T.C.
RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ve FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN TAM SAYILARLA İŞLEMLERDE İLİŞKİLENDİRME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

Sebahat TURAN

TEZ DANIŞMANI
Prof. Dr. Ali Sabri İPEK
JÜRİ ÜYELERİ
Prof. Dr. Ahmet IŞIK
Prof. Dr. Ali Sabri İPEK
Dr. Öğr. Üyesi Demet BARAN BULUT

RİZE-2021

T.C.

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN TAM SAYILARLA İŞLEMLERDE İLİŞKİLENDİRME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

Prof. Dr. Ali Sabri İPEK danışmanlığında, Sebahat TURAN tarafından hazırlanan bu çalışma, Enstitü Yönetim Kurulu kararı ile oluşturulan jüri tarafından 17/06/2021 tarihinde Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS** tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri		**Unvanı, Adı Soyadı**	**İmza**
Başkan	:	Prof. Dr. Ahmet IŞIK	
Üye	:	Prof. Dr. Ali Sabri İPEK	
Üye	:	Dr. Öğr. Üyesi Demet BARAN BULUT	

Doç. Dr. Ahmet YANIK

ENSTİTÜ MÜDÜRÜ

ÖNSÖZ

Diğer tüm derslerde olduğu gibi matematik dersinde bilgi edinmenin ötesinde beceri kazanımı çok daha önemli hale gelmiştir. Matematik dersi bağlamında öğrencilerin kazanması gerekli önemli becerilerden biri de ilişkilendirmedir. Buna rağmen bu becerinin ne olduğu, kapsamı ve nasıl kazandırılması gibi hususlar üzerinde tartışmalar devam etmektedir. Bu konular üzerinde ileri düzeyde çalışmalara gereksinim duyulmaktadır. Özellikle konu veya kavram temelli olarak ele alındığında, bu becerinin yalnızca bir boyutunu ele almaktan çok bütüncül bir bakış açısıyla tüm boyutları içerecek şekilde gerçekleştirilecek çalışmaların önemi ortadadır. Alan yazında bu yöndeki eksiklikleri, ilişkilendirme becerisi üzerinde ileride yapılacak çalışmalar için bir ipucu niteliğinde değerlendirmek mümkündür. Dolayısıyla bu eksikliği gidermeye katkı sağlamayı amaçlayan bu çalışma kapsamında ilişkilendirme becerisi; gerçek yaşamla ilişkilendirme, kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme, kavramlar arası ilişkilendirme ve farklı disiplinlerle ilişkilendirme boyutları altında bütüncül bir bakış açısıyla irdelenecektir.

Yüksek lisans eğitimim boyunca danışmanlığımı üstlenen, görüş ve önerileriyle bana yol gösteren, bu çalışmanın oluşmasında yardımını hiçbir zaman esirgemeyen kıymetli hocam Prof. Dr. Ali Sabri İPEK’e ve bu süreçte her zaman desteğini hissettiğim değerli aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Sebahat TURAN

TEZ ETİK BEYANNAMESİ

Tarafımdan hazırlanan "7. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılarla İşlemlerde İlişkilendirme Becerilerinin İncelenmesi" başlıklı bu tezi, Yükseköğretim Kurulu Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesindeki hususlara uygun olarak hazırladığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal işlemi kabul ettiğimi beyan ederim. 18/05/2021

Sebahat TURAN

Uyarı: *Bu tezde kullanılan özgün ve/veya başka kaynaklardan sunulan içeriğin kaynak olarak kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.*

ÖZET

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN TAM SAYILARLA İŞLEMLERDE İLİŞKİLENDİRME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

Sebahat TURAN

Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı
İlköğretim Matematik Eğitimi
Yüksek Lisans Tezi
Danışmanı: Prof. Dr. Ali Sabri İpek

Bu çalışmada, 7. sınıf öğrencilerinin tam sayılarla işlemler konusuna yönelik ilişkilendirme becerilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Nitel araştırma yaklaşımlarından eylem araştırmasının kullanıldığı bu çalışmanın grubu, amaçlı örnekleme yöntemiyle belirlenen 7. sınıftaki 35 öğrenciden oluşmaktadır. Çalışma kapsamında veri toplama aracı olarak matematiksel ilişkilendirme öz yeterlik ölçeği, tam sayılarla işlemlerde ilişkilendirme beceri testi, ön-son görüşme formları, günlükler ve gözlemler kullanılmıştır. Tam sayılarla işlemlerde ilişkilendirme becerisine yönelik bütüncül bir bakış açısı geliştirmek amacıyla; bu beceri günlük yaşamla ilişkilendirme, kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme, kavramlar arası ilişkilendirme ve farklı disiplinlerle ilişkilendirme olmak üzere dört boyutta ele alınmıştır. Elde edilen sonuçlar, öğrencilerin tam sayılarla işlemlerde matematiksel ilişkilendirme becerilerinin gelişim gösterdiğini ortaya koymaktadır. Öğrencilerin günlük yaşamla ilişkilendirme ve kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme boyutlarındaki gelişimleri nispeten daha ön plandadır. İlişkilendirme becerisinin gelişimine dönük planlanan etkinlik ve modellerin özellikle toplama ve çıkarma işlemlerinde daha etkili olduğu tespit edilmiştir. Genelde ortaokul matematiği özelde tam sayılarla ilgili ders materyallerinin ilişkilendirme becerisi açısından zenginleştirilmesi önemli görülmektedir.

2021, 167 sayfa

Anahtar Kelimeler: Tam sayı, Tam sayılarla işlemler, İlişkilendirme becerisi.

ABSTRACT

INVESTIGATION OF MAKING CONNECTION SKILLS OF 7TH GRADE STUDENTS IN OPERATIONS WITH INTEGERS

Sebahat TURAN

Recep Tayyip Erdogan University
Graduate Education Institute
Department of Mathematics and Science Education
Elementary Mathematics Education
Master Thesis
Supervisor: Prof. Dr. Ali Sabri İPEK

In this study, it is aimed to examine the connection skills of 7th grade students regarding operations with integers. The group of this study which action research from qualitative research approaches is used consists of 35 students at 7th grade who are specified with purposive sampling method. Within the scope of the study, mathematical connection self-efficacy scale, connection skill test in operations with integers, pre-interview forms, final interview forms, diaries and observations were used as data collection tools. In order to develop a holistic perspective on the ability to connection integers with operations; This skill has been discussed in four dimensions: connection with daily life, connection between different representations of the concept, connection between concepts and connection with different disciplines. The results reveal that mathematical connection skills in operations with integers of students make progress.Students' development in the dimensions of connection with daily life and between different representations of the concept is relatively in the foreground. It was determined that activities and models planned for the development of connection skill are more effective especially in addition and subtraction operations. It is considered important to enrich the course materials about middle school mathematics in general, in particular for integers, in terms of the skills to make connections.

2021, 167 pages

Keywords: Integer, Operations with integers, Connection skills.

İÇİNDEKİLER

ŞEKİLLER DİZİNİ

TABLOLAR DİZİNİ

SEMBOLLER ve KISALTMALAR DİZİNİ

FDİ	Farklı Disiplinlerle İlişkilendirme
FTİ	Farklı Temsillerle İlişkilendirme
GYİ	Günlük Yaşamla İlişkilendirme
MEB	Milli Eğitim Bakanlığı
MİÖYÖ	Matematiksel İlişkilendirme Öz Yeterlik Ölçeği
MKAİ	Matematiksel Kavramlar Arası İlişkilendirme
ÖGF	Ön Görüşme Formu
SGF	Son Görüşme Formu
STEM	Bilim, Teknoloji, Mühendislik ve Matematik
STEAM	Bilim, Teknoloji, Mühendislik, Sanat ve Matematik
TSİBT	Tam Sayılarla İşlemleri İlişkilendirme Beceri Testi

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Yaşamda süregelen değişimler bireyleri her geçen gün daha da artan bir şekilde etkilemektedir. Bu değişime daha özel perspektiften bakıldığında değişimin, eğitim öğretime yansımaması, dolayısıyla da matematik disiplinini etkilememesi düşünülemez (Dilegelen, 2018). Günlük yaşamda matematiğin kullanımına yönelik ihtiyaç göz önünde bulundurulduğunda matematik eğitiminde de değişimler gereksinim haline gelmiştir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Matematik disiplini sayılar ile işlem yapmanın dışında eleştirel düşünme (Suh ve Seshaiyer, 2013; Lince, 2016), yaratıcı düşünme (Leikin ve Pitta-Pantazi, 2013; Lince, 2016), mantıksal düşünme (Hodge, 2003; Lince, 2016) ve üst düzey düşünme becerilerini (Retnawati, Apino ve Santoso, 2020) gerektirir. Matematiğe genel olarak göz atıldığında temeli ne kadar sağlam bir disiplin olduğu, matematiksel bilgilerin yaşamla ne kadar iç içe olduğu ve günlük yaşamda matematiği kullanmanın gerekliliği görülmektedir. Dolayısıyla bu denli önemli bir disiplinin daha iyi anlamlandırılıp kalıcı bilgiler edinilmesi, edinilen bilgilerin kullanılabilmesi açısından üst düzey becerilere sahip olunması gerekmektedir. 21. yüzyılda da öne çıkan bu becerileri genelleme yapabilme, muhakeme, iletişim kurabilme, çözümleyebilme, yaratıcı ve bağımsız düşünebilme, ilişkilendirme olarak sıralamak mümkündür. Bu beceriler arasında yer alan ilişkilendirmeye öğretim programlarında özellikle değinildiğinden ve ölçme değerlendirme faaliyetlerinde ön planda olduğundan gelişimi için öğrencilere bilgileri keşfedebilecekleri, mantıksal çıkarımda bulunabilecekleri, farklı durumları deneyimleyecekleri, yaparak ve yaşayarak öğrenebilecekleri ortamların sağlanması gerekmektedir (Öz ve Işık, 2017). Bu durum aynı zamanda ilgili öğretim programlarında ilişkilendirme becerisine daha fazla vurgu yapılması ve ders kitaplarının da bu doğrultuda tekrar gözden geçirilmesi ihtiyacını ortaya koymaktadır (Dilegelen, 2018). Bu süreçte yürütülecek faaliyetler sonucunda öğrencilerin beceriye yönelik gelişimlerini belirleyebilmek amacıyla değerlendirme faaliyetlerinin de gözden geçirilmesi gerekmektedir (Özpınar, 2012). Hazırlanan ölçeklerin ilişkilendirme becerisini kullanmayı gerektirecek şekilde donatılması, sıradanlaşan bilgi boyutundaki sorulardan kurtarılarak daha üst düzey becerileri de ölçmeye yönelik hazırlanması gerekmektedir. Sözü edilen bu sürecin birlikte yürütülmesi, bireylerin en etkili şekilde donatılması için sorumlulukların ilkini aile üstlenmektedir ve bu değişim sürecinin sürdürülmesini sağlayan sistem eğitimdir (Çevik, 2019). Öğretmen merkezli sistemden uzak öğrenci merkezli güncel eğitim yaklaşımı bilgiyi keşfedebilen, günlük yaşamla ilişki kurabilen, problem çözebilen bireyleri yetiştirmeyi amaçlamaktadır. Bu değişim geleneksel yaklaşımlar yerine öğrenciyi aktif kılan yapılandırmacı yaklaşımın benimsenmesiyle gerçekleşmeye başlayacaktır. Etkili ve kalıcı öğrenmeleri ortaya çıkaran bu yaklaşımdan en iyi şekilde faydalanabilmek için etkinlikler tasarlanırken öğrenciler bireysel özelliklerine göre ele alınmalı, öğrencilerin birebir durumu yaşamaları ve somuttan soyuta bir yol izlenmesi için gerekli planlamalar yapılmalıdır (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2018).

Öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırabilmesi, bu kavramlar arasında ilişki kurabilmesi, bu kavramları günlük hayatla ve farklı disiplinlerle birlikte ilişkilendirmesi matematik öğretiminin genel amaçları arasında yer alır (MEB, 2018). Matematik öğrenimi ve öğretiminde matematiksel bilginin kendi içerisinde ve günlük yaşamla olan ilişkisine yönelik çalışmalar giderek artmaktadır (Özpınar, 2012). Bu doğrultuda öğrencilerin ilişkilendirme becerisi ve bu becerinin alt boyutları olan kavramlar arasında ilişkilendirme, kavramların farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme, günlük hayatta ve farklı disiplinlerle ilişkilendirme yapabilme matematiksel düşünme ve kavramsal anlama açısından önemli görülmektedir (Bingölbali ve Coşkun, 2016).

Bu çalışmada ilişkilendirme becerisi kapsamında ele alınacak olan tam sayılar, ortaokul matematiğinde sayılar ve işlemler öğrenme alanının önemli bir konusunu oluşturmaktadır. Tam sayılar, öğrencilerin sayı sistemini kavrama sürecinde önemli bir eşik noktasıdır. Pek çok matematik konusuna alt yapı oluşturan ve soyut bir konu olan tam sayıların öğrenilmesinde öğrenciler ciddi zorluklar yaşamaktadırlar (Zengin, 2014). Matematik dersindeki birçok konu veya kavram ile yoğun ilişkiye sahip tam sayı kavramının, özelliklerinin ve bu sayılarla işlemlerin iyi bir şekilde anlaşılması gerekmektedir.

1.1.1. Araştırma Problemi

Günümüzde öğrencilerin, her düzeydeki öğretim programlarının öne çıkardığı beceri ve yetkinlikleri edinmesi gerekmektedir. Bu bağlamda öğrenciler matematik dersi öğretim programlarında vurgulanan becerilerden biri olan ilişkilendirme becerisini kazanmalı ve geliştirmelidirler. Dilegelen (2018) ilişkilendirme becerisinin; matematik öğrenme ve öğretme sürecinde öğrencilerin başarılarını arttırmada, öğrendiklerini transfer edebilmede ve uygulayabilmede, yüksek seviyede anlama gerçekleştirmede ve bu anlamaların kayda değer, geçici olmayacak şekilde tutulmasında oldukça önemli bir yeri olduğuna vurgu yapmaktadır. Dolayısıyla matematiği öğrenmek ve öğrendiklerini uygulayabilmek için ilişkilendirme becerisi, öğrencilerde geliştirilmesi amaçlanan beceriler arasında ön sıralarda bulunmaktadır (MEB, 2018). Ortaokul matematik öğretim programında ilişkilendirme becerisi, matematiksel kavramlarının kendi içerisinde, matematiksel kavramların diğer disiplinlerle ve günlük yaşamla ilişkilendirme boyutlarıyla ele alınmaktadır (MEB, 2018). Benzer şekilde öğrencilerin çoklu temsil biçimleri (tablo, grafik, denklem, şekil, somut modeller, semboller, günlük hayat, vb.) arasında ilişkilendirme yapmalarını sağlayacak durumların öğretmenler tarafından vurgulanması ve oluşturulmasının önemine de vurgu yapılmaktadır (MEB, 2018).

Alan yazında ilişkilendirme becerisinin genel olarak dört boyutta ele alındığı görülmektedir:

i) Günlük hayatla ilişkilendirme
ii) Kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme
iii) Kavramlar arası ilişkilendirme
iv) Farklı disiplinlerle ilişkilendirme (Bingölbali ve Coşkun, 2016; Gainsburg, 2008; Mumcu, 2018; Özgen, 2016).

Alan yazındaki çalışmalarda, daha çok ilişkilendirme becerisinin alt boyutlarından yalnızca bir veya birkaçına odaklanıldığı görülmektedir. Bu çalışmaların bazıları Kondratieva ve Radu (2009); Gürbüz ve Şahin (2015) çoklu temsiller arasındaki ilişkilendirme becerisi, Yenilmez ve Uysal (2007); Gainsburg (2008); Lee (2012) matematiksel kavramları günlük yaşamla ilişkilendirme, Özgen (2019) farklı disiplinlerle ilişkilendirme boyutları üzerine yapılan çalışmalardır. İlişkilendirme becerisinin bu denli öne çıkarıldığı öğretim faaliyetleri ve öğretim programları göz önüne alındığında öğrencilere ve öğretmenlere yol gösterecek şekilde bu becerinin nasıl kazandırılacağı veya geliştirileceği üzerine daha detaylı çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır. Özellikle konu veya kavram temelli olarak ele alındığında, bu becerinin yalnızca bir boyutunu ele almaktan çok bütüncül bir bakış açısıyla tüm boyutları içerecek şekilde gerçekleştirilecek çalışmaların önemi ortadadır. Alan yazında bu yöndeki eksiklikleri, ilişkilendirme becerisi üzerinde ileride yapılacak çalışmalar için bir ipucu niteliğinde değerlendirmek mümkündür. Dolayısıyla bu eksikliği gidermeye katkı sağlamayı amaçlayan bu çalışma kapsamında ilişkilendirme becerisi; günlük yaşamla ilişkilendirme, kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme, kavramlar arası ilişkilendirme ve farklı disiplinlerle ilişkilendirme boyutları altında bütüncül bir bakış açısıyla irdelenecektir. Çalışmanın ortaokul matematiğinde sayılar ve işlemler öğrenme alanında hem öğrencilerin hem de öğretmenlerin zorluk yaşadıkları bir konu alanı olan tam sayılarla işlemler üzerinde gerçekleştirilmesi planlanmaktadır.

Ortaokul öğrencileri matematiksel birçok kavramı somutlaştırmakta zorluk yaşamakta, bu konuların içerisinde tam sayı kavramı ve tam sayıları kullanarak yapılan işlemler de yer almaktadır (Kilhamn, 2009). Özellikle negatif tam sayıların öğretiminde; günlük yaşamda negatif tam sayılarla eşleşebilecek birebir gözlenebilir bir nesne olmadığından bağlantı kurulması zorlaşmaktadır. Dolayısıyla negatif tam sayıların ve bu sayılarla yapılan işlemlerin öğretiminde matematiksel mantık ile anlam oluşturulmalıdır. Bu şekilde matematiğin akılda tutması zor, ezber ve formüllerden ibaret bir ders olmak yerine; akıl yürütülebilecek ve düşünceyi harekete geçiren bir disiplin olduğuna dikkat çekilmelidir. Burada esasında hedef öğrencilere matematiksel düşünme becerisi kazandırmaktır (Baki, 2014). Bu ifade, ortaokul matematik altıncı sınıf yabancı bir ders kitabında (Greenes vd., 2007, s.293*)* yer verilen günlük yaşamla ilişkilendirilmiş deniz seviyesinin altında bulunan derinlikleri negatif tam sayılarla ifade eden örnek bir problem ile desteklenebilir.

Yukarıdaki örneğe benzer şekilde kavramlar arası ilişkilendirmeye de tam sayılarda rastlanmaktadır. Mutlak değer kavramı açıklanırken sayı doğrusu üzerindeki uzaklıklardan yararlanılması bu durumu örneklemektedir. Fen bilimleri dersinde sıcaklık değerleri ölçümünde termometrenin derecesi ifade edilirken eksi ve artı sıcaklık değerlerinin kullanılması farklı bir disiplin ile matematiğin ilişkilendirilmesine örnek verilebilir. Bir başka ilişkilendirme boyutu olan farklı gösterimler, diğer bir deyişle çoklu temsiller tam sayılar konusunda da yer bulmaktadır. Ortaokul matematik altıncı sınıf yabancı bir ders kitabında (Greenes vd., 2007, s.282) yer verilen farklı gösterimlerle ilişkilendirilmiş örnek bir problem ile tam sayıların çoklu olarak temsil edilmesinde sayma pulları ve sayı doğrusunun kullanımına yönelik bir durum sunulmuştur.

1.1.2. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı 7. sınıf öğrencilerinin "Sayılar ve İşlemler" öğrenme alanındaki tam sayılarla işlemler konusuna yönelik ilişkilendirme becerilerini incelemektir. Bu amaçla aşağıdaki sorulara cevap aranmış olup, bu sorular aynı zamanda çalışmanın alt problemlerini oluşturmaktadır.

i) 7. sınıf öğrencilerinin tam sayılarla işlemler konusuyla ilgili kavramlar arasında ilişkilendirme becerileri nasıldır?

ii) 7. sınıf öğrencilerinin tam sayılarla işlemler konusuyla ilgili kavramların farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme becerileri nasıldır?

iii) 7. sınıf öğrencilerinin tam sayılarla işlemler konusuyla ilgili kavramların günlük yaşamla ilişkilendirme becerileri nasıldır?

iv) 7. sınıf öğrencilerinin tam sayılarla işlemler konusuyla ilgili kavramların diğer disiplinlerle ilişkilendirme becerileri nasıldır?

v) Öğrencilerin tam sayılarla işlemler konusundaki ilişkilendirme düzeyleri ile matematiksel öz yeterlilikleri arasında anlamlı bir ilişki var mıdır?

vi) Öğrencilerin ilişkilendirme becerileri matematiksel öz yeterliliklerine nasıl bir katkı sağlamaktadır?

1.1.3. Araştırmanın Önemi ve Gerekçesi

Matematiksel ilişkilendirmeyle; kavramsal anlama, önceki öğrenmeler ile yeni öğrenmeler arasında ilişki kurma, edinilen bilgileri transfer edebilme ve dolayısıyla kalıcı öğrenme gibi pek çok pozitif sonuç elde edilebilir. Özgen (2016) matematiksel ilişkilendirme ile ezbere bilgiler yerine daha kalıcı öğrenmelerin sağlanabildiğini ve bu şekilde hatırlamayı kolaylaştırarak daha güçlü öğrenmeler gerçekleştirildiğini dile getirmektedir. Öğrencilerden üst düzey öğrenmeler hedeflendiği durumlarda; aktif katılım, problem çözme, akıl yürütme ve ilişkilendirmeler yapmaları beklenmektedir (Mumcu, 2018). Aslında burada öğrencilerden beklenen ilişkilendirme becerisini tüm yönleriyle ele alarak önceki öğrenmeler ile yeni öğrenmeleri birbirine daha kolay bir şekilde bağlamak ve anlamlı öğrenme gerçekleştirmektir. Bu şekilde öğrencilerin öz güvenleri ve matematiğe karşı olumlu tutumları gelişeceği, aynı zamanda matematiğin güçlü bir disiplin olduğuna yönelik inançlarının da artacağı öngörülmektedir.

Ortaokul matematik dersi öğretim programında (MEB, 2018), ulusal ve uluslararası alan yazında matematiksel ilişkilendirmenin önemine dönük vurgulamalar (Gainsburg, 2008; Eli, 2009; Kondratieva ve Radu, 2009; Chapman, 2012; Lee, 2012; Özpınar, 2012; Coşkun, 2013; Özgen, 2013a; Özgen, 2013b; Hotmanoğlu, 2014; Sidney ve Alibali, 2014; Bingölbali ve Coşkun, 2016; Karslı, 2016; Özgen, 2016; Dilegelen, 2018; Mumcu, 2018; Retnawati vd., 2020) bulunmaktadır. Öğretim programında da yer verildiği gibi, kavramsal anlama için matematiksel ilişkilendirme becerisi üzerinde durulması gereken önemli bir beceridir. Buna rağmen alan yazında ilişkilendirme becerisini herhangi bir öğrenme alanı dâhilinde ele alan veya matematiksel kavramlar özelinde yapılan çalışmaların yeterli düzeyde olduğunu söylemek zordur. Matematiksel ilişkilendirme becerisi üzerine yapılan çalışmalar genellikle bu becerinin kendi içinde sınıflandırılmasına değinmekte, herhangi bir konuyu tüm boyutlarıyla ele alan çalışmalar ise sınırlı kalmaktadır. Bu çalışmaların öğretmenler, aday öğretmenler, öğrenciler, öğretmenlerin sınıf içi uygulamaları, ders kitabı incelemesi ve kavramsal bir çerçeve ortaya koymak amaçlı yapıldığı görülmektedir. Öğretmenler, aday öğretmenler ve öğrenciler üzerinde yaptıkları araştırmalarında Hotmanoğlu (2014), Karslı (2016), Özgen (2016) ve Mumcu (2018) öğretmenlerin ve öğrencilerin matematiksel ilişkilendirme becerisi bilgileri üzerinde durmuşlardır. Coşkun (2013) ve Eli (2009) sınıf ortamında ilişkilendirmeye yer verip verilmediğine ve yer veriliyorsa hangi boyutlarda ne derece yer verildiği üzerine odaklanan sınıf içi uygulamalar gerçekleştirmiştir. Ders kitapları üzerine yaptığı araştırmasında Dilegelen (2018) ise ilköğretim matematik ders kitaplarında ilişkilendirme becerisine ne derece yer verildiği ve ilişkilendirmenin nasıl yapıldığı üzerine yoğunlaşmıştır. Kondratieva ve Radu (2009); Gürbüz ve Şahin (2015) seçtikleri bir öğrenme alanında çoklu temsiller arasındaki ilişkilendirme becerisine, Yenilmez ve Uysal (2007); Gainsburg (2008); Lee (2012) matematiksel kavramları günlük yaşamla ilişkilendirmeye, Sidney ve Alibali (2014); Retnawati vd., (2020) belirli bir konuda matematiksel ilişkilendirme zorlukları ve ilişkilendirmenin etkisine odaklanmışlardır. Bingölbali ve Coşkun (2016); Özgen (2016) ise kavramsal bir çerçeve oluşturmayı amaçlamışlar, bu doğrultuda matematik eğitiminde ilişkilendirme becerisini ele almış; gerçek yaşamla ilişkilendirme, kavramın farklı gösterimler arasında ilişkilendirme, kavramlar arası ilişkilendirme ve farklı disiplinlerle ilişkilendirme olacak şekilde dört boyut altında incelemişlerdir. İlişkilendirme becerisi ile ilgili ölçek geliştirme Özpınar (2012), belirli bir öğrenme alanında farklı temsiller arasındaki ilişkilendirme becerisi Kondratieva ve Radu (2009), belirli bir konuda matematiksel ilişkilendirme zorlukları ve ilişkilendirmenin etkisi Sidney ve Alibali (2014); Retnawati vd. (2020) ile ilgili çalışmalar da yapılmıştır. Businskas (2008), alan yazında matematiğin kendi içerisindeki bağlantıları fark edilmeden pek çok çalışmanın matematiğin günlük yaşam ile olan ilişkisini araştırmaya odaklandığını belirtmektedir. Bununla birlikte García-García ve Dolores-Flores (2020), öğrencilerin matematik problemlerini ele alırken kullandıkları matematiksel ilişkilendirme sürecine dikkat çeken çok az sayıda çalışma olduğunu ifade etmektedir. Bu açıdan bakıldığında ilişkilendirme becerisini tüm boyutlarıyla ele alan konu bazında çalışmalara ihtiyaç olduğu açıktır. Bu bağlamda çalışma 7. sınıf öğrencilerinin ilişkilendirme becerilerini tam sayılarla işlemler konusu üzerinden incelemeyi amaçlamaktadır. İlişkilendirme becerisinin bu denli önemsendiği eğitim öğretim sürecinde beceriyi ele alan kapsamlı bir çalışmanın yapılması alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Araştırma sonuçlarının öğrenciler, öğretmenler, program geliştiriciler için bu anlamda işlevsel olacağı öngörülmektedir.

Ortaokul matematiğinde tam sayılar konusu öğrencinin matematiksel gelişimindeki kritik evrelerden birini oluşturmaktadır. Ortaokulun ilk yılları itibariyle sayı sisteminin gelişiminde doğal sayılardan tam sayılara geçiş yapılmakta ancak bu süreç öğrenciler açısından hiç de kolay olmamaktadır. Bu geçiş sürecini daha rahat bir şekilde yürütebilmek ve tam sayılar konusunda yaşanan olası güçlükleri en aza indirmek için farklı becerilerin kullanımına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu becerilerden bir tanesi de ilişkilendirme becerisidir. Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (2018)`ında kar-zarar, borç-alacak, termometre gibi durumlar ile günlük yaşam ile tam sayıları ilişkilendirme, tam sayılar ve tam sayılarla işlemlerin modellenebilmesi için sayma pulları ve sayı doğrusu ile modelleme yaparak çoklu temsiller ile ilişkilendirme boyutuna dikkat çekilmiştir. Bunun yanında doğal sayı, rasyonel sayılar gibi farklı matematiksel kavramlar ile bağ kurma ve farklı disiplinler üzerinden etkinlikler tasarlayarak öğretimi bütüncül hale getirebilmeye önem verilmiştir. Tam sayıların matematik kazanımları içerisindeki yeri göz önünde bulundurulduğunda ilişkilendirme becerisi ile birlikte tam sayıların öğretiminin kavramaya ve anlamlı öğrenmeye etkisi önemli görülmektedir. Bu fikir Van de Walle vd. (2018)`nin,"ezber bilgiler başka düşünceler ile ilişkilendirilemeyeceğinden günlük yaşamda önemini kaybeder" açıklaması ile desteklenebilir. Aynı zamanda tam sayıların öğretimine yönelik yapılan bu araştırmanın matematik ders kitaplarında tasarlanan etkinliklere de yardımcı olacağı düşünülmektedir. Çünkü önemine sürekli vurgu yapılmasına rağmen ders kitaplarında ilişkilendirme becerisini ortaya çıkaracak ve bu beceriye dönük etkinlere çok fazla yer verilmemektedir (Dilegelen, 2018). Tam sayı kavramı ve bu sayılarla işlemlerle ilgili ulusal ve uluslararası alan yazında pek çok çalışma gerçekleştirilmesine rağmen, tam sayılar ile işlemler konu alanı üzerinde ilişkilendirme becerisini bütüncül bir şekilde ele almaya yönelik herhangi bir çalışmaya rastlanamamıştır. Bu çalışmanın tam sayılarla işlemleri ilişkilendirme becerisi kapsamlı bir bakış açısıyla ele alması özellikle özgünlüğü açısından oldukça önemlidir. "Ortaokul matematik ders kitaplarında ve öğretim programında ilişkilendirme becerisinin gelişimine yönelik neler tavsiye edilmektedir?", "Hangi etkinlikler kullanılmaktadır?", "Bu etkinlikler ve ders planları ilişkilendirme becerisinin gelişimine ne derece katkı sağlamaktadır?" gibi sorulara yanıt bulabilmek için de belli bir konu alanı belirlenmiş ve bu bağlamda tam sayılarla işlemler konusunun ele alınması planlanmıştır.

1.1.4. Varsayımlar

Bu çalışmada;

1. Gözlem yapılan derslerde öğrencilerin derslerini normal ders saatlerinde olduğu gibi yürüttükleri ve herhangi bir tedirginlik yaşamadıkları,
2. Ön ve son görüşmede sorulan sorulara öğrencilerin samimi ve dikkatli yanıt verdikleri,
3. Öğrencilere uygulanan "Tam Sayılarla İşlemleri İlişkilendirme Becerisi Testi" öğrenciler tarafından samimi ve dikkatli bir şekilde cevaplandığı,
4. Veri toplama araçları ile elde edilen verilerin çalışma için yeterli olduğu ve öğrencilerin görüşlerini doğru bir şekilde yansıttığı varsayılmıştır.

1.1.5. Sınırlılıklar

Bu çalışmada;

1. Tam sayılar konusunun öğretim sürecinde ilişkilendirme becerisi kullanımı ile,
2. Uygulamanın yapıldığı 2019-2020 eğitim öğretim yılı ile,
3. Çalışmanın yapıldığı il ile,

4. Çalışmaya katılan 35 ilköğretim 7.sınıf öğrencisi ile,
5. Çalışma sonucunda elde edilen veriler öğrencilerden elde edilen bulgular ile sınırlıdır.
6. Çalışma gurubunu gönüllü öğrenciler ve 7.sınıf öğrencileri oluşturduğundan çalışmadan elde edilen sonuçlar evrene genellenemez.

1.2. Literatür Özeti

1.2.1. İlişkilendirme Nedir?

İlişki iki kavram arasındaki bağ olarak tanımlandığında, bu iki kavramı birbiri ile bağlantılı hale getirmeye ilişkilendirme adı verilir. Günlük yaşamda ilişkilendirme varlıklar, nesneler, olaylar ve fikirler arasında ilişki kurmaya yaramaktadır. İki yapıyı birbirine bağlamak, bu iki yapıdan herhangi birinden bahsederken diğeri ile birlikte açıklanması ilişkilendirme yapıldığı anlamına gelmektedir. Özpınar (2012) ilişkilendirme becerisini; kavramlar, temsiller, disiplinler, öğrenme alanları arasında bağlantı kurma ve birbirlerini nasıl etkilediklerini düşünme olarak tanımlamaktadır. Kavramsal anlama yeni bilgiler ile eski bilgilerin ilişkilendirilmesine dayanır. Ancak ilişkilendirmeyi sadece bu şekilde tanımlamak yeterli değildir. Dolayısıyla ilişkilendirme sadece yeni bilgiler öğrenildiğinde değil akıl yürütme, problem çözme, günlük yaşamda pek çok yerde sıklıkla kullanılan bir beceri türüdür. Örneğin; bir öğrencinin gitmek istediği bir yere nasıl varacağını düşünürken dik üçgenlerde Pisagor bağıntısını kullanarak hipotenüsü bulma bilgisini işe koşması, bulunduğu yer ile varmak istediği yer arasındaki en kısa mesafenin bu iki konumu birleştiren doğru parçası olduğu bilgisini kullanması ilişkilendirmeye örnek olabilir (Umay, 2007).

1.2.2. Matematiksel İlişkilendirme Nedir?

İlişkisel anlama Skemp (1976)`in çalışmalarıyla matematik eğitimi alan yazınında ön plana çıkmış ve matematiksel anlama ilişkisel anlama ve işlemsel anlama olarak ikiye ayrılmıştır (Bingölbali ve Coşkun, 2016, s.234). Skemp (1976) ilişkisel anlamayı matematiksel bir işlem yapılırken işlemi sebepleriyle beraber bilmeyi içine alan bir anlama türü olarak tanımlamıştır. Kavramsal ilişkiler ağı olarak gördüğü bu anlama türünün kavramın kendi içerisinde ve diğer kavramlarla ilişkisinin anlaşılmasıyla gerçekleştirileceğini belirtmiştir. Özpınar (2012), ilişkisel anlamayı karenin özel bir dikdörtgen olarak bilinmesi ile örneklendirmektedir. Skemp (1976), ilişkisel anlama gerçekleştiği zaman anlamlı ve derin öğrenmenin söz konusu olacağını belirtmiş ve öğretim faaliyetlerinde işlemsel anlamanın yanında ilişkisel anlamanın da üzerinde durulması gerektiğine değinmiştir. Eli (2009), matematiksel ilişkilendirmeyi zihinde yer alan ilişkili yapılar ve bu yapıların bileşenleri olarak tanımlamıştır. İlişkilendirme ile birlikte kavramlar, olaylar, fikirler arasında bağlantıları ortaya çıkarmak, birbirlerini ne derece ve nasıl etkilediklerini tartışmak matematiksel düşünmenin en temel amaçlarından biridir (Umay, 2007). Bu doğrultuda matematiksel ilişkilendirmeyi beceri, süreç ve ürün olacak şekilde değerlendiren düşünceler de bulunmaktadır (Özgen, 2013a). Matematiksel ilişkilendirme becerisi kapsam olarak öğrencilerin belli bir amaca erişebilmek için kavramları çoklu şekilde temsil edebilme, öğrendiği kavramları günlük hayatında kullanabilme, muhakeme etme, farklı öğrenme alanlarını birbirine bağlayabilme ve farklı disiplinler arasında geçiş yapabilmeyi içermektedir (Mumcu, 2018). Bu açıdan bakıldığında MEB (2018)`de uygulanmakta olan öğretim programlarında, öğretim materyallerinde ve matematiği ele alan her türlü süreçte açık bir şekilde ilişkilendirme becerisinin önemine vurgu yapılmaktadır. Matematik dersinin sarmal yapısı dikkate alındığında ilişkilendirme becerisinin önemi açıkça ortaya çıkmaktadır. Buradan hareketle bu denli önem atfedilen bir beceriyi açıklamak için çeşitli ifadeler kullanılmış olsa da ilişkilendirmenin matematiksel düşünceler arasında köprü görevi gördüğü söylenebilir (Özpınar, 2012).

1.2.3. Matematik Öğretiminde İlişkilendirme Becerisi

Matematik dersi öğretim programlarında matematiksel ilişkilendirmenin kullanılması gereği üzerinde durulmaktadır. Bu bağlamda, Bingölbali ve Coşkun (2016) tarafından ilişkilendirme becerisine dair geliştirilmiş güncel bir kavramsal çerçeve ortaya konulmuştur. Bu kavramsal çerçeveden hareketle ilişkilendirme becerisini; Günlük hayatla ilişkilendirme, farklı disiplinlerle ilişkilendirme, kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme, kavramlar arası ilişkilendirme olacak şekilde sınıflandırmak mümkündür.

i) Günlük Yaşamla İlişkilendirme

Matematik öğrenme ve öğretme sürecinde öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum sergileyebilmeleri için matematiğin günlük yaşamdaki yeri ve öneminin vurgulanması gerekmektedir (Yenilmez ve Uysal, 2007). Umay (2007), matematiğin günlük yaşamın her noktasında her türlü düşüncenin içerisinde belli miktarda var olduğunu, matematik öğretme sürecinde günlük yaşamdan örnek durumlara yer verilmesi öğrencilerin matematik korkularının azaltmasına olumlu yönde etki edeceğini söylemiştir. Aynı zamanda matematiği günlük yaşamla ilişkilendirmenin, kavramsal anlamaya ve soyut yapısı itibariyle matematiksel kavramların somutlaştırılmasına katkı sağladığını belirtmiştir. Edindikleri bilgilerin günlük yaşamda işe yarar olduğunu farkına varan öğrenciler öğrenmeye karşı daha istekli olacak ve daha verimli bir öğrenme gerçekleştireceklerdir. Baki (2014), matematik öğretme sürecinde günlük yaşam ile ilişkilendirmenin öğrencinin, matematiğe yönelik olumlu tutum sergilemesine yardımcı olacağını, matematiğin günlük yaşamın içerisinde olduğunu, dolayısıyla korkmak yerine severek öğrenilmesi gereken bir ders olduğunu dile getirmiştir. Öğrenme ve öğretme süreci zenginleştirilmiş ortamlar, yöntemler, etkinliklerle donatılırsa ders aynı derecede eğlenceli ve anlamlı olabilir. Günlük yaşam bağlamlarının kullanılarak ilişkilendirme yapılması bahsedilen durumu destekler niteliktedir. Gainsburg (2008) ise günlük yaşamla ilişkilendirmeyi benzetmeler, sözel problemler, gerçek verilerin analizi, insanların yaşamındaki matematik, gerçek olayların matematiksel olarak temsil edilmesi olarak tanımlamıştır. Günlük yaşamla ilişkilendirmelerde kavramlar bir bağlam içerisinde ele alınabilir. Burada amaç kavramı gerçek hayat bağlamı kullanarak sunabilmektir (Bingölbali ve Coşkun, 2016). Örneğin, negatif sayıların öğretme sürecinde asansör-zemin kat-bodrum katı gibi bağlamlardan yararlanılması, aritmetik ortalama ve ortanca gibi kavramların öğretimi için ders yapılan sınıftaki öğrencilerin sınav puanlarının ele alınması, sıklıkla karşılaştığımız yaş problemleri günlük yaşam ile ilişkilendirmeye örnektir (Gainsburg, 2008). Rutin sözel problemler günlük yaşam ile matematik arasında ilişki kurulmasına yardımcı olduğu için öğreticiler tarafından çok sık tercih edilmektedir (Ji, 2012). Bu bağlamda, "Temmuz ayının beşinci günü açılacak olan bir yaz kampının ağustos ayının otuz birinci günü kapanacağı bilinmektedir. Buna göre kampın kaç hafta süreceği, belirlenen tarihten 10 gün daha önce açılmış olması, 3 gün sonra kapatılması veya haziran ayının onuncu günü başlaması durumunda kamp kaç hafta sürer?" problemi buna yönelik bir örnek olarak gösterilebilir (Greenes vd., 2007, s.197).

Günlük yaşamla ilişkilendirmenin diğer bir boyutu da günlük yaşamdan sözel örnekler vermektir. Bu boyutta matematik ile günlük yaşam ilişkileri sözel olarak verilir, kavramın günlük yaşam bağlantıları sadece sözel olarak kullanılır (Dilegelen, 2018). Dikdörtgen kavramının öğretiminde kavram matematiksel olarak sunulduktan sonra günlük yaşamdan kavramla ilişkili sadece sözel ifadelerden bahsedilmesi bu duruma örnek verilebilir. Örneğin; "Sınıfımızda gördüğümüz kapı, pencere, masa yüzeyi dikdörtgen şekline uygundur." örneği kullanılabilir. Benzer şekilde oran kavramı matematiksel olarak sunulduktan sonra sınıf içerisinden "sınıftaki kız öğrenci sayısının erkek öğrenci sayısına oranı" şeklinde bir ifade de bu duruma örnek olarak verilebilir.

ii) Farklı Disiplinlerle İlişkilendirme

Matematik dersi yalnızca kendi içindeki bağıntı ve ilişkilere yönelik bir ders olmasının ötesinde diğer ders veya disiplinlerle de güçlü bağlantılara sahiptir. Bu anlamda diğer derslerdeki birçok kavramla matematiksel kavramlar arasında geçişler söz konusudur. Bu bağlamda, matematiksel ilişkilendirme becerisi altında matematiğin diğer disiplinlerle ilişkilendirebilmesi boyutu da dikkate alınmaktadır. Umay (2007), matematiğin diğer disiplinler içindeki yerinin göz ardı edilemeyecek kadar büyük olduğunu, bir düşünce şekli olan matematiğin yaşamın her noktasında yer bulduğundan ötürü diğer disiplinlerden ayrı düşünülmesinin mümkün olmadığını belirtmektedir. Matematiksel ilişkilendirme; bilgisayar, dil, fen, sanat, mimari, müzik, dans, tiyatro ve eğitim alanları gibi pek çok disiplin ile matematik arasında bulunmaktadır (Özgen, 2019). Son yıllarda STEM (Bilim, Teknoloji, Mühendislik ve Matematik), STEAM (Bilim, Teknoloji, Mühendislik, Sanat ve Matematik) gibi yaklaşımlarının da öne çıkardığı bu boyut özellikle kalıcı öğrenmeler açısından önemli bir yere sahiptir. Matematiğin, müzik dersinde kesirlerle, görsel sanatlarda oran konusuyla, tarih dersinde zaman şeridiyle, fen bilimleri dersinde ısı sıcaklık, sürat vb. konularla ilişkilendirilmesi öğretme sürecinde öğretmenlere, öğrenme sürecinde ise öğrencilere olumlu yönde katkı sağlayacaktır (Özgen, 2019).

