözümünün e^{ny} şeklinde olduğu kabul edilirse;

$$\phi = \sum_{j=1}^4 A_j e^{n_j y} \quad (30)$$

$$\psi = \sum_{j=1}^4 A_j m_j e^{n_j y} \quad (31)$$

olarak elde edilir. (30) ve (31) ifadelerinin (24) ve (25) ifadelerinde yerlerine yazılmasıyla,

$$m_j = \frac{(3\beta + 2n_j - \beta\kappa) [n_j(\beta + n_j)(\kappa+1) - \xi^2(\kappa+3)]}{\xi [4\xi^2 - \beta^2(\kappa-3)(\kappa+1)]}, \quad (j=1, \dots, 4) \quad (32)$$

olarak bulunur. Karakteristik denklemin kökleri ise aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$n_1 = -\frac{1}{2} \left(\beta + \sqrt{4\xi^2 + \beta^2 - 4\xi\beta i \sqrt{\frac{3-\kappa}{\kappa+1}}} \right) \quad (33)$$

$$n_2 = -\frac{1}{2} \left(\beta - \sqrt{4\xi^2 + \beta^2 - 4\xi\beta i \sqrt{\frac{3-\kappa}{\kappa+1}}} \right) \quad (34)$$

$$n_3 = -\frac{1}{2} \left(\beta + \sqrt{4\xi^2 + \beta^2 + 4\xi\beta i \sqrt{\frac{3-\kappa}{\kappa+1}}} \right) \quad (35)$$

$$n_4 = -\frac{1}{2} \left(\beta - \sqrt{4\xi^2 + \beta^2 + 4\xi\beta i \sqrt{\frac{3-\kappa}{\kappa+1}}} \right) \quad (36)$$

(30) ve (31) ifadeleriyle tanımlanan $\phi(\xi, y)$ ve $\psi(\xi, y)$ fonksiyonları sırasıyla (11) ve (12) nolu denklemlerde yerlerine yazılırsa; FD tabakaya ilişkin yer değiştirme ifadeleri tabakanın kütle kuvvetinin olmaması durumu için aşağıdaki şekilde bulunur:

$$u(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \sum_{j=1}^4 A_j e^{n_j y} \sin(\xi x) d\xi \quad (37)$$

$$v(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \sum_{j=1}^4 A_j m_j e^{n_j y} \cos(\xi x) d\xi \quad (38)$$

Bu denklemlerde geçen $A_j (j=1, \dots, 4)$ ifadeleri, bilinmeyen katsayılar olup probleme ait sınır şartlarından elde edileceklerdir. (37-38) ifadeleri (3-5) denklemlerinde yerlerine yazılırlarsa, FD tabaka için gerilme ifadeleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\sigma_x = \frac{2\mu_0 e^{\beta y}}{\pi(\kappa-1)} \int_0^{\infty} \sum_{j=1}^4 A_j [(3-\kappa)m_j n_j + \xi(\kappa+1)] e^{n_j y} \cos(\xi x) d\xi \quad (39-a)$$

$$\sigma_y = \frac{2\mu_0 e^{\beta y}}{\pi(\kappa-1)} \int_0^{\infty} \sum_{j=1}^4 A_j C_j e^{n_j y} \cos(\xi x) d\xi \quad (39-b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{2\mu_0 e^{\beta y}}{\pi} \int_0^\infty \sum_{j=1}^4 A_j D_j e^{n_j y} \sin(\xi x) d\xi \quad (39-c)$$

Burada,

$$C_j = [(\kappa + 1)m_j n_j + \xi(3 - \kappa)] \quad (j = 1, \dots, 4) \quad (40)$$

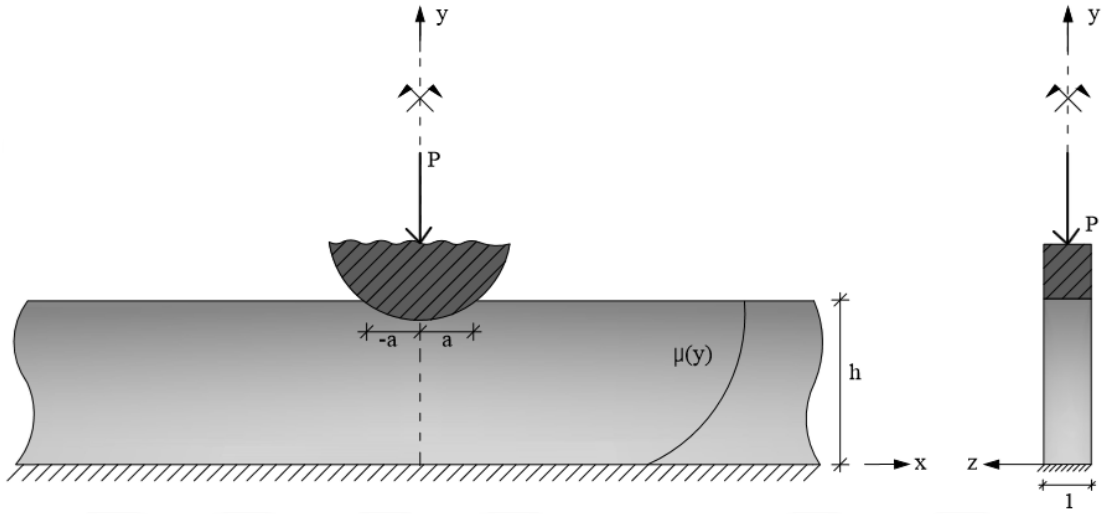
$$D_j = [n_j - \xi m_j] \quad (j = 1, \dots, 4) \quad (41)$$

olarak tanımlanmaktadır.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

Bu çalışmada, alt tarafından rijit olarak mesnetlenmiş, fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) tabaka ile rijit blok arasındaki sürtünmesiz temas probleminin çözümü elastisite teorisine göre incelenmiştir.

2.1. Problemin Tanımı



Şekil 1. Problemin geometrisi.

Şekil 1’de geometrisi verilen rijit olarak mesnetlenmiş FD tabakanın sürtünmesiz temas probleminde, FD tabakanın yüksekliği h olup üst yüzeyinden R yarıçaplı rijit bir panç aracılığı ile tekil bir yük etki ettirilmektedir. Tabaka panç ile $(-a, +a)$ aralığında temas halindedir ve x eksenı boyunca $(-\infty, +\infty)$ aralığında uzanmaktadır. Problem y eksenine göre simetrik olduğu için hesaplar $(0, +\infty)$ aralığında yapılmıştır. Problem düzlem hal için incelendiğinden z eksenı doğrultusundaki kalınlık birim olarak alınmıştır. Çözümde sürtünmenin bulunmadığı kabul edilmiş ve kütle kuvvetlerinin etkisi ihmal edilmiştir.

2.2. Problemin Çözümü

Bu kısımda, problem elastisite teorisi ve integral dönüşüm tekniği kullanılarak çözülmüştür. Problem Fourier dönüşümleri ve sınır şartları kullanılarak tekil bir integral denkleme indirgenmiştir. İntegral denklemin sayısal çözümü Gauss-Jacobi integrasyon

formülasyonu yardımıyla yapılmış ve denge denklemleri de sağlatılmak koşuluyla temas uzunlukları ve temas gerilmeleri belirlenmiştir.

2.2.1. Kullanılacak Denklemler

Problemde, tabaka FD tabaka olup kayma modülü aşağıda verilen (42) nolu denklemde gösterildiği gibi tabaka yüksekliği boyunca üstel bir fonksiyona bağlı olarak değişmektedir. Poisson oranının (ν) sabit olduğu kabul edilmiştir.

$$\mu(y) = \mu_0 e^{\beta y} \quad (42)$$

Burada μ_0 , FD tabakanın $y=0$ 'daki kayma modülü, β değişimi tanımlayan rijitlik parametresidir.

FD tabaka için problemin çözümünde kullanılacak yer değiştirme ve gerilme bağıntıları aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$u(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \sum_{j=1}^4 A_j e^{n_j y} \sin(\xi x) d\xi \quad (43)$$

$$v(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \sum_{j=1}^4 A_j m_j e^{n_j y} \cos(\xi x) d\xi \quad (44)$$

$$\sigma_y = \frac{2\mu_0 e^{\beta y}}{\pi(\kappa - 1)} \int_0^{\infty} \sum_{j=1}^4 A_j C_j e^{n_j y} \cos(\xi x) d\xi \quad (45)$$

$$\tau_{xy} = \frac{2\mu_0 e^{\beta y}}{\pi} \int_0^{\infty} \sum_{j=1}^4 A_j D_j e^{n_j y} \sin(\xi x) d\xi \quad (46)$$

Yukarıdaki ifadelerde geçen κ , malzeme sabitini ifade etmektedir. Ayrıca $A_j (j=1, \dots, 4)$ bilinmeyen katsayılar olup probleme ilişkin sınır şartlarından belirlenecek sabitlerdir.

2.2.2. Problemin Sınır Şartları

$u(x,y)$ ve $v(x,y)$ yer değiştirme bileşenlerini, $\sigma_y(x,y)$ ve $\tau_{xy}(x,y)$ gerilme bileşenlerini göstermek üzere tabakaya ait sınır şartları aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$u(x,0) = 0 \quad (0 \leq x < \infty) \quad (47)$$

$$v(x,0) = 0 \quad (0 \leq x < \infty) \quad (48)$$

$$\tau_{xy}(x,h) = 0 \quad (0 \leq x < \infty) \quad (49)$$

$$\sigma_y(x,h) = \left\{ \begin{array}{ll} -p(x) & ; \quad (0 \leq x < a) \\ 0 & ; \quad (a \leq x < \infty) \end{array} \right\} \quad (50)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [v(x,h)] = f(x) \quad (0 \leq x < a) \quad (51)$$

(50) ifadesindeki $p(x)$, rijit pa ile FD tabaka arasındaki bilinmeyen temas gerilmesini, yine ifadelerde geçen a değeri rijit blok ile FD tabaka arasındaki yarı temas uzunluğunu göstermektedir. (51) ifadesindeki $f(x)$ ise rijit paın profilini tanımlayan $F(x)$ gibi bir fonksiyonun türevini ifade etmektedir.

Probleme ilişkin dairesel pa için şekil fonksiyonu,

$$F(x) = -\delta - \left[(R^2 - x^2)^{0.5} - R \right] \quad (52)$$

ve bu fonksiyonun x 'e göre türevi,

$$f(x) = \frac{d}{dx} [F(x)] = \frac{x}{(R^2 - x^2)^{0.5}} \cong \frac{x}{R} \quad (R \gg x) \quad (53)$$

olarak elde edilebilir. Bu ifadelerde geçen R dairesel pançın yarıçapını, δ ise bir sabit olup rijit blok altındaki FD tabakada meydana gelen en büyük düşey yer değiştirme miktarını göstermektedir.

2.2.3. Katsayıların Belirlenmesi

(47-50) ifadeleri ile verilen sınır şartlarının daha önce FD tabaka için verilen gerilme ve yer değiştirme bağıntılarında (43-46) yerine yazılması ve ters Fourier dönüşümlerinin alınması sonucunda; $A_j(j=1, \dots, 4)$ katsayılarını içeren dört bilinmeyenli dört cebrik denklem aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\sum_{j=1}^4 A_j D_j e^{n_j h} = 0 \quad (54)$$

$$\frac{\mu_0 e^{\beta h}}{\kappa - 1} \sum_{j=1}^4 A_j C_j e^{n_j h} = -p(\xi); \quad p(\xi) = \int_0^{\infty} p(x) \cos(\xi x) d\xi = \int_0^a p(t) \cos(\xi t) d\xi \quad (55)$$

$$\sum_{j=1}^4 A_j m_j = 0 \quad (56)$$

$$\sum_{j=1}^4 A_j = 0 \quad (57)$$

Deklemlerde geçen $P(\xi)$ bilinmeyen temas gerilme fonksiyonudur ve sonraki kısımlarda integral denklemin çözümünden elde edilecektir.