Matematiksel bir kavramın, kuralın, sistemin ya da öğrenme alanının öğretiminde matematik dışındaki disiplinlerden yararlanmak matematiği farklı disiplinlerle ilişkilendirme boyutu altında ele alınır (Bingölbali ve Coşkun, 2016). Farklı disiplinlerle ilişkilendirme de kendi içinde "kavramı farklı bir disiplinin bağlamı içerisinde ele alma" ve "farklı disiplinlerle ilişkilendirmenin sözel örneklerle ifade edilmesi" olmak üzere ikiye ayrılabilir (Bingölbali ve Coşkun, 2016, s.239). Kavramı farklı bir disiplin bağlamı içerisinde ele alma boyutunda matematiksel herhangi bir kavram farklı bir disiplindeki kavramlar yoluyla sunulmaya çalışılır. Örneğin; koordinat sistemi yapısı sunulurken öğretmenin Türkiye'nin coğrafi koordinat sistemindeki enlem (paralel) ve boylam (meridyen) kavramları kullanarak yapıyı ele alması bu boyuta örnek olarak gösterilebilir (Bingölbali ve Coşkun, 2016). Türkiye 26°-45° doğu meridyenleri ve 36°-42° kuzey paralelleri arasında yer alır. Görüldüğü üzere Türkiye`nin coğrafi konumu belirlenirken enlem ve boylam kavramları üzerinden örnek sunulması coğrafya disiplininden faydalanıldığını göstermektedir. Bu durum ise farklı disiplin ile ilişkilendirmeye örnektir. Matematiksel bir kavram coğrafi kavramlar kullanılarak sunulmuştur. Benzer şekilde resim dersinde, oluşturulan sınıf dizaynından açıları açıklamak örnek olarak gösterilebilir (Greenes vd., 2007, s.363).

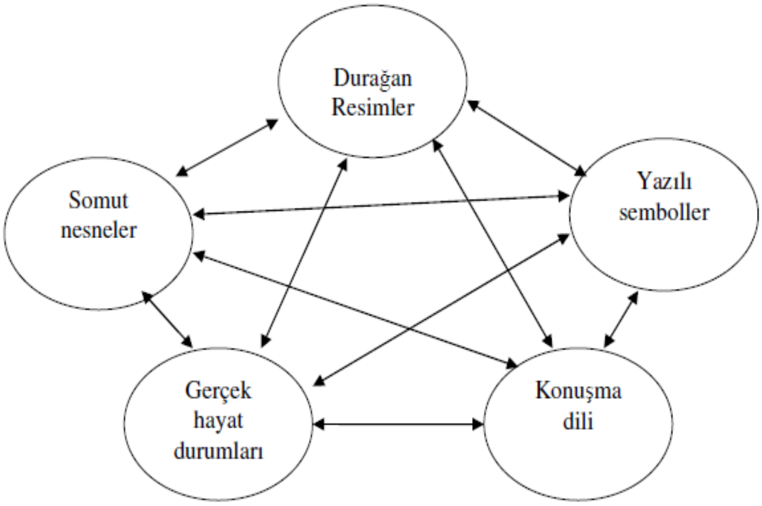
Bu boyutta dikkat edilmesi gereken bir diğer bağlam da günlük yaşamdır. Yukarıdaki örnekte günlük yaşam bağlamı kullanılmış gibi görünse de kavramın öğretiminde günlük yaşamdan bahsetmek yerine farklı bir disiplinin kavramları kullanılarak matematiksel kavram açıklanmıştır. Benzer şekilde hız problemleri sunulurken de fen bilimleri disiplininden faydalanılarak açıklama yapılabilir, orantı kavramı kullanılarak farklı durumlar için hız -zaman hesaplamaları da yapılabilir (Dilegelen, 2018).

Farklı disiplinler ile ilişkilendirmenin bir diğer boyutu da sözel örnek vermedir. Örneğin; negatif sayıların öğretiminde, "negatif sayılar matematiksel olarak verildikten sonra, fen bilgisinden termometre ve dolayısıyla sıcaklık ile ilişkilendirilmesi" (s. 240) bu alt boyut için örnek olarak sunulabilir (Bingölbali ve Coşkun, 2016). Benzer şekilde "doğru orantı kavramı fen bilgisi dersinde iletken telin uzunluğu ile direnci arasındaki ilişkiyi açıklar" (s.26) ifadesi bu boyut altında değerlendirilebilir (Dilegelen, 2018). Bu noktada örnekler sadece sözel olarak hatırlatılır. Alan yazında farklı disiplinle ilişkilendirme boyutunun alt boyutlara ayrılmadan sunulduğu görülmektedir. Aynı zamanda öğretim programlarında farklı disiplinle ilişkilendirme boyutu üzerinde durulmasına rağmen Coşkun (2013)`un yaptığı çalışmada, sınıf ortamlarında farklı disiplinlerle ilişkilendirmeye çok sık yer verilmediği ortaya çıkmıştır. Buradan hareketle bu boyut önemli olarak değerlendirilmiş ve kavramsal çerçeveye dâhil edilmiştir. Günlük yaşamın her noktasında matematiğin yeri olduğu göz önüne alındığında diğer bilim dalları içindeki konumu da tartışmasız oldukça önemlidir. Bu nedenle ilişkilendirme becerisine sahip bir öğrencinin matematiksel dili ve kavramları diğer disiplinlerde kullanabilme alt becerisine de sahip olması gerekmektedir (Özpınar, 2012, s.28).

iii) Kavramın Farklı Gösterimleri Arasında İlişkilendirme

Matematiksel bir kavramın, çoklu temsilleri ve bu temsiller arasındaki bağlar farklı gösterim biçimleri arasında ilişkilendirme becerisi kapsamında değerlendirilmektedir (Dilegelen, 2018). Matematiksel kavramlar ifade edilirken çoklu ifade şekillerinin kullanılması, öğrencilerin farklı olasılıkları görebilmesi ve farklı öğrenme stillerine sahip öğrenciler açısından yararlı olacaktır. Aynı zamanda çoklu temsillerin kullanılması hem kavramın anlaşılmasını kolaylaştıracak hem de sonraki öğrenilecek kavramlar açısından olumlu etki yapacaktır (Özgen, 2016). Van de Walle vd. (2018) çoklu temsiller ve ilişkilendirme becerisi arasındaki bağın zihinde oluşturulacak şemalar ve zengin anlama sağlanması yönünden önemli olduğunu belirtmektedir. Bu bağlantının sonucunda kavramsal anlamadan söz etmek mümkün olabilmektedir. Çünkü matematik öğretim sürecinde sözlü anlatımlardan, yazılı ifadelerden, resimlerden, grafiklerden ve somut modellerden yararlanmak kavramsal anlama açısından önem arz etmektedir (MEB, 2018).

İlgili alan yazında farklı gösterimler ve bu gösterimler arasındaki bağlantılara ilgili çalışmalar öne çıkmaktadır (Bingölbali ve Çoşkun, 2016; Özgen, 2016; Mumcu, 2018; Van de Walle vd, 2018). Alan yazında çoklu temsiller olarak özellikle; sözel ifadeler (konuşma dili), somut cisimler (sayı pulları, kesir çubukları, gerçek modeller, vb), resimler, grafikler veya diyagramlar (sayı doğrusu, alan modeli, vb), cebirsel ya da sayısal ifadeler (yazılı semboller), tablolar ve günlük yaşam durumları daha fazla ön plana çıkmaktadır. Bu ve benzeri çoklu gösterimlerin dışında, gösterimler arasında geçiş, dönüşüm ve ilişkilendirmelere Şekil 1.1.`de de görüldüğü gibi yer verilmesi gerekmektedir (Dilegelen, 2018).



Şekil 1.1. *Farklı gösterim şekilleri*

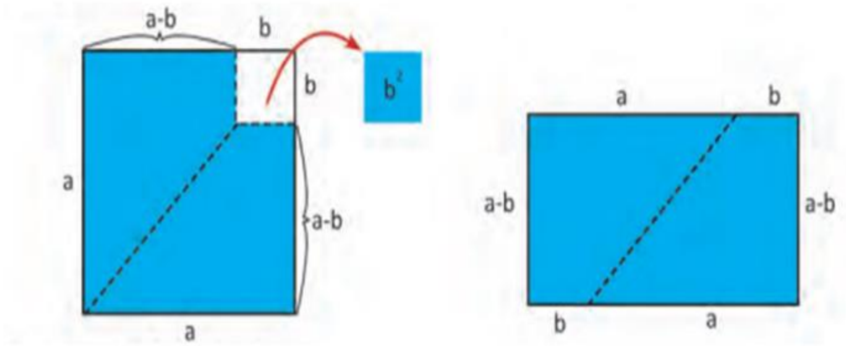
Okul matematiğinde sınıf düzeyleri ilerledikçe daha yoğun soyut ifadeler kullanılması dolayısıyla farklı gösterimler ortaya çıkabilmektedir (Mumcu, 2018). Benzer şekilde üzerinde çalışılan konunun yapısı da ortaya çıkabilecek gösterim çeşitlerini etkilemektedir. Örneğin; kesir kavramı için somut gösterimlere pek çok örnek verilebilirken daha üst düzey bir kavram olan grup kavramını somut bir gösterimle örneklemek pek mümkün değildir (Bingölbali ve Coşkun, 2016). Yine buradan hareketle bir kavramın çoklu gösterimlerin her biri ile ifadesi de her zaman etkili bir sonuç sağlamayabilir. Örneğin; kesirlerle çarpma işlemi ele alındığında sembolik ifadenin yanında; kesirlerin parça bütün anlamı baz alınarak şekille modellenmesi farklı bir gösterime örnek verilebilir ve daha somut bir durum ortaya çıktığından ötürü de daha etkili bir kavrama gerçekleşebilir.

iv) Kavramlar Arası İlişkilendirme

Matematik dersinde öğrenme alanları sayılar ve işlemler, cebir, geometri ve ölçme, veri işleme, olasılık gibi ayrı başlıklar altında toplansa da bu konu alanları arasında sürekli geçişler söz konusudur. Bir başka ifadeyle, matematiksel konular birbiri ile yoğun ve doğrusal olmayan ilişkiler zinciri olarak düşünülebilir. Matematikte yeni bilgilere büyük bir oranda eski bilgilerden ulaşıldığından öğrencilerin matematiksel kavram ve ilişkiler arasındaki ilişkilendirmeleri oldukça önemli bir husus olarak öne çıkmaktadır.

Matematik öğrenme ve öğretme sürecinde yeni bağlantılar sürekli olarak araştırılır ve sınanır. Bu çalışmalar esnasında da ilişkilendirme yapmadan ilerlemek aslında pek de mümkün değildir. Matematiksel yapının oluşturulmasında da bu beceriye ihtiyaç vardır. Umay (2007), öğrencilerin yeni öğrenmeleri sürecinde eski öğrenmeleri ile bağ kurduğunu, bu bağ kurma sürecinde de yeni öğrenmelerin yanında önceki öğrenmelerini de pekiştirdiği ifade etmektedir. Bilindiği üzere matematik öğretme sürecindeki amaçlardan biri de matematiksel kavramları öğrenebilmek ve bu yeni kavramları önceki öğrenmeler üzerine anlamlı bir şekilde kurmaktır. Bu bağlamda farklı bir kavram öğretimine geçildiğinde daha önceki öğrenmeler ile ilişki kurulması bir anlamda gerekli olmaktadır (Bingölbali ve Coşkun, 2016). Dolayısıyla yeni öğrenmelere geçiş yapılmadan önce ön öğrenmelerin hatırlatılması gerekmektedir. Hatırlatılan bazı ön bilgiler kavramın bağlantılı olduğu diğer kavramlardır. Öğretim programları planlanırken ve kazanımlar işleniş sırası düzenlenirken bu noktaya dikkat edilmektedir (MEB, 2018). Öğretim programında da vurgulandığı üzere, öğrencilerin matematiksel işlemleri, kuralları ezber şekilde öğrenmek yerine ifadelerin anlamlarıyla birlikte öğrenilmesi ilişkilendirme becerisini kullanmayı gerekir (Özgen, 2016). Van de Walle vd. (2018), matematiksel bir kavramın öğretim sürecinde kavramlar arası ilişkilendirme yapmanın önemi üzerinde durmaktadır. Kavramlar arası ilişkilendirme boyutunda öğrenme alanlarını ilişkilendirme noktasını da dikkate almak mümkündür. Öğrenme sürecinde öğrencinin matematiğe genel olarak bir bakış açısı geliştirebilmesi için matematiksel kavramların kendi içinde ilişkilendirmesine ve öğrenme alanları arasındaki ilişkilendirmesine ihtiyaç duyulmaktadır (MEB, 2018).

Kavramlar arası ilişkilendirmeyi de kendi içinde iki alt başlık altında ele almak mümkündür. Bunlardan ilki kavramla diğer kavramlar arasında ilişki kurma; bir matematiksel kavramın veya düşüncenin başka bir matematiksel kavramlarla bağlantılı hale getirilmesidir. Sekizinci sınıf seviyesinde özdeşliklerin öğretiminde alan kavramı ile bağlantı kurulması kavramlar arası ilişkilendirmeye örnek olabilir. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ özdeşliğinin öğretiminde kenar uzunluğu $(a + b)$ birim olan karenin alanı hesaplanarak, oluşan alanın sembolik ifadesinin özdeşlikle aynı ifadeyi vermesi durumuyla matematiksel bir kavramı farklı bir matematiksel kavram ile ilişkilendirme yapılmış olur (Bingölbali ve Coşkun, 2016). Benzer bir kavramlar arası ilişkilendirme örneği Şekil 1.2.`de verilmiştir.



Şekil 1.2. *Kavramlar arası ilişkilendirilmiş bir örnek (Böge ve Akıllı, 2019, ss.99)*

Burada cebirsel bir kavram için geometrik kavramlardan yararlanılmaktadır. Aynı zamanda cebir öğrenme alanı ve geometri öğrenme alanı arasında ilişkilendirme de söz konusudur. Benzer şekilde kesir kavramı ile oran kavramı veya bölme işlemi arasındaki ilişkilendirmeler de bu noktada örnek olarak verilebilir. Bu örneklerden de anlaşılacağı üzere matematiksel kavramlar birbirleriyle ilişkilendirilmiş şekilde sunulduğunda, anlamlı öğrenmenin gerçekleşme imkânı artmaktadır (Bingölbali ve Coşkun, 2016).

Kavram ile alt kavramları ve alt kavramların kendi arasında ilişki kurma boyutu ise genel olarak bir özelliğe sahip kavramın kendi içinde alt kavramlar ile ilişkilendirilmesi olarak ele alınabilir. Örneğin; üçgen kavramı çok genel bir kavram olmakla beraber, üçgenler açılarına göre; dar açılı, geniş açılı ve dik açılı olarak gruplandırılabilir. Ayrıca kenarlarına göre ise ikizkenar, eşkenar ve çeşitkenar olarak gruplandırılabilir. Bu gruplandırmalardan hareketle üçgenle ilişkili daha özel alt kavramlar oluşturulmuş olur (Bingölbali ve Coşkun, 2016). Benzer şekilde dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen ve paralelkenar özel birer dörtgen olmakla birlikte daha genel bir kavram olan dörtgen kavramının alt kavramları ile ilişkilendirilmiştir (Dilegelen, 2018).

1.2.4. Tam Sayılar

Matematik disiplininin sarmal yapısı dikkate alındığında sayı kavramının temelinde sayma sayıları yer alır. Sayma sayılarına günlük yaşamdaki hiçliği ifade eden “0” rakamının eklenmesiyle birlikte doğal sayılar kümesi ortaya koyulmuştur. Zaman içerisinde değişen ihtiyaçlar, kişiler arası iletişim ve doğayı keşfetme çabaları doğal sayılar kümesini tüm durumlara cevap veremez hale getirmiştir. Dolayısıyla doğal sayılar kümesinin genişletilmesi gerekli hale gelmiştir. Aynı ihtiyaç matematik içerisinde de ortaya çıkmış ve sayı kümelerinin formal yollarla da ele alınması gündeme gelmiştir. Bu süreci doğal sayılarla işlemler bazında ele alırsak iki doğal sayının toplamı yine bir doğal sayıdır. Ancak aynı genellemeyi çıkarma işlemi için yapmak her zaman mümkün olmamaktadır. Bununla birlikte gelişen olanak ve ihtiyaçlar doğal sayıların günlük yaşamı ve matematiği tanımlamaya yetmediğini göstermektedir (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Örneğin; sıfırın altındaki hava sıcaklıkları, deniz seviyesinin altındaki derinlikler, zeminin altında bulunan katlar, banka işlemlerinde borç kavramı veya bazı matematiksel denklemlerin çözüm kümeleri gibi durumların ifadesinde doğal sayılar yetersiz kalmaktadır. Bu eksiklikler yeni bir sayı kümesinin tanımlanmasını gerekli hale getirmiştir.

Matematik dersi öğretim programı içerisinde pek çok konu ile iç içe verilen ve kendi bazında tam sayılar konusu içerisinde çok geniş bir yer bulan negatif tam sayıların ilk kayıtlarda görüldüğü zaman M.Ö. 100-50 dönemi Çin`dir (Körükçü, 2008). Hindistan`da Brahmagupta 628`de yayınladığı Brahmasphuta Siddhanta adlı eserinde borç anlamına gelmek üzere negatif sayılardan bahsettiği görülür (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Aynı zamanda, matematikçilerin negatif tam sayılara tereddütlü baktığını, bu sayıları fark etmelerine rağmen kabul etmelerinin çok da basit bir süreç olmadığını aktarmaktadır. Negatif sayıların ortaya çıkarıldığı ilk dönemlerde kabullenilmekte zorluk yaşandığı ve bu kavram üzerinde ciddi tartışmaların yaşandığı anlaşılmaktadır. Örneğin; Descartes oluşturmuş olduğu koordinat sisteminde sadece pozitif sayılara yer vermiş, negatif sayıları imkânsız olarak kabul etmiştir (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Descartes bu düşüncesinde sıfırdan az bir miktar olamayacağını savunmuştur. Elbette miktar boyutundan bakıldığından doğru bir yaklaşım olmakla birlikte, bu sayılar miktar kavramıyla birlikte yön kavramıyla da ilişkilidir. Karakteristik özelliği olarak bu husus, bu sayıların doğal sayılardan en önemli farklılık noktasını oluşturmaktadır.

Negatif sayılar, matematik disiplini içerisinde yer almaya başlamadan önce günlük yaşamda karşı karşıya gelinen ifadeler olduğundan öğrencilerin pek çoğu formal eğitim sürecinin öncesinden bu sayılara informal yollarla aşinalık kazanmaktadır (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Genel anlamda "n+0=?" denkleminin çözüm kümesinin n`nin toplama işlemine göre tersi olması gerekir. "n" pozitif bir tam sayı olduğu durumlarda "n" ifadesinin tersinin negatif bir tam sayı olarak tanımlanması gerekmektedir. Gerçekte nicelik ve yöne sahip olan hemen hemen her kavramın pozitif veya negatif sayılarla ifade edilebileceğinden hareketle tam sayılar kümesi; pozitif doğal sayılar, pozitif doğal sayıların tersi olarak kabul edilen negatif tam sayılar ve negatif ya da pozitif kabul edilmeyen "0" rakamının oluşturduğu küme olarak tanımlanmıştır (Kumar, Subramaniam ve Naik, 2017).

Tam sayılardan önce kullanılan doğal sayılar insanlar ve kültürler arasındaki iletişimin artması dolayısıyla ihtiyacı karşılayamaz duruma gelmiştir, böylece de 2000 yıl öncesinden yönlü sayılar kullanılmaya başlanmıştır (Koç-Şanlı, 2018). Tam sayılara bütüncül olarak baktığımızda pozitif tam sayıların ardından negatif tam sayıların ve sıfırın bulunuşu çok daha sonraki zamanlara denk geldiği görülmektedir. Bu sayıların Avrupa matematiğinde yer alması ise 18. yüzyıl itibariyledir. Bunun yanında Çinliler alacak ve borç hesabını tam sayılar ile ifade etmiş; alacak hesabını kırmızı, borç hesabını ise siyah çubuklar kullanarak yapmışlardır (Koç-Şanlı, 2018). Benzer şekilde 600 yıllarında Hindistan`da yazılan Brahmasphuta Siddhanta adlı kitapta da negatif sayıların borç anlamında kullanıldığı görülmektedir. Aynı zamanda bu kitapta işaret kurallarına dair birtakım verilere de rastlanmıştır. Artı ve eksi işaretleri ise ilk defa Johann Widmann`ın 16.yüzyılda yazmış olduğu aritmetik kitabında görülmüştür (Koç-Şanlı, 2018). Widmann artı ve eksi işaretlerini toplama ve çıkarma işlemine karşılık ticari ilişkilerdeki artma ve eksilme kavramlarını göstermek için kullanmıştır. Tam sayılarda yönü ifade eden artı ve eksi işaretleri aynı zamanda toplama işlemi ve çıkarmayı ifade etmek amacıyla kullanıldığından da bazı sorunlar açığa çıkabilmektedir (Van de Walle vd., 2018). Öğrenciler artı ve eksi işaretlerinin yön ve işlem anlamlarını zaman zaman ayırt edememektedir. Tam sayılara yönelik sorunların ortadan kaldırılmasıyla da işlemler genişlemiş ve yeni sayı sistemleri de oluşmuştur. Bu şekilde sayı kümeleri de kademeli olarak genişlemiştir. Günlük yaşantımızda da karşımıza çıkan bazı durumların doğal sayılar tarafından karşılanamadığı için tam sayılara ihtiyaç duyulmuştur (Zengin, 2014).

1.2.5. Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programında Tam Sayılar

Pozitif tam sayıların günlük yaşamdaki ve matematikteki yeri incelendiğinde insanlığın doğuşuyla birlikte miktar belirleme, karşılaştırma ve kontrol etme gibi ihtiyaçlardan dolayı var olmaya başladıkları söylenebilir. Aynı zamanda eğitim öğretim sürecine adım atan her bireyin ilk andan itibaren "0" rakamı dışındaki doğal sayılar olarak nitelendirebileceğimiz pozitif tam sayılar ile sistemli bir şekilde karşı karşıya geldiği de yadsınamaz bir gerçektir. Dolayısıyla tam sayıların ortaokul öğretim programındaki yerinden bahsederken negatif sayılara ağırlık vermek daha doğru olacaktır.

Hativa ve Cohen (1995), öğrencilerin negatif sayılar ile formal yollarla ortaokul dönemlerinde karşılaşmalarına rağmen daha öncesinden pozitif olmayan durumlara yönelik algılarının olduğunu belirtmiştir. Öğrenciler her ne kadar günlük yaşamlarında negatif sayılara yönelik algılara sahip olsalar da bu sayılara ilişkin sistemli bilgiler genellikle 6. sınıf seviyesinde verilmeye başlanmaktadır. Pek çok matematikçi tarafından tam sayıların hangi sınıf seviyesinde olması gerektiği tartışılmış, basit düzeyde tam sayıların tanıtımının 4. sınıf seviyesine kadar çekilebileceği öngörülmüştür (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Hativa ve Cohen (1995), negatif sayılara yönelik bazı kavram ve ilkelerin erken zamanda öğretilmesinin ileride oluşabilecek kavram yanılgılarının önüne geçebileceğini savunmuştur. MEB (2008), Milli Eğitim Bakanlığı İlköğretim Müdürlüğünce düzenlenen ilköğretim programları ve ders kitaplarının değerlendirilmesine ilişkin raporda negatif kavramının ilkokul kısmında sunulması ve “tam sayılar ile işlemler” kısmının 6. sınıf seviyesinde yer alabileceği belirtilmiştir. Bingölbali ve Özmantar (2012), öğrencilerin gelişim dönemlerine göre negatif tam sayıların yer alması gerektiği sınıf seviyesinin belirlenmesini savunmaktadırlar. Bununla birlikte öğrenciler her ne kadar önceden sezgisel olarak negatif tam sayılara uzak olmasa da yapılacak olan işlemleri daha iyi anlamlandırıp kavramsal düzeyde öğrenmenin sağlanabilmesi için daha geniş zaman aralıklarının tanınmasının önemini vurgulamışlardır.

Eğitim öğretim süreci içerisinde öğrencilerin kazanmaları hedeflenen durumları, bir plan ve düzen dâhilinde tasarlayan öğretim programlarında zaman geçtikçe değerlendirme yapılıp revizyona gidilmesi gerekebilmektedir. Bu bağlamda cumhuriyet döneminde en sonu 2018 yılında olmak üzere on kez matematik dersi öğretim programı düzenlenmiştir. Koç-Şanlı (2018), 2005 yılından önceki matematik dersi öğretim programlarının işlemsel bilgi odaklı olduğunu belirtmektedirler. Bu şekilde matematikte kural temelli öğretim ön plana çıkarılmakta ve öğrenciler işlem yapmaya ve sonuca odaklayan bu program ile ilişkilendirme yapma, problem çözme, akıl yürütme, iletişim gibi pek çok beceri göz ardı edilebilmekteydi.

2005 yılında yenilenen ilköğretim matematik dersi öğretim programında matematiği anlayabilecek ve günlük yaşantısına aktarabilecek bireyler yetiştirmeyi amaçlamaktadır (İlhan ve Aslaner, 2019). Bu amaç doğrultusunda yapılacak olan yenilik için ulusal ve uluslararası alanda araştırmalar yapılmış, uygulanmış ve uygulanmakta olan programlardan elde edilen değerlendirme sonuçları incelenmiş, bu şekilde daha kapsamlı bir program hazırlanmıştır. Zengin (2014)`in belirttiği üzere, programın amaçlarına ulaşılması için öğrencilere ilk olarak matematiksel kavramlar ve işlemler öğretilmeli daha sonra bunlar arasındaki ilişkiler verilmelidir. Tam sayılar özelinde değerlendirildiğinde eğitim programları içeriğinde yer yer değişikliklere gidilmiş ve 2005 yılında 7. sınıf konuları içerisinde yer alan tam sayılar 2006-2007 eğitim öğretim yılında yapılan program değişikliğinden sonra çarpma ve bölme dışında kalan kısım 6. sınıfa aktarılmıştır. 2006 yılında; sayma pulları, görsel materyaller ve günlük yaşam durumları kullanılması ders kitapları için önerilerek tam sayılar konusunun soyut bir şekilde öğretilmesinin önüne geçilmesi ve daha somut öğrenme sağlanması amaçlanmıştır. Yenilenen programda sadece bu amaçlarla kalınmamış problem çözme, iletişim kurma, akıl yürütme ve ilişkilendirme gibi becerilerin kazandırılmasının ehemmiyeti üzerinde de durulmuştur.

Ertuğrul (2009), Piaget'in yaklaşımına göre somut işlemler döneminden soyut işlemler dönemine geçiş öğrencilerin ortaokul yıllarına denk gelmektedir. Dolayısıyla da 7. sınıfta öğrenciler tam da bu geçişin eşiğinde olmaktadır. Somut işlemler döneminde öğrencilerin daha çok modellere bağlı kaldığından daha soyut olan tam sayılarla işlemler kısmı soyut işlemler dönemine aktarılabilir (Ertuğrul, 2009). Bu doğrultuda 2009 yılında hazırlanan ilköğretim matematik öğretim programında yapılan değişiklikle 6. sınıf seviyesinde yer alan "Tam sayılarla toplama ve çıkarma yapar" kazanımı Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığınca ilköğretim matematik dersi öğretim programında yapılan değişiklikle 7. sınıf seviyesine aktarılmıştır. 6. sınıf seviyesinde ise tam sayılara ilişkin genel ifadelerin öğretilmesi amaçlanmıştır (MEB, 2009). 2013 yılında yapılan program değişikliğinde tam sayıların tanıtıldığı giriş kısmına ek olarak toplama ve çıkarma işlemi 6. sınıfa, tam sayılarla diğer işlemler kısmı ise 7. sınıfa aktarılmıştır (MEB, 2013). Bu şekilde tam sayılar somut işlemler döneminde model ve etkinliklerle temellendirilecek somut işlemler dönemine denk gelen 7. sınıfta ise tam sayıların daha soyut olan kısmı verilerek tam sayılar konusu daha anlamlı bir şekilde kavratılacaktır. 2017 yılında tekrar yapılan yeni bir değişiklik ile tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemi yedici sınıf seviyesine taşınmıştır (MEB, 2018). Böylece tam sayılarla işlemler bir sınıf seviyesinde toplanmıştır. 6. sınıf seviyesinde ise tam sayıların tanıtımı, tam sayıların sayı doğrusunda gösterilmesi, tam sayıları karşılaştırma ve tam sayıların mutlak değeri ile ilgili çalışmalara değinilmiştir.

Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nda en yoğun öğrenme alanı sayılar ve işlemlerdir. Bu öğrenme alanının en temel amacı öğrencilerinin zihninde sayı kavramını anlamlandırarak işlem becerilerini geliştirmektir (Koç-Şanlı, 2018). Bu öğrenme alanı içerisinde önemli bir yer tutan tam sayılar konusunda; 6. sınıf düzeyinde tam sayıların anlamlandırılması ve sıralanması, 7. sınıf düzeyinde ise tam sayılarla dört işlemi yaparak ilgili problemleri çözmeleri öğrencilerden beklenmektedir. MEB (2018), kavramsal anlama için öğrenci seviyesine uygun ilgi çekici etkinlikler, modellemeler ve aktif öğrenmeyi sağlayacak ortamlar sağlanmasını sürekli vurgulamaktadır. Aynı zamanda kavramsal anlamaya katkı sağlayan ilişkilendirme becerisi işe koşularak öğrencilerin daha anlamlı öğrenmeler gerçekleştirmesi desteklenmelidir. MEB (2018), tam sayıların öğretiminde ilk olarak pozitif tam sayıların yanında negatif tam sayılara da ihtiyaç duyduğumuz sezdirilmesi gerektiğini belirtmiştir. Bununla birlikte tam sayıların öğretiminde giriş aşamasında günlük yaşam durumlarından, farklı disiplinlerle ilgili kavramlarla (sıcak-soğuk, ileri-geri, alacak-borç, kâr-zarar, üstünde-altında, sağında-solunda, kazanmak-kaybetmek vb.) ilişkilerden bahsedilmesinin öğretime fayda sağlayacağı vurgulanmıştır.

Tam sayılar; denklem çözümü, mutlak değer, temel matematiksel işlemler, problem kurma ve çözme gibi pek çok konuya temel teşkil ettiğinden, diğer sayı kümeleri arasındaki ilişkiler sebebiyle önemli bir konudur ve soyut olan ifadelerin somut hale getirilmesinde etkilidirler (Kilhamn, 2009). Öğrenciler tam sayı kavramını tam ve doğru şekilde anlamlandırıp diğer matematiksel kavramlar ile aralarındaki ilişkiyi tam olarak kuramazlarsa öğrenme sürecinde eksiklikler olacaktır (Küçükgençay, 2019). Altun (2018), pozitif ve negatif tam sayıların zıt yönler ve değerler için kullanıldığını ifade etmektedir. Bununla birlikte negatif ve pozitif tam sayıların anlamlandırılması için deniz seviyesinin altındaki ve üstündeki uzaklıkları, alacak ve borçları, kâr zarar durumlarını, asansör katlarını, sıfırın altındaki ve üstündeki sıcaklıklar gibi birbirine zıt olan pek çok modelin ele alınabileceğini belirtmiştir. Van de Walle vd. (2018), mutlak değer kavramı verilirken sayı doğrusu, termometre, asansör gibi modelleri kullanarak günlük yaşamla ilişki kurulabileceği ve bu şekilde çok daha somut olarak öğrenme sağlanacağını belirtmiştir. Aynı modellerin tam sayıları karşılaştırırken de kullanılabileceğini eklemiştir. Daha soyut olan tam sayılarla işlemlerde ise sayma pulları, dikey ve yatay sayı doğrusu modelleri, gerçek yaşam durumları kullanılarak hem somut bir öğretim yapılmış olacak hem de çoklu temsiller ile kavramsal anlama kolaylaşacaktır.

1.2.6. Tam Sayılar ve Öğretimi

Tam sayılar ortaokul matematiğinde önemli bir konu alanı olmakla birlikte, öğrencilerin zorluk yaşadıkları konuların da başında gelmektedir. Özellikle negatif tam sayılar burada temel zorluk kaynağı durumundadır. Öğrencilerde sayı kavramı ilkokul döneminde doğal sayılar ile oluşmaktadır. Ancak bu sayılardan kesirlere geçişteki zorluklar gibi tam sayılara da geçişte zorluklar yaşanmaktadır. Tam sayılar öğrenme alanında doğal sayılar temelli bakış açısıyla hareket edilmesi de negatif tam sayıların bazı yönleriyle ters düşmektedir (Şengül ve Dereli, 2013). İlkokul yıllarında sürekli olarak doğal sayılar ya da pozitif tam sayılar ile işlemlere alıştırılan öğrenciler, günlük yaşamlarında pozitif ve negatif tam sayıları kullanmalarına rağmen, negatif tam sayıları algılamakta sıkıntı yaşamaktadır (Altun, 2018). Negatif sayı kavramını içselleştiremeyen öğrenciler aynı güçlükleri negatif sayılarda işlem yaparken de yaşamaktadır (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Alan yazında tam sayılar üzerine yapılmış pek çok çalışma (Hativa ve Cohen, 1995; Melemezoğlu, 2005; Körükçü, 2008; Ertuğrul, 2009; Altıparmak ve Özdoğan, 2010; Avcu ve Durmaz, 2011; Bozkurt ve Polat, 2011; Bingölbali ve Özmantar, 2012; Şengül ve Körükçü, 2012; Erdem, 2015; Erdem vd., 2015; Altun, 2018; Koç-Şanlı, 2018; Van de Walle vd., 2018) olmakla birlikte öğretiminde en fazla zorluk yaşanan konular arasında da yer almaktadır (Yenilmez ve Bağdat, 2014). Bu çalışmalar incelendiğinde matematik öğretme sürecinde öğretmenlerin, öğrenme sürecinde ise öğrencilerin güçlük yaşadığı konuların içerisinde tam sayıların yer aldığı görülmektedir.

Şahal (2016) tam sayı kavramının matematikteki pek çok konuya temel oluşturması dolayısıyla bu konuda yaşanacak zorlukların veya kavram yanılgılarının diğer konulara da yansıyacağına dikkat çekmektedir. Avcu ve Durmaz (2011), öğrencilerin tam sayıları birbirinden ayırt edebildiğini ancak karşılaştırma yaparken büyüklük küçüklük ilişkisini kuramadıklarını, “0” tam sayısını ise bu sayı kümesinde nereye yerleştireceğine karar veremediğini belirtmişlerdir. Küçükgençay (2019) öğrencilerin tam sayılarla ilgili yaşadıkları güçlüklerin tam sayılar konusundaki önyargılardan kaynaklanabileceğini belirtmişlerdir. Melemezoğlu (2005) ise öğrencilerin tam sayıları modelleyemediğini ve bu sayılara yönelik problem durumlarını anlamlandırmakta zorlandığını ifade etmiştir. Altun (2018) tam sayıların öğretiminde ilk olarak pozitif tam sayılar, sonrasında negatif tam sayılara da duyulan ihtiyacın öğrenciye yeterince sezdirilmemesini bu durumun önemli sebebi olarak göstermektedir. Öğrencilerin negatif tam sayıları karşılaştırırken zorluk yaşadıklarını belirten Çetin (2016), bu sayıları sayı doğrusuna yerleştirmede aynı sorunu yaşamadıklarını dile getirmektedir. İşgüden (2008) ise tam sayıların önünde bulunan işaretin sayıya mı, işleme mi ait olduğunu belirlemede zorlandıklarını belirtmektedir. Çetin (2016) bu konuda öğrencilerde oluşabilecek kavram yanılgılarının kaynağını öğreticilerin pedagojik alan ve alan bilgisi olarak göstermektedir. İyi bir alan ve alan öğretimi bilgisi olan öğreticilerin ders materyallerinin temel mantığını ve aralarındaki ilişkileri de sorgulatarak konuyu ele alması, konunun diğer matematiksel kavramlar ile ilişkisinin kurulması gerektiğini vurgulamıştır. Öğreticiler kavram yanılgısını gidermede öğrencilerin ön bilgilerini yoklayabilir, eksik öğrenmeleri tespit ederek giderebilir ve yeni öğrenmeler için sağlam bir zemin oluşturabilir. Böylece yeni kavram yanılgıları ve yanlış öğrenmeler en aza indirgenebilir. Tam sayılarla işlemlerin öğretiminde kuralların öğrencilere doğrudan sunulması yerine, öğrencilerin bilgileri yapılandırabileceği imkân ve fırsatlar sağlanarak keşfederek öğrenmelerine yardımcı olunmalıdır (Küçükgençay, 2019).

1.2.6.1. Tam Sayıları Karşılaştırmada Yaşanan Zorluklar

Negatif tam sayılar öğrenciler tarafından anlamlandırmada, öğretmenler tarafından ise öğretilmesinde en çok zorluk yaşanan kavramlar arasında yer almaktadır (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Öğrenciler negatif tam sayıları sayı doğrusuna yerleştirmekte sorunlar yaşamasa da bu sayıların büyüklüklerini karşılaştırmaları istendiğinde sıkıntılar yaşamaktadırlar. Bu sorunların ortaya çıkmasında en büyük etkenin rutin matematik işlemlerinde kullanılan doğal sayıların büyüklük kavramının kullanım şekli ile negatif sayıların kullanımının ters düşmesi olduğunu belirtmiştir

(Bingölbali ve Özmantar, 2012). Daha açık bir ifade ile pozitif tam sayılardaki sıralama işlemleri aynı şekilde negatif tam sayılara aktarılmak istenmektedir. Öğrenciler tam sayıları karşılaştırırken işaretlerine dikkat etmemekte sayının kendisine odaklanmaktadır. Dolayısıyla -18 gibi bir kavramı +12`den büyükmüş gibi algılayabilmektedirler. Bu kavram yanılgısının en temel sebebi ise pozitif tam sayılara ait özelliklerin negatif tam sayılara aşırı genellenmesidir. Bu kavram yanılgısı mutlak değer kavramının kullanılmasından dolayı ortaya çıkabilmektedir (Bingölbali ve Özmantar, 2012).

1.2.6.2. Negatif Tam Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemine İlişkin Zorluklar

Tamsayıların hem çokluk hem de zıtlık içeren iki boyutlu yapısı bu sayılarla işlemlerde temel zorluk kaynağını oluşturmaktadır. Öğrencilerin ilk defa karşılaştıkları negatif tam sayıları zihinlerinde eşleştirecekleri herhangi bir sayı kümesi olmadığından birçok öğrenci negatif tam sayılar ile yapılan işlemleri anlayamamaktadır (Çevik, 2019). Avcu ve Durmaz (2011) öğrencilerin toplama işleminde sayıları toplayıp işareti gelişigüzel bir şekilde belirleme, çıkarma işleminde ise çoğunlukla büyük sayıdan küçük sayı çıkarılarak işlemi tamamlama eğiliminde olduklarını bildirmektedirler. Negatif tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemi yaparken bunun gibi zorluklar ortaya çıkmaktadır. Bu noktada "+" ve "-" işaretleri işleme ait bir işaret gibi düşünülmekte ve dolayısıyla bu işaretlere yön anlamı yüklemekte zorlanılmaktadır (Van de Walle vd., 2018). Örneğin; "(+3) + (-7)" toplama işleminde "+" işaretinin hem toplama hem de pozitif anlamında kullanılması işlemin anlaşılmasını zorlaştırmaktadır (Van de Walle vd., 2018). Benzer şekilde negatif sayılar ile yapılan çıkarma işleminin öğrencilerin en çok zorluk yaşadığı konular arasında olduğunu ifade edilmektedir (Bingölbali ve Özmantar, 2012).

Altun (2008), iki pozitif tam sayı ile toplama ve çıkarma işlemi yapmanın kolay olabileceğini, buna karşın iki negatif tam sayı ya da biri negatif biri pozitif iki tam sayı ile işlem yapmanın nispeten daha zor olduğunu belirtmektedir. Öğrenciler ilk dönemlerde "+ ve –" işaretlerinin öncelikle toplama ve çıkarma anlamına geldiğini, daha sonra yön anlamını da verdiğini öğrenirler (MEB, 2018). Bingölbali ve Özmantar (2012) bahsedilen zorlukların en temel nedeninin bu olduğunu ifade etmektedir. Bazı durumlarda pozitif anlamında "+" işaretinin kullanılmadığı ifadeler olsa da "+"

işaretinin sayının önünde var olduğunun bilinmesi gerektiği de bir nedendir. Örneğin; "+1-2" işleminde "–" işareti çıkarma anlamında mı yoksa sayının yönü anlamında mı kullanıldığı ayırt edilememektedir (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Aynı işlemin öğrenciler tarafından "(+1)-(+2)" şeklinde ifade edilmesi beklenmektedir.

Negatif sayıların toplanmasında ortaya çıkan bir diğer zorluk ise mutlak değeri aynı olan sayıların toplanmasıdır. Van de Walle vd. (2018), "-4" ile "+4" tam sayılarını toplarken öğrencilerin cevabın sıfır olması gerektiğini anlamadıklarını, bunun yerine tek bir yön varmış gibi düşünerek "-8" veya "+8" olarak cevabı bulduklarını söylemiştir. Bu sıkıntının temelinin ise yönlü sayıların vermek istediği anlamın tam olarak anlaşılamaması olduğunu savunmuştur. Bingölbali ve Özmantar (2012), bu tür işlemlerde öğrencilerin toplama anlamına odaklanamadığını, yön kavramını dikkate almadığını ve aynı zamanda sıfıra eşit olmayan iki niceliğin toplamının, toplamanın "büyütme" anlamı vermesinden ötürü sıfıra eşit olamayacağı düşüncesini savunduğunu belirtmişlerdir. Hativa ve Cohen (1995) de, pek çok öğrencinin negatif tam sayıları anlamakta ve kavramakta güçlük yaşadığını belirtmiştir. Negatif tam sayılar ile toplama ve çıkarma yapılırken öğrencilerden gelebilecek muhtemel hatalar; "sıfırdan pozitif bir sayının çıkarılması, pozitif bir tam sayıdan daha büyük bir pozitif tam sayının çıkarılması, iki negatif sayının toplamı, pozitif bir sayının negatif işaretlisi ile toplanması, pozitif bir sayının kendisinden daha büyük olan bir sayının ters işaretlisine eklenmesi" (s.162) şeklinde sıralanmaktadır (Bingölbali ve Özmantar, 2012).

Alan yazında yapılan çalışmalar tam sayılar ile çıkarma işleminde öğrencilerin toplama işlemine göre daha düşük düzeyde bir başarı gösterdiğini ortaya koymaktadır (Ercan, 2010). Negatif tam sayıların tam anlamıyla kavranabilmesi için "3 - 8 = -5" gibi bir durumun "3 birime sahip olup, 8 birim ödemesi" olan bir kişinin içinde bulunduğu hal ile örneklenerek, bu kişinin "5 birim borcunun olması" şeklinde açıklama yapılması gerekmektedir (Erdem vd., 2015). Altıparmak ve Özdoğan (2010), geleneksel öğretimle öğrencilerin "2-7" şeklindeki bir çıkarma işleminin sonucunu bulurken zorluklar yaşadıklarını ve bu işlemin sonucunun "-5" olmasıyla alakalı "7 sayısı 2 sayısından büyük olduğu için sonuç bir negatif tam sayıdır" şeklinde bir açıklama yapılmamasının negatif tam sayıların anlamlandırılmasında zorluklara sebep olduğunu belirtmişlerdir. Erdem vd. (2015) çalışmasından elde edilen verilerden hareketle öğrencilerin tam sayılarla çıkarma işlemi yaparken güçlük yaşadığına, tam sayıları karşılaştıramadıklarına, sayma pulları ile yapılan modellemelerden günlük yaşama geçiş yapamadıklarına dolayısıyla aradaki ilişkinin kurulamadığına dikkat çekmişlerdir.

Bahsedilen çalışmalardan öğrencilerin en çok "-" işaretinde zorluklar yaşadıkları ortaya çıkmaktadır. Bu işaretin anlamsal olarak tam belirlenememesi ve zaman zaman çıkarma işleminin anlamıyla karıştırılması bu duruma neden olabilmektedir (Koç-Şanlı, 2018). Bu güçlüğü ortadan kaldırabilmek için öğrencilere günlük yaşamda negatif sayıları kullanabileceği, farklı disiplinlerde negatif tam sayıların kullanım alanlarını görebileceği, çoklu temsil ve matematiksel kavramlar arasında kurulan ilişkilendirmelerle yardımcı olunabilir.

1.2.6.3. Negatif Sayılarla Çarpma İşleminde ve Bölmede Karşılaşılan Zorluklar

Toplama ve çıkarma işlemine benzer şekilde çarpma işlemi ve bölmede de zorluklar yaşandığı bilinmektedir. Crowley ve Dunn (1995) negatif tam sayılar ile çarpma işlemi öğretiminde iki negatif tam sayının çarpımının neden pozitif tam sayı olması gerektiğini öğrencilerin anlayamadıklarını ve bu durumun genellikle bir kural olarak geçiştirildiğini belirtmektedirler. Bu ifadeden hareketle aynı işaretli iki tam sayının çarpımı ve bölümü daima pozitif olmaktadır şeklinde açıklamalar yapılmaktadır (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Öğrenciler, bu derece basit ifadeler varken böyle bir kuralın mantığını sorgulamak gibi bir yola hiç başvurmayarak ezber yoluna gitmektedirler. Ancak ezber öğrenme de öğrencilerin ileride karşılarına çıkabilecek işlemlerde hata yapmalarına tam anlamıyla engel olamamaktadır. Örneğin; "-3 x 8" ya da "8 x -3" örneklerinde öğrenciler işleme ağırlık vermekte ve sayıların yönünü ifade eden "+" ve "-" işaretlerine odaklanmadığından doğal sayılarla işlemler gibi davranmaktadırlar (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Bu hatanın doğal sayılarla çarpma işlemi yaparken "çarpılan iki ifadenin sonucunun daima çarpılan ifadelerden büyüktür" genellemesinin tam sayılarla çarpma işlemine de taşınabileceği kavram yanılgısından oluştuğunu belirtmişlerdir. Benzer şekilde iki negatif tam sayıyı çarpma durumunda sonucun negatif olması gerektiği düşüncesinde olduklarını söylemektedirler. Bu durum da toplama işleminde öğrenilen iki "negatif sayının toplamının yine negatif olması gereklidir" ifadesinden temellendirerek genelleme yoluna gidilmesi ile açıklanmaktadır.

Tam sayılarla çarpma işleminde yaşananlar bölme işlemine de yansımaktadır. Örneğin; "-8:2" veya "+8:-2" işleminde biri negatif biri pozitif iki tam sayının bölümünde sayıların yönü göz ardı edilmektedir. Aynı şekilde iki negatif tam sayının bölümünde (Örneğin; -8:-2) "bölme işleminin sonucunun her zaman sayılardan daha küçük olması gereklidir" kavram yanılgısından cevap "+4" olması gerektiği yerine "-4" olarak kabul edilmektedir. Belirtildiği üzere öğrenciler çarpma ve bölme işlemi yaparken doğal sayılarla çarpma ve bölme işlemine ait ilkelerin tam sayılarla çarpma ve bölme işlemine genellenmeleri kavramsal boyutta anlamanın sağlanmasına engel olmakta ve kavram yanılgıları oluşturmaktadır.

Araştırmalar öğrencilerin sayının önündeki eksi işaretinin çıkarma anlamı mı yoksa yön anlamı mı verdiğini tam olarak kavrayamadığını ortaya koymaktadır. Bu zorluğun giderilmesi için genellikle sayı doğrusu modeli ya da sayma pulları kullanımı tavsiye edilmektedir (Van de Walle vd., 2018). Doğal sayılardan edinilen sıralama mantığının pozitif tam sayılara aktarılması, dolayısıyla da aynı işlemlerin negatif tam sayılara da taşınmak istenmesi bir başka zorluğu daha beraberinde getirmiştir. Bu zorluğu ortadan kaldırmanın en etkili yolu ise yine sayı doğrusu modelini kullanmaktır. Sayı doğrusunda sağa doğru gidildikçe sayıların büyümesi gerçeğinden hareketle aynı mantık negatif tam sayılarla ilişkilendirilerek öğrenciler tarafından büyürmüş gibi algılanan negatif tam sayıların sıralanması mantığı oturtulabilir. Alan yazında da sayı doğrusu modelinin karşılaştırma için en etkili yöntem olduğu vurgulanmaktadır (Hativa ve Cohen, 1995; Erdem, 2015). Bu çalışmalarda aynı zamanda sayma pullarının kullanılabileceğinden bahsedilmiş ancak çarpma ve bölme işlemi için sayma pullarının çok elverişli olmadığı sonucuna varılmıştır. Bozkurt ve Polat (2011) çalışmalarında sayma pullarının toplama ve çıkarma işlemini anlamlandırmada daha etkili olduğunu belirtmişlerdir. Çarpma işlemi ve benzer mantıkla bölme için Şekil 1.3.`de gösterilen gibi Crowley ve Dunn`ın tarafından önerilen bir örüntünün kullanılmasının daha anlamlı olacağını belirtmişlerdir.

Şekil 1.3. *Çarpma işlemi öğretiminde önerilen örüntü (Koç-Şanlı, 2018)*

Erdem vd. (2015), çalışmalarında öğrencilerin negatif tam sayıları günlük yaşamla ilişkilendiremediği sonucuna ulaşmıştır. MEB (2018)`de öğrencilerin tam sayıların belirttiği yön kavramlarını ve işlemleri daha iyi anlamlandırabilmesi için günlük yaşamdan örnekler verilmesi gerektiğine değinilmektedir. Alan yazında (Hativa ve Cohen, 1995; Altun, 2008; Erdem, 2015; MEB, 2013; 2018; Van de Walle vd., 2018) da benzer şekilde günlük yaşam örnekleriyle (borç-alacak, kâr-zarar, sıcaklık değerleri vb.) birlikte daha kalıcı ve kavramsal anlamanın sağlandığı öğrenmeler ortaya çıkacağı ifade edilmiştir.

Öğrencilerin sembolik ifadeler ile işlem yapmaya alışkın olması, sembolik ifadelerden diğer temsil türlerine geçiş yapılması ancak bunun tam tersi bir süreçte modellemelerin matematiksel cümlelere dönüştürülemediği gerçeğini ortaya koymuştur. Avcu ve Durmaz (2011)`ın çalışmaları negatif ve pozitif tam sayıların karşılaştırılamadığını, sıfırın tam sayılar içerisinde nerede bulunması gerektiğinin kavranamadığını ortaya koymuştur. Bununla birlikte öğrencilerin özellikle çarpma ve bölme işlemlerinde işaret kullanmaktan çekindikleri, sayının işaretinin neden değiştiğini ve nasıl değiştiğini kavrayamadığını belirtmişlerdir. Melemezoğlu (2005) araştırmasında model kullanırken yönlü sayıları ifade etmede ve yönlü sayılar ile ifade edilen problemleri algılamada güçlük yaşandığını belirtmiştir.

1.2.7. Tam Sayılar ve İlişkilendirme Becerisi

Tam sayıların temel oluşturduğu diğer matematiksel kavram ve konular dikkate alındığında, bu sayıların ve bu sayılarla yapılan işlemlerin iyice anlamlandırılması öğrenmenin niteliği açısından belirleyici olacaktır (Zengin ve Zengin, 2019). Günlük hayatımızda ve pek çok disiplinde pozitif ve negatif tam sayılar kullanılmaktadır. Ülkemizde tam sayılarla ilk karşılaşma dönemlerinde somut işlemler döneminden çıkamayan öğrenciler tam sayıları kavramakta ve öğrenim esnasında zorluklar yaşamaktadır. Koç-Şanlı (2018), bu dönemde negatif sayıların öğretiminde kavramsal anlamanın sağlanması için günlük yaşamla ilişkilendirmeye ve somut materyal kullanımına özellikle önem verilmesi gerektiğini belirtmiştir. Öğrencilerin önceki bilgilerinin üzerine yeni bilgilerini içselleştirmesi için iç içe oldukları kavram ve metotların kullanılması daha uygundur. Alan yazında tam sayıların öğretimi için önerilen pek çok yöntem ve farklı öğretim materyali olmakla birlikte bu yöntem ve modeller her bir işlemin yapısına uygun düşmemekte ve bazı yöntemler özellikle bazı işlemler için daha elverişli olmaktadır (Bozkurt ve Polat, 2011). Aynı zamanda öğretim faaliyetlerine katılan gurubun özellikleri de bu yöntem ve metotların kullanımında belirleyici olabilmektedir.

Öğrencilerin tam sayı kavramını nasıl anlamlandırdığı, toplama ve çıkarma işlemlerini nasıl yapılandırdığına yönelik üç farklı sınıflandırma yapılabilir (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Bu sınıflandırmadan biri kuralların verildiği soyut yöntemdir. Örneğin; tam sayılar ile çıkarma işlemi yapmak aslında eksilenin ters işaretlisi ile toplamak anlamına geldiği bu duruma bir örnek olabilir. Aynı zamanda somut modellerin ve yaşamın içerisinde olan veya olabilecek türden hikâyelerin kullanımının bütün öğrenciler için daha anlaşılır olduğunu savunmuştur. Ertuğrul (2009), alışılagelmiş hikâyeleştirilmiş anlatımların kullanımının kavramsal anlamayı ve problem çözmeyi daha da kolaylaştırdığını belirtmiştir. Öğrencilerle gerçekleştirilen öğretimlerde model kullanımı zaman alıcı olsa da öğretimin kalitesini oldukça arttırdığı görülmektedir. Üçüncü bir metot olan hikâyeleştirmede ise; asansör katları, sıcaklık değerleri, alacak-borç, postacı hikayeleri, kâr-zarar durumları gibi pek çok benzetme kullanılabilir. Matematiksel ilişkilendirmeler, matematiksel düşünceler arasındaki bağlantıların öğrenciler tarafından fark edilmesi ve çeşitli bağlamlarda kullanılmasına olanak tanıyacaktır (Dolores-Flores ve García-García, 2019). Matematiksel ilişkileri güçlü bir şekilde kurabilen öğrenciler matematik disiplinine karşı olumlu bir algıya sahip olacak ve bu oranda da matematik başarısı artacaktır (García-García ve Dolores-Flores, 2018; Kenedi, Helsa, Ariani, Zainil ve Hendri, 2019). Aşağıda matematiksel ilişkilendirmenin dört boyutu dikkate alınarak tam sayılarla işlemlerin anlamlandırılması üzerinde durulmuştur.

1.2.7.1. Tam Sayıların Günlük Yaşamla İlişkilendirilmesi

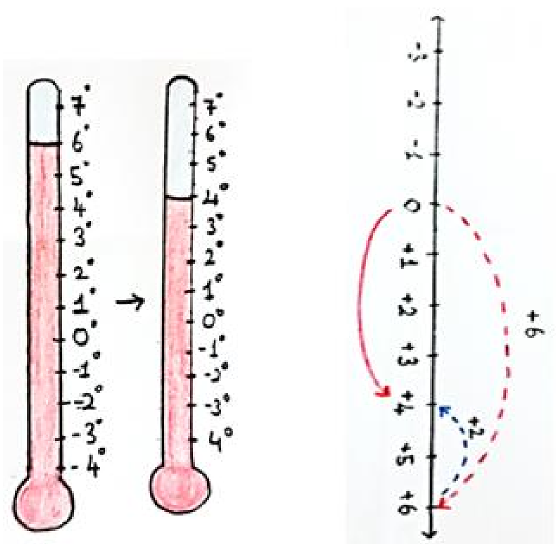
Tam sayılarla ilgili temel kavramların ve işlemlerin öğretiminde borç-alacak, kâr-zarar, sıcak-soğuk, postacı hikâyeleri, deniz seviyesi ve zemin katın üstü-altı gibi uygun bağlamlar ile ilişkilendirmeler yapılabilir. Öğrenilecek tam sayı işlemlerinin ve temel kavramlarının öğretiminde bu bağlamların kullanılması günlük yaşam deneyimlerine yakın olduğundan önceki öğrenmeleri ile yeni öğrenmeleri arasında ilişki kurmaları kolaylaşacaktır. Bu şekilde günlük yaşamda tam sayılara olan ihtiyaç daha net bir şekilde ortaya koyulabilecektir.

Tam sayıların özellikleri ve bu sayılarla işlemlerde kullanılabilecek önde gelen bağlamlardan biri paradır. Para ile ilgili olan bu model alacak-borç, kâr-zarar, gelir-gider vb. ifadeleri içermektedir. Burada alacak, gelir, kâr vb. ifadeler pozitif tam sayılara; borç, zarar, gider vb. ifadeler ise negatif tam sayılara örnek olabilmektedir. Öğrencilerin para bağlamını günlük yaşamlarında yoğun bir şekilde kullanmalarını bu modelin en önemli avantajı olarak görmek mümkündür. Alacak-borç gibi örneklerle sayıların önündeki işaretlerin yön anlamı verdiği kavratılarak (+) ve (-) işaretlerinin toplama ve çıkarma anlamı dışında anlamlarının olduğu sezdirilebilir (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Tam sayıların kavratılmasında kullanılan borç-alacak, asansör vb. gibi benzetmelerin toplama işlemi için etkili olduğu, diğer işlemlere aynı oranda yardımcı olamadığını söylenmesine rağmen özellikle negatif sayıların kavratılmasında etkin bir yöntemdir (Bingölbali ve Özmantar, 2012).

Yükseklik kavramı da günlük yaşam ile ilişkilendirmede tam sayılar için kullanılabilecek bir model olmakla birlikte; deniz seviyesinin altı negatif tam sayılar, deniz seviyesinin üstü pozitif tam sayılar ile ifade edilebilir. Bu model özellikle iki farklı noktanın arasındaki farkın bulunması için kullanılabilir. Benzer şekilde asansör katları da örnek verilebilir. Günlük yaşamla ilişkili olan yön kavramını ise konumumuzu ifade ederken kullandığımız sağ-sol, ileri- geri, ön-arka gibi durumlarda tam sayılar ile ifade edebiliriz. Tam sayılarda yön kavramının verilmesinde bu ifade oldukça elverişlidir (Koç-Şanlı, 2018). Özellikle sayı doğrusunda işlemleri modellerken de bu kavramı sıklıkla kullanırız. Örneğin; "-5+3" işlemi öğrencilere anlatılırken bulunduğumuz yerden önce 5 adım sola, daha sonra geldiğimiz noktadan 3 adım sağa gidersek en son bulunduğumuz yeri başlangıçtaki durumumuza göre ifade ediniz" şeklinde bir örnek verilebilir. Öğrenciler bu modeli zihinlerinde canlandırarak kolay bir şekilde cevabı vereceklerdir.

1.2.7.2. Tam Sayıların Farklı Disiplinler ile İlişkilendirilmesi

Matematiksel ilişkilendirme boyutlarından biri olan farklı disiplinler ile ilişkilendirme son dönemlerde daha önemli hale gelmiştir (Özgen, 2019). Tam sayılar farklı disiplinler ile ilişkilendirildiğinde sergilenen disiplinler arası yaklaşımla öğrencilerin öğrenmeye olan ilgisi artacak hem de özgüveni gelişecektir. Bunun yanında öğrendiklerini farklı disiplinler içerisinde kullanabileceğini farkına varan öğrenci bilgilerin tek bir ders ile sınırlı kalmadığını da algılayarak bütüncül bir bakış açısı oluşturabilecektir. Aynı zamanda bu durum öğrencilerin öğrendiklerini farklı derslerde de kullanmasını sağlayacağından akademik başarılarını da arttıracaktır. Örneğin; fen bilimleri ve coğrafya derslerinde sıcaklık kavramları tam sayılar ile ilişkilendirilebilir. Benzer şekilde tarih dersinde zaman çizelgeleri tam sayılardan yardım alınarak oluşturulabilir. Türkiye`de farklı derslere ait öğretim programlarında ve ders kitaplarında verilen örneklere bakıldığında termometre, sıcaklık gibi ifadelerin özellikle negatif tam sayıların daha iyi anlamlandırılması için verildiği görülmektedir (MEB, 2018). Örneğin; sıcaklık değeri sıfırın altına düştükçe havanın soğuduğu, sıfırın üzerine çıktıkça havanın ısındığı söylenerek hem sıfıra olan uzaklık ve yakınlık değerlendirilebilir hem de en soğuktan en sıcağa doğru bir sıralama şeklinde büyüklükler karşılaştırılabilir. Sıcaklık değerlerinin "0" noktasına göre ifade edilen değerler olduğu düşünüldüğünde bu değerler, termometre değerlerine benzetilerek genellikle dikey sayı doğrusu ile ifade edilebilir. Aynı zamanda sıcaklık değerlerinin sıfırın altına düşmesi veya üzerinde olması bu değerlerin tam sayılarla ilişkili bir şekilde kullanılmasına yardımcı olur. Termometredeki sıcaklık değerleri, hava sıcaklığı vb. ifadeler gerçek yaşamda sık sık karşımıza çıktığından yakınsak gelişim alanına paralel olarak tam sayılar ile işlemlerin kavranmasında etkili olabilmektedir. Tam sayılarda çıkarma işleminin anlatımı Şekil 1.4.` te verilmiştir.



Şekil 1.4. *(+6) - (+2) işleminin gösterimi*

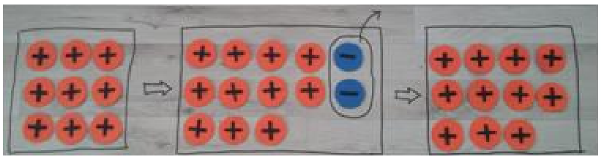
Zaman çizelgesinin tam sayılar ile ilişkilendirilmesi hem tam sayıların kavratılmasını kolaylaştıracak hem de tam sayıların tarih disiplini içerisinde kullanımını göstererek matematik disiplininin güçlü yönlerini ortaya çıkaracaktır. Aynı zamanda matematik disiplininin hayatımızı nasıl şekillendirdiği yönünde güzel bir örnek olacaktır. Zaman çizelgesinde milat "0" yılı olarak kabul edilir. Ancak bu milattan önce yaşam olmadığı anlamına gelmez. Dolayısıyla milattan öncesini negatif tam sayılar, milattan sonrasını pozitif tam sayılar ile ifade edebiliriz. Yine benzer şekilde kişi kendi doğumundan öncesini negatif tam sayılarla sonrasını pozitif tam sayılarla ifade edebilir.

1.2.7.3. Tam Sayıların Farklı Temsiller ile İlişkilendirilmesi

Matematik dersinde kavramsal öğrenme ve anlamanın sağlanması için çoklu temsiller uygulamaya koyulmalıdır ve bu temsiller: gerçek yaşam durumları, manipülatifler, resim veya diyagramlar, sözel ifadeler veya konuşma dili ve yazılı semboller olarak açıklanabilir (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Oluşturulan bu modelde yalnızca bu çoklu temsilleri kendi içerisinde kullanmanın ötesinde bu gösterim şekilleri arasında iki yönlü değişimlerin yapılması amaçlanmıştır. Bu şekilde çoklu temsiller arasında ilişkiler kurulabilecek aynı oranda da kavramsal anlama sağlanabilecektir. Bingölbali ve Özmantar (2012), bu modelde bir problemin pek çok dış temsille birlikte kullanılabileceğini vurgulamış, gerçek yaşam durumları veya sembolik gösterimlerin somut materyal ve resimlerle kolaylaştırılabileceğini savunmuştur. Herhangi bir matematiksel kavramın çoklu temsiller ile sunulması öğrencilerin düşüncelerini genişletecek, rutin olan düşünce yapılarının yerine daha üst düzey beceriler alacaktır (Van de Walle vd., 2018). Aynı zamanda sıradanlaşan sembolik temsiller yerine çoklu temsillerin kullanılması öğrencilerin ilgilerinin canlı tutulmasına yardımcı olacaktır. Farklı öğrenme yapılarına sahip olan öğrenciler için de çoklu temsil kullanılması sınıf içerisinde öğrenmenin hem niteliği hem de ulaşılabilen öğrenci sayısını arttıracaktır. Bununla birlikte yenilenen sınav sistemlerinde birden çok düşünceyi aynı anda kullanma, ilişki kurma, karmaşık yapılar arasından daha basite indirgeyerek problem çözme gibi durumların oturmasında ön ayak olacaktır. Bunun yanında her ne kadar çoklu temsillerin kullanılması önerilse de bu işlem oldukça titiz bir çalışmayı gerektirir. Bu noktada öğretmenlere ve öğrencilere oldukça büyük bir rol düşmektedir. Öğretmenler sembolleri, günlük yaşam durumlarını, somut materyal ve manipülatifleri etkili bir şekilde kullanmayı bilmeli ve bunları doğru bir şekilde öğrencilere aktarmalıdır (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Aynı zamanda kullanacağı yöntem ve materyaller için sınıfını hazır hale getirmelidir. Aksi takdirde oluşabilecek güçlükler ve kavram yanılgılarının önüne geçilemez. Amoah ve Laridon (2004)`un belirttiklerine göre öğretim ve öğrenme esnasında kurulacak bağlantı sayısı ne kadar çok olursa zihinde oluşan şemalar o denli zengin olacak ve bu doğrultuda kavramsal anlama gerçekleşecektir. Aşağıda tam sayılar ile ilişkilendirilebilecek iki farklı model tanıtılmaktadır.

Sayma pulları iki farklı renkten oluşmakla birlikte biri pozitif diğeri ise negatif anlamında kullanılmaktadır. Kesin kurallara bağlı olmamakla birlikte negatif pullar soğuk renk (örneğin; mavi) ile pozitif pullar ise daha sıcak bir renk (örneğin; turuncu) ile gösterilir. Bir pozitif ve bir negatif pulun yan yana gelmesi ile sıfır çifti oluşturulur. Bu şekilde pullar birbirini nötrlemiş (+1 + -1) =0) olur. Nötrleşme kullanılmasındaki en önemli nokta herhangi bir işlem yaparken istenildiği kadar sıfır pul çifti eklenilmesi veya çıkarılması durumunda herhangi bir şeyin değişmeyeceğinin farkına varılmasıdır (Koç-Şanlı, 2018). Bu noktada eklenilmesi veya çıkarılması gereken sıfır pul çifti sayısını herhangi bir kurala bağlamak ya da ihtiyaç kadarını kullanmak şeklinde bir açıklama yapmaya gerek yoktur. Öğrenciler zaman içerisinde neden sıfır çifti eklediklerini daha iyi anlamlandıracak ve gerekli olan sayıyı kendileri keşfedecektir. Bu şekilde de daha kalıcı öğrenmeler olacaktır.

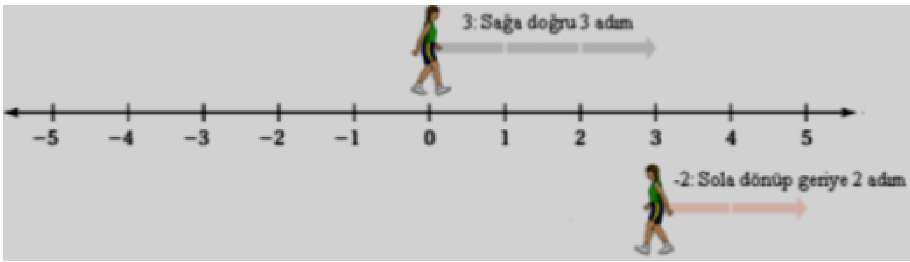
Yukarıda bahsedildiği gibi Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nda da sayma pullarının biri negatif diğeri pozitifi gösterecek şekilde iki farklı renkte ve aynı büyüklükte kullanılması önerilmiştir. Öğretim programlarında sayma pullarının kullanılması tavsiye edilmiş ve bu program dikkate alınarak hazırlanan ders kitaplarında sayma pullarına daha sık değinildiği görülmektedir. Körükçü (2008), öğrencilerin sayma pullarını anlamlandırmakta zorlandığını ve neden birbirini yok ettiklerini anlamadığı için sayma pullarının bilgi niteliğinde kaldığını söylemiştir. Burada bu modelin kullanımındaki sınırlılıklara da dikkat etmek gerekir. Bir başka ifadeyle, her işlemde bu modeli kullanmak çok etkili bir yol olmayabilir. Bazı durumlarda nötrleşmenin ne doğrultuda gerçekleştiği anlaşılmamakta ve yanlış durumlara anlam yüklenmektedir. Şekil 1.5`te sayma pulları ile bir işlem modellenmiştir.



Şekil 1.5. *(+9) - (-2) = (+11) işleminin sayma pulları ile modellenmesi*

Tam sayılar konusunun öğretiminde yoğun bir şekilde kullanılan modellerden biri de sayı doğrusudur. Özellikle tam sayıları karşılaştırma, uzaklık belirleme, mutlak değeri ifade etme ve dört işlemin daha kalıcı bir şekilde aktarımında kavramsal anlamaya yardımcı olan çok kullanışlı bir modeldir. Sayı doğrusunda soldan sağa doğru gidildikçe sayıların büyümesi ya da sağdan sola doğru gidildikçe sayıların küçülmesi ifadesinden hareketle karşılaştırma yapmaya yarar. Sayı doğrusunda işlemlerin modellenmesinde okun uzunluğu mesafeyi ve okun yönü ise sayının yönünü belirtir. Ortaokul seviyesindeki öğrenciler için sayı doğrusu modeli en uygun model olarak düşünülmektedir (Hativa ve Cohen, 1995; Erdem, 2015).

Sayı doğrusu modeli tam sayılar ile işlem yaparken de etkili bir şekilde kullanılabilir. Sayı doğrusunda sağa doğru hareketler toplama işlemini ifade ederken, çıkarma işlemi yapılırken sola dönülmesi gereklidir. Okların hareketine etki eden bir diğer durum ise sayıların işaretidir. Verilen sayının işaretinin "+" olması okun yönünün değişmemesi gerektiğini, işaretin "-" olması ise tam tersi yöne hareket edilmesi gerektiğini belirtir (Bozkurt ve Polat, 2011). Şekil 1.6.`da sayı doğrusu üzerinde bazı işlemlerin modellemeleri gösterilmiştir.



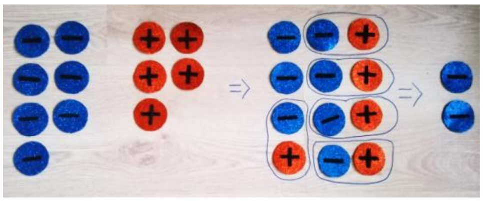
Şekil 1.6. *(3 - (-2)) işleminin sayı dorusu ile modellenmesi (Bozkurt ve Polat, 2011)*

MEB (2013) tam sayılar ve tam sayılarda işlemlerin öğretiminde sayı doğrusu modelinin kullanılmasını tavsiye etmektedir. Soğuk, daha soğuk, asansörle inme gibi ifadelerle sayıların sıfıra yakınlıkları hissettirilerek sayı doğrusuna yerleştirmede kolaylık olacaktır (MEB, 2018). Tam sayılarla işlemlerin modellenmesinde kullanılan sayı doğrusu modeli ve sayma pulları modellerini karşılaştırdığımızda sayı doğrusu modelinin yön kavramına, sayma pullarının ise pozitif ve negatif olarak ifade edilen zıtlıklara değindiği söylenebilir (Koç-Şanlı, 2018). Bu modellerin dışında gerçek yaşamla ilişkilendirilmiş modeller de tam sayıların anlamlandırılmasında oldukça etkili olmaktadır.

Tam sayıların öğretiminde kullanılan sayma pulları ve sayı doğrusu modelleri birbirine üstün veya eksik yönleri vardır. Sayma pulları ile temsil etmek toplama işleminde birleştirme, bir araya getirme, çıkarma işleminde ise çıkarmak veya tersini eklemek anlamlarında ifade edilmektedir (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Sayma pulları toplama ve çıkarma işlemi yapılırken etkin bir şekilde kullanılabilmesine rağmen çarpma ve bölme işlemi için aynı oranda elverişli değildir. Özellikle sıfır çiftinin eklenmesi gereken durumlar kafa karıştırıcı olabilir. Sayı doğrusu modeli için ise Bingölbali ve Özmantar (2012), "Toplama işleminde verilen uzaklıkların birleştirilmesi ya da sağ tarafa doğru hareket etmek, çıkarma işleminde ise uzaklıkların farkının bulunması ya da harekete ters yönden başlamak olarak değerlendirilir" şeklinde belirtmiştir.

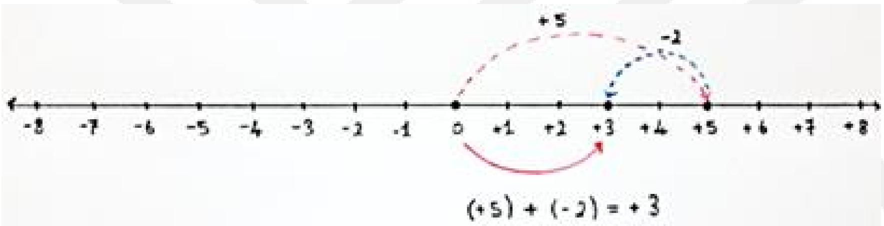
Hotiva ve Cohen (1995), tam sayıların tanıtımı ve tam sayılarda işlemleri içine alacak şekilde kullanılmaya uygun bütüncül bir modelin olmadığını ve tanıtımda en etkin yöntemin gerçek yaşam durumları ve sayı doğrusu modeli olduğunu belirtmişlerdir. Bingölbali ve Özmantar (2012), tam sayıların kavratılmasında pek çok modelin kullanılabileceğini, bu modellerin her birinin tam sayılarda bazı noktalarında daha etkili olabileceğini, öğretmenlerinde buna dikkat ederek çoklu modelleri en uygun olacak olanıyla birlikte kullanılmasını tavsiye etmiştir.

Alan yazında tam sayılarla toplama ve çıkarma işleminde pek çok öğrencinin zorlandığı belirtilmektedir. Dolayısıyla soyut sembolik ifadelerin öğrencilerin anlayabileceği şekilde somutlaştırılması gerekmektedir. Toplama işleminin çoklu temsillerle ifade edilmesinde kullanılan modellerden bir tanesi sayma pullarıdır. Örneğin; "(-3) + (+3)" işleminde (-3) üç tane negatif pulu, (+3) üç tane pozitif pulu, aradaki işaret ise toplamak, birleştirmek anlamında kullanılmıştır. Bu örnekte her bir negatif pula karşılık pozitif bir pul tam sayı olduğundan ve bir negatif pul ile bir pozitif pul birbirini nötrlediğinden elimizde herhangi bir pul kalmamıştır ki sonuç sıfır olur (Van de Walle vd., 2018). Bu şekilde mutlak değeri aynı olan sayıların sonucunun sıfır olduğu benzer örneklerle anlatılabilir. Örneğin; "-7 + +5" işleminde (-7) yedi tane negatif pulu, (+5) beş tane pozitif pulu, aradaki işaret ise toplamak birleştirmek anlamında kullanılmıştır. Modellenmesi ise Şekil 1.7.`de gösterilmiştir.



Şekil 1.7. *(-7) + (+5) işleminin sayma pulları ile modellenmesi*

Toplama işlemini çoklu temsillerle ifade edilmesinde kullanılan modellerden bir diğeri ise sayı doğrusudur. Örneğin; (+5) + (-2) işleminin sayı doğrusu ile modellenmesi ise Şekil 1.8.`de gösterilmiştir.



Şekil 1.8. *(+5) + (-2) işleminin sayı dorusu ile modellenmesi*

Yukarıdaki örneğin açıklanması için gerçek yaşam durumlarını kullanmak da oldukça elverişlidir. Örneğin; "-3 + (+3)" işleminde 3 tl borcum, 3 tl param var. Borcumu öderim, param kalmaz. Yani sıfır liram var gibi bir açıklama yapılabilir. Benzer şekilde toplama işlemi yaparken günlük yaşam durumlarını ve farklı disiplinlerle ilişkilendirilmiş problem durumlarından yararlanılabilir. Yukarıda bahsedildiği üzere fen bilimleri ya da coğrafya disiplini ile ilişkilendirilmiş sıcaklık değerlerine yönelik bir problem de kurulabilir.

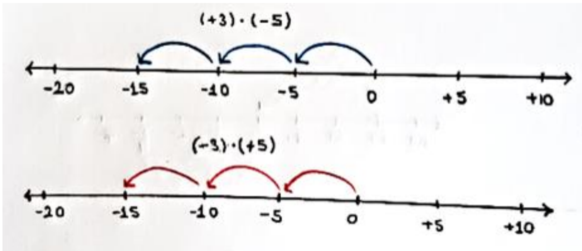
1.2.7.4. Tam Sayıların Diğer Matematiksel Kavramlar ile İlişkilendirilmesi

Matematik öğreniminde verim alınabilmesi için öğretim süreci detaylı bir şekilde planlanmalı ve kavramlar hem farklı konularla hem de farklı içeriklerle ilişkilendirilmelidir. Bir ünite öğrenildikten sonra üzerine öğrenilen diğer bir ünite kavramları ilişkili hale getirilmelidir (Jaijan ve Loipha, 2012). Buradan da matematik disiplinin birbiri üzerine kurulan sarmal yapısının önemi bir kez daha ortaya çıkar. Matematiksel kavramlar arası yapılan ilişkilendirmeler matematik kavramlarını öğrenmek ve kavramsal anlamayı sağlamak açısından oldukça önemlidir (García-García ve Dolores-Flores, 2020). Bunun yanında öğrenilen bilgilerin diğer disiplinlere aktarılabilmesi için de yardımcı olmaktadır.

García-García ve Dolores-Flores (2019), matematiksel ilişkilendirme yapmayı zorlaştıran en temel etkenin kavramsal anlama eksikliği olduğunu söylemektedir. Bununla birlikte Arjudin, Sutawidjaja, Irawan ve Sa'dijah (2016) kavramla ilgili bilginin eksik ya da hatalı olmasının da ilişki kurmayı zorlaştırdığını belirtmektedirler. Matematiksel ilişkilendirmeyi geliştirecek şekilde zenginleştirilmiş etkinlik ve bağlamlarla öğrencilerin bir araya getirilmesi bu durumu düzeltmeye olanak sağlayacaktır. García-García ve Dolores-Flores (2018), García-García ve Dolores-Flores (2019) öğrencilerin öğrenme süreci içerisinde gerçekleştirdiği etkinlikler ve faaliyetlerin incelenerek nasıl bir gelişim gösterdiklerinin belirlenmesi ve buna göre ilişkilendirme becerilerini ortaya koyacak planların yapılması gerektiğini savunmaktadırlar.

Tam sayıların öğretimine başlanırken verilen mutlak değer kavramından itibaren diğer konulara göz atıldığında tam sayıların yeri azımsanamayacak kadar büyüktür. Özellikle negatif tam sayıları içermeye başlayan yapılar daha da artmaktadır. Matematiksel ifadelerin sayılar ile birlikte oluşturulduğu gerçeğinden hareketle tam sayılar olmadan matematik konularının ifade edilemeyeceği söylenebilir. Örneğin; kurulan bir örüntüye görsel olarak bakmak yeterli olmamakta, örüntünün adımları için tam sayılara ihtiyaç duyulmaktadır. Kurulan bir denklemin ya da denklemle ifade edilen bir problem durumu çözüme kavuşturulduğunda oluşan ifadenin bir tam sayı olabileceği, dolayısıyla çözüm kümesini ifade ederken tam sayıların kullanılacağı söylenebilir. Bunun yanında yüzde problemleri, oran orantı problemleri, açı hesaplama, alan ve çevre hesabı, cebirsel ifadelerin değerini bulma, kareköklü ifadeler, üslü ifadeler, eşitsizlikler gibi pek çok matematiksel konuda yapılan işlemler de tam sayılarla işlemleri bilmeyi ve ilişki kurmayı gerektirmektedir.

Tam sayılarla çıkarma işlemi ise toplama işleminden sonra öğrenciler açısından ayrı bir zorluk kaynağı oluşturmakta, dolayısıyla öğrenciler "çıkarmayı toplama yap, çıkan sayının işaretini değiştir topla" ezber bilgisine göre hareket etmektedir (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Kavramsal anlamanın ikinci plana atıldığı bu öğrenme stratejisinde bu bilginin altında yatan anlam farklı modeller yardımıyla kavratılırsa çıkarma çok daha kalıcı bir şekilde öğretilebilir. Çıkarma işleminin öğretiminden sonra yapılan modellemelerle toplama ve çıkarma işlemi arasındaki ilişki kavratılarak her bir işlemin toplama yaparmış gibi çok daha basit bir şekilde sonuca ulaştırılması sağlanabilir. Aynı zamanda toplama ve çıkarma yaparken doğal sayılar ile ilişki kurulabilir. Öğrencilerin önceki bilgilerinden yararlanılarak öğrenme sağlanabilir. Aradaki fark ifadesinden hareketle sayı doğrusu üzerinde çıkarmanın aslında sayının ters işaretlisi ile toplamak anlamına geldiği hissettirilir. Doğal sayılarda çıkarma işlemini sayı doğrusunda gösterirken ilk verilen ifade ile ikinci ifade arasındaki farka odaklanarak aradaki birim sayısı belirlenir. Benzer bir mantıkla tam sayılarla çıkarma işlemi yapılırken ilk tam sayı ile ikinci tam sayı arasındaki birim sayısına odaklanılarak çıkarma işleminin aslında çıkarılan ifadenin ters işaretlisi ile toplamak anlamına geldiği fark ettirilebilir. Aynı zamanda sayı doğrusunda çıkarma işlemi adımları uygulanırken yapılan işlemlerin toplama ile benzer olduğundan hareketle ters işaretlisi ile toplamak anlamına varılabilir. Buradan hareketle Altun (2018), çıkarma işleminde çıkarılan sayının işareti ters çevirilip toplanır ifadesini açıklamıştır. Her ne kadar basit kuralları ezberlemek daha basit ve kolay gibi görünse de öğrencileri belli bir zaman sonra ezberci öğretime yöneltir. Tam aksine benzetmeler yardımıyla kavramsal anlama kolaylaşır ve ezbere gerek kalmadan akılda tutma gerçekleşir. Aynı zamanda benzetimler yardımıyla mantıksal anlama da gerçekleşecek ve öğrenciler gerçekleştirdikleri işlemlerin ardındaki anlamları kavrayabilecektir. Benzer şekilde bu strateji farklı öğrenme sitillerine sahip öğrenciler için de avantaj sağlayacaktır. Tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemi yaparken günlük yaşam içerisinden durumların (asansör veya kat) kullanılabileceğini, bununla birlikte toplama ve çıkarmayı örnekleyen her farklı durumda günlük yaşam örneklerinin mantıklı olmayacağını dolayısıyla sayma pulları veya sayı doğrusu gibi alternatif durumların kullanılmasında fayda vardır. Bölme işlemi de çarpma işlemi ile ilişkilendirilerek öğretilebilmektedir. Bingölbali ve Özmantar (2012), " 3 x -5 " gibi bir işlemin ilk olarak anlamlandırılması gerektiğini belirtmiştir. Bu doğrultuda öğrenciler bu durumu günlük yaşam ile ilişkili bir problem kurarak problemin ne istediğini kavramaya çalışmalıdır. Örneğin; "Asansörde zemin katta bulunan bir kişinin beş kat inmesi durumu üç defa tekrarlanması halinde hangi katta olur" şeklinde bir soruya anlam yüklenebilir. Öğrenci bu durumda pozitif bir tam sayı ile negatif bir tam sayının çarpımının negatif olması gerektiği durumunu anlamlandırabilir, hem de (-5+-5+-5) şeklinde toplama işlemi ile de çarpma arasında ilişkilendirme yapabilir. Aynı durum dikey sayı doğrusu üzerinde de gösterilebilir. Sayı doğrusu üzerinde bu işlem üç defa "-5" denildiğinden dolayı sıfırdan sola doğru beş adım gitmek ve bu işlemi 3 defa tekrarlayarak "-15" noktasına ulaşmak anlamına gelir. Bu işlemin sayı doğrusu ile modellenmesi Şekil 1.9.`da gösterilmiştir.



Şekil 1.9. *"+3 x -5" işleminin sayı doğrusu ile modellenmesi*

Aynı işlemler kolaylık olması açısından değişme özelliği kullanılarak da yapılabilir (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Ancak öğrencilere tam sayılarla çarpma işleminin değişme özelliği olduğu daha önceden örnek durumlar ile kavratılmalıdır. Örneğin; sayma pullarıyla modellenen "-3x2" gibi bir işlemde ifade bir araya getirmek anlamını vermemektedir. "-" işaretinin ortamdan çıkarmak anlamına geldiğinden dolayı "3 defa 2 tane artı pul" ortamdan çıkarılması gerekmektedir (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Sayma pullarıyla ifadesinde ise "3 tane -2 negatif pul çifti" yaptığımızda "-2+-2+-2" bir araya getirince 6 tane negatif pul olur. Bunun yanında iki negatif sayının çarpımının pozitif olabileceği de sayma pulları ya da sayı doğrusu ile modellenerek görülebilir. Yukarıda belirtilen örnek durumlarla zıt işaretli tam sayıların çarpımının negatif, aynı işaretli tam sayıların çarpımının ise pozitif olması gerektiği sonucuna varılabilir. Bu şekilde işlemsel bilgi kavramsal bilgiye entegre edilebilir. Bingölbali ve Özmantar (2012), kavramlar arası ilişkilendirmelerle yukarıdaki genellemelere ulaşılabileceğini belirtmiştir. Aynı zamanda doğal sayılardaki çarpma işleminden hareketle örüntü yoluyla pozitif bir tamsayı ile negatif bir tam sayının çarpımının negatif olacağı açıklanabilir. Bir başka kavramlar arası ilişkilendirme yolu ile de bu genellemeler doğrulanabilir. Çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğinden hareketle bu durumların doğruluğu gösterilebilir.

Bölme işleminde de çarpma işleminde olduğu gibi doğal sayılarla bölme işlemi tam sayılarla bölme işlemiyle ilişkilendirilebilir. Örneğin; (-9:+3) işleminde (-9)`u üç guruba ayırırsak sonuçta kaç gurup oluşur şeklinde düşünülebilir. Aynı zamanda çıkarma işlemiyle de ilişki kurularak bölmenin daha iyi anlamlandırılması sağlanabilir. (-9) ifadesinden 3 çıkararak sıfıra ulaşıldığında kaç defa 3 tam sayısını çıkarılmışsa sonuca ulaşılmış olur. Çarpma işlemiyle ilişkilendirmelerde "-8x3=-24" ifadesini denklem çözümüyle ilişkilendirerek bölme işlemiyle ilgili genellemelere ulaşılabilir.