Bu dört denklemden $A_j(j=1, \dots, 4)$ katsayıları, bilinmeyen temas gerilmesine bağlı olarak aşağıdaki gibi bulunur:

$$A_1 = -(q(D_2 m_3 e^{hn_2} - D_2 m_4 e^{hn_2} - D_3 m_2 e^{hn_3} + D_3 m_4 e^{hn_3} + D_4 m_2 e^{hn_4} - D_4 m_3 e^{hn_4})) / \Delta \quad (58)$$

$$A_2 = (q(D_1 m_3 e^{hn_1} - D_1 m_4 e^{hn_1} - D_3 m_1 e^{hn_3} + D_4 m_1 e^{hn_4} + D_3 m_4 e^{hn_3} - D_4 m_3 e^{hn_4})) / \Delta \quad (59)$$

$$A_3 = -(q(D_1 m_2 e^{hn_1} - D_2 m_1 e^{hn_2} - D_1 m_4 e^{hn_1} + D_2 m_4 e^{hn_2} + D_4 m_1 e^{hn_4} - D_4 m_2 e^{hn_4})) / \Delta \quad (60)$$

$$A_4 = (q(D_1 m_2 e^{hn_1} - D_1 m_3 e^{hn_1} - D_2 m_1 e^{hn_2} + D_2 m_3 e^{hn_2} + D_3 m_1 e^{hn_3} - D_3 m_2 e^{hn_3})) / \Delta \quad (61)$$

Bu ifadelerde geçen, q ve Δ büyüklükleri aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$q = \frac{(\kappa_1 - 1)}{\mu_0 e^{\beta h}} \int_0^{\infty} p(x) \cos(\xi x) dx \quad (62)$$

$$\begin{aligned} \Delta = & (e^{hn_1} e^{hn_2} (C_1 D_2 m_3 - C_2 D_1 m_3 - C_1 D_2 m_4 + C_2 D_1 m_4) \\ & + e^{hn_1} e^{hn_3} (-C_1 D_3 m_2 + C_3 D_1 m_2 + C_1 D_3 m_4 - C_3 D_1 m_4) \\ & + e^{hn_1} e^{hn_4} (C_1 D_4 m_2 - C_4 D_1 m_2 - C_1 D_4 m_3 + C_4 D_1 m_3) \\ & + e^{hn_2} e^{hn_3} (C_2 D_3 m_1 - C_3 D_2 m_1 - C_2 D_3 m_4 + C_3 D_2 m_4) \\ & + e^{hn_2} e^{hn_4} (-C_2 D_4 m_1 + C_4 D_2 m_1 + C_2 D_4 m_3 - C_4 D_2 m_3) \\ & + e^{hn_3} e^{hn_4} (C_3 D_4 m_1 - C_4 D_3 m_1 - C_3 D_4 m_2 + C_4 D_3 m_2)) \end{aligned} \quad (63)$$

2.2.4. İntegral Denklemin Elde Edilmesi

FD tabakanın herhangi bir noktasındaki gerilme veya yer değiştirme değerinin hesaplanması için öncelikle FD tabaka ile blok arasındaki bilinmeyen $p(x)$ temas gerilme fonksiyonunun belirlenmesi gerekmektedir. Bu fonksiyon henüz kullanılmamış olan (51) nolu sınır şartından faydalanılarak elde edilecek integral denklemin çözümünden bulunacaktır. (51) nolu sınır şartının açık olarak yazılmış şekli aşağıda ifade edilmiştir:

$$\frac{\partial}{\partial x} [v_1(x, y)] = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ \sum_{j=1}^4 (-\xi A_j m_j e^{n_j y}) \right\} \sin(\xi x) d\xi = f(x) \quad (64)$$

Daha önce hesaplanan $A_j (j=1, \dots, 4)$ katsayıları bu ifadeye yerlerine yazılıp gerekli düzenlemeler yapılırsa;

$$\frac{\partial}{\partial x} [v(x, y)] = \frac{2}{\pi \mu_0 e^{\beta h}} \int_0^a p(t) N_1(x, t) dt = f(x) \quad (65)$$

ifadesi elde edilir. Burada,

$$\begin{aligned} N_1(x, t) = & \int_0^{\infty} \frac{-\xi(\kappa-1)}{\Delta} \{ [e^{(n_1+n_2)h} (m_1 m_4 D_2 - m_1 m_3 D_2 + m_2 m_3 D_1 - m_2 m_4 D_1) \\ & + e^{(n_1+n_3)h} (m_1 m_2 D_3 - m_1 m_4 D_3 - m_2 m_3 D_1 + m_3 m_4 D_1) \\ & + e^{(n_1+n_4)h} (-m_1 m_2 D_4 + m_1 m_3 D_4 + m_2 m_4 D_1 - m_3 m_4 D_1) \\ & + e^{(n_2+n_3)h} (-m_1 m_2 D_3 + m_2 m_4 D_3 + m_1 m_3 D_2 - m_3 m_4 D_2) \\ & + e^{(n_2+n_4)h} (m_1 m_2 D_4 - m_2 m_3 D_4 - m_1 m_4 D_2 + m_3 m_4 D_2) \\ & + e^{(n_3+n_4)h} (-m_1 m_3 D_4 + m_2 m_3 D_4 + m_1 m_4 D_3 - m_2 m_4 D_3)] \} \sin(\xi x) \cos(\xi t) d\xi \end{aligned} \quad (66)$$

şeklinde tanımlanır.

(51) nolu sınır şartı $y=h$ için yazıldığından, (66) ifadesinde $y \rightarrow h$ limitine geçmek gerekmektedir. Fakat $y \rightarrow h$ limitine geçildiğinde, $N(x, t)$ integralinin çekirdeğinin yakınsamasının bozulduğu görülmektedir. Başka bir deyişle büyük ξ değerleri için çekirdeğin integrali sıfırdan farklı bir sabit değere yaklaşmaktadır. Çekirdeğin içindeki yakınsamayı bozan ve singüler terim (ST) olarak adlandırılan bu ifade araştırıldığında;

$$ST = \int_0^{\infty} \left[\frac{\kappa+1}{4} \right] \sin(\xi x) \cos(\xi t) d\xi \quad (67)$$

olarak bulunur.

Singüler terimin kapalı integrali, integral dönüşüm tabloları yardımıyla (Erdelyi vd., 1954) hesaplanırsa,

$$\int_0^{\infty} \left[\frac{\kappa+1}{4} \right] \sin(\xi x) \cos(\xi t) d\xi = \frac{\kappa+1}{8} \left[\frac{1}{t+x} - \frac{1}{t-x} \right] \quad (68)$$

olarak elde edilir. İntegralin çekirdeğinin yakınsamasını bozan bu singüler terim (66) nolu çekirdeğin içinden çıkarılıp (68) ifadesinde elde edilen kapalı integralin eklenmesiyle yeniden düzenlenerek (65) denklemini aşağıdaki gibi bir integral denkleme indirgenmiş olur:

$$\frac{\partial}{\partial x} [v(x, y)] = \frac{2}{\pi\mu_0 e^{\beta h}} \int_0^a \left[\frac{\kappa+1}{8} \left(\frac{1}{t+x} - \frac{1}{t-x} \right) + N^*(x, t) \right] p(t) dt = f(x), (0 \leq x < a) \quad (69)$$

Bu ifadede yer alan;

$$\begin{aligned} N_1^*(x, t) = & \int_0^\infty \frac{-\xi(\kappa-1)}{\Delta} \frac{1}{2} \{ [e^{(n_1+n_2)h} (m_1 m_4 D_2 - m_1 m_3 D_2 + m_2 m_3 D_1 - m_2 m_4 D_1) \\ & + e^{(n_1+n_3)h} (m_1 m_2 D_3 - m_1 m_4 D_3 - m_2 m_3 D_1 + m_3 m_4 D_1) \\ & + e^{(n_1+n_4)h} (-m_1 m_2 D_4 + m_1 m_3 D_4 + m_2 m_4 D_1 - m_3 m_4 D_1) \\ & + e^{(n_2+n_3)h} (-m_1 m_2 D_3 + m_2 m_4 D_3 + m_1 m_3 D_2 - m_3 m_4 D_2) \\ & + e^{(n_2+n_4)h} (m_1 m_2 D_4 - m_2 m_3 D_4 - m_1 m_4 D_2 + m_3 m_4 D_2) \\ & + e^{(n_3+n_4)h} (-m_1 m_3 D_4 + m_2 m_3 D_4 + m_1 m_4 D_3 - m_2 m_4 D_3) - \frac{1}{2} \frac{\kappa+1}{4}] \} \\ & [\sin \xi(t+x) - \sin \xi(t-x) d\xi] \end{aligned} \quad (70)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Simetri nedeniyle rijit pañç altındaki gerilme yayılışının,

$$p(t) = p(-t) \quad (71)$$

şeklinde olduğu göz önünde bulundurulursa, (69) nolu denklemin $(0, +a]$ olan integral aralığını $[-a, +a]$ aralığına getirmek mümkün olur. Bu söylenenler doğrultusunda gerekli işlemler yapılırsa, (69) nolu integral denklem aşağıdaki hale dönüştürülmüş olur.

$$\frac{2}{\pi\mu_0 e^{\beta h}} \int_{-a}^a \left[\frac{\kappa+1}{8} \left(\frac{1}{x-t} \right) + N_2(x, t) \right] p(t) dt = \frac{x}{R} \quad (-a < x < a) \quad (72)$$

Bu denklemde,

$$\begin{aligned}
N_2(x, t) = & \int_0^{\infty} \frac{\xi^{\kappa-1}}{2\Delta} \{ [e^{(n_1+n_2)h} (m_1m_4D_2 - m_1m_3D_2 + m_2m_3D_1 - m_2m_4D_1) \\
& + e^{(n_1+n_3)h} (m_1m_2D_3 - m_1m_4D_3 - m_2m_3D_1 + m_3m_4D_1) \\
& + e^{(n_1+n_4)h} (-m_1m_2D_4 + m_1m_3D_4 + m_2m_4D_1 - m_3m_4D_1) \\
& + e^{(n_2+n_3)h} (-m_1m_2D_3 + m_2m_4D_3 + m_1m_3D_2 - m_3m_4D_2) \\
& + e^{(n_2+n_4)h} (m_1m_2D_4 - m_2m_3D_4 - m_1m_4D_2 + m_3m_4D_2) \\
& + e^{(n_3+n_4)h} (-m_1m_3D_4 + m_2m_3D_4 + m_1m_4D_3 - m_2m_4D_3) + \frac{\kappa+1}{8}] \sin \xi(t-x) d\xi
\end{aligned} \tag{73}$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Ayrıca $p(x)$ temas gerilme yayılışının hesaplanabilmesi için (72) nolu integral denklem ile aşağıda ifade edilen denge denklemi birlikte çözülmelidir.

$$\int_{-a}^a p(t) dt = P \tag{74}$$

2.2.5. İntegral Denklemin Boyutsuzlaştırılması

Elde edilen integral denklemin sayısal çözümünü yapabilmek için aşağıda verilen değişken dönüşümleri yapılarak boyutsuz büyüklükler tanımlanabilir:

$$t = ar \quad dt = adr \tag{75}$$

$$x = as \tag{76}$$

$$z = \xi h \quad dz = h d\xi \tag{77}$$

$$\phi(r) = \frac{h}{P} P(t) \tag{78}$$

Burada geçen $\phi(r)$ ifadesi pañç-tabaka temas yüzeyi boyunca oluşan bilinmeyen boyutsuz temas gerilmesidir.

Tanımlanan boyutsuz büyüklükler (72) ve (74) nolu denklemlerde yerine yazılıp düzenlenirse;

$$\int_{-1}^1 \left[\frac{\kappa+1}{8} \frac{1}{s-r} + \frac{a}{h} k(s,r) \right] \phi(r) dr = B(s) \quad (79)$$

$$\frac{a}{h} \int_{-1}^1 \phi(r) dr = 1 \quad (80)$$

ifadeleri elde edilir.

Burada;

$$B(s) = \frac{\pi e^{\beta h}}{2} \frac{\mu_0}{P/h} \frac{a/h}{R/h} s \quad (81)$$

$$\begin{aligned} k(s,r) = & \int_0^{\frac{z}{2\Delta}} \frac{h}{2\Delta} (\kappa-1) \{ [e^{(n_1+n_2)h} (m_1 m_4 D_2 - m_1 m_3 D_2 + m_2 m_3 D_1 - m_2 m_4 D_1) \\ & + e^{(n_1+n_3)h} (m_1 m_2 D_3 - m_1 m_4 D_3 - m_2 m_3 D_1 + m_3 m_4 D_1) \\ & + e^{(n_1+n_4)h} (-m_1 m_2 D_4 + m_1 m_3 D_4 + m_2 m_4 D_1 - m_3 m_4 D_1) \\ & + e^{(n_2+n_3)h} (-m_1 m_2 D_3 + m_2 m_4 D_3 + m_1 m_3 D_2 - m_3 m_4 D_2) \\ & + e^{(n_2+n_4)h} (m_1 m_2 D_4 - m_2 m_3 D_4 - m_1 m_4 D_2 + m_3 m_4 D_2) \\ & + e^{(n_3+n_4)h} (-m_1 m_3 D_4 + m_2 m_3 D_4 + m_1 m_4 D_3 - m_2 m_4 D_3) + \frac{\kappa+1}{8}] \sin z \left(\frac{ar}{h} - \frac{as}{h} \right) dz \end{aligned} \quad (82)$$

olarak tanımlanır.

2.2.6. İntegral Denklemin Sayısal Çözümü

Boyutsuz hale getirilen integral denklemin sayısal çözümü Gauss-Jacobi integral formülasyonu ile yapılacaktır.