1.2.8. İlgili Araştırmalar

Matematik eğitimi alanındaki araştırmalarda ve farklı ülkelerin her düzeydeki matematik dersi öğretim programlarında beceri temelli öğretime her geçen gün daha fazla önem verilmekte olduğu göze çarpmaktadır.

1.2.8.1. İlişkilendirme Becerisi İle İlgili Araştırmalar

Matematiksel süreç becerileri arasında en önemlilerinden bir tanesi ilişkilendirme becerisidir (Chapman, 2012). Son zamanlarda ilişkilendirme becerisine yönelik çalışmaların arttığı gözlenmektedir. Örneğin; ilişkilendirme becerisi ile ilgili ölçek geliştirme (Özpınar, 2012), kavramsal çerçeve örneği (Bingölbali ve Coşkun, 2016), ders kitaplarının ilişkilendirme becerisi açısından incelenmesi (Dilegelen, 2018), belirli bir öğrenme alanında farklı temsiller arasındaki ilişkilendirme becerisi (Kondratieva ve Radu, 2009; Gürbüz ve Şahin, 2015), öğretmenlerin ve öğrencilerin sınıf içi uygulamalarında ilişkilendirme becerisi kullanımı (Eli, 2009; Coşkun, 2013), matematiksel kavramları günlük yaşamla ilişkilendirme (Yenilmez ve Uysal, 2007; Gainsburg, 2008; Lee, 2012), belirli bir konuda matematiksel ilişkilendirme zorlukları ve ilişkilendirmenin etkisi (Sidney ve Alibali, 2014; Retnawati vd., 2020) ile ilgili çalışmalardan bahsetmek mümkündür.

Bilecik`te 4., 5. ve 6. sınıflardaki 325 öğrenci ile yürütülen çalışmada Yenilmez ve Uysal (2007), öğrencilerin günlük yaşamla matematiksel kavram ve sembolleri ilişkilendirme düzeyleri ile bu düzey ile ilişkili olabilecek demografik değişkenler arasındaki ilişkiyi tespit etmeyi amaçlamışlardır. Bu amaçtan hareketle öğrencilerin günlük yaşamla matematiksel kavram ve sembolleri ilişkilendirme düzeylerini belirlemek için araştırmacıların hazırlamış olduğu "Matematik ve Günlük Hayat Testi" ve "Demografik Bilgi Formu" ile veriler toplanmıştır. Matematik ve günlük hayat testinde 4. sınıf öğrencilerine matematiksel kavramlar ile bu kavramları denkleştirecekleri günlük yaşam örnekleri verilmiş ve ilişkilendirme yapmaları istenmiştir. 5. ve 6. sınıftaki öğrencilere ise hazır olarak sadece matematiksel kavramlar verilmiş, günlük yaşam örneklerini kendileri belirleyerek ilişkilendirme yapmaları istenmiştir. Demografik bilgi formunda ise öğrencilerin özelliklerin belirlenebilmesi için; cinsiyet, okul öncesi eğitim durumu, sınıf düzeyi, geçmiş döneme ait karne notları, matematiğe olan ilgiye yönelik sorular sorulmuştur. Çalışmanın sonucunda; sınıf düzeyi, matematik başarısı ve matematik ilgi arasında, günlük yaşam ile matematiksel kavram ve sembolleri ilişkilendirme düzeyine yönelik değişimler olduğu ortaya koyulmuştur.

Ortaöğretim matematik öğretiminde günlük yaşam ile ilişkilendirme üzerine yapmış olduğu çalışmada Gainsburg (2008), 62 ortaöğretim matematik öğretmeni ile günlük yaşamdaki ilişkileri anlama ve kullanma, öğretim esnasında ilişkilendirme yapmanın amacı, bu uygulamayı destekleyen ve kısıtlayan faktörleri ortaya koymak amacıyla bir araştırma yapmıştır. Ayrıca 5 öğretmenin sınıflarında günlük yaşamla ilişkilendirme yapılıp yapılmadığı gözlemlenmiş ve takip görüşmeleri yapılmıştır**.** Bu çalışmada günlük yaşam bağlamı üzerinde durulmuş olup ilişkilendirme becerisinin diğer boyutlarına çok fazla değinmemiştir. Çalışmanın sonuçları, ortaöğretim matematik derslerinde günlük yaşam ile ilişkilendirmenin tasvirini sunmuş ve özellikle farklı türde öğrencilerin matematik öğrenmesine nasıl yardımcı olacağına dair öğretmen inançları alanında daha kapsamlı araştırmaları gündeme getirmiştir.

Eli (2009) ise ortaokul matematik öğretmen adaylarının geometri öğretimi için matematiksel bilgi ve matematiksel ilişkilendirme becerilerini araştırmıştır. 28 öğretmen adayının katıldığı bu çalışmada, veri toplama aracı olarak ilk önce geometri ve ölçüme odaklanan bir test ile ezber bilgi, kavramsal bilgi, problem çözme, akıl yürütme ve pedagojik içerik bilgisi değerlendirilmiştir. Daha sonra matematiksel ilişkilendirmenin değerlendirilmesi için görüşme yapılmış ve son olarak da kart sıralama etkinliği yapılmıştır. Matematiksel terimler, kavramlar, tanımlar ve problemlerle etiketlenmiş kartlarla yapılan etkinlik videoya alınmıştır. Elde edilen bulgulardan öğretmen adaylarının matematik bilgilerinin az gelişmiş olduğu ve gerçekleştirdikleri ilişkilendirmelerin yapısının kavramsal olmadan çok işlemsel olduğu belirlenmiştir.

Analiz dersini alan 499 öğrenci ile yapmış oldukları çalışmalarında Kondratieva ve Radu (2009), öğrencilerin matematiksel cümleleri ve açıklamaları anlamaları için temel matematiksel nesnelerin sözel, cebirsel ve geometrik gösterimleri arasında ilişkilendirme yapabilme becerilerini araştırmayı amaçlamışlardır. Çalışmada sorulan soruların ilki kavram imajını belirlemek için hazırlamış olup öğrencilere altı kelime (doğru, çember, yarı çember, elips, parabol ve hiperbol) verilmiş ve öğrencilerden bu kelimeleri okuduğunda zihinlerinde ilk canlanan şemayı resmetmeleri istenmiştir. Çalışmanın ikinci sorusunda öğrencilere kartezyen koordinat ekseni verilmiş ve bu eksenin ilk çeyrek düzleminde belirlenen üç noktayı kullanarak kaç farklı fonksiyon çizebileceklerini bulmaları istenmiştir. Üçüncü soru ise öğrencilerden grafiksel ve cebirsel ilişkilendirmeyi ölçmek amacıyla hazırlanmıştır. Bu noktada öğrencilerden cebirsel olarak sunulmuş formüller ile verilen grafik görüntülerini eşleştirmeleri istenmiştir. Öğrencilerin çoğunluğu grafikleri merkezi orijin olacak şekilde (çember, yarı çember, elips ve hiperbol) ya da orijin etrafında (doğru ve parabol) olacak şekilde çizmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin eğrileri tanıdığı ancak formüllerini aynı oranda doğru bilmediği sonucuna varılmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin ilişkilendirmeyi etkili bir şekilde gerçekleştiremedikleri belirtilmiştir.

6-8. sınıf matematik öğretim programında yer alan becerileri ölçmeye yönelik ölçek geliştirme çalışmasında Özpınar (2012); problem çözme, iletişim, akıl yürütme ve ilişkilendirme becerilerinin değerlendirmesine dayalı ölçekler geliştirmeyi amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda; ilgili alan yazın, doküman analizi, uzman ve öğretmenler ile yapılan mülakatlar ve gözlemler sonucunda her bir beceriye yönelik taslak ölçekler oluşturulmuştur. Yapılan istatistiksel analizler sonucunda taslak ölçeklerin geçerli ve güvenilir olduğu sonucuna varılmıştır.

71 ilköğretim matematik öğretmen adayı ile yapmış olduğu çalışmada Lee (2012), öğretmen adaylarının sözel problemleri günlük yaşamla ilişkilendirmeye bakış açılarını araştırmayı amaçlamıştır. Katılımcıların, gerçek yaşamla ilişkilendirme ile ilgili ortaya çıkan düşünceleri ve ortaya koydukları ya da değerlendirdikleri sözel problemleri hakkındaki düşüncelerinin nasıl tespit edildiğini düşünerek, katılımcıların gerçek yaşamla ilişkilendirmeye ilişkin toplu algılarını ortaya çıkarmak için araştırmalar yapılmıştır. Çalışma sonucu, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının sözel problemleri kurma süreci ile günlük yaşamla ilişkilendirmekte eksiklikleri olduğunu ortaya koymuştur.

Gaziantep ilindeki farklı ilköğretim okullarında görev yapmakta olan 3 matematik öğretmeni ve 3 sınıf öğretmeni ile yapmış olduğu çalışmada Coşkun (2013), öğretmenlerin matematik derslerindeki sınıf içi uygulamalarında ilişkilendirmeye ne ölçüde ve nasıl yer verdiklerini ortaya koymayı amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda çalışmaya katılan öğretmenlerin matematik derslerindeki sınıf içi uygulamaları çalışmanın yapıldığı eğitim-öğretim yılı içerisinde belirli zamanlarda video kaydına alınmıştır. Video kayıtlarından elde edilen bulgular günlük yaşamla ilişkilendirme, kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme, kavramlar arası ve disiplinler arası ilişkilendirme boyutlarıyla ele alınarak incelenmiştir. Çalışma sonucunda, öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarında en çok kavramlar arası ve günlük yaşamla ilişkilendirmeye değindikleri, farklı gösterimler arasında ilişkilendirmeye ise aynı oranda değinilmediği sonucuna varılmıştır. Farklı disiplinlerle ilişkilendirme boyutuna ise hiç değinilmediği tespit edilmiştir. Buradan hareketle, öğretmenlerin matematik derslerindeki sınıf içi uygulamalarında ilişkilendirmeye yeterli düzeyde yer vermedikleri sonucu ortaya çıkmıştır.

Sidney ve Alibali (2014) 5. sınıf öğrenimini bitiren 39, altıncı sınıfta okuyan 29 ve altıncı sınıf öğrenimini bitiren 32 öğrenci ile yaptığı çalışmasında; çocukların önceki bilgilerinden yola çıkarak kesirlerin bölünmesi durumunda ilişkilendirme becerisinin başarıyı ne yönde arttırdığını araştırmayı amaçlamışlardır. Aynı zamanda bu çalışmada konuyu öğrenirken ilişkilendirme becerisini kullanmaya ne kadar ihtiyaç duyulduğu ve kavramsal bilgilerini hedef alana aktarma yetenekleri araştırılmıştır. Araştırmacılar çalışmalarında ilişkilendirme becerisinin kavramlar arası ilişkilendirme boyutu ve kavramların kendi içinde ilişkilendirme boyutu üzerinde durmuşlardır. Bulgular, kavramsal bir ön bilgi benzerliğinin etkinleştirilmesi yoluyla öğrenmenin desteklendiğini göstermektedir. Bununla birlikte daha önce öğrenilmiş problemlere yönlendirilmemiş ilişki kurulması, hedef alanın yapısı hakkında olumsuz transfer ve yanlış anlamalar ile sonuçlanabileceği belirtilmiştir.

Gürbüz ve Şahin (2015), 8. sınıfta okuyan 4 öğrenci ile yaptıkları çalışmada; cebir öğrenme alanında sözel, tablo, denklem ve grafik temsilleri arasındaki ilişkilendirme becerilerini araştırmışlardır. Veri toplama aracı olarak “Çoklu Temsillerde Transfer Testi (ÇTTT)” ve yarı-yapılandırılmış mülakatın kullanıldığı çalışmanın sonucunda öğrencilerin sözel, tablo ve denklem çoklu temsil türleri ile grafik temsilini ilişkilendirmekte daha çok güçlük yaşadıklarını; sözel, denklem ve grafik çoklu temsil türleri ile tablo temsilini ilişkilendirmekte ise güçlük yaşamadıkları tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin yazma becerilerindeki aksaklıklar tablo, denklem ve grafik temsillerini sözel olarak sunmakta zorluk yaşamalarına sebep olduğu belirtilmiştir.

Bingölbali ve Coşkun (2016), matematik dersi kapsamında ilişkilendirmenin nasıl yapılacağına dair bir kavramsal çerçeve örneği ortaya koymayı amaçlamışlardır. Matematik eğitiminde ilişkilendirme becerisi; gerçek hayatla ilişkilendirme, farklı gösterimler arasında ilişkilendirme, kavramlar arası ilişkilendirme ve farklı disiplinlerle ilişkilendirme olmak üzere dört kategoriden oluşan bir kavramsal çerçeve belirlenmiştir.

Dilegelen (2018), 2015-2016 eğitim-öğretim yıllında öğrencilere dağıtılan bir adet özel yayınevi ve bir adet MEB yayınevi olmak üzere iki adet 5. sınıf matematik ders kitabında belirlenen bazı kazanımlar dâhilinde ilişkilendirme becerisine ne ölçüde ve nasıl yer verildiğini araştırmayı amaçlamıştır. Belirlenen ders kitaplarında ilişkilendirme becerisini incelemek amacıyla bir çerçeve oluşturulmuş ve ders kitapları bu çerçevede değerlendirilmiştir. Kitaplar kavramsal çerçevenin dört bileşeni olan; gerçek yaşamla ilişkilendirme, kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme, kavramlar arası ilişkilendirme ve farklı disiplinlerle ilişkilendirme dikkate alınarak irdelenmiştir. Çalışmanın sonucunda; ders kitaplarında kavramlar arası ilişkilendirmeye ve günlük yaşamla ilişkilendirmeye daha fazla yer verildiği, kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirmeden ise daha az bahsedildiği görülmüştür. Matematik disiplinini farklı disiplinlerle ilişkilendirmeye ise her iki kitapta da yer verilmediği belirlenmiştir. Bu bulgulardan hareketle ilköğretim 5. sınıf matematik ders kitaplarında ilişkilendirme becerisine sistemli bir şekilde yer verilmediği sonucuna varılmıştır.

19 matematik, 11 fizik ve 10 kimya öğretmen adayı ile yaptıkları çalışmada Özgen (2019), matematiği farklı disiplinlerle ilişkilendirme etkinlikleri tasarlama becerilerini incelemeyi amaçlamıştır. Matematiği farklı disiplinlerle ilişkilendirme becerisini içeren bir etkinlik tasarlamaları istenen öğretmen adaylarından elde edilen sonuçlardan etkinliklerde belirli kavramlarla sınırlı kalınarak en çok oran orantı kavramına; bunun yanında da türev, fonksiyon, önerme ve yüzde gibi diğer matematiksel kavramlara değinildiği göze çarpmıştır.

Retnawati vd. (2020), 31 lise öğrencisi ile yapmış oldukları çalışmada öğrencilerin matematik problemlerini çözerken karşılaştıkları matematiksel ilişkilendirmeye yönelik zorluklarını ortaya koymayı amaçlamaktadır. Matematiksel ilişkilendirme testleri ve test sonrası görüşmeler kullanılarak toplanan veriler sonucunda elde edilen bulgular; pek çok öğrencinin farklı temsiller, kısmi-bütün ilişkiler, matematiksel kavramlar arasındaki ilişkiler ve matematiksel yapılar arasındaki karşılıklı ilişkiler gibi matematiksel ilişkileri oluşturmada güçlük yaşadığını ortaya çıkarmıştır.

Aynı zamanda bu araştırmada yaşanan güçlüklerin nedenleri ve ilerisi için tartışmalar da yapılmıştır.

Ulusal ve uluslar arası alanda ilişkilenderme becerisi üzerine yapılan çalışmalar daha çok bu beceriyi ele alan ve sorgulayan çalışmlardır. Günümüz eğitim öğretim sisteminde ilişkilendirme becerisinin önemi göz önüne alındığında kavram temelli olarak bu becerinin daha derinlemesine ve bütüncül olarak ele alınması gerekmektedir.

1.2.8.2. Tam Sayılar İle İlgili Araştırmalar

Beceri temelli çalışmalar, konu ya da kavramlardan bağımsız olarak genel anlamda olup konu veya kazanımlara odaklı becerilere yönelik çalışmalar da gerçekleştirildiği görülmektedir. Bu noktada matematik eğitiminde öğrencilerin ve dolayısıyla öğretmenlerin zorluk yaşadıkları kritik konu ya da kazanımların seçilmesi elbette gerekli ve önemlidir. Matematik derslerinde hem öğrencilerin hem de öğretmenlerin zorluk yaşadıkları konulardan biri de tam sayılardır. Tam sayılar konusunda öğrencilerin yaşadığı zorluklar, kavram yanılgıları, tam sayıların modellenmesi gibi tam sayıların öğretimi üzerine ilgili alan yazında çalışmalara rastlanmaktadır. Bu çalışmalar; tam sayıların öğretiminde karşılaşılan kavram yanılgıları ve yaşanan zorluklar (Melemezoğlu, 2005; İşgüden, 2008; Schoenfeld ve Kilpatrick, 2008; Avcu ve Durmaz , 2011; Erdem vd., 2015; Makonye ve Fakude, 2016), çoklu temsil ve model kullanımı (Cankoy, 2005; Koç-Şanlı, 2018; Akyüz, 2019; Küçükgençay, 2019), tam sayılarla işlemlerde sayma pullarının kullanımı (Bozkurt ve Polat, 2011; Zehir ve Zehir, 2019), tam sayıların tarihsel gelişimi (Zengin, 2014), tam sayıların öğretimine yönelik farklı metotlar ve etkinliklerin öğrenci üzerindeki yansımaları (Kullberg, 2007; Ertuğrul, 2009; Sari, Hajizah ve Purwanto, 2020) şeklinde sıralanabilir. Alan yazında pek çok araştırmacının tam sayılar konusunda araştırma yaptıkları ve aktif öğrenmeye yönelik tasarlanan ortamlarının öğrenme düzeyini arttırdığı sonucuna varıldığı görülmüştür.

Konya`da 300 öğrenci ile yapmış olduğu çalışmada Melemezoğlu (2005), tam sayıların öğreniminde öğrencilerin kavram yanılgıları ve yapmış oldukları hatalar ile ilgili araştırma yapmıştır. Çalışmanın sonucunda; öğrencilerin tam sayılarla ilgili problemleri işlemsel olarak ifade edip anlamlandıramadıkları ve tam sayıların öğretiminde kullanılan modelleri oluşturmakta zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir.

Benzer bir amaçla araştırma yapan İşgüden (2008) çalışmasında 7. ve 8. sınıf öğrencileri ile çalışmıştır. Çalışma sonucunda Melemezoğlu (2005)`ndan farklı olarak öğrencilerin mutlak değeri anlamlandırmakta, negatif tam sayıları sayı doğrusuna yerleştirmekte ve negatif tam sayıların tekrarlı çarpımında zorluk yaşadıkları sonucuna varmıştır.

Cankoy (2005) çalışmasında öğretmen adaylarının negatif ve pozitif işaretli tam sayıların çarpımının öğretiminde önerdikleri metotlarda hangi benzetimler olduğunu belirlemek amacıyla çalışmıştır. Çalışmanın sonucunda elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının iki pozitif sayının çarpımında zorlanmamalarına rağmen iki negatif sayının çarpımının en zorlandıkları model olduğunu ortaya çıkarmıştır.

Kullberg (2007) negatif tam sayıların öğreniminde bilinmesi gereken kritik noktaları ortaya koymak için öğrencilerin derse katılıp katılmadığı ve nasıl katıldığını görmeyi amaçlamıştır. Bu çalışmada negatif tam sayıların öğrenimi için farklı boyutların öğrenciler tarafından geliştirilmesi için bir ders saati boyunca 7.sınıf matematik öğretmeni ve öğrencileri arasındaki etkileşim dikkate alınarak konunun ne şekilde yürüdüğüne odaklanılmıştır. Öğretim deneyi olarak tasarlanan bu çalışmada negatif tam sayılarla ilgili dört kritik nokta ortaya çıkmıştır. Bunlar; "çıkarma işlemi işareti ile sayının işaretinin farkı", "çıkarma işleminde azaltmak yerine iki sayı arasındaki farkı görme", "çıkarma işleminde perspektif" ve "sayı sistemini anlama" olarak belirlenmiştir. Aynı öğretmen benzer şekilde farklı iki sınıfta ders işlemiştir. Sınıflar seçilirken benzer özelliklere sahip olmalarına dikkat edilmiştir ve her bir sınıfta kritik noktalara göre belirlenmiş farklı dizaynda ders işlenmiştir. Sınıfların birinde iki kritik özellik üzerinden diğerinde ise dört kritik özellik üzerinden ders yapılmıştır. Yapılan ön test ve son test sonucunda iki sınıf arasında sonuçların benzer olduğu görülmüştür. Çalışmanın sonuçları farklı öğretimle öğrencilere kritik noktaların kavratılabileceğini ortaya koymuştur.

Ertuğrul (2009) 5 öğretmen ile çalışmış, iki hafta süresince hazırlamış olduğu plan ve etkinlikleri uygulamıştır. Bu çalışma ile ilköğretim matematik dersi öğretim programında 6. sınıf seviyesinde tam sayılarla ilgili yer alan etkinliklerin öğrenci başarısına olan etkisinin araştırmayı amaçlamıştır. Çalışma sonucunda, öğrencilerin tam sayılarla çıkarma işlemi yaparken, tam sayılarla birlikte mutlak değerli ifadeler verildiğinde bu sayıları sıralarken, sayma pulları ile modellenmiş bir durumu sembolik olarak ifade ederken güçlük yaşadıkları belirlenmiştir. Bunun yanında öğrencilerin denizin altı - denizin üstü, sıfırın altı - sıfırın üstü, alacak - verecek gibi durumları tam sayıları kullanarak ifade ederken, tam sayıları sayı doğrusunda gösterirken, tam sayılarla toplama işlemini yaparken ve bir tam sayının mutlak değerini bulurken güçlük yaşamadıkları sonucuna varılmıştır.

6 ve 7. sınıftaki 148 öğrenci ile yaptıkları çalışmalarında Avcu ve Durmaz (2011), ortaokul öğrencilerin tam sayılarla dört işlem yaparken karşılaştıkları zorlukları ve işlem hatalarını araştırmışlardır. Araştırmanın sonucunda; öğrencilerin çarpma ve bölme işlemi yaparken sayıların işaretlerini kullanmadıkları dolayısıyla sonuç her zaman pozitif olur şeklinde düşündükleri ve bu şekilde hareket ettikleri tespit edilmiştir. Ayrıca herhangi bir tam sayının sıfıra bölümü ile sıfırın herhangi bir tam sayıya bölümünde yanılgıların olduğu ortaya çıkmıştır. Bununla birlikte sıfırı tam sayılar kümesi içerisinde pozitif veya negatif gibi düşünerek bu kümede nerede bulunması gerektiğine karar veremedikleri, negatif ve pozitif tam sayıları karşılaştırırken büyük küçük ayrımını yapamadıkları görülmüştür.

16 ilköğretim matematik öğretmeni ile yürütmüş olduğu çalışmada Bozkurt ve Polat (2011), tam sayılar konusunun öğretiminde sayma pullarıyla modellemenin öğrenmeye ve kavramsal anlamaya etkisini araştırmak amacıyla öğretmen görüşlerine başvurmuşlardır. Sayma pulları ile modelleme etkili, yeterli ve öğretimi kolaylaştırır şeklinde üç kategorili bir değerlendirme yapılmıştır. Çalışmanın sonucunda; tam sayıların öğretiminde sayma pullarının ne derece etkili olduğu konusunda öğretmenlerin görüşlerinin birbirinden farklı olduğu, sayma pullarının bazı işlemler için kullanılmaya uygun olmasına rağmen bazı işlemlerde kullanımının aynı derecede katkı sağlamadığı öğretmenler tarafından belirtilmiştir. Öğretmenler sayma pullarının toplama ve çıkarma işleminde öğrenmeyi olumlu yönde etkilediğini, çarpma ve bölme işlemi için kullanımında ise daha karmaşık durumların ortaya çıkmasından ötürü çok fazla tercih etmediklerini belirtmişlerdir. Bununla birlikte sayma pullarının öğretimi daha somut duruma getirmek amacıyla kullanılabileceğini ancak tam sayılar konusu için kendi başına yeterli bir materyal olmadığını ifade etmişlerdir. Aynı zamanda bu çalışmada öğretmenlerin mevcut modellere bağlı kaldıkları, farklı bir öğrenme ortamı tasarlamak için çaba sarf etmedikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Ortaokulda görev yapmakta olan 30 matematik öğretmeni ile yapmış olduğu çalışmada Zengin (2014), tam sayılar konusunun tarihsel gelişimi ve tam sayıların günümüze kadar olan sürecini araştırmıştır. Çalışmada matematik öğretmenlerinin tam sayılar konusuna ilişkin görüşlerini belirlemek amacıyla görüşme tekniği kullanılmıştır.

Çalışma sonucunda; tam sayıların yıllar içerisinde gelişerek daha da yapılandırılmış bir hal aldığı görülmüştür. Öğretmenlerin tam sayıların öğretiminde yapılandırmacı sistemden çok fazla yararlanmadıkları, tam sayılar konusunda modellemelerden yararlandıkları belirlenmiştir. Tam sayılar ile ilgili öğretmenlerin elinde herhangi bir görsel materyal olmadığı, materyalleri öğretmenlerin kendileri sağladığı ve tam sayılara yönelik kazanımların işleniş sırasının uygun olduğu şeklinde ifadeler sunulmuştur. Aynı zamanda öğretmenler son yıllarda matematik müfredatında yapılan yenilikleri de olumlu karşıladıklarını belirtmişlerdir.

262 altıncı sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilen çalışmada Atayev (2015), tam sayıların sıralanması ve kavranmasında 6. sınıf öğrencilerinin başarı düzeyleri ve bu noktada yaptıkları hataları nedenleriyle birlikte araştırmıştır. Oluşturulan "Tam Sayı Başarı Testi" ve bazı katılımcılar ile yapılan bireysel görüşmeler sonucunda öğrencilerin tam sayıların kavranması ile ilgili sorulara yüksek düzeyde doğru yanıtlar verdiği ve dolayısıyla bu noktada başarılarının yüksek olduğu, tam sayıları sıralama noktasında ise başarı düzeylerinin orta seviyede olduğu tespit edilmiştir. Aynı zamanda elde dilen veriler öğrencilerin tam sayıları kavrama ve sıralamada bazı hatalarının olduğunu ortaya koymuştur. Tam sayıların sıralanmasında; sayıları ters sıralama, rastgele sıralama, referans noktasını yanlış alma, pozitif ve negatif işaretlerin yanlış kullanımı, bilgiyi yanlış ve eksik kullanmaktan kaynaklanan hatalar yapılmıştır. Tam sayıların kavranmasında ise; çözüm stratejisini yanlış ve eksik uygulama, yanlış sembol manipülasyonu gibi benzer hataların olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin bu hataları yapmasında; dikkat eksikliği, aynı işaretli tam sayıların birbirine daha yakın olduğunu düşünme, sayı doğrusu üzerindeki sayıların büyüklüğünü anlamlandıramama ve doğal sayıların özelliklerini tam sayılara genelleme etkili olmuştur.

Adıyaman ilinde çalışan 38 ortaokul matematik öğretmeni ve öğrenciler ile gerçekleştirmiş oldukları çalışmada Erdem vd. (2015), öğretmenlerin tam sayıların öğretiminde yaşadıkları zorlukları, öğrencilerin ise tam sayıların öğreniminde yaşadıkları zorlukları araştırmışlardır. Aynı zamanda bu zorluklara çözüm önerileri sunmaya çalışmışlardır. Çalışmanın amacına uygun olarak iki açık uçlu sorudan oluşan bir form ile veriler toplanmıştır. Çalışma sonucunda; öğretmenlerin negatif tam sayıları anlamlandırarak kavratmada, çıkarma işlemini öğretmekte ve sayma pullarını kullanmakta zorluk yaşadıkları ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin ise çıkarma işlemi yaparken "-" işaretine anlam vermekte, sayma pulları ile modelleme yapmakta, tam sayıları sıralamada ve tam sayıları günlük yaşam ile ilişkilendirirken zorluk yaşadıkları belirlenmiştir. Bu zorluklara çözüm önerisi olarak öğretim esnasında daha fazla somut model kullanılması ve günlük yaşam ile ilişkilendirme yapılması önerilmiştir. Bununla birlikte çarpma ve bölme işlemlerinin öğretimi için sayma pullarının kullanılmaması tavsiye edilmiştir.

Niğde ilinde görev yapmakta olan 5 matematik öğretmeni ve öğrencileri ile gerçekleştirmiş olduğu çalışmasında Koç-Şanlı (2018), öğretmenlerin tam sayıların öğretimi sürecinde modelleri kullanabilme becerisine ne derece sahip oldukları ve öğretim sürecinde model kullanımına yönelik görüşlerini araştırmıştır. Bununla birlikte araştırmacı öğretmenlerin ders işleniş esnasındaki yaklaşımlarının öğrencilerin model kullanım becerilerine ne derece yansıdığını araştırmayı da amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda; öğretmenlerin ilköğretim matematik öğretim programında önerilen ve ders kitaplarında tam sayılar konusunun öğretiminde kullanılması gereken modelleri belli bir düzen içerisinde kullanmadığı, 6. sınıf kazanımlarını verirken daha çok model kullandıkları, 7. sınıf seviyesinde ise model kullanımının azaldığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin modelleri konunun öğretim sürecinde somut materyaller olarak kullandığı, soru çözüm aşamasında model kullanımından kaçındığı belirtilmiştir. Elde edilen veriler model kullanımının dersin anlaşılmasını kolaylaştırdığını, kavramayı arttırdığını, kalıcı öğrenmeye yardımcı olduğunu ve dersi somutlaştırarak daha anlamlı öğrenmeler sağladığını ortaya koymuştur. Buna rağmen öğretmenler; model kullanımının zaman alıcı olması, kullanımının iyi bilinmemesi ve önceden hazırlık gerektirmesi, öğrenci seviyesine göre uygulanması gerektiğinden ötürü olumsuz yönlerinin olabileceğini belirtmişlerdir. Öğrencilerden elde edilen verilerden ise modelleme becerilerinin düşük olduğu, model kullanımına aşina olan öğrenciler ile hiç model kullanmayan öğrencilerin sorulara benzer yanıtlar verdiği sonucuna varılmıştır.

Zehir ve Zehir (2019), tam sayılarda toplama ve çarpma işlemlerinin öğretiminde örnek problemlerin çözümünde sayma pullarının kullanılabileceğini gösteren sınıf içi etkinlikleri sunmayı amaçlamışlardır. Bu amaç doğrultusunda tam sayılarda toplama ve çarpma işlemlerinin modellenmesinde sayma pullarının nasıl kullanılacağına dair bilgi düzeyinde bir yapı oluşturmuş ve oluşturulan bu yapıyı örnek durumlarla sınıf ortamında uygulamaya geçirebilecek etkinlikler planlamışlardır. Yapılan bu çalışma ile aynı zamanda tam sayılar konusunun daha iyi algılanarak kavramsal öğrenme sağlayacak ortamların sunulması için öğretmenlere yol gösterici olması hedeflenmiştir.

10 ilköğretim matematik öğretmeni ve 10 ilköğretim matematik öğretmeni adayı ile yürüttüğü çalışmasında Küçükgençay (2019), öğretmenlerin ve aday öğretmenlerin tam sayılar konusunun öğretiminde kullanılabilecekleri benzetimlerin neler olduğunu araştırmayı amaçlamıştır. Aynı zamanda öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının sunmuş olduğu benzetimlerin ortak ve farklı noktaları, çeşitleri, özgünlüğü ve konuya uygunluğu da araştırılmıştır. Elde edilen veriler öğretmenlerin hizmet süreleri arttıkça kullandıkları benzetimlerin de arttığını ortaya koymuştur. Öğretmenlerin daha fazla özgün benzetimler oluşturduğu ve bu benzetimlerin lisans eğitimi öncesi öğrendikleri durumlar olduğu tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının ise öğretmenlere göre daha az benzetim yapabildiği ancak öğretmenlere oranla bu benzetimlerin daha yapılandırılmış olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte öğretmen adaylarının alanlar arası benzetimler yaparken bazı hatalar yaptıkları tespit edilmiştir.

Sari vd. (2020) beşinci sınıfta okumakta olan 28 ilkokul öğrencisinin sınıfında yapmış oldukları öğretim deneyi çalışmalarında, tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemi konusunda yerel öğretim teorisini geliştirmeyi ve uygulamayı amaçlamışlardır. İlk aşamada, tam sayılarla toplama ve çıkarma hakkındaki yerel öğretim teorisine dayalı bir öğretim dizisi tasarımı geliştirilmiştir. Modellerin ve bağlamların kullanımının tamsayılarla toplama ve çıkarma kavramının geliştirilmesine katkısı araştırılmıştır. İkinci aşamada, 28 öğrenciden oluşan bir sınıfta varsayımsal öğrenme yönergesi denenmiştir. Sınıf düzeyinde, grup düzeyinde ve bireysel düzeyde gözlemler yapılırken, ders sırasında zaman zaman veya dersten sonra röportajlar yapılmıştır. Dersler gerçekleştirildikten sonra farklı kaynaklardan elde edilen veriler toplandı, seçildi ve gerçek öğrenme süreci ile varsayımsal öğrenme yönergesi karşılaştırılarak analiz edildi. Çalışmanın sonuçları; çıkarma problemleriyle ilgili bazı zorluklar ortaya çıkmasına rağmen, öğrencilerin toplama problemleriyle çalışırken bunu yararlı bulduğunu göstermiştir. Çıkarma problemine bir sıfır çifti eklemenin gerekliliği ile ilgili sınıf matematik uygulaması çok iyi gelişmemiştir. Bu nedenle, özellikle çıkarma problemine bir sıfır çifti ekleme fikrinin geliştirilmesi üzerine, varsayımsal öğrenme yönergesiyle ilgili bazı ayarlamalar ve düzeltmeler yapılmalıdır kararına varılmıştır.

Ulusal ve uluslar arası alanda tam sayılara yönelik yapılan çalışmaların ilişkilendirme becerisinden daha çok zorluklara, yanılgılara, modellemelere ve işlem becerisine dönüktür. Dolayısıyla tam sayıların ilişkilendirme becerisi ile birlikte ele alındığı, daha derinlemesine ve bütüncül olacak bir çalışmanın yapılması alan yazına katkı sağlayacaktır.

1.2.8.3. İlişkilendirme Becerisi ve Tam Sayılar İle İlgili Araştırmalar

Schoenfeld ve Kilpatrick (2008)`in matematiksel yeterlilik düzeylerine yanlış anlama (zayıf kavramsal anlama), prosedür hataları, stratejik hatalar, mantıksal hatalar (zayıf uyarlamalı akıl yürütme) ve matematikte yönlendirilmiş sayıların (zayıf üretken eğilim) öğrenilmesine dayanarak yapılan analizler sonucunda bulgular; öğrencilerin % 83.3'ünde yanlış kavrayışlar, % 16.7'sinde prosedür hataları, % 67'sinde stratejik hatalar ve % 28.6'sında yönlendirilmiş sayıların toplanması ve çıkarılmasında mantıksal hatalar olduğunu ortaya koymuştur. Öğrencilerin çalışma kitaplarındaki ve verilen görevlerdeki çalışmalarının analizi, 8. sınıfta tamsayıların öğrenilmesindeki zorlukların nedenlerinin, yönlendirilen sayıların toplanması ve çıkarılmasının ilişkisel bir anlayışını göstermek için bir strateji olarak sayı doğrusu modelinin ve günlük yaşam bağlamlarının kullanılmadığını göstermektedir. Öğrencilerin görüşmelerinin analizi ise, tamsayıların öğrenilmesinde hataların nedenlerinin hesap makinelerinin erken kullanımı, yetersiz örneklere sahip ders kitapları ve öğrencilerin İngilizce yeterliliğinin yetersizliği olduğunu göstermiştir. Bazı öğrencilerin ders sunumu sırasında gösterdikleri dikkatin az olmasından dolayı yönlü sayıların ilişkilendirebileceği günlük yaşam bağlamına yerleştirilememesine sebep olduğu belirtilmiştir.

Makonye ve Fakude (2016), yönlü sayıların toplanması ve çıkarılmasında öğrencilerin yaptıkları hatalara ve yanlış anlamalarına odaklanmışlardır. Nitel olarak tasarlanan bu çalışmanın örneklemi Güney Afrika'nın Mpumalanga şehrindeki Jacob Mdluli Lisesi'nin 35 tane 8.sınıf öğrencisinden (16 erkek ve 19 kız) oluşturulmuştur. Çalışmada yönlü sayıların toplanması ve çıkarılmasına ilişkin yazılı ödevler öğrencilere verilmiş ve öğrencilerin alıştırma kitapları analiz edilmiştir. Yazılı görevlerde düşük performans gösteren öğrencilerle, görevlerde sergiledikleri hata ve yanlış anlamaların anlaşılması için görüşme yapılmıştır. Öğrencilerin alıştırma kitaplarında, ilişkisel anlayışı gösteren neredeyse hiç çalışma olmadığı ortaya çıkmış ve buradan hareketle, yönlü sayıların tüm öğreniminin işlemsel anlayış yoluyla yapıldığı anlamı çıkarılmıştır.

Düzce ilinde bir ortaokulda okumakta olan 41 öğrenciden oluşan deneysel çalışmasında Akyüz (2019), tam sayıların çoklu temsillerle öğretiminin 7. sınıf öğrenci başarısına etkisini ve öğrenci görüşlerinin belirlenmesini amaçlamıştır. Çalışma sonucunda; deney gurubunda anlamlı bir farklılığın oluştuğu belirlenmiştir. Tam sayılar cetveli ve sayı doğrusu temsillerinin deney grubundaki öğrencilerin öğrenmelerinde oldukça faydalı olduğu, derse ilgiyi ve motivasyonu arttırdığı, öğrencilerde derse karşı olumlu bir algı bıraktığı görülmüştür. Bununla birlikte deney gurubundaki öğrencilerin tam sayıları temsil ederken sayma pulları ile temsili anlamakta zorluk yaşadıkları ve kullanmaya pek fazla istekli olmadıkları tespit edilmiştir.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

2.1. Yöntem

Bu bölümde araştırmanın modeline, katılımcıları belirlerken dikkate alınan noktalara, araştırmada kullanılan veri toplama araçlarına, öğretim sürecinde gerçekleştirilen uygulamalara ve araştırma çerçevesinde elde edilen verilerin analizine dair bilgilere yer verilmiştir.

2.1.1. Araştırma Modeli

Araştırma modeli, çalışmadaki problemlere yanıt vermek için araştırmacı tarafından planlanmaktadır. Çalışma her ne olursa olsun çalışmanın soruları, çalışmayı gerçekleştiren araştırmacı ve çalışma üzerindeki etkisi, çalışma yapılacak kişiler, çalışma yapılacak konu araştırma modelinin belirlenmesinde etkili olmaktadır (Mazlum ve Atalay-Mazlum, 2017). İki veya daha fazla değişken arasındaki ilişkiyi belirlemek amacıyla nicel araştırma deseni kullanılabilir (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Demirel ve Karadeniz, 2018). Bu doğrultuda bu çalışmada ön test ve son test kullanılmış, bunlar arasındaki süreçte uygulanan ders planları ve etkinliklerin ön teste verilen yanıtlar ile son teste verilen yanıtlar arasındaki ilişkiyi nasıl etkilediğine bakılmıştır. Süreç içerisinde gerçekleştirilen ilişkilendirme becerisi etkinliklerinin öz yeterliğin gelişimine etkisi değerlendirilmiştir. Dolayısıyla çalışmada hem nicel hem de nitel yöntemlerle elde edilen veriler bütüncül bir şekilde ele alınmıştır. Matematik ve fen alanlarında insan davranışları ve düşünce yapısını ele alırken sayısal bulguların durumu tam olarak açıklayamaması, nitel olayların çok yönlü ve doğal ortamında sürecin yönlendirilmesi nitel yöntemleri kullanmayı ihtiyaç haline getirmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Nitel araştırmalarda durumların doğal ortamında; gözlem, görüşme ve açık uçlu sorularla derinlemesine araştırılmasına gerek görülmektedir. Bu şekilde durum çok yönlü olarak neden ve sonuçlarıyla incelenerek problem durumuna açıklık getirilir. Nitel araştırma sürecinde araştırmacı sonuçta elde edeceklerinden çok sürece odaklanmalı ve doğal şartlar altında çok yönlü bir bakış açısıyla her türlü davranışı anlamlandırmaya çalışmalıdır. Nitel araştırmalarda amaç, sürekli olarak değişim gösteren insan davranışlarının, sosyal olayların sayısal verilerle ele alınması ve herkes için kabul edilebilir genellemelere ulaşılması değil olayların doğal ortamında bir bütün şeklinde ve gerçekçi bir yaklaşımla incelenmesidir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Dolayısıyla çalışmanın amacı doğrultusunda nitel araştırma yöntemlerinin kullanılması planlanmıştır. Bu çalışmada ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel ilişkilendirme becerilerinin gelişimi amacıyla tam sayılarla dört işlem konusunda bu beceriyi bütüncül olarak sunabilecek çalışmalarla donatılan öğrenme ortamında, öğrencilerin matematiksel ilişkilendirme becerilerinin incelenmesi için araştırma nitel olarak desenlenmekle birlikte nicel yöntemler de içerdiği için nitel yaklaşım süreci nicel verilerle de desteklenmiştir. Bu doğrultuda nitel araştırma yaklaşımları içerisinde bulunan eylem araştırması deseni kullanılmıştır.

Çalışma kapsamında araştırma grubunu oluşturan 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel süreç becerilerinden ilişkilendirme becerisinde sıkıntıları olduğu araştırmacı öğretmen tarafından gözlenmiştir. Aynı zamanda tam sayılar ve bu sayılarla işlemlerde de ciddi sıkıntıların yaşandığı hem ilgili alan yazında sıklıkla dile getirilmekte hem de araştırmacı öğretmenin bu yönde mesleki tecrübeleri söz konusudur. Problem durumu doğrultusunda, geliştirilen bu beceri destekli etkinlikler ile tam sayılarla işlemler öğrenme alanı özelinde öğrencilerin ilişkilendirme becerilerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Araştırmacı öğretmenin kendi sınıfında gözlemlediği bir problemi çözmeye yönelik sistematik bir çalışmanın yürütülmesi dolayısıyla araştırma modeli olarak eylem araştırmasının kullanılması tercih edilmiştir.