Buna göre, integral denklemlerin çözümü aşağıdaki şekilde aranabilir (Erdoğan ve Gupta 1972);

$$\phi(r) = w(r)g(r) \quad (-1 \leq r \leq 1) \quad (83)$$

$$w(r) = (1-r)^\alpha (1+r)^\beta \quad (84)$$

İntegral denklem panç-tabaka temas yüzeyi için elde edilmiştir. Temas yüzeyinin bittiği andan itibaren gerilmeler sıfır olur. Bu yüzden (79) nolu integral denklemin indisi -1 dir (Erdoğan ve Gupta, 1972). Bu durumda Gauss-Jacobi İntegral formülasyonu Gauss-Chebyshev integrasyon formülasyonuna dönüşür ve $\alpha = \beta = 0.5$ olarak alınır.

Buna göre;

$$\phi(r_i) = w(r_i)g(r_i) \quad (i = 1, \dots, N) \quad (85)$$

$$w(r_i) = (1-r_i^2)^{0.5} \quad (i = 1, \dots, N) \quad (86)$$

olarak elde edilirler.

Gerilmeler için tanımlanan bu ifadeler integral denklemde ve denge şartında yerine yazılırsa, integral denklemler temas gerilmelerinin bilinmeyen olduğu aşağıdaki denklem takımına indirgenebilir,

$$\sum_{i=1}^N W_i^N g(r_i) \left[\frac{\kappa+1}{8} \frac{1}{s_k - r_i} + \frac{a}{h} k(s_k, r_i) \right] = \frac{\pi e^{\beta h}}{2} \frac{\mu_0}{P/h} \frac{a/h}{R/h} s_k \quad k(1, \dots, N+1) \quad (87)$$

$$\frac{a}{h} \sum_{i=1}^N W_i(r_i) g(r_i) = 1 \quad (88)$$

Bu ifadelerde;

$$r_i = \cos\left(\frac{i\pi}{N+1}\right) \quad (i=1, \dots, N) \quad (89)$$

$$s_k = \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{2k-1}{N+1}\right) \quad (k=1, \dots, N+1) \quad (90)$$

$$W_i^N = \pi \left(\frac{1-r_i^2}{N+1}\right) \quad (i=1, \dots, N) \quad (91)$$

Şeklinde tanımlanmaktadır. (87) ifadesindeki $\left(\frac{N}{2} + 1\right)$ 'inci denklem uygunluk şartına karşılık geldiği için otomatik olarak sağlanmaktadır. Böylece $g(r_i)$, $(i = 1, \dots, N)$ ve yarı temas uzunluğu olan a 'ya bağlı $(N + 1)$ bilinmeyenli $(N + 1)$ denklem elde edilmiş olur. Bu denklem takımının çözümünden, boyutsuz temas gerilmesi ve yarı temas uzunluğu a hesaplanabilir. Ancak, bu hesaplar yapılırken interpolasyon işleminin yapılması gerekmektedir. Önce seçilen bir temas uzunluğu (a/h) için denklem takımı çözümünden $g(r_i)$ değerleri hesaplanır ve bulunan değerler (88) denkleminde yerine yazılarak bu eşitliğin sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilir. Eğer eşitlik sağlanmıyorsa (a/h) 'ye yaklaşım oranlarına göre yeni değerler verilerek yukarıdaki işlemler tekrarlanır. Bu şekilde yapılacak işlemler sonucunda; bulunacak $g(r_i)$ değerleri (85) ifadesinde yerine yazılarak, boyutsuz temas uzunluğu a belirlenmiş olur.

3. BULGULAR

Bu bölümde, bir önceki bölümde verilmiş olan formülasyonlardan faydalanılarak, rijitlik parametresi, panç yarıçapı, yük ve malzeme özellikleri gibi boyutsuz büyüklüklerin farklı değerlerine bağlı olarak temas mesafeleri ve temas gerilmeleri hesaplanmıştır. Sayısal uygulamalardan elde edilen bulgular, grafikler ve tablolarla verilerek bunlarla ilgili irdelemeler yapılmıştır.

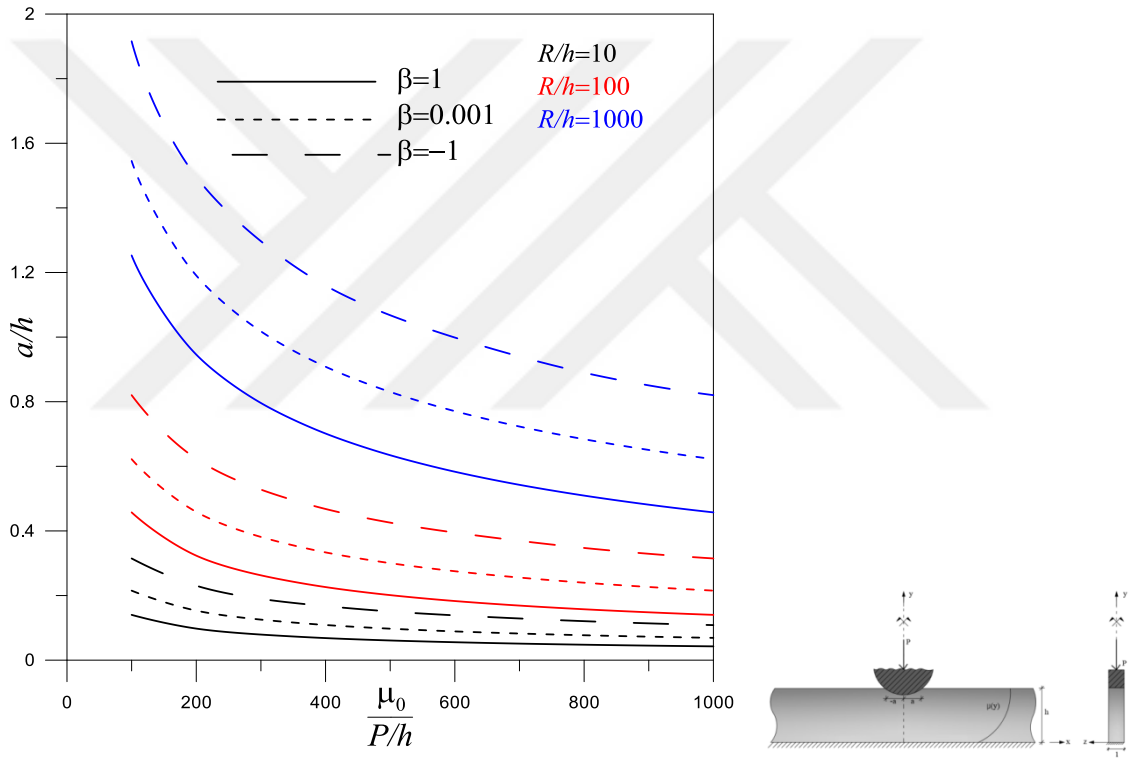
Burada FD tabaka ile rijit dairesel panç arasındaki temas uzunlukları ve temas gerilme yayılışları incelenmiştir.

Tablo 1 ve Şekil 2’de rijitlik parametresi, panç yarıçapı ve yük oranına bağlı olarak FD tabaka ile rijit panç arasındaki yarı temas uzunluğunun değişimi gösterilmektedir. Burada rijitlik parametresi $\beta > 0$ olması tabakanın üst yüzeyinin rijitliğinin alt yüzeyinden daha yüksek olduğunu göstermektedir. $\beta < 0$ olması halinde ise tam tersi bir durum söz konusudur. Tablo ve şekilde, β değeri büyüdükçe, yani FD tabakanın rijitliği alt yüzeyinden üst yüzeyine doğru arttıkça yarı temas uzunluğunun azaldığı görülmektedir.

Burada yükün değişimi, $\mu_0/(P/h)$ boyutsuz büyüklüğünün değişimi ile ifade edilmektedir. Kayma modülü ve yükseklik sabitken yük arttığında bu oran azalacak ve yük azaldığında artacaktır. Verilen şekil ve tabloda da görülebileceği gibi yük değerleri küçüldükçe yani $\mu_0/(P/h)$ oranı arttıkça yarı temas mesafeleri de küçülmektedir. Buradan elde edilen bir diğer sonuç ise panç yarıçapının artışına bağlı olarak yarı temas uzunluğunun artmasıdır. Bu durum Tablo 2 ve Şekil 3’te daha net anlaşılmaktadır.

Tablo 1. Çeşitli panç yarıçapı ve rijitlik parametresi değerleri için temas uzunluğunun (a/h) yük ile değişimi ($\kappa = 2$).

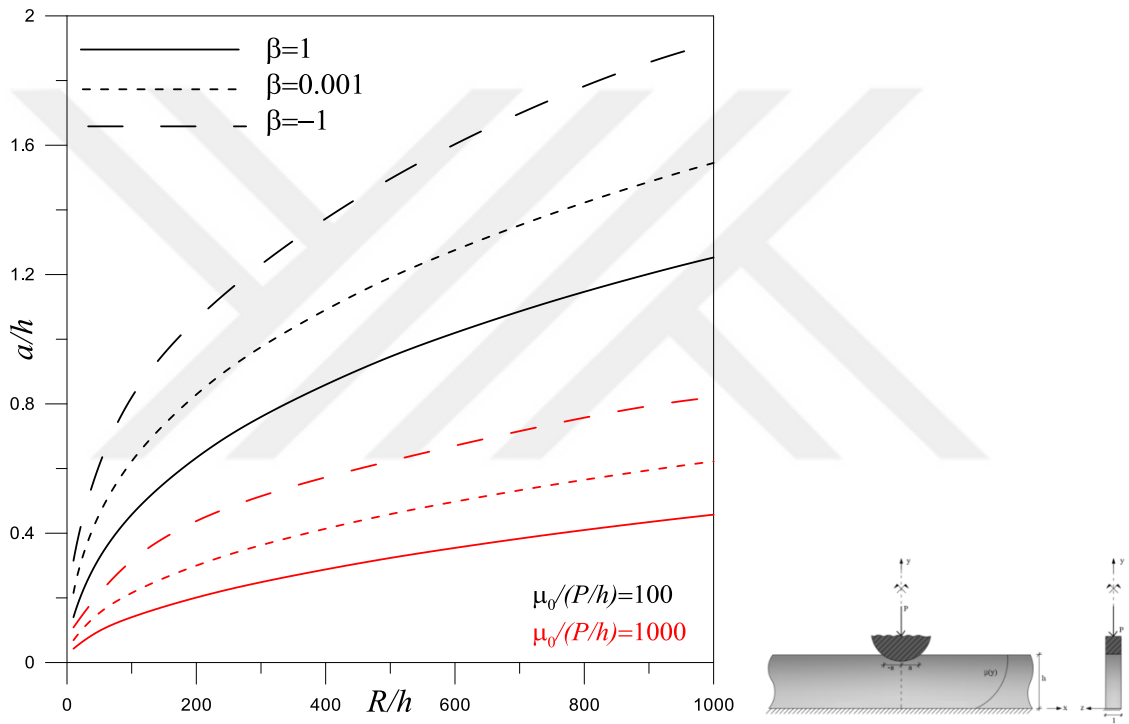
$\frac{\mu_0}{P/h}$	$R/h = 10$			$R/h = 100$			$R/h = 1000$		
	$\beta = -1$	$\beta = 0.001$	$\beta = 1$	$\beta = -1$	$\beta = 0.001$	$\beta = 1$	$\beta = -1$	$\beta = 0.001$	$\beta = 1$
100	0.3148	0.2152	0.1402	0.8203	0.6222	0.4574	1.9157	1.5453	1.2528
200	0.2304	0.1533	0.0977	0.6233	0.4589	0.3235	1.4960	1.1906	0.9459
400	0.1673	0.1088	0.0683	0.4680	0.3336	0.2262	1.1594	0.9083	0.7015
500	0.1507	0.0974	0.0609	0.4257	0.3002	0.2013	1.0677	0.8303	0.6344
800	0.1207	0.0771	0.0478	0.3473	0.2398	0.1575	0.8898	0.6839	0.5094
1000	0.1085	0.0690	0.0427	0.3148	0.2152	0.1402	0.8203	0.6222	0.4574



Şekil 2. Panç yarıçapına bağlı olarak, temas uzunluğunun yük ile değişimi ($\kappa = 2$).

Tablo 2. Çeşitli yük ve rijitlik parametresi değerleri için temas uzunluğunun (a/h) panç yarıçapı ile değişimi ($\kappa = 2$).