Ayvaz (2019) eylem araştırmasını ortaklaşa ve birlikte çalışma algısına sahip bireylerin sistemli ve düzenli bir eylemi planladığı, uyguladığı ve değerlendirdiği bir süreç şeklinde tanımlamaktadır. Bu süreç sınıf veya okul ortamında gerçekleşmekle birlikte durumu daha iyi aydınlatmak ve öğretim faaliyetlerinin niteliğini yükseltmek için gerçekleştirilmektedir. Dolayısıyla eylem araştırması;

"Bir okulda çalışan yönetici, öğretmen, eğitim uzmanı veya diğer kurumlarda çalışan mühendis, yönetici, planlamacı, insan kaynakları uzmanı gibi bizzat uygulamaların içinde olan bir uygulayıcının doğrudan kendisinin ya da araştırmacı ile birlikte gerçekleştirdiği ve uygulama sürecine ilişkin sorunların ortaya çıkarılması ya da hali hazırda ortaya çıkmış bir sorunu anlama ve çözmeye yönelik sistematik veri toplamayı ve analiz etmeyi içeren bir araştırma yaklaşımıdır" (Yıldırım ve Şimşek, 2018, s. 307).

Dinamik bir döngü içeren eylem araştırması sorunlara çözüm bulmanın yanında gözlemci ve gözlenenlerin de kendini geliştirmesine imkân tanırken eğitim uygulamalarındaki aksaklıkların giderilmesine de yardımcı olabilmektedir. Büyüköztürk vd. (2018) eylem araştırmacılarının amacının yoğun genellemeler elde etmekten çok kendilerinin de içinde olduğu durumun şartlarını değiştirmeye odaklandığını ve katılımcılarının da araştırmaya aktif katılımını önemsediklerini belirtmektedirler.

Çalışmanın katılımcılarını oluşturan öğrencilerin matematiksel bilgi düzeyleri yeterli olmakla birlikte daha üst düzey öğrenmelere geçişte sıkıntılar yaşandığı gözlemlenmiştir. Bu gözlemler doğrultusunda öğrencilerin ilişkilendirme becerilerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Araştırmacı matematik derslerinde farkına vardığı bu durumu çözüme kavuşturmaya yönelik sistemli bir plan geliştirerek çalışmayı amaçladığından eylem araştırmasının kullanılması tercih edilmiştir. Çünkü eylem araştırması planlı ve çözüm odaklı bir araştırma yaklaşımıdır. "Bu doğrultuda, eylem araştırmasının genel olarak eylem planının hazırlanması, planın eyleme geçirilmesi, verilerin toplanması ve çözümlenmesi, yansıtma süreci şeklinde ilerlediğini söylemek mümkündür (Ayvaz, 2019, s.45). "Yıldırım ve Şimşek (2018) bahsi geçen aşamalarda nitel araştırmanın doğasına uygun şekilde esnek davranılması gerektiğini dile getirmektedir. Çünkü eylem araştırması, çalışmada karşı karşıya gelinebilecek herhangi bir yeni durum ya da gelişmeden dolayı daha farklı şekilde davranmayı gerektirebilir. Eylem araştırması süreçleri dikkate alınarak çalışma dâhilinde takip edilen adımlara yönelik ayrıntılı bilgiler uygulama süreci başlığı altında sunulmuştur.

2.1.2. Araştırma Grubu

Nitel araştırma sürecinde yer alan işlemlerin fazla olması, bu süreçte yapılacak gözlem ve görüşmelerin zaman ve maliyet gerektirmesi, her bir işlemin tek tek analize tutulmasından dolayı çalışma gurubunun sınırlı olması iş gücünden tasarruf sağlayacak ve daha verimli sonuçlar elde edilecektir. Yıldırım ve Şimşek (2018)`in de ifade ettiği üzere nitel araştırmalarda bu nedenlerle çalışma gurubu her zaman geniş tutulamamaktadır. Aynı zamanda nitel araştırmalar nicel araştırmaların tam tersine genelleme yapma amacından ziyade derinlemesine çalışmaya odaklandığından çalışma gurubunun sınırlı sayıda olması daha uygun olacaktır.

Bu kapsamda çalışma gurubu, 2019-2020 eğitim öğretim yılında Doğu Karadeniz bölgesindeki bir ilin ortaokulundaki 7. sınıfında öğrenim gören 35 öğrenciden oluşturulmuştur. Çalışma gurubunda yedinci sınıf öğrencilerinin seçilmesinde; bu sınıf düzeyinde sayılar ve işlemler öğrenme alanının önemli bir bölümü olan tam sayılarla işlemler konusunun tüm boyutlarıyla ele alınması ve öğrencilerin odaklanmalarını engelleyecek herhangi bir merkezi sınav kaygısının olmaması etkili olmuştur. Nitel araştırma deseninin benimsendiği bu çalışma dikkate alındığında birincil amacın genelleme olmaması dolayısıyla çalışma sonucunda elde edilen bulguların genellemesi hedeflenmemektedir. Ana teması derinlemesine araştırmak olduğundan; en uygun yanıtı verebilecek katılımcıları ve en uygun çalışma ortamını amaca uygun seçmek gerekmektedir (Creswell, 2017). Bu bağlamda, çalışma gurubu belirlenirken amaçlı örnekleme yöntemi dikkate alınmıştır. Ölçüt örnekleme yöntemine başvurulan çalışmada belirlenen 6 öğrenci (3 kız, 3 erkek) ile yapılan görüşmelerde ilişkilendirme becerileri üzerine odaklanılmıştır. Öğrencilerin seçiminde bazı ölçütler dikkate alınmıştır. Bu ölçütlerden biri araştırmacının matematik dersi öğretmenliğini yaptığı, tanıdığı ve daha önceden gözlemlemiş olduğu 7. sınıf öğrencilerinin farklı başarı düzeylerinde olmalarıdır. Öğrenciler farklı başarı düzeylerinde seçilerek sorulara verilecek olan yanıtlarda daha gerçekçi veriler elde edilmeye çalışılmıştır. Diğer ölçütler ise, tam sayılar konusunda ilişkilendirme becerilerinin düşük olması ve seçilen öğrencilerin sözlü ifade becerileri yüksek olanlar arasından seçilmiş olmasıdır. Öğrenciler seçilirken gönüllülük esasına dikkat edilmiş ve daha önceki yıllarda matematik derslerini yürüten öğretmenlerin de düşünceleri dikkate alınmıştır. Etik değerler doğrultusunda çalışmada katılımcıların gerçek isimleri kullanılmamış; $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$ gibi kodlar verilmiştir. Çalışmanın belirlenen okulda gerçekleştirilebilmesi için İl Milli Eğitim Müdürlüğü`nden gerekli izinler alınmıştır (Ek 8).

2.1.3. Pilot Uygulama

Araştırmanın pilot uygulama grubundaki katılımcılar, çalışmanın yapıldığı ilde asıl uygulama grubundan farklı olan 7. sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Araştırma kapsamında kullanılacak veri toplama araçları, araştırma grubuyla benzer özellik gösteren daha az sayıdaki öğrencinin yer aldığı diğer bir 7. sınıfa uygulanmıştır. Bu araştırmanın asıl uygulama grubundaki katılımcılarla akademik açıdan benzer öğrencilerin seçilebilmesi için öğrencilerin daha önceki yıllardaki matematik başarıları ve öğretmenlerinin görüşleri dikkate alınmıştır. Bu şekilde belirlenen öğrenciler pilot uygulama grubuna kabul edilmiştir. Asıl uygulama ve pilot uygulama grubu için belirlenen öğrencilerle matematik dersi kapsamında aynı kazanımlar dâhilinde çalışılmıştır. Pilot uygulamada görüşmeler esnasında sorulan sorulara öğrencilerin kısıtlı yanıtlar vermesi dolayısıyla sorular daha iyi anlaşılabilmesini sağlamak adına asıl uygulamada görüşme sorularını daha somut şekilde belirtme ve öğrencilere gerekli görüldüğü yerlerde müdahale edilerek açıklama yapılması kararı alınmıştır. Özellikle sayı doğrusu ile ilgili sorularda öğrencilere somut bir sayı doğrusu sunulmuştur. Tam Sayılarla İşlemleri İlişkilendirme Becerisi Testi`nin uygulanması amacıyla verilen elli dakikalık sürenin yeterli olmadığı görülmüş ve öğrencilerin soruları tam olarak yanıtlayabilmesi için iki ders saati süre verilmesi yönünde değişikliğe gidilmiştir. Bunun yanında araştırmacı tarafından hazırlanan ders planlarında birebir aynı içeriğe sahip olan alıştırmaların, etkinliklerin ve örneklerin ev ödevi olarak verilmesine karar verilerek hedeflenen kazanımların matematik dersi öğretim programında belirtilen sürede bitirilebilmesi amaçlanmıştır.

2.1.4. Uygulama Süreci

- **Uygulamada Kullanılacak Ders Planları ve Etkinlikler**

Araştırmanın uygulama kısmında kullanılacak olan ders planları ve içerdikleri etkinlikler öğrencilerin ilişkilendirme becerilerinin gelişimini desteklemeyi amaçlamakta ve bu şekilde araştırmacı da birtakım gözlemlere ulaşmaktadır. Aynı zamanda ders planları içerisinde uygulanan etkinliklerin de ilişkilendirme becerisinin gelişimini desteklemeye olan etkisi de gözlemlenmektedir. Araştırmacı tarafından hazırlanan ilgili ders planları ve etkinlikler; ortaokul ders kitapları, ders materyalleri, öğretim programı, alandaki bilimsel çalışmalar dikkate alınarak 7. sınıf tam sayılar konusunun kazanımlarına uygun şekilde hazırlanmıştır. Oluşturulan ders planları ve etkinlikler üç ortaokul matematik öğretmeni ve bir matematik eğitimi alanı uzmanı tarafından incelenmiştir. Burada alan uzmanından alınan dönütlerde yabancı ders kitaplarında bulunan örneklere de yer verilmesi gerektiği yönünde tavsiye gelmiştir. Ayrıca ders kitapları öğretmenler ile birlikte incelenerek özellikle ilişkilendirme becerisine yönelik yer almayan ya da eksik bulunan boyutlara ağırlık verilmesi kararlaştırılmıştır. Böylece ders planlarında revizyona gidilmiş ve ders planları son halini almıştır. Geliştirilen ders planlarında matematiksel ilişkilendirme becerisinin alt bileşenden her birine odaklanılmıştır. Araştırma sürecinde kullanılan ders planlarının içeriğine ilişkin bilgiler Tablo 2.1.`de, "Tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerini yapar" kazanımına yönelik ders planı ve içerdiği etkinlikler Ek1'de sunulmuştur.

Tablo 2.1. *Araştırma sürecinde kullanılan ders planlarının içeriğine ilişkin bilgiler*

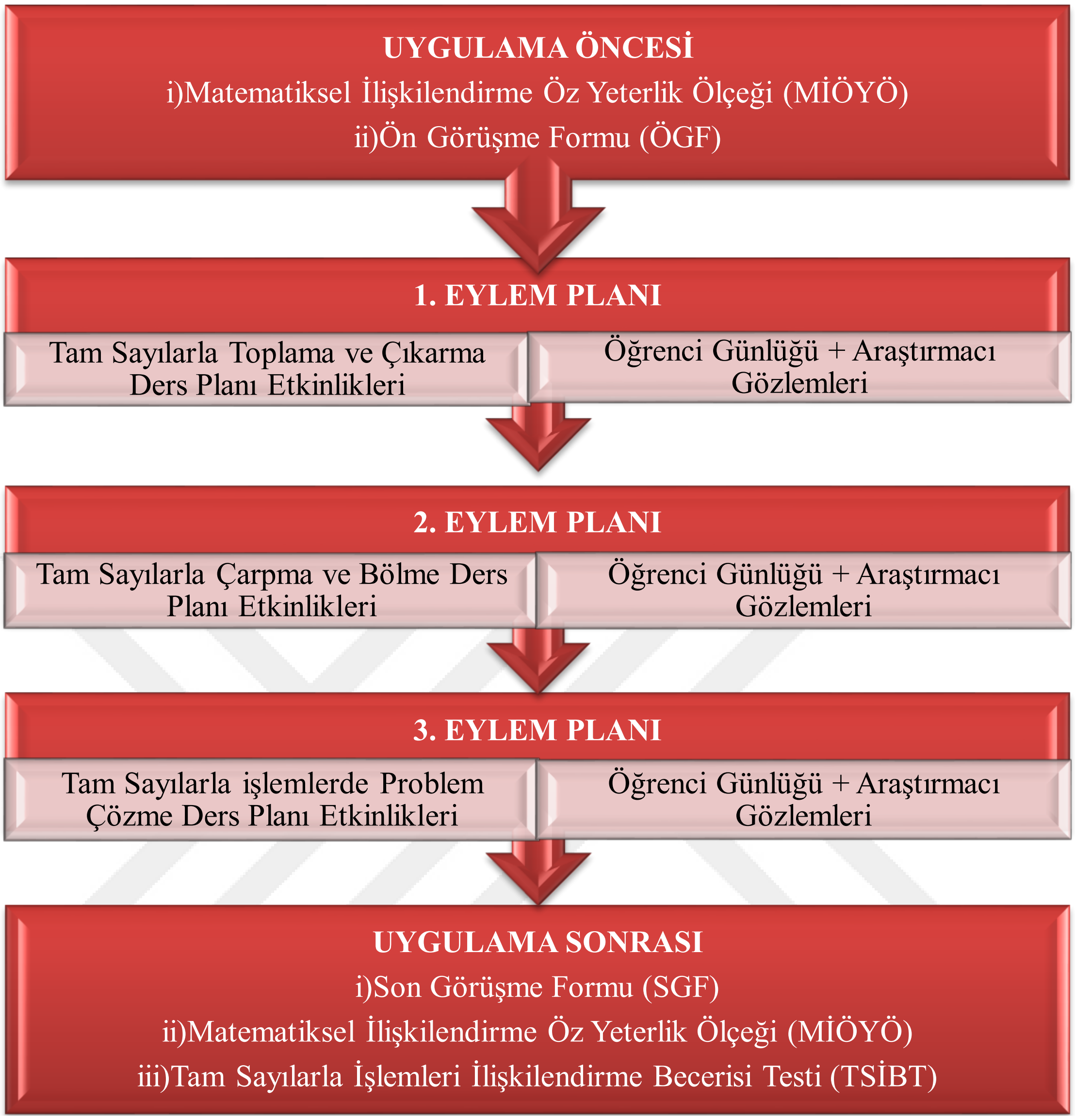
Eylem Planı	Ders Plan No	Kazanım Adı	Süre
1. Eylem Planı	1	Tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerini yapar, ilgili problemleri çözer.	5 ders saati
	2	Toplama işleminin özelliklerini akıcı işlem yapmak için birer strateji olarak kullanır.	5 ders saati
2. Eylem Planı	3	Tam sayılarla çarpma ve bölme işlemlerini yapar.	10 ders saati
3. Eylem Planı	4	Tam sayılarla işlemler yapmayı gerektiren problemleri çözer.	5 ders saati

1. Problemin tespit edilmesi ve eylem planının hazırlanması: Eylem araştırması problem teşkil eden herhangi bir durumun tespit edilmesi ile başlar. Bu durum geliştirilmesi amaçlanan ya da problem oluşturan bir durum olabilir. Çalışma kapsamında 7. sınıf öğrencilerinin genel anlamda matematiksel becerilerinin özel olarak da ilişkilendirme becerilerinin yeterli olmadığı ders öğretmeni tarafından gözlemlendiğinden bu becerinin gelişimi amaçlanmıştır. Öğrencilerin kavramsal bilgiden çok işlemsel bilgiye odaklanması, matematiksel kavram ve kuralları çoklu şekilde temsil edememesi, öğrenme alanları arasında ilişki kurulamaması, öğrenilen bilgilerin diğer derslerde ve günlük hayatta kullanılamaması, anlam oluşturamama, önceki öğrenmeler ile yeni öğrenmeler arasında ilişki kurulamaması, ezber öğrenme yapılması bu şekilde bir karar alınmasında etkili olmuştur. Farklı matematiksel kavramlar üzerinde yapılan alan yazın incelemesinde, ilişkilendirme becerisinin günlük yaşamla ilişkilendirme (Yenilmez ve Uysal, 2007; Gainsburg, 2008; Lee, 2012), diğer disiplinlerle ilişkilendirme (Özgen, 2019) boyutlarının ele alındığı ancak sınırlı düzeyde kaldığı tespit edilmiştir. Süreç içerisinde bu amaç doğrultusunda 7. sınıf kazanımları arasında önemli bir yere ve işleve sahip olan ve birçok kazanıma temel oluşturan tam sayılar konusu seçilerek araştırmanın problemleri oluşturulmuştur. Tam sayılar ve bu sayılarla işlemlerin öğretiminde de benzer şekilde ilişkilendirme becerisinin belli boyutları üzerinde çalışmalar yapılmıştır (Cankoy, 2005; Bozkurt ve Polat, 2011; Koç-Şanlı, 2018; Akyüz, 2019; Küçükgençay, 2019; Zehir ve Zehir, 2019). Dolayısıyla alan yazında tam sayılarda ilişkilendirme becerisinin tüm boyutlarını ele alan herhangi bir çalışmaya rastlanılmaması bu konunun hangi boyutları ile çalışılacağına da karar verildiği aşama olmuştur. Böylece duruma çözüm getirmek adına tam sayılar ile ilgili daha ayrıntılı bir inceleme yapılarak süreç içerisinde kullanılacak veri toplama araçlarının oluşturulması ve çalışma boyunca araştırmacıya yol gösterecek detaylı bir eylem planı oluşturulmuştur.

2. Verilerin toplanması: Eylem araştırmasının ikinci aşamasını, veri toplanması süreci oluşturmaktadır. Bu kısım geliştirilmesi planlanan durumun daha iyi aydınlatılmasına ve tanımlanmasına yardımcı olmakla birlikte çözüme yönelik öneriler de sunmaktadır. Eylem araştırması sürecinde nitel verilerin toplanması yanında desteklemek adına nicel veriler de yer almaktadır. Çünkü eylem araştırmasında daha güvenilir ve geçerli sonuçlar elde edilebilmek için her iki veri türünün de kullanabildiği görülmektedir (Karataş, 2020). Çalışmada da bu bağlamda, uygulama öncesi ve sonrasında Matematiksel İlişkilendirme Öz Yeterlik Ölçeği`nin (MİÖYÖ) uygulanması ile nicel, öğrencilerin tam sayılara yönelik ön bilgi ve hazır bulunuşluklarını ortaya koymak amacıyla ön görüşmenin gerçekleştirilmesi, son durumda tam sayılarla işlemlere yönelik gelişimin izlenmesi için Tam Sayılarla İşlemleri İlişkilendirme Becerisi Testi (TSİBT) ve son görüşme formu (SGF) ile nitel veriler toplanmıştır. Diğer nitel veriler ise ders planlarının uygulanması sürecinde araştırmacının gözlemlerinden ve öğrencilerin günlüklerinden toplanmıştır. Bu veri toplama araçları içerisinden ön görüşme formu (ÖGF) ve MİÖYÖ ise geliştirilmesi amaçlanan durumun tespitinde kullanılmıştır.

3. Verilerin yorumlanması ve analiz edilmesi: Bu aşamada, toplanan verilerin analizi ve yorumlanması yapılmaktadır. Araştırmanın problemleri dikkate alınarak yapılan analizler ve yorumlar doğrultusunda, araştırmacı uygulamak üzere bir plan geliştirmeli ve bu eylem planın uygulamasını gerçekleştirmelidir. Aynı zamanda bu değerlendirme sonrasında ulaşılan verilerden hareketle yeni eylem planları ortaya çıkarılmakta ve daha önceki sürecin sonuçları bu plana yansıtılmaktadır. Bu süreçte ilk olarak tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemine yönelik bir eylem planı hazırlanmıştır. Bu planın tamamlanmasının ardından gözlem ve günlüklerden elde edilen sonuçlardan yola çıkılarak devam eden süreçte eylem planının her bir etkinliğinin uygulanması sonucunda öğrencilerin durumları incelenerek amaçlanan gelişimin sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilmiştir. Bu doğrultuda uygulama esnasında eylem planı içerinde oluşan durumlara göre gerekli güncellemeler yapılabilir. Bu şekilde daha sonraki eylem planları için destek oluşturulmuş olur. Böylece diğer eylem planları da aynı şekilde uygulanır.

4. Eylem planının değerlendirilmesi: Eylem araştırmasının son aşamasında, uygulanan eylem planının geliştirilmesi ya da çözülmesi amaçlanan durumun daha iyi bir seviyeye taşınmasında ne ölçüde etkili olduğu yönünde değerlendirmeler yapılmaktadır. (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Değerlendirme yapıldıktan sonra yeni bir eylem planına gerek duyulup duyulmadığı tartışılarak yeni bir eylem planının gerekliliği görüşülür. Veri toplama aşamasında da sözü geçtiği gibi verilerin analizinde hem nitel hem de nicel yöntemlerden faydalanılmıştır. Ancak eylem araştırması sürecinde nicel yöntemlerle ulaşılan verilerin genelleme amacı taşımamasına dikkat edilmiştir (Karataş, 2020). Çalışmada dikkate alınması gereken eylem araştırma süreci Şekil 2.1.'de sunulmuştur.



Şekil 2.1. *Eylem araştırması süreci*

Şekil 2.1.'de verildiği üzere, eylem araştırması süreci var olan durumun tespit edilmesi amacıyla öz yeterlik ölçeğinin uygulanması ve ön görüşmenin yapılması ile başlamaktadır. Sonrasında birinci eylem planında tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemi etkinliklerini içeren ders planı, ikinci eylem planında tam sayılarla çarpma ve bölme işlemi etkinliklerini içeren ders planı ve üçüncü eylem planında ise tam sayılarla işlemlerle ilgili problem çözme etkinliklerine yer veren ders planı ile süreç devam ettirilmiştir. Etkinliklerden elde edilen bulgular değerlendirilerek eylem planının tamamlanmasının ardından eylem planına yönelik yansıtma ve değerlendirmeler, öğrenci günlükleri ve gözlemler dikkate alınarak yapılmıştır. Değerlendirmeler sonrasında elde edilen sonuçlar bir diğer eylem planına yansıtılmıştır. Eylem araştırması süreci gözlem, günlük, uygulanan test, ölçek ve yapılan görüşmeler aracılığıyla gerçekleştirilen uygulamanın değerlendirilmesi ile son bulmuştur.

2.1.5. Veri Toplama Araçları

Eylem araştırması temelli araştırmalarda genellikle veri toplama araçlarının belirlenmesinde en fazla dikkat edilen nokta araştırma problemidir. Araştırma problemleri ve amacı dikkate alınarak bu bağlamda veri toplama araçları olarak görüşme (Ek 2 ve Ek 3) (ÖGF, SGF ve ses kayıt cihazı), MİÖYÖ (Ek 4), TSİBT (Ek 5), öğrenci günlükleri ve gözlem metodu kullanılmıştır. Bu araçlar ve hangi aşamalarda uygulandığına yönelik bilgiler Tablo 2.2.`de yer almaktadır.

Tablo 2.2. *Uygulama aşamaları*

Uygulama Öncesi	Uygulama Süreci	Uygulama Sonrası
i)Matematiksel İlişkilendirme Öz Yeterlik Ölçeği (MİÖYÖ) ii)Ön Görüşme Formu (ÖGF)	i)Ders Planları ii)Araştırmacı Gözlemleri iii)Öğrenci Günlükleri	i)Son Görüşme Formu (SGF) ii)Matematiksel İlişkilendirme Öz Yeterlik Ölçeği (MİÖYÖ) iii)Tam Sayılarla İşlemleri İlişkilendirme Becerisi Testi (TSİBT)

- #### 2.1.5.1. Matematiksel İlişkilendirme Öz Yeterlik Ölçeği (MİÖYÖ)

Çalışmada öğrencilerin yapılan etkinlikler doğrultusunda öz-yeterlik algı düzeylerinin değişimini belirleyebilmek amacıyla Özgen ve Bindak (2018) tarafından geliştirilen 22 maddeden oluşan ölçek kullanılmıştır. Sırasıyla zorluk, matematiği kullanma, matematiği kendi içerisinde ilişkilendirme, günlük yaşamla ilişkilendirme ve farklı disiplinlerle ilişkilendirme olmak üzere beş faktörden oluşan ölçek için iç tutarlılık güvenirlik katsayısı Cronbach alfa değeri ölçeği geliştiren araştırmacılar tarafından 0.85 olarak hesaplanmıştır. Alınabilecek en düşük puanın 22, en yüksek puanın ise 110 olduğu ölçek için araştırmacılar alt faktörlerinin iç tutarlılık güvenirlik katsayılarını sırasıyla 0.76, 0.70, 0.74, 0.66 ve 0.62 olarak hesaplamışlardır. Cronbach alfa katsayısı, bu çalışma kapsamında tekrar sınanmış ve alt faktörlerinin iç tutarlılık güvenirlik katsayıları sırasıyla 0.80, 0.84, 0.88, 0.82 ve 0.64 olarak elde edildiğinden kullanımına karar verilmiştir.

- **2.1.5.2. Gözlemler ve Günlükler**

Nitel araştırmalarda gözlem; "İnsan, toplum ya da doğa gibi belli hedeflere odaklanılarak çıplak gözle ya da bir araç kullanılarak izlenmesi suretiyle toplanması süreci (s.145)" olarak tanımlanmaktadır (Büyüköztürk vd., 2018). Gözlemler yardımıyla olayların kendi ortamlarında nasıl gerçekleştiği izlenebilir. Bu doğrultuda tam sayıların öğretim sürecinde öğrencilerin ilişkilendirme becerilerinin gelişimini gözlemleyebilmek amacıyla gözlem metodunun kullanılmasına karar verilmiştir. Gözlem olayları doğal ortamında, doğallığını bozmadan, geniş zamanlı, derinlemesine ayrıntılı bir şekilde inceleme olanağı sunar (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Yapılandırılmamış gözlemin kullanıldığı bu çalışmada araştırmacı sürece dâhil olarak sınıf ortamında gözlemi gerçekleştirmiştir. Araştırmacı ders etkinlikleri esnasında öğrenciler tarafından verilen eksik ve hatalı yanıtların her birini ayrı ayrı not etmiş ve öğrencilere sorgulatarak yanılgıları öğrenilmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin vermiş olduğu doğru yanıtlarda da düşüncelerini ve nasıl yanıtladıklarını öğrenmeye çalışmıştır. Bu şekilde öğrencilerin zihnindeki şemaları da ortaya çıkarmıştır. Ayrıca ders etkinlikleri sonrasında süreç içerisinde gelişim göstererek dikkat çeken noktaları veri analizinde kolaylık olması açısından not etmiştir. Öğrencilerin eylem planlarında gerçekleştirilen etkinliklerle ilgili görüşlerini alabilmek amacıyla günlüklerden yararlanılmıştır. Günlüklerde ders planında yer alan her bir kazanımın ardından öğrencilerin konu ile ilgili öğrendiklerini ilişkilendirme becerisi açısından not etmeleri talep edilmiştir. Birinci ve ikinci eylem planı sonunda bir öğrencinin günlükleri Ek 7'de yer almaktadır.

- **2.1.5.3. Ön Görüşme Formu (ÖGF) ve Son Görüşme Formu (SGF)**

Çalışmada veri toplam aracı olarak kullanılan diğer bir metot ise görüşmedir. Bu bağlamda, çalışmada araştırmacı tarafından geliştirilen yarı yapılandırılmış ÖGF ve SGF kullanılmıştır. Bu veri toplama araçlarının geçerlik ve güvenirlik çalışmaları için uzman öğretim elemanının görüşlerine başvurulmuş, bu görüşler doğrultusunda görüşme formlarına bazı ifadelerin eklenmesi ve düzeltilmesi yoluna gidilmiştir. Ayrıca geçerlik ve güvenirliğin sağlanabilmesi için, araştırma yürütülürken yeterli sayıda öğrenci ile çalışılmış, üç ilköğretim matematik öğretmeni tarafından konu ele alınmış, mümkün olduğunca çok kaynak incelenmiş, veriler titizlikle saklanmış, araştırmacının görüşlerinden etkilenilmesine izin verilmeden tarafsız bir şekilde çalışma yürütülmüştür. ÖGF sürecin başlangıç aşamasında 6 tane ortaokul 7. sınıf öğrencisine, SGF ise aynı öğrencilere çalışmanın sonunda uygulanmıştır. Bu görüşmelerle öğrencilerin tam sayılar konusu öncesindeki ve sonrasındaki düşünceleri arasında değişiminin ortaya konması amaçlanmıştır. Görüşmeler veri kaybını en aza indirmek amacıyla ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınmıştır. Aynı zamanda bazı görüşme sorularına verilen yanıtların görüşme formuna kaydedilmesi sağlanmıştır.

Çalışmada incelenmesi ve geliştirilmesi istenen duruma yönelik temel bilgi ve becerileri ele alan sorular belirlenerek ÖGF hazırlanmıştır. SGF ise TSİBT`ne verilen cevaplar ve çalışmanın yürütülmesi esnasında dikkat çeken noktalar göz önüne alınarak hazırlanmıştır. Görüşmelerde öğrencilere müdahale edilememekle birlikte zaman zaman anlaşılmayan noktalarda araştırmacı tarafından ek açıklamalar yapılmış ve yanıtlarını biraz daha ayrıntılı açıklamaları istenmiştir. Çalışma için görüşme formları hazırlanmadan önce araştırmacı tarafından tam sayılar, tam sayılarla işlemler ve ilişkilendirme becerisi ile ilgili alan yazın taranmış, gerekli araştırmalar yapılmıştır. Bu doğrultuda 13 soruluk ÖGF hazırlanmıştır. Uygulamaların sonunda elde edilen veriler ve alan yazın çalışmaları ışığında SGF ise 16 sorudan oluşturulmuştur. Hazırlanan görüşme formları alan uzmanlarına ve ilköğretim matematik öğretmelerine inceletilerek somut veriler içermesi gerektiği yönünde karar alınarak gerekli görülen değişiklikler yapılmış ve görüşme formlarına son şekli verilmiştir. Alan uzmanının görüşleri doğrultusunda SGF`deki somut içerikli soruların TSİBT`nden seçilmesi tercih edilmiştir. Bu şekilde görüşme formunun amaçlanan içeriği vermesi, bir diğer ifadeyle kapsam geçerliğine sahip olması sağlanmıştır. ÖGF`deki sorular ile öğrencilerin tam sayı kavramına yönelik sahip oldukları ön bilgileri ve bu bilgileri ilişkilendirme becerisinin dört boyutu ile ne derecede bağdaştırabildiğinin belirlenmesi hedeflenmiştir. Son görüşme ile ise öğrencilerin ilişkilendirme becerilerinin gelişimi ve ön görüşmeye göre düşüncelerindeki farklılaşmaların ortaya konması amaçlanmıştır.

Geliştirilen ÖGF VE SGF`de Bingölbali ve Coşkun (2016)`un matematiksel ilişkilendirme becerisi için oluşturdukları dört alt bileşenden her birine yönelik sorulara yer verilmiştir. Bu sorular ortaokul matematik öğretim programında 6. sınıf ve 7. sınıf tam sayılar konusunda yer alan kazanımlar, öğrencilerin ön öğrenmeleri dikkate alınarak hazırlanmıştır. Tablo 2.3.`te bu formlarda yer alan soru örneklerine, Ek 2 ve Ek 3`te görüşme formlarına yer verilmiştir.

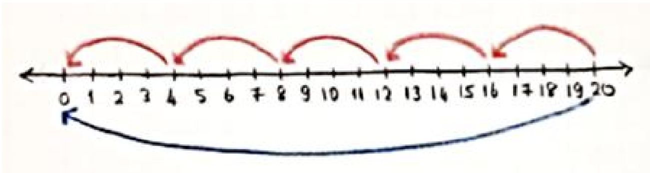
Tablo 2.3. *ÖGF ve SGF`de yer alan soru örnekleri*

ÖGF	Tam sayılar konusunun günlük yaşam ile ilişkilendirilerek öğrenilmesi sizce neden önemlidir? Tam sayıları günlük hayat ile ilişkilendirerek öğrenme hakkında neler düşünüyorsunuz?
SGF	Tam sayılarla işlemlerde kullanılan sembolik ifadelerden başka kullanılabilecek farklı gösterimler sizce neler olabilir? Bu gösterimler arasında nasıl bir ilişki kurabilirsin?

- **Tam Sayılarla İşlemleri İlişkilendirme Becerisi Testi (TSİBT)**

Çalışmanın veri toplama araçlarından olan TSİBT ile öğrencilerin ilişkilendirme becerilerinin gelişimini belirlemek amaçlanmış ve ders planları ardından uygulanmıştır. Ders materyalleri ve matematik dersi öğretim programı dikkate alınarak oluşturulan test maddelerine son şekli verilirken üç ortaokul matematik öğretmeni ve bir matematik eğitimi alanı uzmanının görüşüne başvurulmuştur. Bu görüşler doğrultusunda ilişkilendirme becerisinin her bir boyutuna eşit ağırlıkta yer verilmesi ve her bir boyutta dört işleme ait maddelerin olması kararlaştırılmıştır. Böylece daha önceden hazırlanmış olan sorular içerisinden seçim yapılarak Bingölbali ve Coşkun (2016)`un matematiksel ilişkilendirme becerisi için oluşturdukları dört alt bileşenden her birine yönelik 8 maddeye yer verilen 32 tane açık uçlu maddeden oluşturulmuş TSİBT geliştirilmiştir. Sırasıyla günlük yaşamla ilişkilendirme, kavramın farklı gösterimleri ile ilişkilendirme, farklı disiplinlerle ilişkilendirme ve kavramlar arası ilişkilendirme olmak üzere dört boyuttan oluşan testin alt boyutlarının iç tutarlılık güvenirlik katsayıları da sırasıyla 0.80, 0.72, 0.70 ve 0.86; testin geneli için ise ise 0.92 olarak hesaplandığından kullanımına karar verilmiştir. Test maddeleri ortaokul matematik öğretim programı tam sayılar konusundaki kazanımlara ve öğrencilerin ön öğrenmelerine uygun olarak hazırlanmıştır. Ayrıca alt bileşenlere ait maddeler, her bir işlem için aynı işaretli ve farklı işaretli sayılarla ilgili iki soru olmak üzere dört işleme eşit dağılımına dikkat edilmiştir. Testte yer alan maddelere yönelik birer örnek Tablo 2.4.`te verilmiştir.

Tablo 2.4. *TSİBT`nde bulunan madde örnekleri*

Maddelerin İçeriği	Örnek Maddeler
Günlük Yaşamla İlişkilendirme	Ayşe'nin babası bu yıl tanesi 900 TL olan dolaplardan 2 tane almıştır. Ayşe`nin babasının ödemeyi 4 eşit taksitte yapması durumunda aylık taksit miktarını bulunuz.
Kavramın Farklı Gösterimleri İle İlişkilendirme	Aşağıdaki sayı doğrusu ile modellenen bölme işlemini sembolik olarak yazınız. 
Farklı Disiplinler İle İlişkilendirme	Suyun kaynaması için 100 °C sıcaklığa ulaşması gerekmektedir. Başlangıç sıcaklığı 0°C olan su kaynamaya bırakıldığında sıcaklığı her bir dakikada 6°C artmaktadır. Buna göre suyun kaynaması için en az kaç dakika geçmelidir?
Kavramlar Arası İlişkilendirme	Okul yemekhanesinin günlük yemek ücreti 12 TL'dir. Belli bir süre ödeme yapmadan yemekhanede yemek yiyen Nermin'in yemekhaneye 420 TL borcu bulunmaktadır. Buna göre Nermin'in yemekhanede kaç haftadır ödeme yapmadan yemek yediğini bulunuz?

2.1.6. Verilerin Analizi

Çalışmanın bu kısmında elde edilen nicel ve nitel verilerin analizine yönelik bilgilere yer verilecektir. Çalışmanın nicel kısmında, MİÖYÖ`nin öğrencilere ön-test ve ders etkinliklerinin bitiminde son-test olarak uygulanmasından sonra elde edilen puanlarının anlamlı bir farklılık gösterip göstermediğini belirlemek amacıyla bağımlı t-testi uygulanmış; ayrıca etki büyüklüğü hesaplanmıştır. Bu ölçeğin, çalışma öncesinde ön test ve yaklaşık iki ay süreyle gerçekleştirilen etkinlikler sonrasında son test olarak uygulanmasındaki amaç, iki ay boyunca yapılan etkinliklerin öğrencilerin matematiksel ilişkilendirme öz-yeterlilik inancı üzerindeki değişimin belirlenebilmesidir. Elde edilen veriler aynı örneklemden ön ve son test olarak toplandığından, veri analizi için bağımlı t-testinin uygun olduğuna karar verilmiştir. Likert tipi bir ölçek olan 22 maddeli (6 olumsuz, 16 olumlu) matematiksel ilişkilendirme öz yeterlik ölçeğinin verileri IBM SPSS 24 programı yardımıyla elde edilmiştir. Ön test ve son test değerleri arasındaki fark bulunarak oluşturulan veri setinde standart sapma hesaplanmıştır (Alpar, 2020). Herhangi bir rastgele işaretleme ya da aynı seçenekleri işaretleyen olup olmadığı tespit edilerek standart sapması "0" olan data incelenip iki testte de aynı cevapları sürekli işaretleyen $Ö_{32}$ ve $Ö_{34}$ analiz dışı bırakılmıştır. Geriye kalan 33 öğrencinin verileri ile analizler yapılmıştır.

Bağımlı-t testinin uygulanabilmesi için iki koşul gereklidir. Bunların ilki; bağımlı değişkene ait ölçümlerin en az aralık ölçeğinde olması, ikincisi ise verilerin normal dağılım göstermesidir (Büyüköztürk, 2019). Ölçümler aralık ölçeğinde olduğundan dolayı normalliğe bakılmıştır. Veri seti incelendiğinde aritmetik ortalama, mod (tepe değer) ve medyan ölçülerin birbirine benzer olduğu görülmüştür (Ek 6). Eğer aritmetik ortalama, mod ve medyan değerlerinin birbirine yakın değerler çıkmış ise normallik için bir kanıt elde edilmiş olur (Güriş ve Astar, 2019, s.179). Ayrıca kutu grafiği incelendiğinde veri setinde aşırı uç değerler (*outliers*) olmadığı görülmüştür (Ek 6). Bir diğer kanıt olarak da fark puanlarına bakıldığında, çarpıklık ve basıklık değerleri ±2 arasında ise ilgili değişken normal dağılıma sahip kabul edilir (Demir, Saatçioğlu ve İmrol, 2016). Betimsel istatistikten elde edilen verilerden, veri setindeki fark puanlarının dağılımı için Skewness = -.457 ve Kurtosis = -.681 değerlerinin ±2 arasında olduğundan normal dağılıma sahip olduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca *normal Q-Q* ve *Detrended Normal Q-Q* grafikleri görsel olarak kontrol edildiğinde fark puanlarının dağılımının normal dağılıma yakın olduğu görülmektedir. Yani *normal Q-Q* grafiğinde veri noktalarının, köşegen etrafında konumlandığı ve *Detrended Normal Q-Q*grafiğinde ise veri noktaları yatay bir çizgi üzerinde toplandığı görülmektedir (Ek 6). Daha sonraki adımda Kolmogorov- Smirnov, ShapiroWilks testleri ile normal dağılım kontrol edilmektedir. Bu testler için yokluk hipotezi "dağılım normal dağılımdır", buna alternatif hipotez ise "dağılım normal dağılım değildir" şeklinde belirtilir. ShapiroWilk testi, gözlem sayısı nispeten az olduğunda (n<50) Kolmogorov-Smirnov testinden daha doğru sonuçlar verir (Şenoğlu ve Acıtaş, 2020). Veri setinde gözlem sayısı 33 olduğundan normallik testlerinde ortaya çıkan sonuçların Shapiro-Wilk kısmında p-değeri 0,05'ten küçük ise yokluk hipotezi reddedilir (Şenoğlu ve Acıtaş, 2020). Buradan hareketle normalliğin ihlal edilmediği Shapiro-Wilk testi ile değerlendirilmiştir (p =.116). Dolayısıyla yukarıda bahsi geçen tüm bu kontrol işlemlerinden sonra ön ve son test fark puanlarının dağılımı için normallik ön koşulunun ihlal edilmediği görülmektedir. Böylece bağımlı t-testi analizine geçilmiştir.

Çalışmanın nitel kısmında ise ilk olarak gözlem ve görüşme yoluyla elde edilen veriler analiz edilmiş; ardından TSİİBT`ne verilen yanıtlar analize tabi tutulmuştur.

Nitel araştırmaların kendine özgü bir yapısı olduğundan araştırmacı, araştırmasını ve topladığı verileri göz önünde bulundurarak veri analizi metotları içerisinden kendi çalışmasında uygulayacağı planı yapar (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Betimsel analiz ve içerik analizi olacak şekilde iki farklı veri analizinden söz edilmektedir. "Betimsel analiz, içerik analizine göre daha yüzeyseldir ve daha çok araştırmanın kavramsal yapısının önceden açık biçimde belirlendiği araştırmalarda kullanılır" (Yıldırım ve Şimşek, 2018, s.239).

Öğrencilerin ilişkilendirme becerilerinin gelişimini tespit etmek amacıyla ders esnasında elde edilen gözlemler betimsel analiz kullanılarak değerlendirilmiştir. Gözlemlerden elde edilen veriler ilişkilendirme becerisinin dört boyutuna göre özetlenip yorumlanmıştır. Öğrencilerin günlüklerinin analizinde de aynı işlemler uygulanmıştır. Benzer şekilde ön görüşme ve son görüşme esnasında öğrencilere yöneltilen açık uçlu sorulara verilen yanıtlar yer yer doğrudan alıntı yapılarak sırasıyla ayrıntılı bir şekilde anlatılarak yorumlanmıştır. Akabinde gözlem verilerinin analizinde olduğu gibi ilişkilendirme becerisinin dört boyutuna göre değerlendirilmiş ve karşılaştırılmıştır. TSİBT`ne öğrencilerin vermiş oldukları yanıtların analizinde ise yine betimsel analiz kullanılmış; maddelere verilen yanıtlar doğru, kısmen doğru ve yanlış kategorilerinde olmak üzere sırasıyla değerlendirilmiştir. Testte yer alan açık uçlu maddelerin değerlendirilmesinde aşağıda Tablo 2.5.`deki kriterler dikkate alınmıştır.

Tablo 2.5. *TSİBT`nin değerlendirme kriterleri*

Doğru	Öğrenci gerekli ilişkilendirme boyutunu farkına varıp aradaki bağlantıyı tam olarak kurabilmiş ve maddeyi matematiksel açıdan tam olarak yanıtlamıştır.
Kısmen Doğru	Öğrencinin gerekli ilişkilendirme boyutunu farkına varmasının yanında aradaki bağlantıyı tam olarak kuramadığı, ilgili maddeyi doğru yanıtlanmasına rağmen ilişkilendirmenin eksik olduğu, eksik bırakılan bölüm veya işlem hatasından kaynaklı durumlar söz konusu olmuştur. Bu durumlardan herhangi biri olması kısmen doğru olduğu anlamına gelmektedir.
Yanlış	Öğrencinin cevabının açık olmadığı, bağlantıların farkında olunmadığı ve boş bırakılan maddeler bulunmaktadır.