$\frac{R}{h}$	$\frac{\mu_0}{P/h} = 100$			$\frac{\mu_0}{P/h} = 1000$		
	$\beta = -1$	$\beta = 0.001$	$\beta = 1$	$\beta = -1$	$\beta = 0.001$	$\beta = 1$
10	0.3148	0.2152	0.1402	0.1085	0.0690	0.0427
100	0.8203	0.6222	0.4574	0.3148	0.2152	0.1402
500	1.4960	1.1906	0.9459	0.6233	0.4589	0.3235
1000	1.9157	1.5453	1.2528	0.8203	0.6222	0.4574

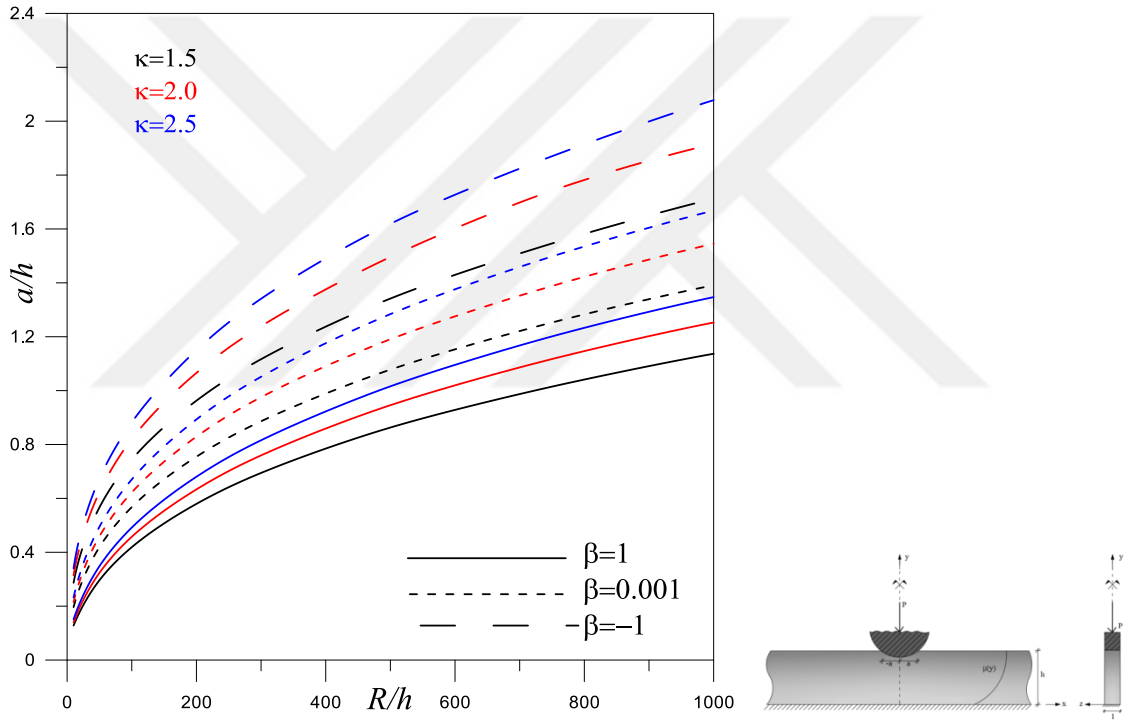


Şekil 3. Yüke bağlı olarak, temas uzunluğunun panç yarıçapı ile değişimi ($\kappa = 2$).

Şekil 4 ve Tablo 3'te yük faktörü sabit tutularak temas mesafesinin κ 'ya bağlı olarak değişimi gösterilmiştir. κ , poisson oranı büyüdükçe küçülen bir sabittir. Poisson oranının büyümesi malzemenin daha boşluksuz dolayısıyla da daha rijit bir yapıda olduğu anlamına gelmektedir. Malzemenin rijitliği arttıkça yani κ değeri küçüldükçe temas mesafesinin küçüldüğü Tablo 3 ve Şekil 4'te görülmektedir. Yine tablo ve şekilden de anlaşılacağı üzere rijitlik parametresi olan β değeri azaldıkça, yani FD tabakanın rijitliği alt yüzeyinden üst yüzeyine doğru azaldıkça yarı temas uzunluğunun arttığı görülmektedir.

Tablo 3. Çeşitli κ ve rijitlik parametresi değerleri için temas uzunluğunun (a/h) panç yarıçapı ile değişimi ($\frac{\mu_0}{P/h} = 100$).

$\frac{R}{h}$	$\kappa = 1.5$			$\kappa = 2.0$			$\kappa = 2.5$		
	$\beta = -1$	$\beta = 0.001$	$\beta = 1$	$\beta = -1$	$\beta = 0.001$	$\beta = 1$	$\beta = -1$	$\beta = 0.001$	$\beta = 1$
10	0.2868	0.1965	0.1281	0.3148	0.2152	0.1402	0.3400	0.2323	0.1512
50	0.5665	0.4190	0.2962	0.6233	0.4589	0.3235	0.6731	0.4946	0.3482
100	0.7438	0.5676	0.4189	0.8203	0.6222	0.4574	0.8823	0.6702	0.4917
250	1.0459	0.8259	0.6416	1.1594	0.9083	0.7015	1.2534	0.9787	0.7534
500	1.3417	1.0779	0.8630	1.4960	1.1906	0.9459	1.6191	1.2839	1.0159
750	1.5461	1.2528	1.0148	1.7419	1.3882	1.1172	1.8699	1.4979	1.2012
1000	1.7125	1.3911	1.1369	1.9157	1.5453	1.2528	2.0781	1.6682	1.3471

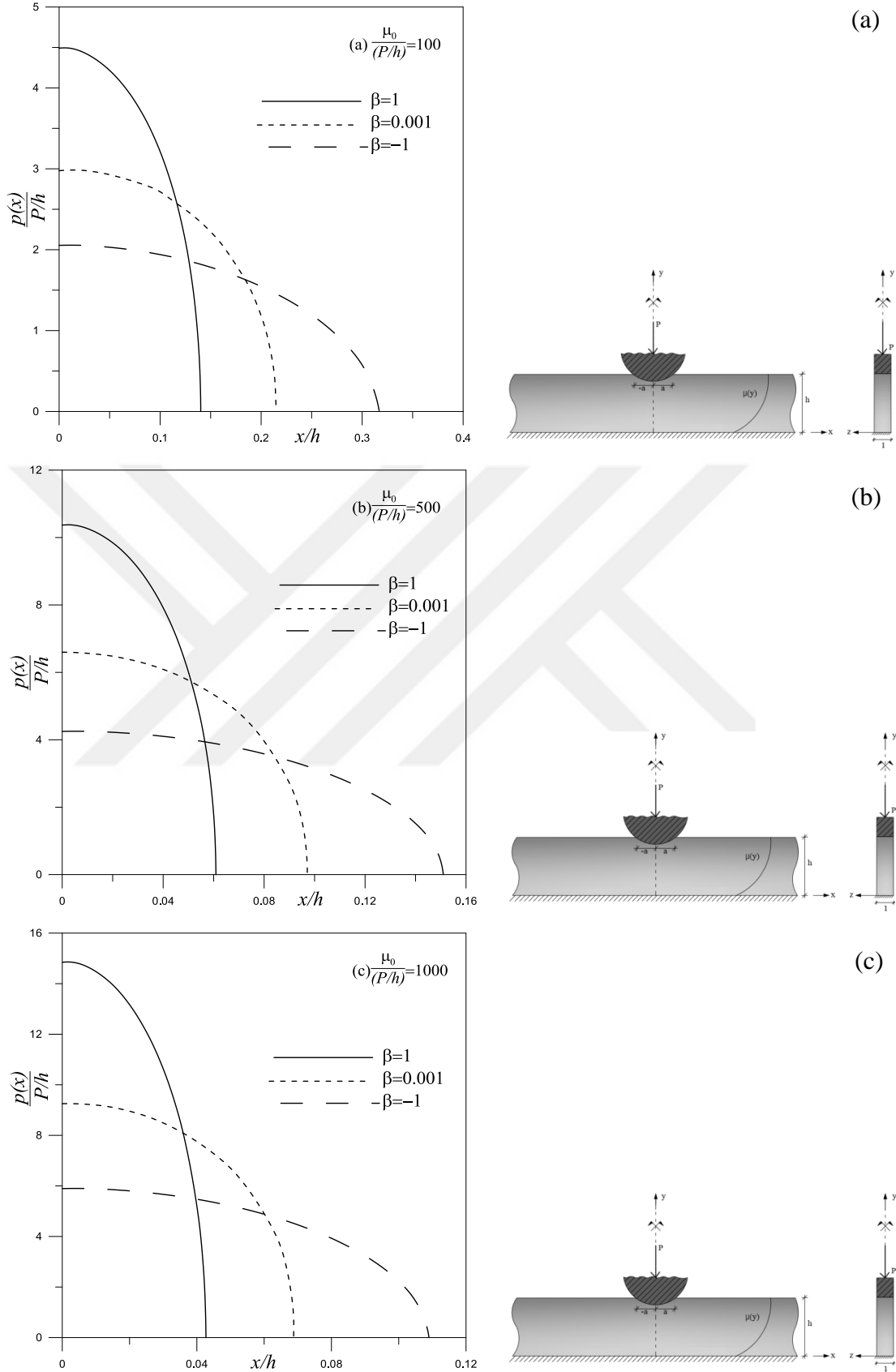


Şekil 4. κ' 'ya bağlı olarak, temas uzunluğunun panç yarıçapı ile değişimi ($\frac{\mu_0}{P/h} = 100$)

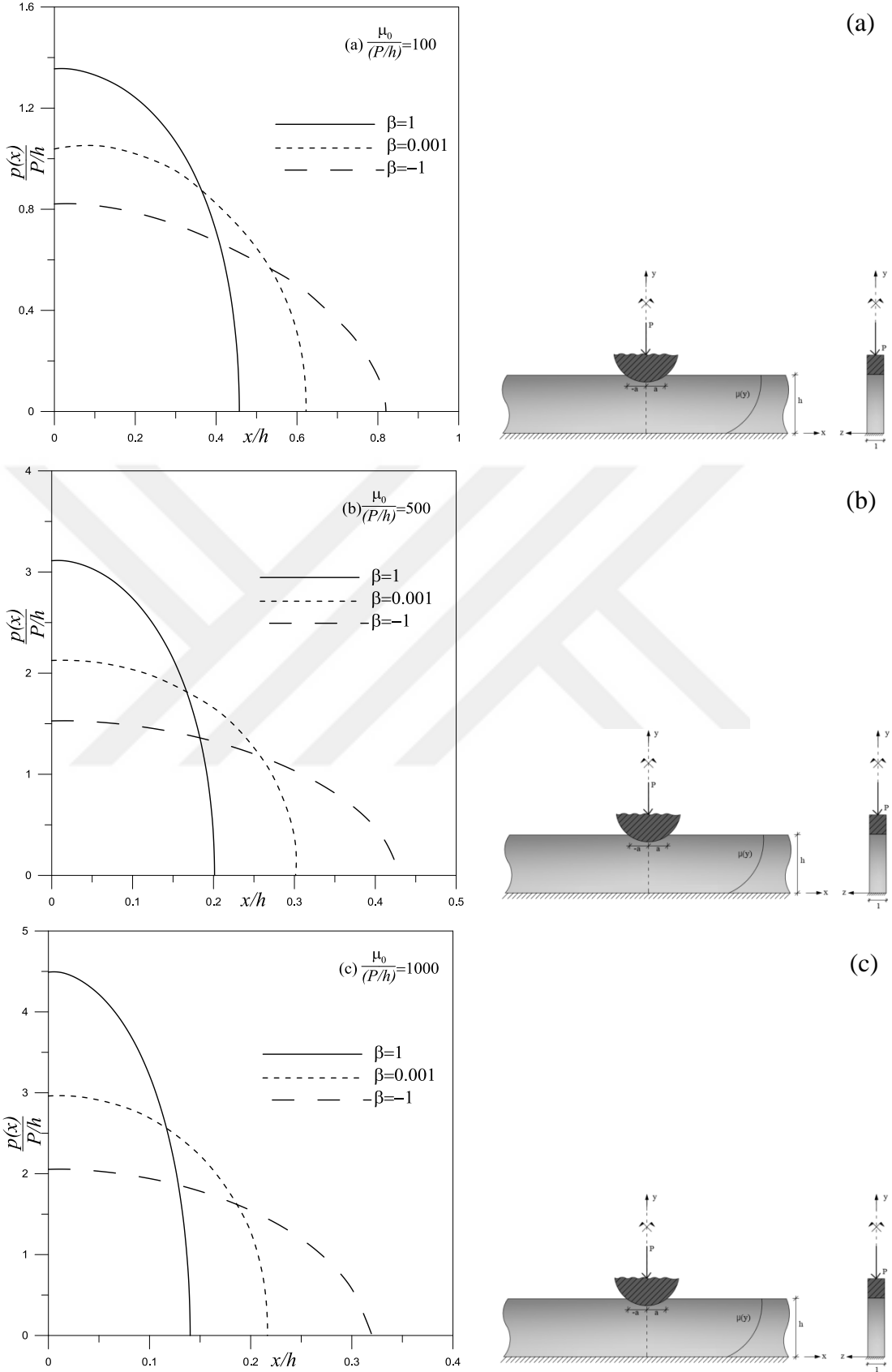
Temas gerilmeleri temas mesafesinin yanı sıra uygulanan yüke bağlı olarak da değişmektedir. Grafiklerde temas gerilmeleri yüke bağlı boyutsuz bir oran şeklinde verilmektedir. Bu yüzden yük büyüdükçe boyutsuz oran küçülecektir. Bu oranın küçülmesi temas gerilmelerinin de küçüleceği anlamına gelmez. Rijit panç ile FD tabaka arasındaki temas gerilmeleri $x=0$ simetri ekseninde en büyük değerlerini almakta ve buradan uzaklaştıkça düzgün bir şekilde azalarak değmenin son bulunduğu nokta olan ($x = \pm a$) da sıfır değerini almaktadır. Değişik rijitlik parametresi, yük ve yarıçap değerleri için elde edilen boyutsuz temas gerilmesi yayılışları şekil 5-10'da

verilmektedir. Söz konusu şekillerden, temas uzunlukları ile temas gerilmelerinin ters orantılı olduğu görülmektedir. Şekil 5-8’de görüldüğü gibi panç yarıçapı ve $\mu_0/(P/h)$ oranının bazı sabit değerleri için, rijitlik parametresi β değeri azaldıkça temas mesafesinin artması nedeniyle yük daha geniş alana yayılacağından temas gerilmelerinin azaldığı, β değeri arttıkça ise arttığı görülmektedir. Şekil 9’da ise bazı sabit β ve yarıçap değeri için, $\mu_0/(P/h)$ oranı arttıkça yarı temas uzunluğunun azalması nedeniyle panç altındaki boyutsuz temas gerilmelerinin arttığı daha net şekilde görülmektedir. Şekil 10’da ise sabit bir yük ve β değeri için yarıçapa bağlı olarak temas gerilmeleri ile temas yüzeyleri arasındaki ilişki verilmektedir. Blok yarıçapı arttıkça panç altındaki boyutsuz temas gerilmesinin en büyük değeri azalmaktadır.

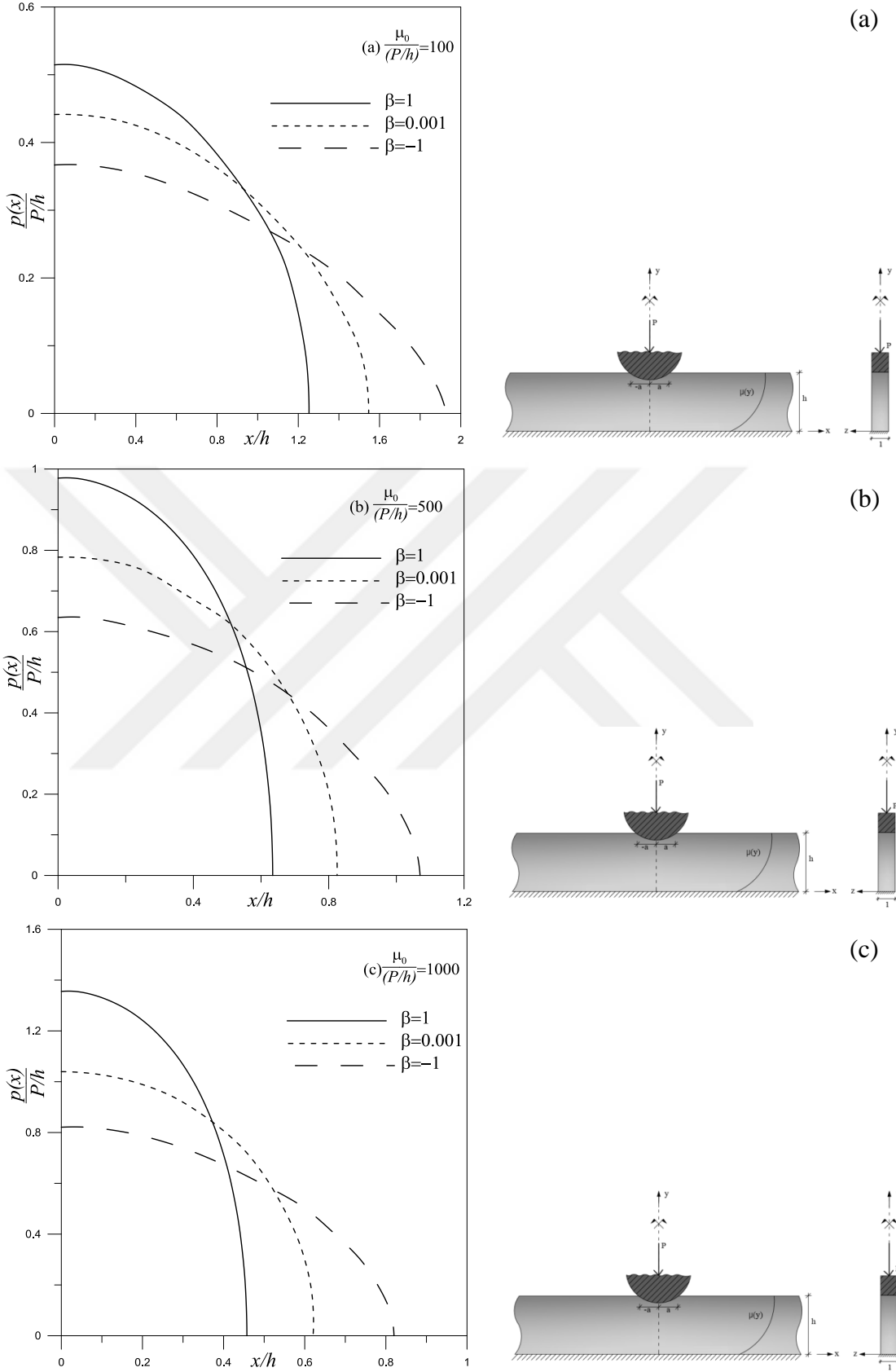




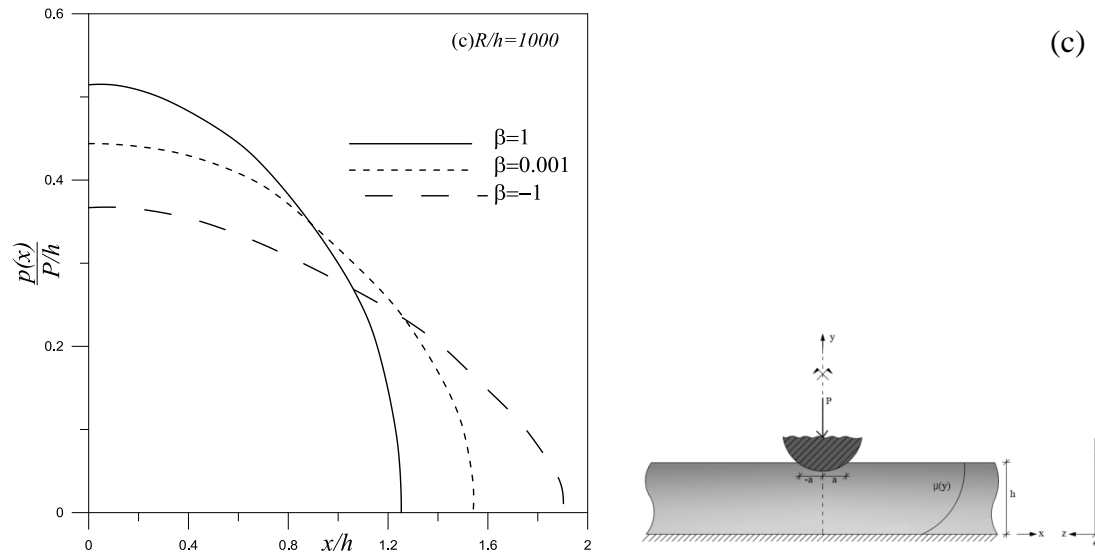
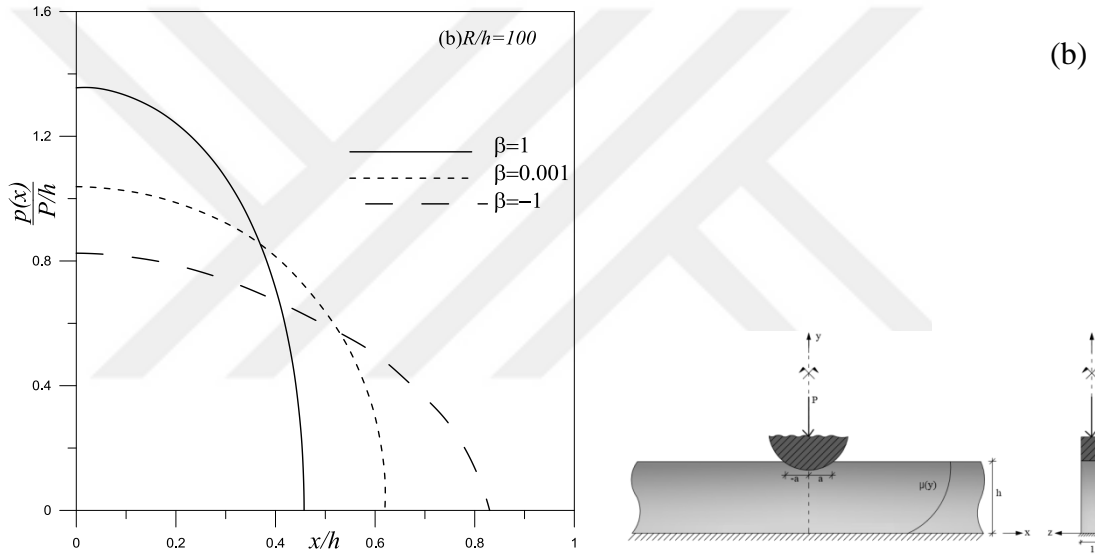
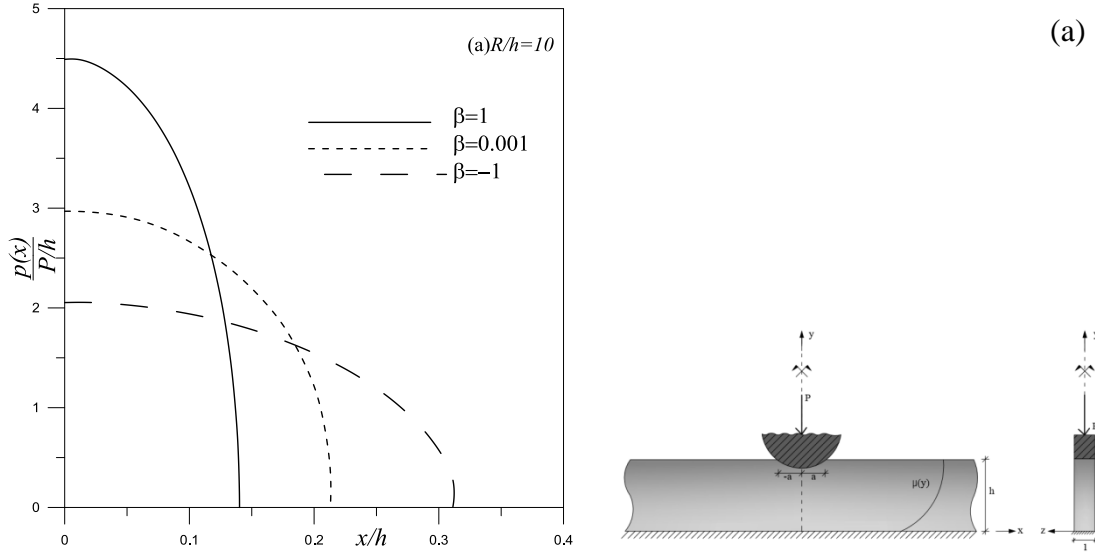
Şekil 5. Çeşitli yük değerleri için panç altındaki temas gerilme yayılışları ($R/h = 10, \kappa = 2$), (a, b, c).