Değerlendirmenin son aşamasında ise ilişkilendirme becerisinin dört boyutuna göre testin geneli özetlenmiştir.

3. BULGULAR

Bulgular; çalışmadan elde edilen nicel bulgular ve nitel bulgular olmak üzere iki alt bölümde sunulacaktır. Bu noktada öncelikle çalışmanın alt problemlerini irdelemeye yönelik nicel bulgulara, sonrasında ise bunları anlamlandırmaya yönelik nitelikte nitel bulgulara ve yorumlara yer verilecektir.

3.1. Nicel Bulgular

Araştırma kapsamında elde edilen nicel verilerin analizi sonucunda ortaya çıkan bulgularla ve bu yöndeki yorumlara bu bölümde yer verilmektedir. Bu kısımdaki veriler Özgen ve Bindak (2018) tarafından geliştirilen MİÖYÖ`nden elde edilmiştir.

İlişkilendirme becerisi öz yeterlik ölçeğinin uygulandığı ön test ve son test puanları arasındaki farkın anlamlılığı için yapılan t-testi sonuçları Tablo 3.1.`de sunulmuştur.

Tablo 3.1. *Matematiksel ilişkilendirme öz yeterliğe ait betimsel istatistikler ve ön test son test arasındaki t-testi sonuçları*

	Ön test		Son test						
Bağımlı Değişken	M	SD	M	SD	n	Ortalama Farkın 95% Güven Aralıkları	r	t	*df*
Matematiksel İlişkilendirme Öz yeterlilik	31,12	7,01	63,39	17,74	33	-36,84, -27,70	,79*	-14,39*	32

* p < ,05.

Tablo 3.1.'den, öğrencilerin öz-yeterlik algı düzeylerin matematiksel ilişkilendirme öz-yeterlik ölçeğinin genelinden aldıkları ön-test ve son-test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir artış gösterdiği görülmektedir (% 95 CI [-36.84, -27.70], t(32) = -14,39, p<.05). Değerlere bakıldığında bu artışın son test lehine bir artış olduğu belirlenmiştir. Elde edilen sonuçlardan öğrencilerin öz yeterlik algılarının gelişiminde gerçekleştirilen ilişkilendirme becerisi etkinliklerinin olumlu yönde bir etkisi olduğu sonucuna varmak mümkündür.

Bağımlı t-testi için iki veri seti arasındaki farkın anlamlı olması bu farkın büyüklüğü ve etkisi hakkında yeterli bilgi verememektedir (Büyüköztürk, 2019). Dolayısıyla etki büyüklüğü hesaplanmalıdır ve bu değer "Cohen's d indeksi" ile elde edilebilir (Alpar, 2020). Bu doğrultuda gerçekleştirilen analizlerle, uygulanan etkinliklere yönelik etki büyüklük değerinin ölçeğin genelinde (d= 2.505) olduğu tespit edilmiştir. Genel olarak; $d \geq 1$ çok büyük etki, $1 > d > 0.8$ büyük, $0.8 > d > 0.5$ orta, $0.5 > d > 0.2$ küçük etki olarak değerlendirilir (Dağlı ve Ağalday, 2018). Dolayısıyla bu çalışmada uygulanan etkinliklerin çok büyük etki değerine sahip olduğu söylenebilir.

3.2. Nitel Bulgular

Bu bölümde "TSİBT", "ÖGF ve SGF" ve "Ders esnasındaki elde edilen gözlemler ve günlükler" veri toplama araçlarından elde edilen bulgular sunulmuştur.

3.2.1. Tam Sayılarla İşlemleri İlişkilendirme Becerisi Testinden Elde Edilen Bulgular

Tam sayılarla işlemleri ilişkilendirme beceri testinden elde edilen bulgular, öğrencilerin tam sayıları günlük yaşamla ilişkilendirme, kavramın farklı gösterimleri ile ilişkilendirme, farklı disiplinler ile ilişkilendirme ve matematiksel kavramlar arası ilişkilendirme becerileri alt başlıkları altında verilmiştir. Bu başlıklara yönelik bulgular, aynı ve farklı işaretli tam sayılar ayrı olmak üzere; sırasıyla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemine dair iki madde olacak şekilde toplam sekiz maddeden elde edilen veriler halinde sunulmuştur. Öğrencilerin yanıtları doğru, kısmen doğru ve yanlış olmak üzere üç kategoride incelenmiştir. Test maddeleri Ek-5`te sunulmuştur.

3.2.1.1. Günlük Yaşamla İlişkilendirme Becerisi İle İlgili Elde Edilen Bulgular

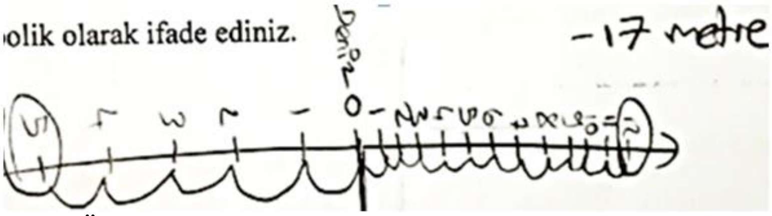
Yedinci sınıf öğrencilerin günlük yaşamla ilişkilendirme becerileri, dört farklı işlem ve tam sayıların işaretleri de aynı ve farklı olmak üzere toplam sekiz maddeden elde edilen verilerle sunulmuştur. Bu test kapsamında tek sayılı (1, 3, 5 ve 7.) maddeler farklı işaretli; çift sayılı (2, 4, 6 ve 8.) maddeler ise aynı işaretli tam sayılarla ilgili maddeler olup günlük yaşamla ilişkilendirmeye yönelik veriler Tablo 3.2.`de sunulmuştur.

Tablo 3.2. *Tam sayıları günlük yaşamla ilişkilendirme*

İşlem	Madde	Doğru (D)	Kısmen Doğru (KD)	Yanlış (Y)
Toplama	1	35 (% 100)	-	-
	2	22 (%63)	11 (%31)	2 (%6)
Çıkarma	3	17 (%48)	9 (%26)	9 (%26)
	4	24 (%69)	-	11 (%31)
Çarpma	5	13 (%37)	5 (%14)	17 (%49)
	6	11 (%31)	10 (%29)	14 (%40)
Bölme	7	12 (%34)	16 (%46)	7 (%20)
	8	11 (%31)	11 (%31)	13 (%38)

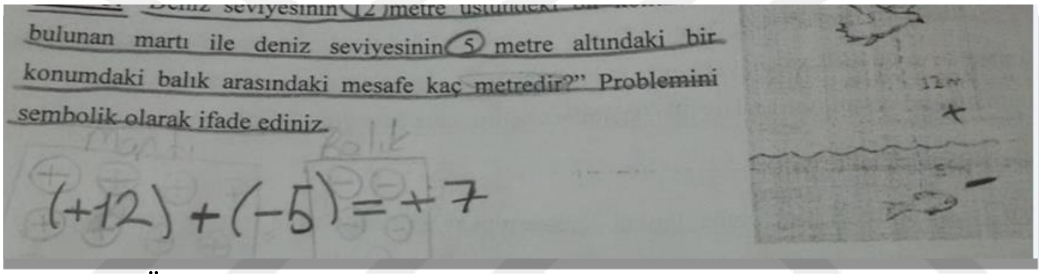
Tablo 3.2.'den zıt işaretli iki tam sayının toplamını sayı doğrusu üzerinde ifade etmeyi içeren birinci maddedeki problemi tüm öğrencilerin doğru yanıtladıkları görülmektedir. Borçlar ve alacaklar ile ilişkilendirilerek aynı işaretli tam sayılarla toplama işlemi yapmayı gerektiren ikinci problemde öğrencilerin 11`i (%31) doğal sayılar ile işlemden tam sayılara geçiş dolayısıyla kısmen doğru yanıtlarken, %6'sı (N=2) ise boş bırakmışlardır. Bu noktada öğrencilerin tam sayılarla toplama işlemini günlük yaşamla ilişkilendirmede genel olarak büyük bir sıkıntı yaşamadıkları görülmektedir.

Öğrencilerin %26'sı (N=9) işlem hatası, doğal sayılarla işlem stratejileri gibi düşünerek tam sayıları kullanmama, tam sayıların sembolik ifadesi yerine sayı doğrusu veya sayma pullarıyla modellenmesi, uzaklık kavramını mutlak değer kavramıyla ilişkilendirememe gibi nedenlerle farklı işaretli iki tam sayıyı çıkarmayı gerektiren bir günlük yaşam problemini kısmen doğru yanıtladıkları tespit edilmiştir. Bu öğrencilerden $Ö_{21}$`in üçüncü maddeye vermiş olduğu yanıt Şekil 3.1.`de verilmiştir. Öğrenci sayı doğrusu üzerinde aradaki birimleri sayarak problemi kısmen doğru yanıtlamıştır.



Şekil 3.1. *Ö$_{21}$`in günlük yaşam ile ilişkili üçüncü maddeye vermiş olduğu yanıt*

Öğrencilerin %26’sı (N=9) ise genel olarak uzaklık kavramına odaklanmadan deniz seviyesine olan uzaklıkları mutlak değerle göstererek birbirinden çıkarma yoluna giderek yanlış yanıtlar vermişlerdir. Bununla birlikte, uzaklıkları tam sayı ile ifade ederek toplama işlemi yapmak da gözlenen en yoğun hatalardandır. Bu kapsamda Ö$_{28}$’in yanıtı Şekil 3.2.`de gösterilmiştir.



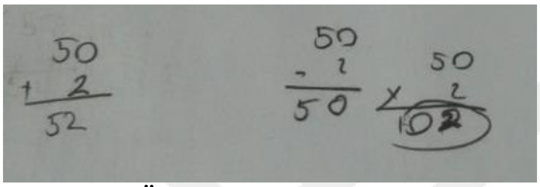
Şekil 3.2. *Ö$_{28}$`in günlük yaşam ile ilişkili üçüncü maddeye vermiş olduğu yanıt*

Buradan da görüldüğü gibi öğrenci aradaki mesafe kavramından hareketle çıkarma işlemi yapması gerektiğini algılayamamış ya da uzaklıkların bulunduğu yönü göz ardı ettiğinden dolayı mutlak değer kavramını kullanamamıştır.

Aynı işaretli sayılarla çıkarma işlemini gerektiren dördüncü maddede ise öğrencilerin %31’i (N=11) çürük yumurtaları pozitif sayma puluyla temsil etme yoluna gitmişlerdir.

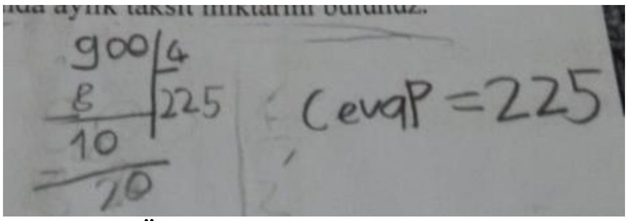
Farklı işaretli tam sayılarla çarpma işlemi yapmayı gerektiren beşinci maddede öğrencilerin %14’ü (N=5) eksik işlem ve işlem hatasından dolayı kısmen doğru cevaplayabilmişlerdir. Bununla birlikte Ö$_{18}$ ve Ö$_{26}$ çarpma işlemi ile toplama işlemi arasındaki ilişkiden faydalanarak, maddeyi toplama işlemi yaparak doğru çözmüşlerdir. Öğrencilerin %49’u (N=17) ise maddeden çarpma işlemi anlamını çıkaramama, problemi sayma pulları veya sayı doğrusu ile ifade etmeye çalışma gibi nedenlerle yanlış yanıtlamışlardır.

Aynı işaretli sayılarla çarpma işlemi yapmayı gerektiren altıncı madde %29 (N=10) oranında öğrenci tarafından kısmen doğru yanıtlanmıştır. Bu noktada eksiklikler; doğal sayılarla işlem yaparmış gibi düşünme, çarpma işlemi anlamı verilemeyerek toplama işlemiyle durumun sözel olarak ifade edilmesi ve mutluluk veren bir durumun pozitif olması gerekmesine rağmen negatif işaretinin kullanılmasıdır. Öğrencilerin %40'ı (N=14) ise; yapılması gereken işlemin çarpmanın dışında algılanması, ödeme evrakı ve getirme-geri alma durumunun tam sayılarla ifade edilememesi dolayısıyla yanlış yanıtlar vermişlerdir. Örneğin; Ö$_{33}$'nin bu madde kapsamındaki yanıtı Şekil 3.3.`de gösterilmiştir.



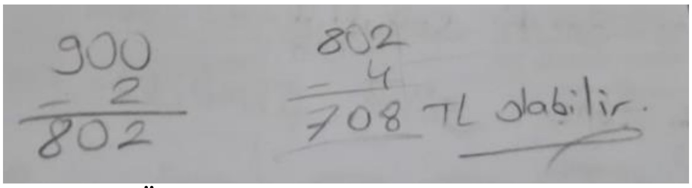
Şekil 3.3. *Ö$_{33}$`ün günlük yaşam ile ilişkili altıncı maddeye vermiş olduğu yanıt*

Bölme işleminin farklı işaretli tam sayılar kısmını içeren yedinci maddeye öğrencilerin %46'sı (N=16) kısmen doğru yanıtlar vermişlerdir. Bu maddede özellikle doğal sayılar yardımıyla yanıtlanarak sonucun tam sayılarla ilişkilendirilmesi, borç içeren ifadelerin pozitif tam sayılarla sunulması, maddenin tam olarak okunmaması, maddenin bir kısmı olan "2" ile çarpma veya iki defa aynı ifadeyi toplamanın unutulması gibi hatalar gözlenmiştir. Örneğin; Ö$_{30}$'un bu madde kapsamındaki yanıtı Şekil 3.4. `de gösterilmiştir.



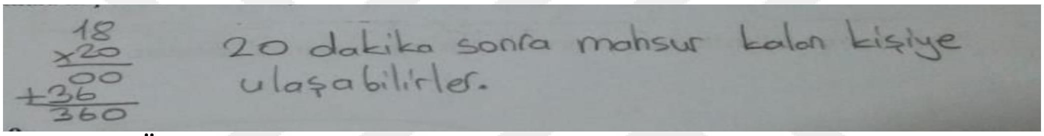
Şekil 3.4. *Ö$_{30}$`un günlük yaşam ile ilişkili yedinci maddeye vermiş olduğu yanıt*

Öğrencilerin %20'si (N=7) ise yanlış yanıtlar vermişlerdir. Bu öğrencilerin yanlış cevaplarının altında yatan temel nedenin bölme işlemi anlamının tam olarak ortaya çıkarılamaması olduğu görülmektedir. Bu bulguyu destekler nitelikte Ö$_{28}$`in yedinci maddeye vermiş olduğu yanıt Şekil 3.5.`de verilmiştir.



Şekil 3.5. *$Ö_{28}$\`in günlük yaşam ile ilişkili yedinci maddeye vermiş olduğu yanıt*

Testin son maddesinde de yedinci maddeye benzer şekilde doğal sayılar kullanılarak sonucun tam sayılarla bağlanması ya da doğal sayı olarak bırakılması ve bölme işleminin gereğinin anlaşılamamasından öğrencilerin %31'inin (N=11) kısmen doğru yanıt verdikleri görülmüştür. Örneğin; $Ö_{17}$'nin bu madde kapsamındaki yanıtı Şekil 3.6.\`da gösterilmiştir. Burada bölme işlemini anlamlandırmada zorluk yaşayan 13 öğrenci (%37) yanlış yanıtlar vermişlerdir.



Şekil 3.6. *$Ö_{17}$\`nin günlük yaşam ile ilişkili sekizinci maddeye vermiş olduğu yanıt*

3.2.1.2. Kavramın Farklı Gösterimleriyle İlişkilendirme Becerisi İle İlgili Elde Edilen Bulgular

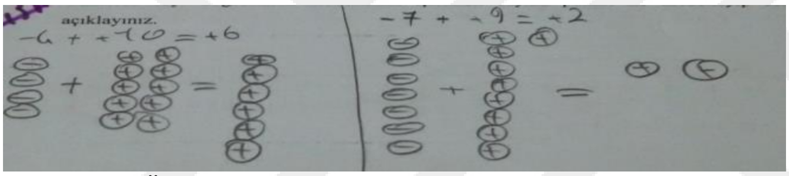
Öğrencilerin kavramın farklı gösterimleri ile ilişkilendirme becerileri, dört farklı işlem ve tam sayıların işaretleri de aynı ve farklı olmak üzere toplam sekiz maddeden elde edilen verilerle sunulmuştur. Bu test kapsamında tek sayılı (9, 11, 13 ve 15.) maddeler farklı işaretli; çift sayılı (10, 12, 14 ve 16.) maddeler ise aynı işaretli tam sayılarla ilgili maddeler olup kavramın farklı gösterimleri ile ilişkilendirmeye yönelik veriler Tablo 3.3.\`de sunulmuştur.

Tablo 3.3. *Tam sayıları kavramın farklı gösterimleri ile ilişkilendirme*

İşlem	Madde	Doğru (D)	Kısmen Doğru (KD)	Yanlış (Y)
Toplama	9	31 (%89)	3 (%8)	1 (%3)
	10	16 (%46)	16 (%46)	3 (%8)
Çıkarma	11	21 (%60)	-	14 (%40)
	12	29 (%84)	3 (%8)	3 (%8)

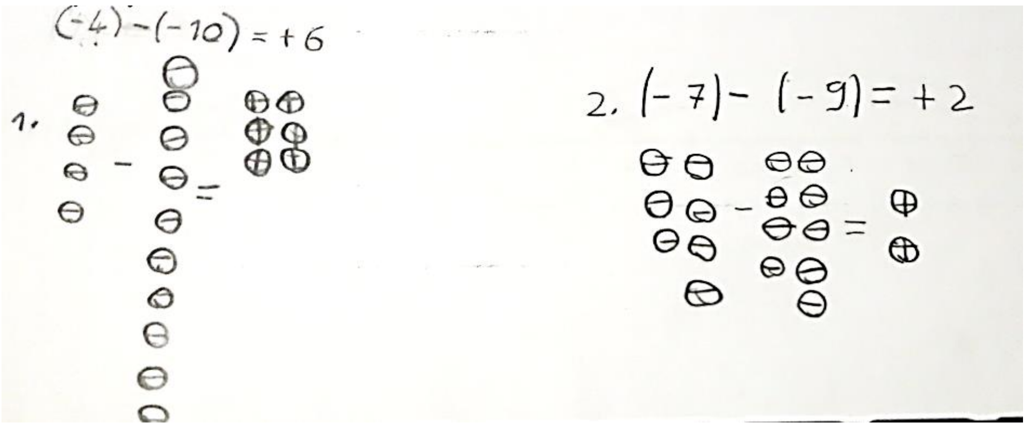
Çarpma	13	22 (%63)	1 (%3)	12 (%34)
	14	1 (%3)	9 (%26)	25 (%71)
Bölme	15	16 (%46)	3 (%8)	16 (%46)
	16	19 (%54)	7 (%20)	9 (%26)

Tablo 3.3. incelendiğinde sayı doğrusu üzerinde farklı işaretli iki tam sayının toplamının sayma pullarına geçiş yapmayı içeren dokuzuncu maddeyi öğrencilerin %89'i (N=31) doğru yanıtlamışlardır. Burada öğrencilerin %8'i (N=3) sayı doğrusundaki sonuç ile toplanan ifadeleri ayırt etmekte zorluk yaşadıklarında ve öncelikle sembolik ifadeye çevirip işlemi daha sonraya bırakmaları, dolayısıyla kısmen doğru yanıt verdikleri tespit edilmiştir. Örneğin $Ö_{11}$'in bu madde kapsamındaki yanıtı Şekil 3.7.`de gösterilmiştir.



Şekil 3.7. *$Ö_{11}$`in çoklu gösterimler ile ilişkili dokuzuncu maddeye vermiş olduğu yanıt*

$Ö_{30}$ ise şekil 3.8.`de görüldüğü gibi maddeyi yanlış yanıtlamıştır. Buradan da görüldüğü gibi öğrenci çıkarılacak yeterli eksi pul bulunmaması durumunda toplama işleminin modellenmesine benzer şekilde hareket etmiştir.

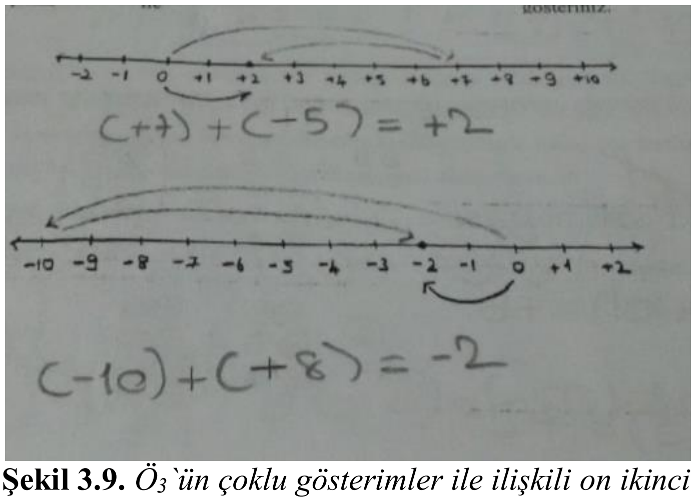


Şekil 3.8. *$Ö_{30}$`un çoklu gösterimler ile ilişkili dokuzuncu maddeye vermiş olduğu yanıt*

Aynı işaretli tam sayılarla toplama işlemi yapmayı gerektiren maddede toplam 16 (%46) öğrencinin günlük yaşam problemi yazma ve negatiftik içeren bir durumun tekrar "-" işareti ile ifade edilmesinden ötürü kısmen doğru yanıtladığı dikkat çekmiştir. Örneğin; Ö$_{29}$`un bu madde kapsamındaki yanıtı "*Bakkala -3 lira borcum var. -5 lira daha borç yaptım. Toplam kaç lira borcum vardır?"* şeklindedir. 3 (%8) öğrenci ise pozitiflik içeren bir durumu "-" işareti ile ifade ettiklerinden dolayı maddeye yanlış yanıt vermişlerdir. Burada da Ö$_{14}$ "*Pazartesi ve salının toplam sıcaklık miktarı 8`dir. Pazartesi günü 5 ise salı günü sıcaklık miktarı kaçtır?"* yanıtını vermiştir. Görüldüğü gibi bazı öğrenciler verilen bir durumu tam sayılar ile ifade etmede güçlük yaşamakta ya da sözel ifadenin altında yatan matematiksel anlamı göz ardı etmektedirler.

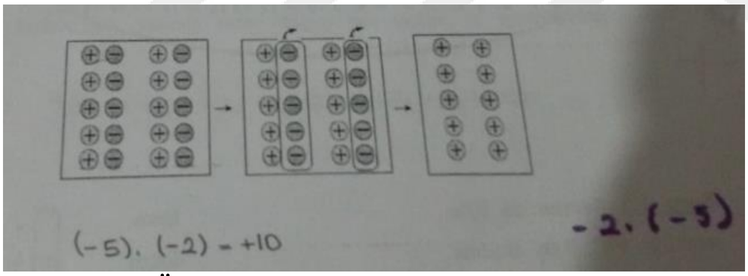
Testin ikinci kategorisinin çıkarma işlemi kısmındaki on birinci madde sayma pulları ile modellenmiş bir işlemin sayı doğrusu ile ilişkilendirilmesiyle ilgilidir. Negatif bir tam sayı çıkarılırken sayı doğrusunda eksilenin ters işaretlisi ile toplarmış gibi hareket edilmesi yerine, tam tersi şekilde geriye dönüldüğünden dolayı ilişkilendirilme yapılamamış ve bu nedenle öğrencilerin %40'ı (N=14) bu maddeyi yanlış yanıtlamışlardır.

On ikinci maddede ise 3 (%8) öğrenci sayı doğrusundaki işlemlerin birini sembolik olarak ifadelendirememişlerdir. Bununla birlikte 3 (%8) öğrenci maddeyi boş bırakırlarken, 2 (%6) öğrenci ise sayı doğrusundaki işlemi çıkarma işlemi yerine toplama işlemi ile temsil ederek iki işlem arasında ilişki kurmuşlar ve doğru sonuca ulaşmışlardır. Örneğin; Ö$_{3}$'ün bu madde kapsamındaki yanıtı Şekil 3.9.`da gösterilmiştir.



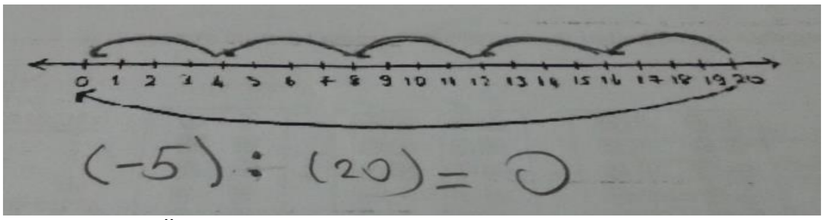
Şekil 3.9. *Ö$_{3}$`ün çoklu gösterimler ile ilişkili on ikinci maddeye vermiş olduğu yanıt*

Tam sayıların çoklu temsilleri ile ilişkilendirmede çarpma işleminin ilk maddesi olan farklı işaretli sayılarla çarpma işlemi yapmayı gerektiren on üçüncü maddede, öğrencilerin %34'ünün (N=12) yanlış problemler kurdukları tespit edilmiştir. Sayı doğrusu modelinden çarpma işlemi dışında çıkarma, toplama ve bölme anlamı çıkarıldığından; bölen ifade ile bölüm ifadelerinin birbirinden ayırt edilememesi, negatiflik anlamının tam olarak verilememesinden kaynaklı sıkıntılar yaşanmıştır. Problemin yapısını doğru kurmasına rağmen probleme negatif anlamını yükleyemediğinden $Ö_{23}$ maddeyi kısmen doğru yanıtlayan tek öğrenci olmuştur. $Ö_{11}$`in maddeye vermiş olduğu yanıt "*Dört kıtalık bir şiirin her bir kıtasında iki satır olduğuna göre bu şiir kaç satırlıktır.*" şeklindedir. Aynı işaretli sayıların çarpımını ele alan sayma pulları modelinde ise yalnızca $Ö_4$ maddeyi doğru yanıtlamış, 9 (%26) öğrenci ise değişme özelliğini gerekçe göstererek maddeyi kısmen doğru yanıtlamışlardır. Örneğin; $Ö_8$'in bu madde kapsamındaki yanıtı Şekil 3.10.`da gösterilmiştir. Diğer öğrencilerin ise sıfır çiftinin modellemeye verdiği anlamı fark edemeyerek yanlış yanıtlar verdikleri dikkat çekmiştir.



Şekil 3.10. *$Ö_8$`in çoklu gösterimler ile ilişkili on dördüncü maddeye vermiş olduğu yanıt*

Testteki farklı gösterimler kategorisinin son kısmı olan bölme işlemini farklı işaretli tam sayılar kısmını içeren on beşinci maddede 3 (%8) öğrencinin negatif pulları pozitif kabul ettiğinden bölme işlemine negatif anlamı verememekten, bölen ile bölüm ifadelerinin karıştırılmasından dolayı kısmen doğru yanıtlar verdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin %46'sı (N=16) ise modellemeye çıkarma anlamı vererek maddeyi yanlış yanıtlamışlardır. Bu kapsamda, $Ö_8$ "*On lira parası olan birinin on lira borcu olursa kaç lirası kalır.*" şeklinde bir görüş bildirmiştir. Testteki bu bölümün son maddesinde ise geriye doğru dönen sayı doğrusu oklarının eksi olarak algılanması, çarpma işlemi anlamı verilmesi ve testin bir önceki maddesi ile benzer şekilde bölen ile bölüm ifadelerinin karıştırılmasından dolayı toplam 7 (%20) öğrenci maddeyi kısmen doğru yanıtlayabilmişler, öğrencilerin 9'u (%26) ise bölme işlemini yanlış yapılandırarak maddeyi doğru yanıtlayamamışlardır. $Ö_{28}$'nin bu madde kapsamındaki yanıtı Şekil 3.11.`de gösterilmiştir.



Şekil 3.11. *$Ö_{28}$`in çoklu gösterimler ile ilişkili on altıncı maddeye vermiş olduğu yanıt*

3.2.1.3. Farklı Disiplinler İle İlişkilendirme Becerisi İle İlgili Elde Edilen Bulgular

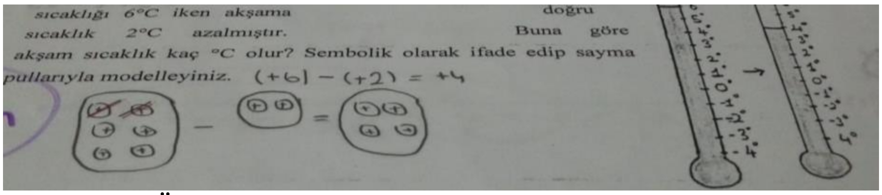
Yedinci sınıf öğrencilerin farklı disiplinler ile ilişkilendirme becerileri, dört farklı işlem, tam sayıların işaretleri de aynı ve farklı olmak üzere toplam sekiz maddeden elde edilen verilerle sunulmuştur. Bu test kapsamında 17, 19, 21 ve 23. maddeler farklı işaretli; 18, 20, 22 ve 24. maddeler ise aynı işaretli tam sayılarla ilgili olup farklı disiplinler ile ilişkilendirmeye yönelik veriler Tablo 3.4.`de sunulmuştur.

Tablo 3.4. *Tam sayıları farklı disiplinler ile ilişkilendirme*

İşlem	Madde	Doğru (D)	Kısmen Doğru (KD)	Yanlış (Y)
Toplama	17	29 (%84)	3 (%8)	3 (%8)
	18	30 (%86)	1 (%3)	4 (%11)
Çıkarma	19	14 (%40)	17 (%49)	4 (%11)
	20	27 (%77)	1 (%3)	7 (%20)
Çarpma	21	30 (%86)	-	5 (%14)
	22	12 (%34)	6 (%17)	17 (%49)
Bölme	23	17 (%49)	6 (%17)	12(%34)
	24	8 (%23)	12 (%34)	15 (%43)

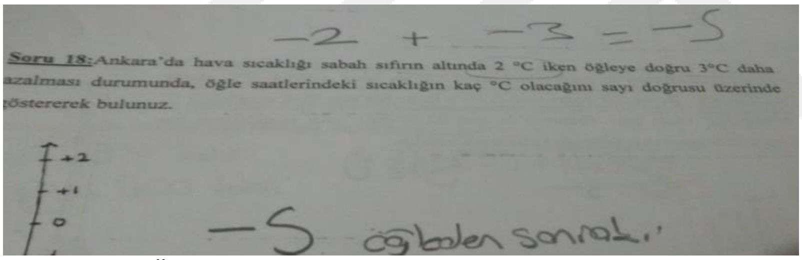
Tablo 3.4. incelendiğinde farklı disiplinler ile ilişkilendirilmiş bir problemle farklı işaretli iki tam sayının toplamında pozitif bir ifadeden negatif bir ifade çıkarılırken sıfır çiftinin eklenmesi ve sembolik ifadenin eksikliğinden dolayı 3 (%9) öğrenci bu maddeyi kısmen doğru yanıtlamışlardır. 3 (%9) öğrenci maddeyi yanıtlayamamış, 8 (%23)

öğrenci ise toplama işlemi kullanmak yerine çıkarma işlemi ile ilişki kurarak "(+6)-(+2)=(+4)" şeklinde modelleme yapmayı tercih etmişlerdir. Örneğin; $Ö_1$'in bu madde kapsamındaki yanıtı Şekil 3.12.`de gösterilmiştir.



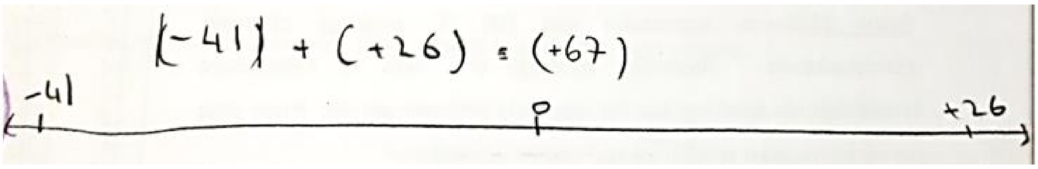
Şekil 3.12. *$Ö_1$`in farklı disiplinler ile ilişkili on yedinci maddeye vermiş olduğu yanıt*

Aynı işaretli toplama işlemini içeren maddede ise $Ö_{10}$, sayı doğrusu ile modellemek yerine sembolik olarak ifade ettiğinden ötürü kısmen doğru kategorisinde değerlendirilmiştir. $Ö_{10}$'un bu madde kapsamındaki yanıtı Şekil 3.13.`de gösterilmiştir. 4 (%11) öğrenci ise eksilmeyi pozitif bir durum olarak algıladıklarından maddeyi yanlış yanıtlamışlardır.



Şekil 3.13. *$Ö_{10}$`un farklı disiplinler ile ilişkili on sekizinci maddeye vermiş olduğu yanıt*

Çıkarma işleminde ise işleme ters yönden başlamadan kaynaklı negatif yaş durumunun ortaya çıkması, doğal sayıları kullanarak işlem yapma ve işlem hatalarından dolayı öğrencilerin %49'u (N=17) kısmen doğru olarak yanıtlayabilmişlerdir. Bunun yanında 4 (%11) öğrenci maddeyi yanlış cevaplarken, 14 (%40) öğrenci ise sayı doğrusu modeli ile ilişki kurarak maddeyi doğru cevaplamışlardır. Bu bağlamda $Ö_4$`ün vermiş olduğu yanıt şekil 3.14.`deki gibidir. Öğrenci bu noktada "26-(-41)" şeklinde çıkarma işlemi yaparak yanıtlamaktansa sayı doğrusu ve mutlak değer kavramı ile ilişkilendirerek sonuca gitmeyi tercih etmiştir.



Şekil 3.14.*Ö₄`ün farklı disiplinler ile ilişkili on dokuzuncu maddeye vermiş olduğu yanıt*

Aynı işaretli tam sayılarla çıkarma işleminde ise 1 öğrenci (%3) işlem hatasından ötürü kısmen doğru yanıtlarken; 5 öğrenci (%14) çıkarma işlemi ile ilişki kurup maddeyi toplama işlemi yaparak doğru yanıtlamışlardır. Öğrencilerin %20'si (N=7) ise negatif iki tam sayıyı birbirinden çıkarmayı gerektiren bir durumda toplama yaparak ve boş bırakmaktan dolayı yanlış yanıt vermişlerdir. Burada yapılan toplama işlemleri öğrencileri doğru yanıta götürememiştir. Örneğin; $Ö_{16}$ gece ve gündüz sıcaklıklarını doğru belirlemiş ancak sıcaklık değişimini bulması için çıkarma yapması gerektiğine karar verememiştir. "-6+-4=-10" şeklinde toplama işlemi yaparak maddenin istediği veriden uzaklaşmıştır.

Çarpma işleminde ise 5 (%14) öğrencinin yanıtlarında herhangi bir ifade ve çözüm kullanılmadığından yanlış kategorisinde değerlendirilmişlerdir. Geri kalan tüm öğrenciler bu maddeyi sayı doğrusunda doğru bir şekilde modellemişlerdir. Aynı işaretli tam sayılarla çarpma işlemi yapmayı gerektiren yirmi ikinci maddede ise 6 (%17) öğrenci sembolik ifadelerdeki eksiklik ve açıklama yapılmamasından dolayı kısmen doğru yanıtlamışlardır. 17 (%49) öğrenci işlemden çarpma ya da ilişkili olarak bölme anlamı çıkaramadıklarından yanlış yanıtlar vermişlerdir. Buna ek olarak 3 (%8) öğrenci ise maddeye bölme işlemi kullanarak, çarpma anlamını da vererek doğru yanıtlamışlardır.

Testteki farklı disiplinler ile ilişkilendirme kategorisinin son kısmı olan bölme işleminin farklı işaretli tam sayılar kısmını içeren maddede 6 (%17) öğrencinin yanıtları durumu doğal sayılarla işlemler gibi ele almaktan, işlemi sembolik olarak doğru bulmasına rağmen işlem hatası dolayısıyla ve açıklama yapılamadığından kısmen doğru kategorisinde değerlendirilmişlerdir. $Ö_2$ ise bölme işlemi anlamı vererek gerekli açıklamaları yapmış ve maddeyi doğru yanıtlamıştır. 12 (%34) öğrenci maddeye çarpma ya da çıkarma anlamı verdiklerinden dolayı maddeyi yanlış yanıtlamışlardır. Yirmi dördüncü madde ise işlemi doğal sayılarla ele alma dolayısıyla 12 (%34) öğrenci tarafından kısmen doğru yanıtlanmıştır. 8 (%23) öğrenci maddeyi doğru yanıtlarken;

geriye kalan öğrenciler probleme çıkarma ve çarpma anlamı yüklediğinden maddeyi yanlış yanıtlamışlardır.

3.2.1.4. Matematiksel Kavramlar Arası İlişkilendirme Becerisi İle İlgili Elde Edilen Bulgular

Öğrencilerin matematiksel kavramlar arası ilişkilendirme becerileri, dört farklı işlem ve tam sayıların işaretleri de aynı ve farklı olmak üzere toplam sekiz maddeden elde edilen verilerle sunulmuştur. Bu test kapsamında 25, 27, 29 ve 31. maddeler farklı işaretli; 26, 28, 30 ve 32. maddeler ise aynı işaretli tam sayılarla ilgili maddeler olup matematiksel kavramlar arası ilişkilendirmeye yönelik veriler Tablo 3.5.`te sunulmuştur.

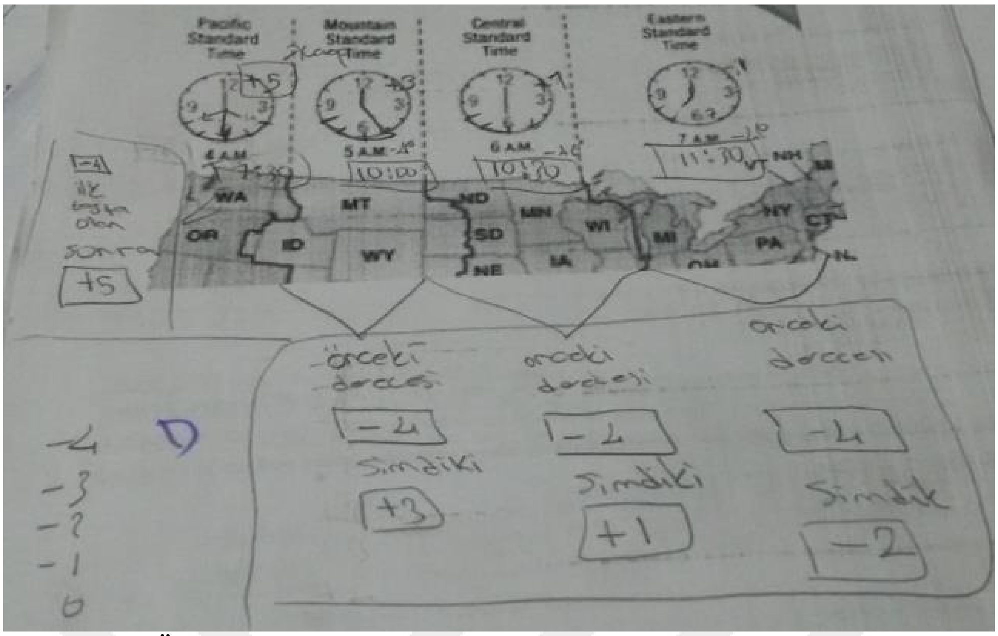
Tablo 3.5. *Tam sayıları matematiksel kavramlar ile ilişkilendirme*

İşlem	Madde	Doğru (D)	Kısmen Doğru (KD)	Yanlış (Y)
Toplama	25	17 (%49)	11(%31)	7 (%20)
	26	22 (%63)	6 (%17)	7 (%20)
Çıkarma	27	8 (%23)	9 (%26)	18 (%51)
	28	23 (%66)	2 (%6)	10 (%28)
Çarpma	29	7 (%20)	13 (%37)	15 (%43)
	30	8 (%23)	4 (%11)	23 (%66)
Bölme	31	9 (%26)	12 (%34)	14 (%40)
	32	13 (%37)	10 (%28)	12 (%35)

Matematiksel kavramlar ile ilişkilendirilmiş bir ifadede farklı işaretli iki tam sayının toplamında öğrencilerin yanıtlarında tam sayıları sıralayamama, aynı ve farklı işaretli sayıları ayırt edememe, işlem hatası ve eksik bırakılan bölümlerin varlığı gibi durumlar söz konusudur. Bu şekilde kısmen doğru yanıtlayan öğrenci sayısı 11 (%31)'dir. 7 (%20) öğrenci ise işlem hatalarından dolayı yanlış yanıtlamışlar veya maddeyi boş bırakmışlardır. Yirmi altıncı maddede farklı işaretli tam sayılarla toplama yaparken ise 6 (%17) öğrenci borcu ifade ederken tekraren yön anlamı veren eksi işaretini kullanmaktan ve ilişki fark edildiği halde problem kuramama gibi durumlardan kaynaklı maddeyi kısmen doğru yanıtlayabilmişlerdir. 7 (%20) öğrenci ise ifadeye çarpma işlemi anlamı verdiklerinden doğru problemi kuramamışlardır. Örneğin; $Ö_3$ bu noktada "*Hasan bir bankadan 2 tane 5 liralık borç alıyor. Diğer bir bankadan ise 2 tane 3 liralık borç alıyor. Toplamda 16 liralık bir borç oluyor."* şeklinde bir açıklama yoluna gitmiştir.

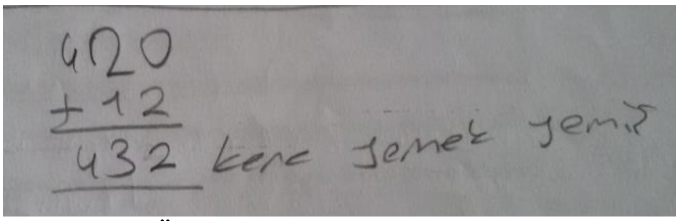
Matematiksel kavramlar arası ilişkilendirme boyutunun çıkarma işleminde 9 öğrencinin (%26) yanıtlarında sonucu bulmalarına rağmen açıklama yapamadıklarından kısmen doğru; 18 öğrenci (%51) ise "*Bir sayıdan negatif bir tam sayı çıkarılırsa sonuç negatif olur*" açıklaması dolayısıyla yanlış kategorisinde değerlendirilmişlerdir. Yirmi sekizinci maddede yalnızca 2 öğrenci (%6) maddeyi kısmen doğru yanıtlarken; 10 öğrenci (%28) ise uzaklıkların farkını almak yerine toplamını bulmaktan kaynaklı yanlış yanıtlar vermişlerdir. Örneğin; $Ö_{29}$ "|-18| - |-7| = +11" ifadesi yerine uzaklıklarının her ikisinin de deniz altında bulunduğunu göz ardı ederek "|-18| + |-7| = +25" şeklinde bir sembolik ifade kullanmıştır.