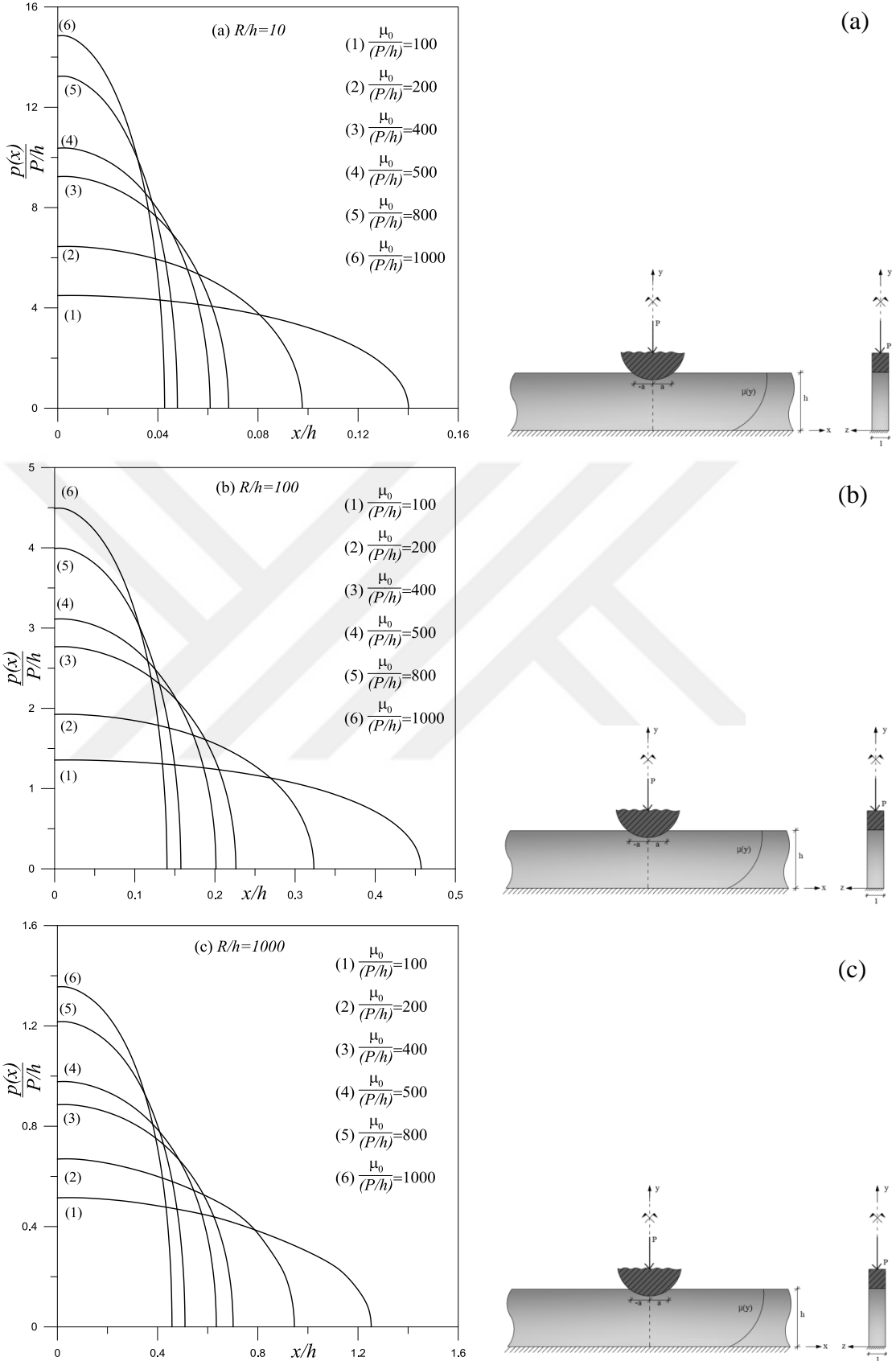
Şekil 6. Çeşitli yük değerleri için panç altındaki temas gerilme yayılışları ($R/h = 100, \kappa = 2$), (a, b, c).



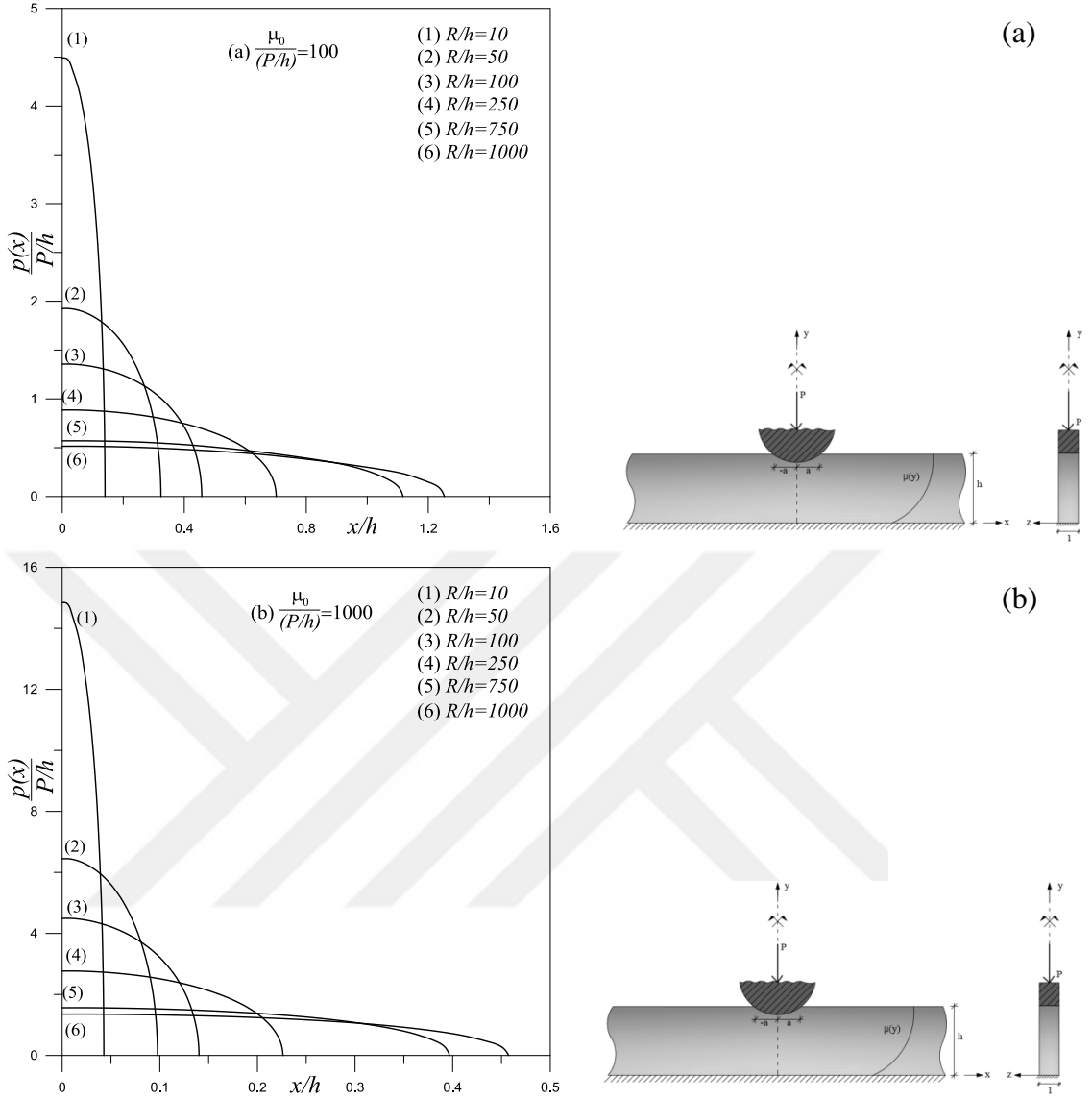
Şekil 7. Çeşitli yük değerleri için panç altındaki temas gerilme yayılışları ($R/h = 1000, \kappa = 2$), (a, b, c).



Şekil 8. Çeşitli yarıçap değerleri için panç altındaki temas gerilme yayılışları ($\frac{\mu_0}{P/h} = 100, \kappa = 2$), (a, b, c).

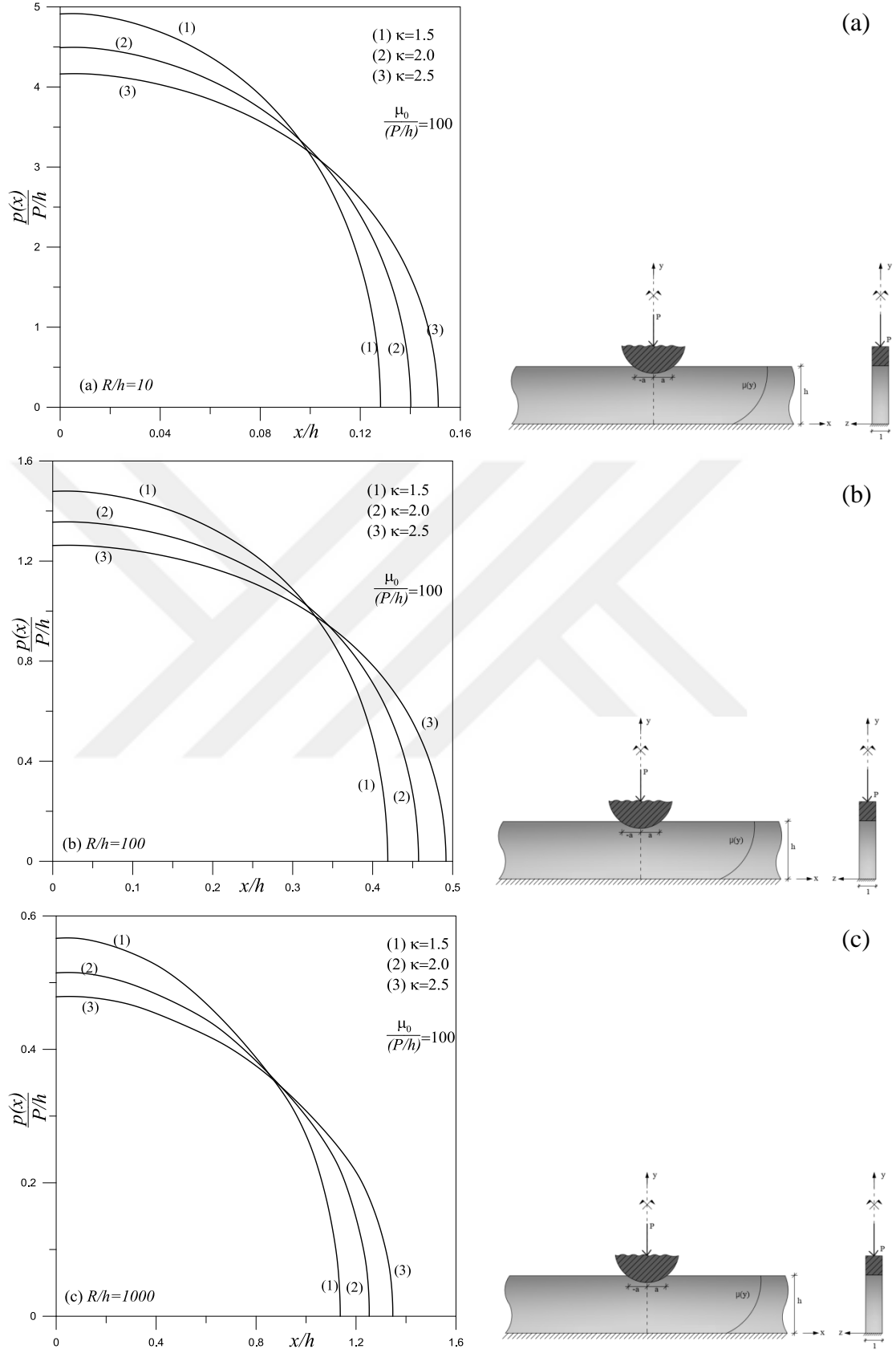


Şekil 9. Çeşitli yük değerleri için panç altındaki temas gerilme yayılışları ($\beta = 1, \kappa = 2$), (a, b, c).



Şekil 10. Çeşitli panç yarıçapı değerleri için panç altındaki temas gerilme yayılışları ($\beta = 1, \kappa = 2$), (a, b).

Şekil 11’de, farklı κ değerleri için temas gerilme yayılışları verilmektedir. κ değeri arttıkça temas mesafeleri artmakta dolayısıyla yük daha geniş alana yayılmakta ve temas gerilmeleri azalmaktadır.



Şekil 11. Çeşitli κ değerleri için panç altındaki temas gerilme yayılışları ($\beta = 1$), (a, b, c)

Tablo 4-6’da ise temas uzunluklarının çeşitli yükleme, yarıçap ve malzeme sabiti değerleri için Kahya (1997) ile karşılaştırılması verilmektedir. Tablolar incelendiğinde görülebilir ki, rijitlik parametresine sıfıra çok yakın bir değer verildiğinde, FD tabaka homojen tabaka haline dönüşmekte ve bulunan sonuçlar Kahya (1997) ile uyum arz etmektedir.

Tablo 4. Çeşitli pañç yarıçapı değerleri için temas uzunluğunun (a/h) yük ile değişiminin karşılaştırılması ($\beta = 0.001, \kappa = 2$) (Kahya, 1997).

$\frac{\mu_0}{P/h}$	$R/h = 10$		$R/h = 100$		$R/h = 1000$	
	<i>Sunulan Çalışma</i>	<i>Kahya (1997)</i>	<i>Sunulan Çalışma</i>	<i>Kahya (1997)</i>	<i>Sunulan Çalışma</i>	<i>Kahya (1997)</i>
100	0.2152	0.215190	0.6222	0.622161	1.5453	1.545286
200	0.1533	0.153296	0.4589	0.458907	1.1906	1.190627
300	0.1255	0.125488	0.3814	0.381396	1.0177	1.017721
400	0.1088	0.108818	0.3336	0.333571	0.9083	0.908304
500	0.0974	0.097407	0.3002	0.300239	0.8303	0.830313
600	0.0890	0.088967	0.2753	0.275281	0.7708	0.770750
700	0.0824	0.082399	0.2557	0.255682	0.7231	0.723157
800	0.0771	0.077099	0.2398	0.239760	0.6839	0.683892
900	0.0727	0.072706	0.2265	0.226490	0.6507	0.650717
1000	0.0690	0.068987	0.2152	0.215280	0.6222	0.622166

Tablo 5. Çeşitli yük değerleri için temas uzunluğunun (a/h) pañç yarıçapı ile değişiminin karşılaştırılması ($\beta = 0.001, \kappa = 2$) (Kahya, 1997).

$\frac{R}{h}$	$\frac{\mu_0}{P/h} = 100$		$\frac{\mu_0}{P/h} = 1000$	
	<i>Sunulan Çalışma</i>	<i>Sunulan (1997)</i>	<i>Sunulan Çalışma</i>	<i>Kahya (1997)</i>
10	0.2152	0.215190	0.0690	0.068987
50	0.4588	0.458901	0.1532	0.153303
100	0.6222	0.622161	0.2152	0.215208
250	0.9082	0.908300	0.3336	0.333571
500	1.1906	1.190621	0.4589	0.458908
750	1.3881	1.388200	0.5494	0.549386
1000	1.5453	1.545286	0.6222	0.622166

Tablo 6. Çeşitli κ değerleri için temas uzunluğunun (a/h) panç yarıçapı ile değişiminin karşılaştırılması ($\beta = 0.001, \kappa = 2$) (Kahya, 1997).

$\frac{R}{h}$	$\kappa = 1.5$		$\kappa = 2.0$		$\kappa = 2.5$	
	<i>Sunulan Çalışma</i>	<i>Kahya (1997)</i>	<i>Sunulan Çalışma</i>	<i>Kahya (1997)</i>	<i>Sunulan Çalışma</i>	<i>Kahya (1997)</i>
10	0.1965	0.196497	0.2152	0.215190	0.2323	0.232257
50	0.4190	0.419015	0.4589	0.458901	0.4946	0.494604
100	0.5676	0.567560	0.6222	0.622161	0.6702	0.670244
250	0.8259	0.825868	0.9083	0.908300	0.9787	0.978700
500	1.0779	1.077900	1.1906	1.190621	1.2839	1.283940
750	1.2528	1.252800	1.3882	1.388200	1.4979	1.497932
1000	1.3911	1.391103	1.5453	1.545286	1.6682	1.668223

Tablolardan da görüleceği gibi özel hal için elde edilen sonuçlar, bu özel hale karşılık gelen Kahya (1997)'deki sonuçlar ile oldukça uyumludur.

4. TARTIŞMA ve SONUÇLAR

Bu çalışmada, rijit bir panç aracılığı ile yüklenmiş, rijit bir temele bağlanmış FD tabakanın sürtünmesiz temas problemi incelenmiştir. Çalışmada, FD tabakanın kütle kuvvetleri ihmal edilmiştir. Söz konusu problemin incelenmesinde, bilinmeyen temas uzunlukları ve temas gerilmeleri elastisite teorisine göre analitik olarak hesaplanmıştır. Rijitlik parametresi, temas mesafesi ve temas gerilme yayılımı üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Temas uzunluğu (a/h) ve temas gerilme yayılımı ($P(x)/(p/h)$); β , $\frac{\mu}{p/h}$, R/h ve κ gibi çeşitli malzeme özellikleri ve yükleme durumları için incelenmiştir. Burada elde edilen sonuçlar aşağıda özetlenmiştir:

- $\beta > 0$ olması durumunda FD tabakanın rijitliği alt yüzeyinden üst yüzeyine doğru artmaktadır. $\beta < 0$ olması halinde ise tam tersi bir durum söz konusudur. Rijitlik parametresi β değeri azaldıkça, tabakanın rijitliği azalmaktadır. Bu nedenle temas uzunluğu artmakta, yük daha geniş alanlara yayılmakta ve temas gerilmeleri azalmaktadır. β değeri arttıkça ise tam tersi bir durum söz konusu olup temas uzunluğu azalırken temas gerilmeleri artmaktadır.
- Panç yarıçapı büyüdükçe, temas yüzeyi de büyümekte ve dolayısıyla yük daha geniş alana yayılacağı için temas gerilmeleri küçülmekte, yarı temas mesafesi artmaktadır.
- Poisson oranının büyümesi yani malzeme sabiti κ 'nın küçülmesi durumunda malzemenin rijitliği artmakta, dolayısıyla yarı temas mesafeleri küçülmekte ve boyutsuz temas gerilmeleri artmaktadır.
- Yük artırıldığında temas uzunluğunun da büyüdüğü görülmektedir. Temas gerilmeleri ise yüke bağlı boyutsuz büyüklükler olarak tanımlandığından yük büyüdükçe bu oranlar küçülmektedir. Bu oranların küçülmesi temas gerilmelerinin küçüldüğü anlamına gelmemektedir. Tam tersi yük büyüdükçe temas yüzeyi ve temas gerilmeleri büyümektedir. Panç altındaki temas gerilmelerinin en büyük değeri simetri

ekseninde meydana gelmektedir. Buradan uzaklaştıkça azalarak temasın son bulduğu $x = \pm a$ noktasında sıfır olmaktadır.



5. ÖNERİLER

Bu tez çalışmasından elde edilen sonuçlardan hareketle gelecekte yapılacak çalışmalara ışık tutması amacıyla aşağıdaki önerilerin dikkate alınması tavsiye edilmektedir.

ANSYS paket programına; fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın kayma modülünün ve elastisite modülünün tabaka yüksekliği boyunca bir fonksiyona bağlı olarak değişimini sağlayacak ek bir program kodu yazılması suretiyle problemin çözümü numerik olarak gerçekleştirilebilir.

Problemde yükü ileten bloğun rijit olması yerine elastik olması durumu göz önünde bulundurulup, elde edilecek sonuçlar rijit blok olması haliyle karşılaştırılabilir. Problem rijit bloğun hareketli olması durumu için de çözülebilir

KAYNAKLAR

- Adams, G.G. and Boggy, D.B., 1977.** The plane symmetric contact problem for dissimilar elastic semi-infinite strips of different widths. *Journal of Applied Mechanics*, December, 604-610.
- Adıbelli, H., 2010.** Elastik Yarım Düzleme Oturan Simetrik Yüklü Yapışık Çift Tabakada Temas ve Çatlak Problemi. Doktora Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye, 130s.
- Adıbelli, H., Çömez, İ. and Erdöl, R., 2013.** Receding contact problem for a coated layer and a half-plane loaded by a rigid cylindrical stamp. *Archives of Mechanics*, 65, 219-236.
- Adıyaman, G., 2013.** İki Çeyrek Düzlem Üzerine Oturan Elastik Bir Tabakanın Sürtünmesiz ve Ayrılmalı Temas Problemi. Yüksek Lisans Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye, 82s.
- Adıyaman, G., Birinci, A., Öner, E. and Yaylacı, M., 2016.** A receding contact problem between a functionally graded layer and two homogeneous quarter planes. *Acta Mechanica*. 227, 1753–1766.
- Adıyaman, G., Öner, E. and Birinci, A., 2017.** Continuous and discontinuous contact problem of a functionally graded layer resting on a rigid foundation. *Acta Mechanica*. 228, 303–317.
- Aizikovich, S.M., Vasilev, A.S., Krenev, L.I., Trubchik, I.S. and Seleznev, N.M., 2011.** Contact problems for functionally graded materials of complicated structure. *Mechanics of Composite Materials*, 47, 539–548.
- Apatay, T., 2010.** Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kaplamalarda Çatlak ve Temas Problemi. Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, Türkiye, 131s.
- Balcı, M.N., Dağ, S. and Yıldırım, B., 2017.** Subsurface stresses in graded coatings subjected to frictional contact with heat generation. *Journal of Thermal Stresses*, 40, 517–534.
- Barik, S.P., Kanoria, M. and Chaudhuri, P.K., 2008.** Steady state thermoelastic contact problem in a functionally graded material. *International Journal of Engineering Science*, 46, 775-789.
- Birinci, A., 1998.** Alt Tabakasında Düşey Bir Çatlağı Bulunan ve Rijit Bir Blok Aracılığı ile Yüklenen Bileşik Tabaka Problemi. Doktora Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye, 148s.
- Birinci, A. and Erdöl, R., 1999.** Frictionless contact between a rigid stamp and an elastic layered composite resting on simple supports. *Mathematical and Computational Applications*, 4, 261-272.

- Birinci, A. and Erdöl, R., 2001.** Continuous and discontinuous contact problem for a layered composite resting on simple supports. *Structural Engineering and Mecahnics*, 12, 17-34.
- Birinci, A. and Erdöl, R., 2003.** A frictionless contact problem for two elastic layers supported by a winkler foundation. *Structural Engineering and Mecahnics*, 15, 331-344.
- Bora, P., 2016.** Rijit İki Blok Aracılığı ile Yüklenmiş Elastik Yarı Sonsuz Düzleme Oturan İki Elastik Tabakanın Temas Problemi. Doktora Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye, 185s.
- Bussetta, P., Marceau, D. and Ponthot, J.P., 2012.** The adapted augmented lagrangian method: a new method for the resolution of the mechanical frictional contact problem. *Computational. Mechanic*, 49, 259-275.
- Chan, S.K. and Tuba, I.S., 1971a.** A finite element method for contact problems of solid bodies part I. theory and validation. *International Journal of Mechanical Sciences*, 13, 615-625.
- Chan, S.K. and Tuba, I.S., 1971b.** A finite element method for contact problems of solid bodies part II. application to turbine blade fastenings. *International Journal of Mechanical Sciences*, 13, 627-639.
- Chen, P. and Chen, S., 2012.** Contact behaviors of a rigid punch and a homogeneous half space coated with a graded layer. *Acta Mechanica*, 223, 563–577.
- Chidlow, S.J., Chong, W.W., F. and Teodorescu, M., 2013.** On the two-dimensional solution of both adhesive and non-adhesive contact problems involving functionally graded materials. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 39, 86-103.
- Civelek, M.B. and Erdoğan, F., 1975.** The frictionless contact problem for an elastic layer under gravity. *Journal of Applied Mechanics*, 42, 136-140.
- Civelek, M.B. and Erdoğan, F., 1976.** Interface separation in a frictionless contact problem for an elastic layer. *Journal of Applied Mechanics*, 43, 175-177.
- Çakıroğlu, A.O. and Çakıroğlu, F.L., 1991.** Continuous and discontinuous contact problems for strips on an elastic semi-infinite plane. *International Journal of Engineering Science*, 29, 99-111.
- Çakıroğlu, E., 2011.** İki Elastik Çeyrek Düzleme Oturan ve Rijit Bir Panc ile Bastırılan Elastik Tabaka Probleminin Çözümü ve Yapay Sinir Ağı Uygulaması. Doktora Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye, 83s.

- Çömez, İ., Birinci, A. and Erdöl, R., 2004.** Double receding contact problem for a rigid stamp and two elastic layers. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 23, 301- 309.
- Çömez, İ. ve Erdöl, R., 2007.** Rijit dairesel bir pançla bastırılmış, elastik yarım düzleme tam yapışık tabakanın sürtünmeli temas problemi. XV. Ulusal Mekanik Kongresi, Isparta, 3-7 Eylül, 309-320.
- Çömez, İ., 2009.** Rijit Dairesel Bir Pançla Bastırılan Elastik Tabaka ve Yarım Düzlemin Sürtünmeli Temas Problemi. Doktora Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye, 128s.
- Çömez, İ. and Erdöl, R., 2013.** Frictional contact problem of a rigid stamp and an elastic layer bonded to a homogeneous substrate. *Archive of Applied Mechanics*, 83, 1,15-24.
- Çömez, İ., 2013.** Contact problem of a functionally graded layer resting on a winkler foundation. *Acta Mechanica*, 224, 2833-2843.
- Çömez, İ., 2014.** Elasticity solution for a functionally graded two-layer beam with simple supported edges. *Turkish Journal of Engineering & Environmental Sciences*, 38, 373-381.
- Çömez, İ., 2015.** Contact problem for a functionally graded layer indented by a moving punch. *International Journal of Mechanical Sciences*, 100, 339-344.
- Çömez, İ., El-Borgi, S., Kahya, V. and Erdöl, R., 2016.** Receding contact problem for two layer functionally graded media indented by a rigid punch. *Acta Mechanica*, 227, 2493-2504.
- Çömez, İ. and El-Borgi, S., 2017.** Contact problem of a graded layer supported by two rigid punches. *Archives of Mechanics*, 11, 1-11.
- Çömez, İ. and Güler, M.A., 2017.** The contact problem of a rigid punch sliding over a functionally graded bilayer, *Acta Mechanica*, 228, 2237–2249.
- Dempsey, J.P., Zhao, Z.G., Minnetyan, L. and Li, H., 1990.** Plane contact of an elastic layer supported by a winkler foundation. *Journal of Applied Mechanics*, 57, 974-980.
- El-Borgi, S., Abdelmoula, R. and Keer L., 2006.** A receding contact problem between a functionally graded layer and a homogeneous substrate. *International Journal of Solids and Structures*, 43, 658-674.
- El-Borgi, S., Usman, S. and Güler, M.A., 2014.** A frictional receding contact plane problem between a functionally graded layer and a homogeneous substrate. *International Journal of Solids and Structures*, 51, 4462-4476.