Bu boyutun çarpma işlemi kısmında 13 öğrenci (%37) genel terimi belirleyemediklerinden dolayı genel terim yerine herhangi bir derinliği hesaplamışlardır. Dolayısıyla elde edilen yanıtlar kısmen doğru kategorisinde ele alınmıştır. Derinliği negatif olarak ifade etmeyen ya da maddeye çıkarma işlemi anlamı veren 15 öğrenci (%43) ise yanlış yanıtlar vermişlerdir. Diğer maddede ise 4 (%11) öğrenci bir bölümü boş bırakarak kısmen doğru cevaplarken; 8 (%23) öğrenci tam doğru yanıtlar vermişlerdir. Örneğin; $Ö_{13}$'ün bu madde kapsamındaki yanıtı Şekil 3.15.`de gösterilmiştir. Diğer öğrenciler ise bu maddeye hiçbir yanıt verememişlerdir.



Şekil 3.15. *Ö$_{13}$`ün kavramlar arası ilişkili otuzuncu maddeye vermiş olduğu yanıt*

Testin son boyutu ve matematiksel kavramlar arası ilişkilendirmenin son bölümü olan farklı işaretli tam sayılarla bölme işlemiyle maddede aritmetik ortalama ile ilişki kuramayan toplam 12 öğrenci (%35) sadece grafiği okuyup toparlayarak yarım bırakmışlardır. Burada öğrenciler grafik üzerinde verilen günlük sıcaklık değerlerini okuyarak haftalık toplam sıcaklık değerini bulmuşlar ve soruyu bu şekilde tamamlamışlardır. Dolayısıyla da kısmen doğru olarak kabul edilmişlerdir. Bunun yanında 9 öğrenci (%26) maddeyi doğru yanıtlarken, diğer öğrenciler ise maddede herhangi bir işlem yapmamışlardır. Son maddede ise 10 öğrenci (%28) gün ve hafta ilişkisini kuramadığından dolayı kısmen doğru yanıtlar vermişlerdir. Örneğin; Ö$_{28}$'nin bu madde kapsamındaki yanıtı Şekil 3.16.`de gösterilmiştir. 12 öğrenci (%34) problemin bölme işlemi anlamını fark edemeyerek maddeyi boş bırakmış ya da toplama işlemi yaparak maddeyi yanlış yanıtlamışlardır.



Şekil 3.16. *Ö$_{28}$`in kavramlar arası ilişkili otuz ikinci maddeye vermiş olduğu yanıt*

3.2.2. Ön Görüşme ve Son Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde, 6 öğrenci ile gerçekleştirilen ön ve son görüşmeden elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Ön görüşme ve son görüşme formunda yer alan sorulara verilen yanıtlar ayrı başlıklar halinde paylaşılmış ve yorumlanmaya çalışılmıştır.

3.2.2.1. Ön Görüşme Formundan Elde Edilen Bulgular

ÖGF`den elde edilen bulgular; tam sayıları günlük yaşamla ilişkilendirme (4., 9., 10. ve 13. sorular), kavramın farklı gösterimleri ile ilişkilendirme (7. ve 11. sorular), farklı disiplinler ile ilişkilendirme (6., 8. ve 12. sorular), ve matematiksel kavramlar arası ilişkilendirme (1., 2., 3. ve 5. sorular) becerileri dikkate alınarak sunulmuştur.

Tam sayılara günlük yaşamda duyulan ihtiyacı $Ö_1$, $Ö_3$ ve $Ö_5$`in sıcaklık değerleri, asansör katları ve market alışverişi ile ilişki kurarak belirttikleri görülmektedir. Ancak bu öğrenciler ihtiyaca yönelik net bir örnek sunamamışlardır. $Ö_2$ ve $Ö_4$ daha çok durumun matematiksel boyutu üzerinde durmuş ancak sınırlı açıklamalarda bulunmuşlardır. $Ö_6$`nın sunmuş olduğu gerekçenin ise soru ile ilgisi olmadığı belirlenmiştir. Dolayısıyla öğrencilerin ihtiyacı farkında oldukları fakat bu durumu somut olarak ifade edemedikleri sonucu çıkartılabilir. Tam sayılar konusunun günlük yaşam ile ilişkilendirilmesinin önemine yönelik düşüncelerini ortaya koymak amacıyla sorudan elde edilen bulgular, öğrencilerin bu konunun günlük yaşam ile ilişkilendirilerek öğrenimine büyük önem atfettiklerini ortaya koymaktadır. $Ö_2$`nin durumu çok fazla önemli bulmadığı, $Ö_5$ ve $Ö_6$`nın ise önem vermekle birlikte düşüncelerini açıklayamadıkları görülmüştür. $Ö_1$, $Ö_3$ ve $Ö_4$`in günlük yaşam durumlarından hareketle sınırlı sayıda örnek verebildikleri görülmüştür. Örneklerin içeriği de yüzeyseldir. Örneğin; $Ö_4$ *"Bence önemlidir. Mesela günlük yaşantımızda tam sayılara matematik bilmeyen bir kişi, mesela örnek olarak diyelim bir markette kasacısı tam sayıları matematikle ilgili şeyleri bilmiyorsa yanlış hesap yapabilir, müşteriye yanlış para verebilir."* şeklinde bir yanıt vermiştir. Herhangi bir günlük yaşam durumundan hareketle problem kurma ve sembolik olarak ifade etme becerisini ortaya koymak amacıyla sorulan soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, $Ö_3$ ve $Ö_4$`ün anlam ifade eden bir problem kuramadıkları görülmüştür. $Ö_5$`in kurmuş olduğu problem Şekil 3.17.`de verilmektedir.

Günlük yaşam problemi	Matematiksel işlemi
Bu kuş ile bu balığın mesafesi ne kadar?	7m

Şekil 3.17. *Ö$_5$\`in kurmuş olduğu günlük yaşam problemi*

Ö$_5$\`in burada problem kurmada sayı doğrusunu araç olarak kullandığı görülmektedir. Ö$_1$, Ö$_2$ ve Ö$_6$ deniz altındaki derinlikleri ifade ederken problemlerde "-" işaretini kullandıkları dikkat çekmektedir. Bir başka ifadeyle, bu öğrenciler "deniz altı" ifadesinin aynı zamanda eksi anlamını içerdiğini göz ardı etmişlerdir. Ö$_1$ balığın deniz seviyesine olan mesafesini -10 metre olarak ifade etme yoluna gitmiştir. Bununla birlikte Ö$_1$ kurduğu probleme yönelik işlemi "20-(-10)" doğru bir şekilde ifade ederek sonucu +10 bulmuştur. Ö$_2$ ise çözümü sayı doğrusu üzerinden elde etmiş, işlem yapmayı düşünememiştir. Günlük yaşamda tam sayıların kullanımına yönelik sunulan bir örnek üzerinden öğrenci düşüncelerini ortaya koymak amacıyla geliştirilen soruya vermiş oldukları yanıtlar incelendiğinde Ö$_3$ ve Ö$_6$\`nın problemi doğru bir şekilde anlamlandırıp tam sayılar ile ifade edebildikleri görülmüştür. Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_4$ ve Ö$_5$\`in ise problemin vermek istediği anlamın dışına çıkıp tam sayılar yerine doğal sayıları kullanarak işlem yapmaya çalıştıkları dikkat çekmiştir. Örneğin; Ö$_2$ burada "*Cebimdeki para yüz lira, yüz lirada kazağa verirsem cebimde hiç para kalmaz. Sıfır olur.*" şeklinde bir yanıt verme yoluna gitmiştir.

Kavramın farklı gösterimleri ile ilişkilendirme boyutuna dair sorulan sorulara verilen yanıtlara incelendiğinde sembolik ifadelerin dışında tam sayıları ifade etmede kullanılabilecek farklı gösterimlerin farkında olunup olunmadığına yönelik; Ö$_3$ tam sayıların sembolik ifadeler dışında sayı doğrusu ile de gösterebileceğini belirtmiştir. Bunun dışında diğer öğrencilerin tam sayıların farklı gösterimlerine yönelik herhangi bir fikirlerinin olmadığı ya da mevcut yapıların farklı bir gösterim olduğunun farkında olmadıkları düşünülmektedir. Görüşmenin ilerleyen kısmında sayıları sayı doğrusuna yerleştirmeleri ve sıcaklıkları karşılaştırırken sayı doğrusu kullanmaları bu düşünceyi destekler niteliktedir. Verilen bazı tam sayıları sayı doğrusuna yerleştirmede ise tüm öğrencilerin tam ve doğru bir şekilde yerleştirdikleri görülmüştür. Burada öğrencilerin sayıları sayı doğrusuna yerleştirirken ilk olarak sıfır noktasını belirledikleri ve aralıklar eşit olacak şekilde sayı doğrusunda noktaları yerleştirdikleri tespit edilmiştir.

Tam sayıları farklı disiplinlerle ilişkilendirme boyutuna yönelik diğer derslerde kullanılma durumu sorgulandığında $Ö_1$, $Ö_5$ ve $Ö_6$ matematik dersi dışında görmüş oldukları derslerde tam sayıları kullandıkları herhangi bir yer hatırlayamamışlardır. Örneğin; $Ö_5$ *"Hatırlamıyorum ama tam sayılar fen dersinde kullanılabilir ama bu konuda da bir fikrim yok."* şeklinde belirtmiştir. Bununla birlikte $Ö_2$, $Ö_3$ ve $Ö_4$ fen ve teknoloji dersinde tam sayıların dört işlem yaparken kullanıldığını belirtirlerken; $Ö_1$ ve $Ö_5$ kullanılabileceğini ifade etmişlerdir. $Ö_1$ *"Kullanılacak bir yer hatırlamıyorum. Ama kullanılacak yer olarak fen derslerinde sıcaklık konularında tam sayıları daha fazla anlatırlarsa tam sayılar kişilerin aklında daha iyi kalır."* şeklinde bir yanıt vermiştir. Ancak genel olarak incelendiğinde tam sayıların diğer derslerdeki kullanımına yönelik somut örnekler oldukça sınırlı düzeydedir. Tam sayıların öğreniminde matematik veya diğer derslerdeki konular ile ilişkilendirilmesinin önemine yönelik sorudan elde edilen bulgular ise; tam sayıların matematik veya diğer derslerdeki konular ile ilişkilendirilmesi tüm öğrenciler tarafından önemli görüldüğünü ortaya koymuştur. Ancak öğrencilerden $Ö_1$ ve $Ö_5$\`ten elde edilen veriler, kavramlar ve disiplinler arası ilişkilendirmenin öğrenmenin kalitesini nasıl etkilediğine dair kavramsal öğrenmeyi ele aldıklarını göstermiştir. Bu öğrenciler tam sayılar diğer dersler içerisinde kullanıldığında işe yararlığının, akılda kalıcılığının arttığını ve sadece belli bir konuyu ifade etmekten öte farklı noktaları da aydınlatmayı sağlayacağını belirtmişlerdir. Diğer öğrencilerin ise açıklamalarının altında yatan gerekçeyi sunamadıkları görülmüştür.

Tam sayılarla ifade edilen hava sıcaklıklarını karşılaştırmak ve tam sayılar ile farklı disiplinlerin ilişkisini ortaya koymaya dönük yanıtlardan hareketle, $Ö_6$ dışında kalan öğrencilerin sıfır noktasını referans alarak karşılaştırma yaptıkları görülmüştür. Ö6 ise *"Öğretmenim +6\`dan -3\`ü çıkarmayacak mıyız? Antalya daha sıcaktır. Çünkü artılar daha fazla yani büyüktür. Eksiler daha küçüktür. Ama niye daha büyük ya da niye küçük olduğunu bilmiyorum."* şeklinde açıklamada bulunmuştur. Dolayıyla eksi işaretli sıcaklıkların sıfırdan küçük olduğu için daha soğuk, sıfırın üzerinde kalan artı işaretli sıcaklıkların daha büyük olduğu için daha sıcak olduğu yönünde açıklamalar tüm öğrenciler tarafından yapılmıştır. Ancak yapılan açıklamalardan sayıların sayı doğrusu üzerindeki yerleşimine yönelik tatmin edici bir açıklama gelmemiştir.

Matematiksel kavramlar arası ilişkilendirme boyutu incelendiğinde öğrencilerin tam sayı kavramını net olarak edinemedikleri, kesir ve doğal sayı gibi farklı sayı kümelerinden tam olarak ayırt edemedikleri ortaya çıkmıştır. Öğrenciler, tam sayı kavramına örnek verirken "0, 1, 2, 2/3,.." şeklinde sayarak doğal sayıları sıralamanın yanında kesir sayılarını da tam sayı olarak düşünmüşlerdir. Bunun yanı sıra tam sayının bir bütünlük içermesi gerektiği anlamına da değinilmemiştir. Örneğin; 2/5 kesri bir bütün olarak algılanmış ve tam sayı olarak kabul edilmiştir. Bu durumda öğrencilerin tam sayı kavramına yönelik ön bilgilerinin olduğu ancak bu bilgileri anlamlandıramadıkları ve dolayısıyla eksik yapılandırılmış şemalarının olduğu düşünülmektedir. Öğrenciler tam sayıların diğer sayılardan farklı yönlerine dair bilgileri ortaya koymak amacıyla bu sayıların doğal sayı veya kesir sayısı gibi sayılardan farklı yönlerinin olup olmadığı, varsa ne olduğu ile ilgili soruyu yanıtlarken; $Ö_1$ ile $Ö_6$ kodlu öğrenciler tam sayıların negatif ve pozitif yönünün olduğunu, buna karşılık doğal sayılarda sadece pozitiflerin olduğunu belirtmişlerdir. Bu öğrenciler de dâhil olmak üzere hiçbir öğrenci, "0" sayısının hangi sayı kümesine ait olduğuna yönelik bir düşünce sahibi değildir. $Ö_2$ ve $Ö_3$ herhangi bir fark olmadığını belirtirlerken, $Ö_4$`e ayrıca açıklamalar yapılmasına rağmen "*Kesirlere biraz daha derinlemesine girince farklı sonuçlar da çıkabilir ama tam sayılarda her zaman orada yazandır.*" şeklinde bir açıklama yaptığından net bir anlam çıkarılamamıştır. $Ö_5$ ise kesir sayıları ile tam sayı arasındaki ilişkiyi kısmen de olsa doğru tahmin ederken, tam sayı ile doğal sayıyı ayırt edememiştir. Bu bağlamda $Ö_5$`in vermiş olduğu yanıt "*Matematikte tabii farklı bir yönü vardır. İşlem yaparken farklı kullanıyoruz, sonra kesir sayılarında bir sayı ile bir sayıyı bölüyorsun. Doğal sayılarla çok fark yok, ama ikisinin ortak bir yönü ve farkı vardır. Mesela kesri ¾ yazarsın, ama bu bir tam etmez. Yani farkı vardır.*" şeklindedir. Bu bağlamda öğrencilerin genel olarak sayı kümelerini ortak ve farklı yönleriyle birlikte tam olarak ayırt edemedikleri tespit edilmiştir.

"-" işaretinin çıkarma ve negatif yön anlamlarına dair düşüncelere yönelik soruda, $Ö_5$ kodlu öğrenci dışındaki tüm öğrenciler "-" işaretinin hem çıkarma hem de negatif yön anlamını içerdiğini ifade etmişlerdir. $Ö_5$ ise yalnızca yön anlamından bahsetmiştir. "-6" sayısı ve "+6" sayısının benzer ve farklı yönlerine değinildiğinde ise $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_4$, $Ö_5$ ve $Ö_6$`nın bu sayıların birinin negatif diğerinin pozitif olduğunu belirttikleri görülmüştür. $Ö_4$ ve $Ö_5$`in bunlara ek olarak bu sayıların sayı doğrusu üzerindeki yerine de değindikleri tespit edilmiştir. $Ö_3$ ise durumu günlük yaşam boyutuyla yorumlayarak deniz seviyesi üzerinden örneklemiştir. $Ö_3$ *"Mesela denizin -6 derece altına iniyoruz. Bu bir düşüklüktür. -6 düşüklüğü +6 yüksekliği ifade ediyor."* şeklinde açıklama yapmıştır. Bu verilerden yola çıkarak öğrencilerin tam sayıları her iki boyutuyla ele aldıkları ancak çok ayrıntılı yorumlayamadıkları belirtilebilir.

Tam sayıların daha önce öğrenilen konularla ilişkisi incelendiğinde $Ö_3$ *"Çıkartma işlemi ve toplama işlemi olabilir"* ve $Ö_4$\`ün "*Tam sayılar; çıkarma işlemi, toplama işlemi ve bölme işlemi ile ilişkilendirebilirim. Çünkü bunların içinde tam sayıları kullanıyoruz."* şeklinde, tam sayıların dört işlem ile ilişkili olabileceği yönünde fikirlerinin olduğu ancak bu ilişki hakkında bilgilerinin net olmadığı görülmektedir. $Ö_6$\`nın ise *"Doğal sayılarla biraz ilgisi olabilir. Çünkü onların sayılarını kullanıyoruz. Kesirle ilgisi yoktur. Çıkarmada falan lazım oluyor eksili tam sayılar."* şeklinde tam sayı ile doğal sayı kümelerinin ortak sayılarından dolayı bir ilişkisinin olabileceği yönünde bir düşüncesi söz konusudur. Verilen yanıtlar öğrencilerin tam sayı kavramını dar bir açıdan ele aldıklarını ortaya koymaktadır.

Ön görüşme formundan elde edilen veriler genel olarak değerlendirildiğinde öğrencilerin tam sayı kavramını tam olarak anlamlandırıp diğer sayı kümelerinden ayırt edemedikleri bulgusuna ulaşılmıştır. Bu bağlamda tam sayılara yönelik sembolik gösterimlerin öne çıktığı göze çarpmaktadır. Dolayısıyla öğrencilerin matematiksel kavramlar arası ilişkilendirme ve kavramın farklı gösterimleri ile ilişkilendirme becerileri yeterli düzeyde değildir. Yenilenen öğretim programları ve öğretim yaklaşımlarıyla birlikte günlük yaşamla ve farklı disiplinlerle ilişkilendirmenin önemi de gittikçe artmaktadır. Öğrencilerin vermiş olduğu yanıtlar bu önemin varlığını ortaya koymakla birlikte bu sürece yönelik oldukça sınırlı bilgi içermektedir. Bununla birlikte öğrencilerde görülen bir diğer eksiklik ise somuttan soyuta düşünme ve ilişkilendirme becerisine tam olarak sahip olamamalarıdır.

3.2.2.2. Son Görüşme Formundan Elde Edilen Bulgular

Son görüşmelerle öğrencilerin ilişkilendirme becerilerinin gelişimindeki ve süreç içerisinde düşüncelerindeki değişim ve 8. sorudan sonraki kısımlarda ilişkilendirme becerisi ile birlikte sunulan işlem becerilerindeki durumları incelenmeye çalışılmıştır. SGF\`den elde edilen bulgular; tam sayıları günlük yaşamla ilişkilendirme (2., 6. ve 8. sorular), kavramın farklı gösterimleri ile ilişkilendirme (5., 12., 15. ve 16. sorular), farklı disiplinler ile ilişkilendirme (4., 9. ve 13. sorular), ve matematiksel kavramlar arası ilişkilendirme (1., 3., 7., 10., 11. ve 14. sorular) becerileri dikkate alınarak sunulmuştur.

Tam sayılara günlük yaşamda duyulan ihtiyaca yönelik elde edilen bulgular tüm öğrencilerin tam sayıları günlük yaşamla ilişkilendirebildiğini; borç-alacak, milattan önce-sonra, sıcaklık değerleri, market alışverişi, asansör katları gibi çeşitli örnekler üzerinden gerekçesini sundukları görülmektedir. Buna ek olarak $Ö_4$ ve $Ö_5$`in ise doğal sayı kümesi ile tam sayı kümesinin elemanları üzerinden ilişki kurarak ihtiyacı matematiksel kavramlar arası bağlantılarla açıklamaya çalıştıkları da tespit edilmiştir.

Tam sayılarla dört işlemin günlük yaşamda kullanımına dönük olarak öğrencilerden $Ö_1$, $Ö_3$, $Ö_5$ ve $Ö_6$ son görüşmede, dört işlemin her birine örnek verebilirlerken, $Ö_4$ sadece bölme işlemine, $Ö_2$ ise toplama ve bölme işlemine örnek verememiştir. Bunun yanı sıra doğru cevaplayan öğrenciler; borç-alacak, alışveriş, beyaz eşya taksiti, oda sayısı gibi model ve bağlamlarla işlemlere örnekler vererek konuyu günlük hayatla ilişkilendirmeye çalışmışlardır. $Ö_4$`ün vermiş olduğu *"Tam sayılarla toplama mesela bakkalcı bir şey satarken veya satın alan kişi parasını verirken eksi oluyor, bu işlemleri yaparken kullanıyoruz. Mesela bir kumaşı keserken de çıkarma yapabiliriz. Mesela şu kadar kestim şu kadar kaldı gibi. Bölmede ise bir şey aldık taksit yapacağız her ay ne kadar ödeyeceğimi bulmak için kullanırım. Satın alan eksi ile satan kişi artı ile ifade eder. Çarpma işlemi ise mesela çikolata aldım, aynısından üç tane daha aldım, çarpma işlemi kullanırım."* yanıtı bu durumu destekler niteliktedir.

Bir günlük yaşam problemi üzerinden tam sayıların nasıl kullanıldığını, kullanılmıyorsa da problemin cevabında nasıl bir etki oluşturacağının irdelenmesi amacıyla öğrencilere yöneltilen soruda, tam sayıların doğal sayılar ile ilişkisini ortaya koyan aynı zamanda tam sayıları kullanmayı gerektiren durumda tüm öğrenciler borç-alacak ilişkisinden dolayı verilmesi gereken paranın "-" ile ifade edilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Aynı zamanda işlemlerde sonucu borç olarak ifade ederek de yanlış yapılmadığını belirtmişlerdir. $Ö_1$ dışındaki tüm öğrenciler buna ek olarak toplama işlemi yerine çarpma işleminin de kullanılabileceğini dile getirmişlerdir. Bu şekilde her ne kadar $Ö_3$ dışındakiler belirtmeseler de toplama ve çarpma işlemi arasındaki ilişkiyi fark etmişlerdir.

Farklı gösterimleri ve bu gösterimler arasındaki ilişkiyi belirleyebilme amacına dönük olarak sembolik ifadelerin dışında tam sayılar konusunda işe koşulan sayma pulları ve sayı doğrusu gösterimleri tüm öğrenciler tarafından bilinmektedir. Bu gösterimler arasındaki ilişkide ise $Ö_5$ ve $Ö_6$ sayı doğrusu ile sayma pulları arasında ilişkiyi kurarken öncelikle sembolik ifadeden yararlanıp daha sonra ilişki kurarak istenilen gösterime çevrilebileceğini belirtmişlerdir. $Ö_1$ ise ilişki kurulabileceğini belirtmiş ancak bu ilişkinin nasıl sağlanacağına yönelik herhangi bir açıklama sunamamıştır. $Ö_2$, $Ö_3$ ve $Ö_4$ farklı gösterimler arasındaki ilişkinin nasıl kurulabileceğini dile getirmesine rağmen bu gösterimler üzerinde hangi işlemlerin verildiğini ifade edememişlerdir.

Tam sayılarla işlemlerin sayma pulları ile modellenmesine yönelik düşünceler incelendiğinde $Ö_4$, $Ö_5$ ve $Ö_6$\`nın var olmayan sayma pulunu tamamlamak için sıfır çiftine ihtiyaç duymaktayız şeklinde bir açıklama yaptıkları görülmektedir. Ancak bu açıklamalar sıfır çiftinin hangi işlemlerde eklenmesi gerektiğini ya da neden eklenmesi gerektiğini karşılayacak nitelikte değildir. Bununla birlikte $Ö_1$, $Ö_2$ ve $Ö_3$\`ün yapmış olduğu açıklamalardan sayma pullarıyla işlem yaparken oldukça zorlandıkları anlaşılmaktadır. $Ö_3$ *"Burada yapılan çözüm bence yanlış çünkü çarpma deniliyor ama çıkarma yapılmış. Burada sıfır çiftini kullanmış çünkü artı ile eksi çarpılırken çarpma işleminde kullanılıyor, ekleniyor. Bütün artı eksi çarpımlarında kullanmıyoruz. Hangi durumlarda ekiliyoruz tam hatırlamıyorum"* şeklinde bir açıklama yapmıştır. Sorunun ikinci kısmında ise $Ö_1$, $Ö_2$ ve $Ö_3$\`ün sayma pullarının gösterdiği sonuca odaklanarak verilen yanıtın doğru olduğunu söyledikleri tespit edilmiştir. $Ö_5$ sonuca odaklanmakla birlikte başlangıçta verilen gurupları doğru ayırt edemeyerek işlem sonucu pozitif olduğundan grupların da "+" ile ifade edilmesi gerektiğini savunmuştur. $Ö_4$ ise diğer öğrencilerin tam tersine sıfır çiftinin bu gösterimde bir anlamı olduğunu, guruplara verdiği anlamdan dolayı sonuca odaklanamayacağımızı ve çarpma işleminde olduğu gibi değişme özelliğini kullanırsak modellemenin de değişeceğini savunmuştur.

Tam sayılarla çıkarma işleminin bilinen sembolik ifadelerin dışında farklı gösterimler ile sunularak bunlar arasında ilişki kurulmasının istendiği bir işlem durumunda belli bir gösterime yatkınlığın sebeplerinin araştırılması amacıyla sorulan sorudan elde edilen bulgular tüm öğrencilerin sembolik ifadelere daha çok güvendiklerini, farklı gösterimleri kullanınca karmaşa yaşadıklarını ve hata yapacaklarına olan inançlarının arttığı göstermiştir.

Tam sayılarla toplama ya da çıkarma işlemlerinin sayı doğrusunda modellenmiş ifadelerinde; okların anlamları, büyüklüğü ve yönünü ele alan soruda öğrencilerin cevapları incelendiğinde, dört işlem ile ilgili hareketlere yönelik tüm öğrencilerin bilgisi olduğu ancak bu bilgilerin birbiriyle çok fazla karıştırıldığı görülmüştür. Öğrenciler toplama işleminde diğer işlemlere göre daha başarılı olsa da işlemler karmaşıklaştıkça okların yönünü ve büyüklüğünü birbirine karıştırdıkları görülmektedir. Özelikle çarpma ve bölme işlemlerinde bu durum çok daha belirgin bir hal almaktadır. Örneğin; $Ö_3$ *"Toplama için okların gittiği yön önemlidir. Çünkü toplarken artı olunca sağa eksi olunca sola gidiyoruz. İfadede neyi topluyorsak oku o kadar büyüklükte seçiyoruz. Çıkarma işleminde ise artı olunca sola eksi diyorsa sağa gidiyoruz. Eksi olunca kafam karışıyor. Çarpma olunca ise mesela ilk verdiği sayı eksiyse sola artıysa sağa doğru gidiyoruz. Mesela iki tane beş diyor iki tane beş gidiyoruz. Adım büyüklüğünü o belirliyor. Bölme için ise (28:4) diyor burada da geriye doğru dörder dörder gidiyoruz. Diğer seçenekte ise çıkarmayla göstermemiş ama toplamayla gösterilmiş. Çıkarmak aslında ters işaretlisi ile toplamak olduğunda doğru olduğunu düşünebiliriz."* şeklinde bir açıklama yapmıştır. Bunun yanında tüm öğrencilerin sayı doğrusundan yola çıkarak çıkarma işleminin aslında sayının ters işaretlisi ile toplamak anlamına geldiğini fark ettiği sonucuna varılmıştır.

Farklı disiplinler içerisinde tam sayıların kullanımına yönelik yanıtlar incelendiğinde tüm öğrenciler fen ve teknoloji dersinde tam sayılarla karşılaştıklarını ve karşılaştıkları hususun ise termometredeki sıcaklık değerleri olduğunu belirtmişlerdir. Bunun yanı sıra $Ö_1$ bu şekilde sıcaklıkla ilgili değişimlerin coğrafya dersiyle ilişkili olacağını da ifade etmiştir. Benzer şekilde tüm öğrenciler sosyal bilgiler dersini örnek göstererek tarih şeridinde milattan öncesini ve sonrasını örneklemişlerdir. Aynı zamanda $Ö_5$ beden eğitimi dersiyle açıları, kolların hareketi durumuyla; $Ö_6$ ise maçlardaki atılan ve kaybedilen golleri tam sayılarla ilişkilendirerek örnek vermiştir.

Tam sayılar ile ilgili sunulan bir problem durumunun hangi alan ile ilişkilendirildiğinin sezdirilmesi ve ilişkinin doğruluğunu test edilmesine dönük soruda verilen herhangi bir sembolik ifadeden hareketle kurulan bir problemin istenilen alanla ilişkisini ayırt edebilmek amaçlanmıştır. Burada tüm öğrenciler kurulan problemin farklı bir disiplinle ilişkili olmadığını ifade etmişlerdir. Bununla birlikte $Ö_3$ dışındakiler problemin farklı disiplinden ziyade günlük yaşamla ilişkili olduğunu belirtmişlerdir.

Tam sayı kavramına ve tam sayıların doğal sayılar ile ilişkisine yönelik düşünceleri ortaya koymak amacıyla öğrencilerin yanıtları incelendiğinde tümünün tam sayıları pozitif ve negatif olarak ayırabildikleri görülmüştür. $Ö_4$ sıfırı tam sayı olarak kabul etmezken $Ö_1$ ve $Ö_2$ sıfırın işareti olmayan bir tam sayı olduğundan bahsetmişlerdir. Diğer öğrenciler "0" tam sayısı ile ilgili herhangi bir bilgi vermemişlerdir. Bununla birlikte $Ö_6$ alacak ve borçlardan, $Ö_5$ ve $Ö_3$ tam sayıların çoklu temsillerinden (sayı doğrusu, sayma pulları), $Ö_4$ ise borç-alacak ve deniz seviyesinden bahsederek günlük yaşamla ilişkilendirme yapmıştır. $Ö_1$, $Ö_4$ ve $Ö_6$ doğal sayılarla işlemleri tam sayılarla işlemlerle karşılaştırmışlar, doğal sayılardaki işlemlerin sonucunun her zaman doğal sayı olduğunu, tam sayılardaki işlemlerin sonucunun ise pozitif (doğal sayı) veya negatif de olabileceğini söyleyerek iki sayı kümesindeki işlemleri değerlendirmişlerdir. $Ö_2$, $Ö_3$ ve $Ö_5$ ise tam sayı ile doğal sayı arasındaki ayrımı yapabilmelerine rağmen bu ilişkiyi işlemlere taşıyamamışlardır. Bu noktada öğrenciler farkında olmalarına rağmen, ilişkilendirmede sıkıntılar yaşamışlardır. $Ö_5$\`in *"Tam sayılar pozitifse ilişkilendirebiliriz. Yani mesela bir tane eksi sayı ile artıyı toplayınca sonuç artıysa ilişkilendirebiliriz. Artılar zaten ortak eksili sayılar zaten tam sayılara aittir."* şeklindeki düşüncesinden "(-2)+(+6)=+4" gibi bir ifadede doğal sayılardaki işlemler ile tam sayılardaki işlemleri pozitif kısımlarını ele alarak ilişkilendirebileceğimiz sonucuna varılmaktadır. Burada öğrenci tam sayıları kullandığımız bazı durumlarda sonucun doğal sayı olabileceğini düşünmektedir. Öğrencinin bu ifadesinden iki sayı kümesi arasındaki ilişkiyi kurabildiği sonucuna varmak mümkündür. Diğer öğrencilerin ise ilişkinin kurulabileceğini belirtmelerine rağmen yapılan ilişkilendirmenin iki sayı kümesini karşılaştırmakla kaldığı ancak bunu işlem boyutuna taşıyamadıkları görülmüştür.

Tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerinde (+) ve (-) işaretlerinin belirttiği anlamın nasıl ayırt edildiğine yönelik yanıtlar incelendiğinde, tüm öğrenciler sembolik ifadede verilen toplama işleminden dolayı problemdeki düşüşün çıkarma işlemi yerine yön anlamında kullanıldığını belirtmişlerdir. Bununla birlikte $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$ ve $Ö_6$ düşüş anlamının çıkarma işlemi ile de ifade edilebileceğini belirtmişlerdir. Dolayısıyla toplama ve çıkarma arasındaki ilişkiye yönelik yedinci soruya net yanıt veremeyen $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_4$, $Ö_5$ ve $Ö_6$ burada somut örneklerle karşılaştıklarından var olan ilişkileri daha kolay bir şekilde ortaya çıkarabilmişlerdir.

Tam sayılarla ilgili sunulan bir problem durumunda çarpma ve toplama işlemi arasındaki ilişkiye yönelik yanıtlar incelendiğinde, tüm öğrencilerin çarpma ve toplama işlemi arasındaki ilişkiyi fark ettikleri görülmektedir. Aynı zamanda öğrenciler alışık oldukları ve anlamalarını kolaylaştıracak şekilde sembolik ifadelerle sunulan durumlarda ilişkileri daha çabuk kavrayabilmiş ve yorumlayabilmişlerdir. $Ö_4$ *"Burada mesela kazanan artı ile kaybetme eksi ile ifade ediliyor. Burada bu işlemler hem toplama hem çarpma ile yapılabilir. İki ile eksi altıyı çarpmak ve iki defa eksi altıyı toplamak aynı sonucu verir."* şeklinde bir açıklama yapmıştır. Bu durumda öğrencilerin somut düşünme becerilerinin gelişim gösterdiği, soyut ifadelerle düşünme becerilerinin ise nispeten düşük olduğu söylenebilir. Çünkü öğrenciler modellerle verilmiş ya da sembolik olarak ifade edilmiş soruları çok daha rahat cevaplama ve yorumlamaktadır.

Tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemleri ile çarpma işlemi ve bölme arasında ilişkiye yönelik olarak toplama ve çıkarma işlemi arasındaki ilişkiyi $Ö_3$ net bir şekilde ortaya koymuştur. $Ö_3$ *"Yani vardır. Normalde toplamada çıkarma gibi. Sadece artı ve eksi olduğu için kafa karışıyor. Mesela (+5+-8) topladığımızda aslında -8 burada çıkarma durumunda oluyor gibi. Çarpma bölme işlemi arasında da bir ilişki var. Sadece araya eksiler giriyor. Aslında normal çarpma ve bölme gibi her şey. Sadece eksiyle artıyı çarpınca eksi, eksiyle artıyı bölünce eksi oluyor. Ama somut bir örnek hatırlayamıyorum."* şeklinde bir açıklama yapmıştır. Burada $Ö_6$ ilişkinin var olduğunu belirtmesine rağmen hiçbir şey hatırlamadığını ifade etmiştir. İlerleyen aşamalarda ise bu soruya yanıt olacak şekilde açıklamalar yapmıştır. Diğer öğrenciler ise toplama ve çıkarma ile ilgili bazı durumlardan bahsetmiş olmalarına rağmen çıkarma işleminin aslında eksilenin ters işaretlisi ile toplama olduğunu tam olarak ifade edememişlerdir. Görüşmenin son sorusunda ise bu durumu daha somut bir materyalle görebilmenin verdiği avantajdan ötürü ilişkiyi açıklayabildikleri dikkat çekmiştir. Çarpma ve bölme işlemi için ise $Ö_1$ ve $Ö_4$ parçadan bütüne, daha sonra da bütünden parçaya ilişkisini kurarak bu iki işlem arasındaki bağı somutlaştırmıştır. $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_5$ ve $Ö_6$ ise çarpma ve bölme işlemi arasındaki ilişkiye yönelik anlamlı bir fikir beyan edememişlerdir.

Tam sayılarla çarpma işlemi ve bölme arasındaki ilişkiye yönelik soruda $Ö_4$ dışındaki tüm öğrenciler problemin sonucu bulunurken hem çarpma hem bölme ile aynı sonuca varılabildiğinden dolayı aralarında var olabilecek bir ilişkiden bahsetmişlerdir. $Ö_4$ *"Burada sıfırın üstünde yüz derece dediği için artı ile ifade etmiş. Burada kaç dakikada yüze ulaştığını bulmak için bölme yapması gerekiyor. Burada çarpma yapmış.*

Çünkü yüze ulaşıp aynı sonucu bulduğumuz için sağlama yapmış." şeklinde bir açıklama yapmıştır. $Ö_4$ burada açık olarak ortaya koyamasa da vermiş olduğu yanıttan çarpma işlemi ile bölme işlemi arasındaki bu ilişkiyi sezdiğini söylemek mümkündür. Yine bu sorudan hareketle daha önceki sorularda işlemler arasındaki ilişkiyi tam olarak anlamlandıramayan öğrenciler, somut örneklerle karşılaştıklarında var olan ilişkileri daha kolay kavrayabilmişlerdir. Örneğin; soyut bir şekilde çarpma işlemi ve bölme arasındaki ilişki sorgulandığında $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_5$ ve $Ö_6$ anlamlı bir fikir beyan edememişlerdir.

Tam sayıların matematikte daha önce öğrenilen konularla ilişkisine yönelik $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$ ve $Ö_5$ tam sayıların rasyonel sayılar ile ilişkili olabileceğini belirtmişlerdir. Burada öğrenciler rasyonel sayılar konusu içerisinde tam sayılara yer verildiğinden hareketle böyle bir düşünceye varmışlardır. Her ne kadar ilişkinin varlığını sezmiş olsalar da bu ilişkiye yönelik net açıklamalar getirememişlerdir. $Ö_1$ kesir konusu ile ilişkisini, işaret ve tam sayıların kullanımından ötürü kurabilmiştir. Bununla birlikte $Ö_6$ ise cebirsel ifadelerle ilişkilendirilebileceğini ifade etmiştir. Genel olarak ifade etmek gerekirse; matematikteki diğer konular ile ilişkileri sezen öğrenciler bu durumu tam anlamıyla kavrayamamışlardır.

Tam sayıların örüntü konusuyla ilişkisinin ve farklı matematiksel kavramlar ile ilişkilendirmenin yapısıyla ilgili düşünceleri için öğrencilerin tümü deniz seviyesinin altı ifade edildiğinden "-20" ile sürekli çarpılması gerektiğini ifade etmişlerdir. Bununla birlikte tüm öğrenciler genel terimin harfle ifade edilmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Ancak yine de öğrencilerin vermiş olduğu yanıtlardan hareketle tam sayılar ile örüntü arasında ilişki kurulamadığından ve konunun tam sayı olmasından dolayı harflere yer verilmemesi gerektiği şeklinde bir yorum yapılabilir. Konu kapsamında sürekli sayılarla karşı karşıya gelen öğrenciler, sonucun her zaman bir tam sayı ile ifade edilmesi gerektiği düşüncesinden hareketle genel terimi harfle belirtmek yerine herhangi bir derinliği baz alarak hareket etmişlerdir.

Ön görüşme ve son görüşme formundan elde edilen veriler, bu iki görüşme arasında geçen süre sonrasında tüm öğrencilerin tam sayı kavramını daha geniş bir şekilde ele alabildiklerini ortaya koymaktadır. Ön görüşmede tam sayılar ile doğal sayılar arasındaki ayrım yapılamazken son görüşmede bazı öğrenciler bu ayrımı net bir şekilde ortaya koymuşlar, $Ö_1$ ve $Ö_6$ ise ayrımı tam olarak yapamamış olsa da bu iki sayı kümesi arasındaki ilişkiyi açıklamasından hareketle bu konuda belli bir bilgiye sahip olmuşlardır. Bununla birlikte ön görüşmede "-" işaretinin vermiş olduğu çıkarma ve yön anlamına yönelik tüm öğrenciler bilgi sahibi olmakla birlikte örneklendirememekteydi. Son görüşmede ise öğrencilerin bilgi düzeyindeki öğrenmelerini kavrama düzeyine taşıdıkları görülmektedir. Bu durumu destekler nitelikte toplama işlemi ile çözümü istenen bir soruyu çıkarma kullanarak yanıtlamak gösterilebilir. Son görüşmede kullanılan ifadelerde "Çıkarmak aslında ters işaretlisi ile toplamak anlamına gelir" ifadesi de bu duruma örnektir. Aynı zamanda öğrenciler ön görüşmede herhangi bir negatif tam sayıyı yorumlarken $Ö_3$`ün vermiş olduğu kısıtlı bir örnek (deniz seviyesi) dışında herhangi bir durumla ilişki kuramadıkları görülmüştür. Son görüşmede ise öğrencilerin gerek günlük yaşam örneklerinden gerekse de farklı disiplin örneklerinden hareketle çeşitliliğin tüm öğrenciler açısından sağlandığı söylenebilir.