- Elloumi, R., El-Borgi, S., Guler, M.A. and Kallel-Kamoun, I., 2016.** The contact problem of a rigid stamp with friction on a functionally graded magneto-electro-elastic half-plane. *Acta Mechanica*, 227, 1123-1156.
- Erdoğan, F. and Ratwani, M., 1974.** The contact problem for an elastic layer supported by two elastic quarter planes. *Journal of Applied Mechanics*, 41, 673-677.
- Ersan, Ç., 2008.** Fonksiyonel Dereceendirilmiş Disklerde Termal Gerilme Analizi. Yüksek Lisans Tezi. Pamukkale Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Denizli, Türkiye, 55s.
- Franke, D., Düster, A., Nübel, V. and Rank, E.A., 2010.** Comparison of the h-, p-, hp-, and rp version of the fem for the solution of the 2D hertzian contact problem, *Computational Mechanics*, 45, 513-522.
- Galin, L.A., 1961.** Contact Problems in the Theory of Elasticity. North Carolina State College Translation Series, Raleigh, North Carolina.
- Geçit, M.R. and Gökpmar, S., 1985.** Frictionless contact between an elastic layer and a rigid rounded support. *The Arabian Journal for Science and Engineering*, 10, 245-251.
- Geçit, M.R., 1987.** Bonded contact problem for an elastic layer under tension. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 12, 183-188.
- Geçit, M.R., 1990.** Antisymmetric bonded contact problem for an elastic layer. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 15, 73-79.
- Giannakopoulos, A.E. and Suresh, S., 1997a.** Indentation of solids with gradients in elastic properties: part I. point force. *International Journal of Solids and Structures*, 34, 2357-2392.
- Giannakopoulos, A.E. and Suresh, S., 1997b.** Indentation of solids with gradients in elastic properties: part II. axisymmetric indentors. *International Journal of Solids and Structures*, 34, 2393-2428.
- Giannakopoulos, A.E. and Pallot, P., 2000.** Two-dimensional contact analysis of elastic graded materials. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 48, 1597-1631.
- Güler, M.A., Alinia, Y. and Adibnazari, S., 2012.** On the rolling contact problem of two elastic solids with graded coatings. *International Journal of Mechanical Sciences*, 64, 62-81.
- Güler, M.A., Küçüksucu, A., Yılmaz, K.B. and Yildirim, B., 2017.** On the analytical and finite element solution of plane contact problem of a rigid cylindrical punch sliding over a functionally graded orthotropic medium. *International Journal of Mechanical Sciences*. 120, 12-29.

- Gün, H. and Gao, X.W., 2014.** Analysis of frictional contact problems for functionally graded materials using BEM. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 38, 1–7.
- Hung, D.N. and Saxce, G.D., 1980.** Frictionless contact of elastic bodies by finite element method mathematical programming technique. *Computers and Structures*, 11, 55-67.
- Jaffar, M.J., 1991.** Elastic strips in sliding contact. *Journal of Strain Analysis*, 26, 193-199.
- Jobin, K.J., Abhilash, M.N. and Murthy, H., 2017.** A Simplified analysis of 2D sliding frictional contact between rigid indenters and FGM coated substrates. *Tribology International*, 108, 174-185.
- Kahya, V., 1997.** Üst Tarafından Rijit Olarak Mesnetlenmiş Elastik Bir Tabaka ile Rijit Bir Blok Arasındaki Sürtünmesiz Temas Problemi. Yüksek Lisans Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye, 60s.
- Kahya, V., 2003.** İki Tabakalı Elastik Ortamda Sürekli ve Süreksiz Temas Problemlerinin İncelenmesi. Doktora Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye, 109s.
- Kahya, V., Özşahin, T.Ş., Birinci, A. and Erdol, R., 2007.** A receding contact problem for an anisotropic elastic medium consisting of a layer and a half plane. *International Journal of Solids and Structures*, 44, 5695-5710.
- Karabulut, P.M., 2016.** Yarım Düzlem Üzerine Oturan Elastik Tabakanın Sürtünmesiz Temas Problemi. Yüksek Lisans Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye, 62s.
- Ke, L. and Wang, Y., 2006.** Two-Dimensional contact mechanics of functionally graded materials with arbitrary spatial variations of material properties. *International Journal of Solids and Structures*, 43, 5779-5798.
- Ke, L. and Wang, Y., 2007.** Two-Dimensional sliding frictional contact of functionally graded materials. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 26, 171-188.
- Keer, L.M., Dundurs, J. and Tsai, K.C., 1972.** Problems involving of a receding contact between a layer and a half space. *Journal of Applied Mechanics*, 39, 1115-1120.
- Keer, L.M. and Miller, G.R., 1983.** Contact between an elastically supported circular plate and rigid indenter. *International Journal of Engineering Science*, 21, 681-690.
- Keer, L.M., Lee, J.C. and Mura, T., 1984.** A contact problem for the elastic quarter space. *International Journal of Solids and Structures*, 20, 513-524.

- Koizumi, M., 1993.** Concept of FGM. Ceramic Transactions, 34, 3-10.
- Küçüksucu, A., 2015.** mechanics of sliding frictional contact for a graded orthotropic half-plane. Acta Mechanica, 226, 3333-3374.
- Lan, Q., Graham, G.A.C. and Selvadurai, A.P.S., 1996.** Certain two-punch problems for an elastic layer. International Journal of Solids and Structures, 33, 2759- 2774.
- Liu, T. and Wang, Y.S., 2008.** Axisymmetric frictionless contact problem of a functionally graded coating with exponentially varying modulus. Acta Mechanica, 199, 151-165.
- Long, J.M. and Wang, G.F., 2013.** Effects of surface tension on axisymmetric hertzian contact problem. Mechanics of Materials, 56, 65-70.
- Muskhelishvili, N.I., 1953.** Some Basic Problems of Mathematical Theory of Elasticity. Noordhoff, Groningen.
- Nikbakht, A., Arezoodar, A.F., Sadighi, M. and Talezadeh, A., 2014.** Analyzing contact problem between a functionally graded plate of finite dimensions and a rigid spherical indenter. European Journal of Mechanics A/Solids, 47, 92-100.
- Öner, E., 2011.** Rijit Dairesel Bir Panç Aracılığıyla Yüklenmiş ve Elastik Yarı Sonsuz Düzleme Oturan İki Elastik Tabakanın Sürekli Temas Problemi Yüksek Lisans Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye, 95s.
- Öner, E., Yaylacı, M. and Birinci, A., 2015.** Analytical solution of a contact problem and comparison with the results from FEM. Structural Engineering and Mechanics, 54, 607-622.
- Öner, E., 2017.** Rijit Bir Blok Aracılığıyla Yüklenmiş ve Elastik Yarım Düzleme Oturan Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabakanın Sürekli ve Süreksiz Temas Problemi. Doktora Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye, 135s.
- Özşahin, T.Ş., 2000.** Rijit İki Blok Üzerine Oturan Bileşik Tabakada Sürekli ve Süreksiz Temas Problemi. Doktora Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye, 134s.
- Özşahin, T.Ş., Kahya, V. and Çakıroğlu, A.O., 2007.** Contact problem for an elastic layered composite resting on rigid flat supports. International Journal of Computational and Mathematical Sciences, 1, 154-159.
- Özşahin, T.Ş., and Taşkır, O., 2013.** Contact problem for an elastic layer on an elastic half plane loaded by means of three rigid flat punches. Mathematical Problems in Engineering, 2013, 1-14.

- Özşahin, T.Ş., Polat, A. and Kaya, Y., 2017.** Rijit olarak mesnetlenmiş homojen tabakada sürekli temas probleminin sonlu elemanlar yöntemi ile analizi. International Conference on Advanced Engineering Technologies, Bayburt, 21-23 September, 1037-1042.
- Pu, S.L. and Hussain, M.A., 1970.** Note on the unbonded contact between plates and an elastic half space. Journal of Applied Mechanics, 37, 859-861.
- Ratwani, M. and Erdoğan, F., 1973.** On the plane contact problem for a frictionless elastic layer. International Journal of Solids and Structures, 9, 921-936.
- Rhimi, M., El-Borgi, S., Said, W.B. and Jemaa, F.B., 2009.** A receding contact axisymmetric problem between a functionally graded layer and a homogeneous substrate. International Journal of Solids and Structures, 46, 3633- 3642.
- Rhimi, M., El-Borgi, S. and Lajnef, N., 2011.** A double receding contact axisymmetric problem between a functionally graded layer and a homogeneous substrate. Mechanics of Materials, 43, 787-798.
- Sneddon, I.N., 1951.** Fourier Transforms. McGraw-Hill, New York.
- Sneddon, I.N., 1972.** The Use of Integral Transforms. McGraw-Hill, New York.
- Sueri, S., 2015.** Fonksiyonel Derecedirilmiş Malzemeden (FDM) Yapılmış Kabukların Farklı Sınır Koşulları Altındaki Dinamik Davranışlarının Sonlu Elemanlar Analizi Kullanılarak Hesaplanması .Yüksek Lisans Tezi. Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, Türkiye, 71s.
- Turan, M., Adiyaman, G., Kahya, V. and Birinci, A., 2016.** Axisymmetric analysis of a functionally graded layer resting on elastic substrate. Structural Engineering and Mechanics, 58, 423-442.
- Uffliand, I.S., 1965.** Survey of Articles on the Application of Integral Transforms in the Theory of Elasticity. North Carolina State College Translation Series, Raleigh, North Carolina.
- Urquhart, E.E. and Pindera, M.J., 1994.** Incipient separation between a frictionless flat punch and an anisotropic multilayered half plane. International Journal of Solids and Structures, 31, 2445-2461.
- Vasiliev, A.S., Volkov, S.S., Aizikovich, S.M. and Mitrin, B.I., 2017.** Plane contact problem on indentation of a flat punch into a transversely-isotropic half-plane with functionally graded transversely-isotropic coating. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik, 68, 4-15.
- Weitsman, Y., 1969.** On the unbounded between plates and an elastic half space. Journal of Applied Mechanics, 36, 198-202.

- Wozniak, M., Hummel, A. and Pauk, V.J., 2002.** Axisymmetric contact problems for an elastic layer resting on a rigid base with a winkler type excavation. *International Journal of Solids and Structures*, 39, 4117-4131.
- Yan, J. and Li, X., 2015.** Double receding contact plane problem between a functionally graded layer and an elastic layer. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 53, 143-150.
- Yang, J. and Ke, L., 2008.** Two-dimensional contact problem for a coating-graded layer substrate structure under a rigid cylindrical punch. *International Journal of Mechanical Sciences*, 50, 985-994.
- Yaylacı, M., 2013.** İki Elastik Çeyrek Düzleme Oturan İki Elastik Tabakanın Temas Problemi. Doktora Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye, 113s.
- Yaylacı, M. and Birinci, A., 2013.** The Receding contact problem of two elastic layers supported by two elastic quarter planes. *Structural Engineering and Mechanics*, 48, 241-255.
- Yaylacı, M., Öner, E. and Birinci, A., 2014.** Comparison between analytical and ANSYS calculations for a receding contact problem. *Journal of Engineering Mechanics*, 140, 9, 1-10.

ÖZGEÇMİŞ

Merve ABANOZ, 28/05/1991 tarihinde İstanbul'da doğdu. İlköğretimini 2005 yılında Espiye ilçesinde Şehit Hüseyin Tahmaz İlköğretim Okulu'nda ve Ortaöğretimini 2009 yılında Tirebolu ilçesinde Tirebolu Anadolu Lisesi'nde tamamladı. 31/08/2010 tarihinde başladığı lisans eğitimini 20/06/2014 tarihinde Karadeniz Teknik Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'nde tamamladı. 2015 yılında Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda başladığı yüksek lisans öğrenimini halen devam ettirmektedir.