Ön görüşmede öğrencilerden verilen bir problemde eksilmeyi veya paranın azalması gibi bir durumu ifade etmeleri istendiğinde birçok öğrenci zorluklar yaşamışdır. Benzer şekilde ön görüşmede öğrencilerden problem kurmaları istendiğinde bazı öğrenciler tam ve geçerli bir problem kuramazken; bazı öğrencilerin de kurdukları problemlerde düşüş, deniz seviyesinin altı, borç gibi durumları ifade ederken kelimenin vermiş olduğu negatif anlamına ek olarak fazladan "-" işareti ekleyerek yön anlamını vermeye çalıştıkları dikkat çekmiştir. Ders etkinliklerinin ardından yapılan son görüşmede sunulan problem durumlarında ise tüm öğrenciler eksilme, geriye gitme, deniz seviyesinin altı, hava sıcaklığındaki düşüş gibi ifadelerin negatif tam sayıları kullanarak verilmesi gerektiğini fark etmişlerdir. Ön görüşmede öğrencilerden bazı tam sayıları sayı doğrusuna yerleştirmeleri istendiğinde hepsinin çok başarılı bir şekilde açıklama yaparak sayıları sayı doğrusuna yerleştirdiği görülmüştür. Bununla birlikte sayı doğrusu modelinin kesir, rasyonel sayı, doğal sayılar gibi pek çok konuda karşılarına çıkmasının verdiği avantajdan ötürü işlerinin kolaylaştığı görülmüştür. Hatta ön görüşmede hava sıcaklıklarının karşılaştırılmasını içeren bir problemde sayı doğrusunu kullanarak sıcaklıklar arasında soğuk ve sıcak ilişkisini kurabilmişlerdir. Dersteki gözlemler ve görüşme formundan elde edilen veriler öğrencilerin aynı başarıyı tam sayılarla işlemleri sayı doğrusunda modellemede gösteremediğini ortaya çıkarmıştır. Bu bağlamda özellikle tam sayılarla toplama işleminden çıkarma, çarpma ve bölmeye doğru konular ilerledikçe sayı doğrusundaki işlemlerin öğrencilere daha karmaşık geldiği tespit edilmiştir. Tam sayılara duyulan ihtiyaç ön görüşmede yalnızca birkaç öğrenci tarafından yüzeysel olarak ifade edilmesine rağmen son görüşmede öğrencilerin tümünün bu ihtiyacı hem günlük yaşam hem de farklı disiplinler üzerinden zengin örnekler ile açıklandıkları görülmüştür. $Ö_4$ ve $Ö_5$ var olan bu ihtiyacı matematiksel kavramlar arası ilişkilerden yararlanarak da açıklayabilmişlerdir. Tam sayıların matematikteki diğer konular ile ilişkisine ve bu ilişkinin önemine bakıldığında; ilişkiye yönelik $Ö_3$, $Ö_4$ ve $Ö_6$`nın çok kısıtlı yanıtlar verdikleri, ilişkinin önemine yönelik ise $Ö_1$ ve $Ö_5$`in kavramsal anlamayı arttırmaya dönük bir fikrinin olduğu görülmüştür. Son görüşme yapıldığında ise tüm öğrencilerin tam sayıların ilişkilendirilebileceği konulara verilebilecek örneklerinin olduğu tespit edilmiştir. Ön görüşme ile son görüşme arasındaki süreç uzadıkça ve eğitim öğretimin ilerleyen yıllarında ilişkilendirme becerisine yönelik çalışmaların artmasıyla birlikte verilebilecek örnek sayısının daha da artması beklenmektedir. Bu duruma benzer şekilde tam sayıların diğer derslerde kullanımına yönelik $Ö_2$, $Ö_3$ ve $Ö_4$`ün "fen dersinde kullanılabilir" şeklinde açıklamalarının olduğu ancak herhangi bir örneklerinin olmadığı sonucuna varılmıştır. Yapılan etkinliklerle birlikte tüm öğrencilerin farklı disiplinler ile ilişkilendirmeyi önemsediği ve fen ve teknoloji, sosyal bilgiler, coğrafya, tarih, beden eğitimi gibi derslerde çeşitli örneklerle bu ilişkiyi açıklayabildikleri tespit edilmiştir. Tam sayıların farklı gösterimlerine yönelik sorularda ön görüşmede yalnızca $Ö_3$`ün sayı doğrusu fikrinin olduğu görülmüştür. Son görüşmede ise tüm öğrenciler tam sayıların sembolik gösteriminden farklı olan sayı doğrusu ve sayma pulları ile modellemesini açıklamışlardır. Öğrencilerden $Ö_5$ ve $Ö_6$`nın bu gösterimler arasındaki ilişkileri açıklayabildikleri, diğerlerinin ise kısıtlı açıklamalar yaptıkları görülmüştür. Bu gösterimler arasındaki geçişler toplama işleminden çıkarma, çarpma ve bölmeye doğru güçleşmektedir. Hatta öğrenciler sayma pulları ile toplama ve çıkarmayı yapabilirken çarpma ve bölmede oldukça zorlanmaktadırlar. Özellikle de sıfır çiftinin eklenmesi gereken durumlar çok karmaşık olabilmektedir. Aynı şekilde sayı doğrusundaki işlemler ve bu işlemlerin ifade edilişi de aynı düzeyde zorlaşmaktadır. Öğrenciler her ne kadar sıfır çiftinin etkisini bilseler ya da sayı doğrusunda okların ve yönlerinin anlamını kavrayabilseler de bu durumu uygulamaya koymakta zorlanmaktadırlar. Bu gibi durumlarda sembolik ifadeye başvurma gibi yöntemler söz konusu olabilmektedir.

Günlük yaşam boyutuyla dört işlem ve bunlar arasındaki ilişki değerlendirilecek olursa $Ö_1$, $Ö_3$ ve $Ö_4$ ön görüşmede günlük yaşamı çok dar bir perspektifte örneklerken, son görüşmede $Ö_1$, $Ö_3$, $Ö_5$, $Ö_6$ tüm işlemleri ayrı ayrı örnekleyebilmişlerdir. Bu noktada verilen örnekler her ne kadar çeşitli olsa da öğrencilerin ders içerisinde yapılan uygulamaların dışına çıkmakta zorluk yaşadıkları dikkat çekmektedir. Burada ilişkilendirme becerisinin geniş bir sürece yayılması ve eğitim öğretimin temelinden bu yana dikkate alınması gerektiğinin önemi de açığa çıkmaktadır. Daha önceki sınıflarda ya da dönemlerde bu beceriye dönük uygulamalara yeterince ağırlığın verilmemesi öğrencilerin bu konudaki düşüncelerini de sınırlandırmaktadır.

Görüşmelerde öğrencilerin dört işlemi birbiri ile ilişkilendirmekte ve bu ilişkiyi ifade etmekte zorluklar yaşadıkları belirlenmiştir. Ancak problem durumları veya farklı gösterimler üzerinden bu ilişkilerin varlığı sorgulandığında tam tersine tüm öğrencilerin ilişkiyi sezebildiği görülmüştür. Bu durumdan hareketle öğrencilerin hazır kurulmuş problemlere, somut verilere ve görsellere alışkın olduğu, soyut ilişkileri kuramadığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin farklı öğrenme yapıları dikkate alındığında bazı durumlarda cevap veremedikleri noktaları benzer başka sorularda cevapladıkları görülmüştür. Örneğin; son görüşmedeki yedinci soruda toplama ve çıkarma arasındaki ilişkiyi soyut olarak açıklayamayan $Ö_6$, on altıncı soruda daha somut bir gösterim olan sayı doğrusunda işlemi görünce aradaki ilişkiyi ifade edebilmiştir. Bununla birlikte çalışmanın sonunda öğrenciler ilişkilendirmenin dört boyutunu daha net bir şekilde ayırt ederek, her bir boyutun vermek istediği mesajı daha iyi kavrayabilmişlerdir. Genel olarak, öğrencilerin bu süreçte bir gelişim gösterdiği ancak ilişkilendirme becerisinin tam olarak kazanımı ve gelişimi için daha geniş zaman dilimine gereksinim olduğu ortadadır.

3.2.3. Ders Esnasındaki Gözlemler ve Günlüklerden Elde Edilen Veriler

Bu bölümde tam sayılarla işlemler konusunun öğretimi sürecinde araştırmacı tarafından sınıf içinde gözlemlenen durumlar ve gönüllülük esası çerçevesinde öğrencilerin tutmuş olduğu günlüklerden elde edilen veriler sunulmuştur. Veriler ders planlarında olduğu gibi toplama-çıkarma, çarpma-bölme ve problem bazında ele alınarak ilişkilendirmenin dört boyutuyla birlikte verilmiştir. Konunun öğretimine dönük araştırmacı tarafından hazırlanan ders planları kullanılmıştır.

Elde edilen gözlemlere dayanarak ilk dönemlerde öğrencilerin tam sayılara yönelik bilgilerinin oldukça sınırlı olduğu söylenebilir. Bu noktada öğrencilerin ilişkilendirme becerilerinin ortaya çıkarılması için bir takım ön bilgilendirme ve hatırlatmalara ihtiyaçları vardır. Daha önce yapılan öğretimler bu konuların yalnızca bilgi ve kavram boyutunda kalmasına, dolayısıyla da iletişim veya ilişkilendirme gibi becerilere dönük hedeflerin gelişimine olanak sağlanamamasına sebebiyet vermiştir. Bu durumla ilgili olarak derslerden sık karşılaşılan durum sayı doğrusu örneğidir. Aslında pek çok öğrenci sayı doğrusunu bilmekte ve tanımaktadır. Ancak tam sayı kavramı ile karşılaştıklarında öğrenciler genelde bu sayıları sayı doğrusu ile ilişkilendirmemektedirler. Öğrencilerin açıklamalarından alışagelmiş oldukları sistemde tam sayı kavramı sorulduğunda yapmaları gereken açıklamaların her bir cümlesinde tam sayı ifadesinin ve tam sayı kavramlarının yer alması gerektiği algısı vardır.

Derslerin ilk aşamalarında öğrencilerin pek çoğunun tam sayı kavramına hâkim olmadıkları görülmüştür. Ders anlatımlarının sonrasında tutulan günlüklerden öğrencilerin tam sayıları; alacak-borç, deniz seviyesine konumlar, milat, hava sıcaklıkları, kilo alıp verme, maçtaki gol sayıları gibi pek çok durum ile ilişkilendirebildikleri görülmüştür. Aynı zamanda bu durumları ilişkilendirmenin boyutlarına göre ayırt edebilmişler, ilişki kurmanın faydalarından ve tam sayıların öneminden bahsetmişlerdir. Günlük tutan bir öğrenci "*Tam sayıların bizim hayatımızdaki yeri paha biçilemezdir. Tam sayılar olmazsa insanlık ne yapardı?*" şeklinde açıklama yapmıştır. Bununla birlikte etkinliklerin ilk aşamasında öğrenciler tam sayıların farklı disiplinler içerisindeki yerini, günlük yaşam kullanımlarını, matematikteki diğer kavramlar arasındaki yerini bilmediklerinden kurdukları problemler de zaman zaman gerçekçi değildir. Örneğin; iki şehrin sıcaklık farkını bulmak karşılaştırma yapmak için mantıklı olabilirken iki şehrin sıcaklık toplamını bulmak herhangi bir ihtiyacı karşılamayacaktır.

Negatif tam sayılar sembolik olarak ifade edilirken sıcaklık düşüşlerinin, geriye doğru adım atmayı, borçları ve herhangi bir maddedeki azalışı "-" işareti ile ifade ettikleri görülmüştür. Buna rağmen kurulan problemlerde *"-1 derece düştü, -3 adım geri gitti*" gibi ifadelerin oldukça fazlasıyla kullanıldığı dikkat çekmiştir. Öğrenciler günlüklerinde bu şekilde günlük yaşam örneklerinin konuyu anlamalarını kolaylaştırdığını belirtmiştir. Çok yaygın olan bu kullanımların süreç içerisinde tamamen ortadan kalkmasa da oldukça azaldığı görülmüştür. Göze çarpan bir başka yanılgıda toplama ve çıkarma işlemlerinin sayı doğrusundaki modellemelerindedir. Öğrenciler sürekli olarak sıfırdan başlama gibi bir ihtiyaç hissederek toplamanın üzerine ekleme anlamını vermekte zorluklar yaşamışlardır. Sayma pulları ile yapılan işlemlerde ise ilk önce sayma pulları tanıtılmıştır. Sayma pullarının ve sıfır çiftinin tanıtılmasına rağmen sıfır çiftinin kullanılmasını gerektiren durumlarda da öğrenciler zorlanmışlardır. Bu zorluğa rağmen günlüklerde sayma pullarına çok nadir değinilmiştir. Buradan tam sayılar konusunda bu pulların öğrenciler açısından çok fazla benimsenmediği sonucuna varmak mümkündür.

Çarpma işlemi etkinliklerinde ise özellikle günlük yaşam bağlamlarının oldukça etkili olduğu tespit edilmiştir. Ders esnasında öğretmenin verdiği örneklerin dışında öğrencilerin de zaman içerisinde günlük yaşamdaki çarpma işlemi etkinliklerini kavrayabildikleri görülmüştür. Günlük tutan bir öğrencinin "*Çarpma işlemini hayatımızın pek çok yerinde kullanmaktayız ama farkında değiliz. Mesela günde iki kere dişlerimi fırçalarsam üç günde kaç kere dişlerimi fırçalarım, dersem çarpma işlemi kullanmış olurum"* ifadesini kullanmıştır. Öğrencilerin çarpma işlemindeki en çok zorlandıkları nokta ise iki negatif tam sayının çarpımı olmuştur. Bu konuya yönelik derste ders planındaki postacı etkinliğinde "*Postacı size daha önce yanlışlık olduğunu söyleyerek, elinizdeki her biri 5`er lira olan ödeme evrakının 2 tanesini alıyor. Durumunuzu düşünün. Zengin mi yoksa fakir mi oldunuz* (Altun, 2018, s.268)*?*" probleminde öğrenciler sonucun mutluluk verici bir durum olduğunu kavramışlar ancak pek çok öğrenci "*sıfır olması gerekmez mi geri alınca borç kalmıyor*" şeklinde bir ikileme de düşmüştür. Buna rağmen çarpma işlemi etkinliklerinin borç alacak ilişkisi üzerinden; "param varsa mutlu olurum çünkü pozitif, borcum olursa mutsuz olurum çünkü negatif" ilişkisi ile işlenmesi öğrencilerin alışık oldukları durumlar olduğundan anlamlı öğrenme açısından verimli olmuştur.

Çarpma işlemi tam sayıların farklı gösterimleri ile ilişkilendirildiğinde ise iki pozitif sayının çarpımı ve ilki pozitif diğeri negatif iki tam sayının çarpımında farklı gösterimlerde sorun yaşanmazken; ilki negatif diğeri pozitif iki tam sayının çarpımında zaman zaman, iki negatif tam sayının çarpımında ise oldukça zorluk yaşanmıştır. Bu süreçte öğrenciler sayı doğrusu üzerindeki okların yönünü ve büyüklüğünü ders planında verilen yönergelere göre doğru yürütmekte ancak bu adımları tam olarak anlamlandırmaları uzun bir süreci gerektirmektedir. Benzer şekilde bir başka gösterim türü olan sayma pullarında da; iki negatif tam sayının çarpımında ve ilki negatif diğeri pozitif iki tam sayının çarpımında sıfır çifti eklenmesi gerektiğinden grubu oluşturmak ve oluşturulan gruplardan hangi pulların çıkarılması gerektiği noktasında zorluk yaşanmıştır. Dolayısıyla iki negatif tam sayının çarpımının sonucunun neden pozitif olduğunun sayma pullarıyla ortaya konulması bazı güçlükleri beraberinde getirmiştir.

Bununla birlikte ilki negatif diğeri pozitif iki tam sayının çarpımında değişme özelliği yardımıyla, ilki pozitif diğeri negatif iki tam sayının çarpımına çevrilmesi şeklinde sonuçlandırılan durumlar olmuştur. Ancak burada oluşan modellemelerin farklı olabileceği göz ardı edilmiştir.

Farklı disiplinler ile ilişkilendirilmenin ise toplama ve çıkarma işleminden sonra hem çarpma işlemi hem de bölme işleminde çok daha rahat bir şekilde yapılabildiği görülmüştür. Öğrenciler tuttukları günlüklerde; diğer dersler içerisinde tam sayılara rastladıklarını ancak tam olarak farkında olmadıklarını belirtmişlerdir. Örneğin; fen bilimleri dersinde termometrede, sosyal bilgiler dersinde sıcaklık değerlerinde ve tarih şeridinde sıklıkla rastlandığı ancak bunların tam sayılar ile olan ilişkisine dikkat etmediklerini ifade etmişlerdir. Bu durum zaman içerisinde değişerek özellikle herhangi bir durumun farklı bir disiplinler ile ilişkisin sezilmesinde oldukça ilerleme kaydedilmiştir. Aynı zamanda çalışmanın başlangıç aşamasında farklı disiplinler ile ilişkili problem durumlarında belirtilen işlemi fark edemeyen öğrenciler, süreç içerisinde işlemlerin sembolik olarak ifade edilmesinde ciddi oranda gelişme göstermiştir. Benzer şekilde toplama ve çıkarma işlemi arasındaki etkinlikler yardımıyla sayı kümeleri arasındaki ilişkiler daha iyi kavrandığından tam sayı ile diğer kavramlar arasında ciddi sıkıntılar yaşanmamıştır. Ön öğrenmelerin eksik olduğu ya da hatırlatmalar yapıldığında bu sıkıntıların da üstesinden gelinebilmiştir. Örneğin; tam sayıları kullanarak sıcaklık ortalamasının istendiği bir durumda aritmetik ortalamanın nasıl bulunduğu hatırlatılmıştır. Bununla birlikte toplama işlemi ile çarpma işlemi arasındaki ilişkinin zaman içerisinde daha iyi kavrandığı görülmüştür. Bu bağlamda bir öğrenci günlüğünde " *Toplama işlemi ve çarpma işleminin aslında farklı yok. Toplamada tek tek şeyleri yazıp topluyoruz. Çarpmada ise peş peşe aynı şeyleri kısa yolla bir araya getiriyoruz"* ifadesini kullanmıştır.

Tam sayılar ile bölme işleminde ise matematiksel kavramlar arası ilişkilendirme yoluyla çarpma işlemi ile bölme işlemi arasındaki ilişkiden faydalanılmıştır. Çarpma işlemi ile ilgili kurulan bir günlük yaşam probleminde geriye doğru çalışma yöntemiyle, bölme işleminde sayıların işareti ne olursa olsun işlemlerin sonucunun işaretine yönelik sonuçlar kolaylıkla kavranmıştır. Günlük tutan bir öğrencinin "*Günlük yaşam ile ilişkilendirildiğinde aklıma daha çok yatmıştır*" ifadesini kullandığı görülmüştür. Bir başka öğrenci ise "*Tam sayıları günlük yaşamla ilişkilendirirken bölmede bunun bir parçasıymış. Mesela marketten birkaç tane aldığım şeylerin bir tanesinin fiyatını* *bulurken bölmeyi sıklıkla kullanıyormuşuz."* ifadesini kullanmıştır. Farklı gösterimler ile ilişkilendirmede çarpma işleminde yaşanan zorlukların aynısı bölme işleminde de sıklıkla yaşanmıştır. Sonuç olarak farklı disiplinler ile ilişkilendirmede ise çok ciddi zorlukların yaşanmadığı tespit edilmiştir.

Elde edilen verilerden hareketle çarpma ve bölme işlemi öğretiminde en kullanışlı yöntemin günlük yaşam ile ilişkilendirme olduğunu söylemek mümkündür. Bununla birlikte ilişkilendirmenin her bir boyutunun derse ilgiyi arttırdığı ve farklı öğrenme sitillerine sahip öğrenciler açısından faydalı olabileceği söylenebilmesine rağmen hepsinin aynı düzeyde kavranması beklenmemelidir. Yapılan test ve görüşmelerden de hareketle öğrencilerin ilişkilendirmenin tüm boyutlarına aynı derecede aşina olamadıkları sonucu çıkarılabilir. Öğrenciler sembolik olarak verilen bir ifadeyi günlük yaşam problemine ya da farklı disiplin problemine dönüştürmede ciddi oranda gelişim sağlamışlardır. Ayrıca porblemler içerisinde verilen anlamları daha iyi kavramaya başladıklarından ilişkilendirmeleri de daha iyi yapmışlardır. Buradan ilişkilendirme ile problem çözme ve kurma becerileri arasındaki etkileşimin her iki becerisinin gelişimine olumlu yönde katkı sağladığı sonucuna varmak mümkündür. Etkinliklerin ilk aşamasında öğrencilerin hemen hemen hiçbiri problem kuramazken zaman içerisinde problem kurma ders içerisinde verilen örneklerin dışına çıkarak daha gerçekçi ve net ifadeler oluşturulmaya başlanmıştır. Bu süreçte kurulan birkaç problem; deniz seviyesinin altını derece ile gösterme, aradaki mesafeye odaklanan soruları toplama ile ifade etme, zaman farkını toplama ile gösterme şeklindedir. Bunun yanında problemi anlama, kavrama ve çözmede de gelişmeler söz konusudur. Tam sayı kavramını tanıyan ve anlayan öğrenciler problemi daha doğru bir şekilde anlamlandırıp doğru sonuçlara gidebilmişlerdir. Bu durumu bir öğrenci günlüğünde "*Bu problemler sayesinde tam sayıların günlük yaşamımızda ne kadar çok kullanıldığını daha iyi anladık*" ifadesiyle ortaya koymaktadır.

4. TARTIŞMA ve SONUÇLAR

Araştırmanın bu bölümünde elde edilen sonuçlar özetlenmiş ve ilgili alan yazın doğrultusunda tartışılmıştır. Tam sayılarda öğrencilerin ilişkilendirme becerisine yönelik tartışma dört boyut altında ele alınmış ve son olarak da öz yeterliğe yönelik değerlendirme yapılmıştır. Matematiğin ve matematiksel düşünmenin yapısında olan, gelişiminde de önemli bir rol oynayan ilişkilendirme; matematik öğretiminde büyük bir öneme sahip olup öğrencilere kazandırılması gerekli temel becerilerdendir.

Çalışma öncesinde, öğrencilerin ilişkilendirme becerilerinde ciddi sıkıntılarının olduğu araştırmacı tarafından tespit edilmişti. Araştırma sürecinin eylem araştırması olarak tasarlanmasının başlıca nedenlerinden biri de bu durumdur. Çalışma sonucunda tam sayılarla işlemlerde ilişkilendirme becerisine dönük etkinliklerle, öğrencilerin becerilerinin gelişiminin mümkün olduğu ortaya konmuştur. Matematiksel yapıların birbiri ile olan ilişkisi ve bir becerinin gelişiminin içerdiği zorluklar göz önüne alındığında herhangi bir becerinin gelişimi aslında belli bir süreç gerektirmektedir. Bir başka ifadeyle çalışma sürecinde ilişkilendirme becerisinin gelişimine dönük olumlu göstergeler ortaya çıkmakla birlikte bu becerinin tam olarak kazanımı belli bir süreci gerektirmektedir. Geleneksel öğretim yöntemlerine aşina olan ya da zengin olmayan öğrenme ortamlarıyla yıllarca iç içe olan öğrencilerin beceriye yönelik uygulamaları kısa zamanda içselleştirmesi kolay bir durum değildir. Benzer şekilde Retnawati vd. (2020), öğrencilerin problem çözerken matematiksel ilişkilendirmede güçlük yaşadığını belirtmiş ve özellikle ileriye dönük planlamalar üzerinde durmuştur.

Matematiği anlamlandırabilen bilgi ve becerilerle donatılmış öğrencilere duyulan ihtiyaç geçmiştekinden çok daha fazla olduğu düşünüldüğünde üst düzey öğrenmelerin önemi daha da artmaktadır. Bu süreçte başarılı olmaları için sahip olmaları gereken en önemli duyuşsal özelliklerden biri öz yeterlik algısıdır (Kaya, 2020). Öğrencilerin matematiksel ilişkilendirme becerileri için öz yeterlik algısına sahip olmaları gerekir (Özgen, 2013). Çalışmanın ilk aşamalarında öğrencilerin öz yeterliklerinin düşük düzeyde olması ilişkilendirmeye yönelik algılarının da düşük olmasını etkilemiştir. Eli (2009) matematiksel ilişkilendirmeyi zihinde birbiri ile bağlantılı şemalar içerisinden bir bileşen biçiminde açıklamaktadır. Özgen ve Bindak (2018) ilişkilendirmeyi sadece bilişsel davranışlar olarak açıklamanın yanında öz yeterlik inancına da vurgu yapmaktadır. Öz yeterlik inancı öğrencilerin ilgi ve yeteneklerini etkileyeceğinden ilişkilendirme becerisinin üst düzeyde kazanılması öz yeterlik inancını da aynı oranda etken olmasını gerektirir. Hindun, Sapitri ve Rohaeti (2019) öğrencilerin herhangi bir durumda nasıl davranmaları gerektiğine karar vermelerinin, matematiksel problem durumlarında vazgeçmeden istekli bir şekilde çözüm bulmalarının öz yeterlik algısının gelişmişliğiyle paralel olduğunu düşünmektedir.

Matematiksel ilişkilendirme öz yeterlik ölçeğinin ön test olarak uygulanmasının ardından gerekleştirilen etkinliklerle bu ölçeğin son test olarak uygulanmasından sonra yapılan analizler öğrencilerin öz yeterlilik düzeylerinde artışın olduğunu ortaya koymaktadır. Ders planlarındaki etkinlikler öğrencilerin kendilerine güvenmeleri ve farklı bir bakış açısı geliştirmelerine olanak sağladığından öz yeterliği de olumlu yönde etkilemiştir. Bu süreçte öğrenciler aynı zamanda öz değerlendirmelerde bulunabilmişlerdir. Kaya (2020) öğretmenin öğrencilere yönelik duygusal yaklaşımı sağlamlaştıkça matematiksel ilişkilendirme öz yeterlik algı zorluklarının azaldığı, bunun yanında matematiği kendi içerisinde ilişkilendirme, günlük hayatla ilişkilendirme ve farklı disiplinlerle ilişkilendirme algı düzeylerinin de arttığı sonucuna varmıştır. Bu sonuç çalışmadan elde edilen sonuçlar ile uyum göstermektedir. Kısacası öğrencilerin öz yeterlik algılarındaki yükselme ilişkilendirme becerilerini de olumlu yönde etkilemektedir.

Gözlem, günlük ve görüşme formlarından elde edilen sonuçlar; öğrencilerin sürecin ilk aşamalarındaki düşüncelerini zenginleştirerek daha geniş bir bakış açısı edindiklerini göstermektedir. Bu bağlamda özellikle tam sayıların günlük yaşam içerisindeki önemi, tam sayılara yönelik ihtiyaç, farklı disiplinlerle ilişkisi, kullanım alanları, farklı gösterim şekilleri, pek çok konuya temel oluşturacak şekilde matematiksel kavramlar içerisindeki yeri, kavramlar arası ilişkilendirmenin gereğinin fark edilmesi noktalarında öğrenciler belirli aşamalar kat etmişlerdir. Tam Sayılarla İşlemleri İlişkilendirme Becerisi Testi sonuçlarında benzer bulguların ortaya çıktığı ve tam sayıların daha geniş bir bakış açısıyla ele alınabildiği gerçeğinden hareketle verilerin uyum sağladığı görülmektedir.

İlişkilendirme becerisinin günlük yaşam boyutunda, öğrencilerin toplama işlemine daha fazla odaklandığı ve toplama işleminde diğer işlemlere nazaran daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Verilen günlük yaşam örneklerinin içerisinden toplama işleminin sezilmesi en kolay olmakla birlikte, bu durum sırasıyla çıkarma, çarpma ve bölmeye doğru gidildikçe güçleşmektedir. Özetle öğrencilerin gerçekleştirilen etkinliklerle günlük yaşam durumlarına daha geniş bir açıdan bakabildiği ancak bu durumun kalıcı hale gelebilmesi için belli bir süre gerektiği de ortadadır. Çalışmanın ilk aşamalarında öğrencilerin hemen hemen hepsi günlük yaşamda tam sayıları sık sık kullanmakla birlikte bu süreçte bilinçli hareket ettiklerini söylemek zordur. Tam sayılarla ilgili temel kavramların ve işlemlerin öğretiminde borç-alacak, kar-zarar, sıcak-soğuk, postacı hikâyeleri, deniz seviyesi ve zemin katın üstü-altı gibi bağlamlar kullanılarak günlük yaşam bağlamları ile ilişkilendirme yapılabilir. Tam sayılarla işlemlerin ve kavramların öğretiminde bu bağlamların kullanılması, öğrencilerin günlük yaşam deneyimlerine yakın olduğundan önceki öğrenmeleri ile yeni öğrenmeleri arasında ilişki kurmalarını kolaylaştıracaktır. Aynı zamanda bu şekilde günlük yaşamda tam sayılara olan ihtiyaç da ortaya çıkacaktır. Gainsburg (2008), matematik derslerinde günlük yaşam ile ilişkilendirmenin tasvirini sunarak özellikle farklı türde öğrencilerin matematik öğrenmesine katkı sunacağını belirtmektedir. Alan yazında da tam sayıları günlük yaşam ile ilişkilendirmenin anlamlı öğrenmeye katkı sağlayacağına yönelik güçlü bir iş birliği mevcuttur (Işıksal-Bostan, 2009; MEB, 2009 ve 2013; Altun, 2018; Van de Walle vd., 2018). Süreç içerisinde öğrencilerin vermiş oldukları örnekleri günlük yaşamla çok rahat bir şekilde ilişkilendirmekle birlikte aynı zamanda sınıfta çok fazla kullanılmayan kilo alıp verme, kuşların ağaca konması uçması, şirkette veya herhangi bir kurumda işe girip çıkan kişiler gibi özgün örnekler de vermişlerdir. Bununla birlikte, öğrencilerin en fazla gelişim gösterdikleri ilişkilendirme boyutu günlük yaşamdır. Öğrencilerin yakın çevrelerindeki durumlardan örneklerle derslerde karşılaşmaları ilgili konuların kavramsal temelini oluşturmalarına ciddi katkılar sağlamıştır. Bu gelişmelere rağmen özellikle çıkarma işleminde denizin altı, zemin katın altları, çürük yumurta gibi durumlarda "-" işareti ile birlikte yön anlamı vermeyi düşünenler de olmuştur. Burada çıkarma işleminin işareti ile sayının işaretinin karıştırıldığı görülmektedir. Bu durum hem çoklu temsillerde hem de ders gözlemelerinde kendini göstermiştir. Bu sorunun altında yatan temel faktör doğal sayılarla ilgilidir. Çünkü öğrenciler kavramların sözel olarak ifadesinde herhangi bir işaret kullanmamakta ve doğal sayılar dışında herhangi bir sayı kümesi hakkında bilgi sahibi değildirler. Bu noktada, öğrencilerin ilkokul yıllarından bu yana aşina oldukları doğal sayı kavramı ile tam sayı kavramlarının ayırt edilmesinde günlük yaşam bağlamının kullanımı oldukça önemlidir. Örneğin; "2 lira borcumun olması ile 2 lira paramın olması" ifadelerinin sembolik karşılıkları farklıdır. Bu durumlar kavram bilgisinin oluşturulmasına ve farklı kavramların anlamlandırılmasına yardımcı olabilir. Böylece öğrencilerin hatalarının ve kavram yanılgılarının da önüne geçilebilir. Ayrıca burada bu farkın temeli olarak referans alınan sıfır noktası da ön plana çıkarılarak sezdirilebilir.

Matematiksel kavramlar genellikle soyut kavramlar olduğundan günlük yaşam örnekleri kavramın somutlaştırılmasına yardımcı olacaktır. Bu şekilde temel tam sayı kavramları anlamlı bir şekilde verilerek öğrenciler diğer sınıf düzeylerine hazırlıklı olacak ve günlük yaşama dair daha kaliteli ilişkiler kurulacaktır. Aynı zamanda günlük yaşama da hazırlık sağlanabilecektir. Yenilmez ve Uysal (2007)`ın sınıf düzeyi arttıkça soyut düşünme gelişeceğinden günlük yaşam ile matematiksel kavram ve sembolleri ilişkilendirme düzeyinin artacağına yönelik elde ettiği sonuç bu durumla paralellik göstermektedir. Bununla birlikte araştırmacılar matematik başarısı ve matematik ilgisinin de destekçi olacağını belirtmektedirler. Dolayısıyla somut işlemler döneminde olan öğrenciler tam sayı kavramlarını daha iyi kavrayacaktır. Bu gibi sebeplerden dolayı da Ji (2012), günlük yaşam ile ilişkilendirmenin matematik eğitimi ve öğretiminde dikkate alınması gerektiğini ifade etmektedir.

Elde edilen verilerden yeni öğrenilen negatif sayıların işlemlerde kullanılmaya başlanmasıyla öğrencilerin "-" işaretini anlamlandıramamaları en çok zorlandıkları nokta olarak öne çıkmıştır. Bununla birlikte günlük yaşam problemlerinde uzaklık kavramının mutlak değer ile ilişkilendirilmemesi ve arasındaki fark şeklinde sorulan bir problemde her zaman çıkarma işlemi yapılması gerekir düşüncesi bir takım işlemsel hatalara neden olmuştur. İfadelerinin altında yatan anlamı tam olarak kavrayamayan öğrenciler, özellikle problem durumlarında sürekli olarak "-" işaretinin kullanılması gerektiğini düşünmektedirler. Elde edilen bu sonuç, İşgüden, (2008); Işıksal-Bostan, (2009); Kilhamn, (2011); Erdem vd. (2015) çalışmalarında da tespit edilmiştir. Ayrıca araştırmacılar öğrencilerin bu zorluğu aşabilmeleri için günlük yaşamdan zarar, borç, zemin katın altı, geri yön vb. gibi durumlar ile örneklendirmelerle kavramsal temelin oluşturulması gerektiğini savunmuşturlar.

Sözel problemler günlük yaşam ile matematik arasında bağlantı kurulmasına yardımcı olduğundan derslerde sıklıkla kullanılmaktadır (Ji, 2012). Öğrencilerin kurmuş oldukları problemlerden daha önce problem kurmaya aşina olmadıkları ve problemlerle çok fazla karşı karşıya gelmedikleri anlaşılmıştır. Çünkü bazı öğrencilerin kurdukları problemler zaman zaman günlük yaşamda hiçbir anlam ifade etmeyen ya da istenen özelliklerin doğru kullanılmadığı problemlerden ibarettir. İlişkilendirme yaparken herhangi bir sembolik ifadeden günlük yaşam durumuna, farklı disiplinle ilişkili problem durumuna ya da çoklu gösterim şeklinden probleme geçiş yapılması istenebilir. Lee (2012)`nin çalışmasında ortaya çıkan, problem kurarken ilişkilendirme yapamama sonucundan bu durumu destekleyen ifadeler çıkarılabilir. Bu sonuç öğretmenlerin günlük yaşam problemlerinin öğretimde etkili olabileceğini savunmalarına rağmen kurdukları ya da değerlendirdikleri problemlerde eksiklikler olması sonucu ile paralellik göstermektedir. Dolayısıyla bu problemlerin kullanılması için öğretmenlerin de istekli olması ve dersi buna göre planlaması gerekmektedir. Benzer şekilde çarpma ve bölme içeren günlük yaşam problemlerinin vermek istediği anlam tam olarak kavranamadığından doğru yanıtlar elde edilememiştir. Bunun en temel sebebi ise problem çözme aşamaların takip edilmeden verilen sayılara, fark ve toplam gibi soru kökündeki ifadelere odaklanılmasıdır. Tam sayılarla toplama-çıkarma işlemleri ile ilgili kurulmuş günlük yaşam problemlerinde birleştirme, parça-bütün, ayırma ve karşılaştırma anlamları ön planda olmalıdır. Ayrıca çarpma ve bölme işleminin eş gruplar ve karşılaştırma gibi anlamları da bu noktada öne çıkarılmalıdır. Derslerde kavramsal boyuta katkı sağlayacak türdeki problemlere yer verilmelidir. Bu durum hem kavramsal anlama hem de problem çözme becerisinin gelişmesi ve dolayısıyla ilişkilendirmenin gelişimi için gereklidir. Buna rağmen matematik ders kitaplarında problem çözme kazanımlarının konunun en sonunda verilmesi zaman yetersizliğinden dolayı göz ardı edilmelerine sebep olabilmektedir. Aynı şekilde zaman, sınav odaklı sistem, sınavların çoktan seçmeli olması gerekçe gösterilerek derste farklı etkinliklerin ve öğretim yöntemlerinin kullanılması engellenmektedir. Dolayısıyla da öğrencilerin bu tür karmaşalar yaşaması olağandır.

Çalışma kapsamında günlük yaşam ile farklı disiplin boyutları arasında bazı öğrencilerin karışıklıklar yaşadıkları tespit edilmiştir. Özellikle sıcaklık durumları farklı bir disiplin yerine günlük yaşam içerisinde algılanmaktadır. Farklı disiplinlerle ilişkilendirmede matematik dışındaki bir disipline yönelik kavramlardan faydalanılarak kazanımın verilmesi, günlük yaşamla ilişkilendirmede ise günlük yaşam bağlamlarından yararlanılarak kazanımın sunulması amaçlanmaktadır. Farklı disiplinlerin de günlük yaşamla iç içe olması bu durumun temel nedenidir. Öğretmenlerin ve ders kitapların bu tür örneklerde özellikle farklı bir disiplin örneği şeklinde açıklama yapılmaması da bu durumlara neden olabilir.

Günlük yaşam boyutu dört işlem üzerinden değerlendirildiğinde, öğrenciler toplama ve çıkarma işlemlerinde daha yüksek düzeyde performanslar sergilemişlerdir.

Çarpma ve bölme işlemlerinde ise yer yer zorluklar yaşamakla birlikte diğer boyutlarda olduğu kadar sıkıntı söz konusu değildir. Çarpma ve bölme işlemlerinde en büyük sıkıntı kaynağı, işlemlerde her iki sayının da negatif olması durumudur. Bu durumda kullanılan ders planlarında zamanı da göz önünde bulundurarak örnekler çeşitlendirilebilir. Öğrencilerin kural temelli öğrenmek yerine kavrayarak öğrenmeye odaklanması gerektiğinden zengin öğrenme ortamlarının sunulması olumlu yönde katkı sağlayacaktır. Bunun yanında özellikle farklı gösterimlerle günlük yaşam ilişkilendirilerek kurulması gereken problemlerde öncelikle sembolik bir yönelim olduğu göze çarpmıştır. Bu durum ise Eli (2009)`nin çalışmasında elde ettiği "ilişkilendirmenin kavramsal olmaktan çok işlemsel olduğu" sonucu ile örtüşmektedir. Benzer şekilde Makonye ve Fakude (2016), çalışmalarında tam sayıların toplanması ve çıkarılmasında öğrencilerin ilişkisel anlayışı kullanmadığı daha çok işlemsel anlama yoluyla hareket ettiği anlamı çıkarılmıştır. Böyle bir sonucun ortaya çıkmasına da öğrencilerin ilişkilendirme becerisine yönelik geçmiş tecrübelerinin eksikliği ve öğretmenlerin de bu becerisinin gelişimi için gerekli ortamı sağlamaması gerekçe gösterilebilir.

Disiplinler arası STEM veya STEAM gibi yaklaşımlara son yıllarda gittikçe artan bir önem verildiği görülmektedir. İlişkilendirme becerisinin boyutları arasındaki disiplinler arası yaklaşım da bu anlamda öne çıkmaktadır. Diğer disiplinlerde öğrencilerin matematiği fark etmeleri ve uygulamaları için öğretim programları hazırlanırken birbirine ön koşul niteliğinde olan kavramların veriliş sırasında hassas davranılmaktadır. Çünkü farklı disiplinler ile ilişkilendirme öğrencilerin farklı derslerinde de başarılarını olumlu yönde etkileyecektir. Bu çalışma kapsamında farklı disiplinlerle ilişkilendirme boyutunda 7. sınıf öğrencileri gelişim göstermekle birlikte, bu gelişim derste sunulan örneklerle sınırlı kalmıştır. Öğrencilerin çoğu sıcaklık, termometre ve milattan öncesi sonrası ile ilgili örnekleri gördüğünde farklı bir disiplin olduğu fark edebilmektedir. Hâlbuki bilgisayar, dil, fen bilimlerinde sıcaklık ve hız, sürat, sanatta oran, mimari, müzik dersinde kesirler, dans, tiyatro, tarih dersinde zaman çizelgesi gibi pek çok disiplinde matematiksel ilişkilendirmeye rastlamak mümkündür (Özgen, 2019).

Çalışmada, farklı disiplinler ile ilişkilendirmede toplama ve çıkarma işlemlerinden ziyade çarpma ve bölme işlemlerinde öğrencilerin daha fazla zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Elde edilen veriler öğrencilerin örneklerinin sıcaklık ile sınırlı kaldığını ortaya koymaktadır. Ortaya çıkan bu durum derslerde ve kitaplarda kulanılan örnek sınırlılığı ile ilgili olabilmekle birlikte ayrıca ev ödevleri ve yardımcı kaynaklarla öğrenciler desteklenerek daha detaylı bilgi edinmeleri sağlanabilir. Özgen (2019) de bu sonuca benzer şekilde, öğrencilerin belirli kavramlarla sınırlı kaldığını belirtmektedir. Koç-Şanlı (2018) ise toplama ve çıkarma işleminin öğretiminde termometre ölçüleri ile ilişkilendirme yaparak daha anlamlı öğrenme ortaya çıkacağını savunmaktadır.

Farklı disiplinler ile ilişkilendirilmeler genelde problem durumu olduğundan ve öğrencilerin problemi okuyarak anlamada güçlük yaşamasından ötürü zaman zaman farklı gösterimlerle bağlantı kurarak işlemlere çevirmekte güçlük yaşanmıştır. Öğrenciler problemin içerisinde verilen işlemi fark edemediğinde, aynı işlemi sayı doğrusuna ya da sayma pullarına taşıyarak modellemekte hatalar olacaktır. Milattan öncesinin, sıfırın altındaki sıcaklık değerlerinin genellikle doğal sayılar ile ifade edilmeye alışık olunması ve özellikle çıkarma işleminde uzaklık kavramı yani mutlak değer ile ilişki kurulamadığından dolayı hatalar yapılmıştır. Örneğin; "yaş negatif olamaz" şeklinde düşünülerek milattan önceki durumları pozitif olarak ifade eden öğrenciler olmuştur. Aynı zamanda sıcaklık değişimi şeklinde ifade edilen problemlere çıkarma anlamı verilememiştir. Elde edilen bu sonuçlara Ertuğrul (2009) çalışmasında da rastlanmaktadır. Benzer şekilde çarpma ve bölme işlemlerinde de doğal sayı eksenli düşünceler dolayısıyla hem problemden tam bir anlam çıkarılamamış hem de tam sayılar kullanılmamasıyla doğru sonuca ulaşılamamıştır. Bununla birlikte, öğrenciler tam sayıların diğer derslerdeki kullanım alanları hakkında bilgi sahibi olmalarına rağmen algılayabilmede sıkıntı yaşamışlardır. Bu yönde bir farkındalığın daha önce geliştirilmemiş olması dolayısıyla ders içerisinde birebir değinilmesini gerekli kılmaktadır. Bundan ötürü öğretmenlerin matematik derslerinde farklı disiplinlere uygun yerlerde yer vermesi önemli görülmektedir. Bu bağlamda Coşkun (2013), öğretmenlerin matematik derslerindeki sınıf içi uygulamalarında farklı disiplinlerle ilişkilendirme boyutuna hiç değinilmediği tespit etmiştir.

Yenilikçi öğrenme ve bu doğrultuda STEM uygulamaları farklı alanlarla ilişkilendirmelerle öğrenmeyi anlamlı ve kalıcı hale getirmede oldukça önemli fırsatlar sunmaktadır. Edindiği bilgileri farklı derslerde kullanabilen öğrencinin hem özgüveni gelişmekte hem de öğrenmeye olan inancı artmaktadır. Öğrencilerin aslında oldukça fazlasıyla önemsediği, edindikleri bilgilerden istifade edebilme ilkesi de bu anlamda gerçekleşebilmektedir. Çünkü öğrenciler edindikleri bilgileri farklı alanlarda uygulama imkânı bulabilecek ve bu şekilde ilişkilendirmenin en kritik çıktılarından biri olan kavramsal öğrenme gerçekleştirilebilecektir.

Öğrencilerden elde edilen verilerin sonuçları çoklu temsiller boyutu çerçevesinde incelendiğinde özellikle üzerinde durulan uzun süreli öğrenmelerin oluşturulmasında oldukça etkin olan sayı doğrusu ve sayma pullarının kullanılabildiğini göstermiştir. Ön görüşmelerde çoklu gösterimler konusunda öğrenciler herhangi bir fikir sahibi değillerdi. Yalnızca sayı doğrusu ile ilgili soruları cevaplayabilmişlerdi. Bu öğrenciler bilgileri edinmekle birlikte öğrenilen yeni bilgilerin birbiri ile bağlantılı olarak kullanılmayacağını düşündüklerinden bunlar arasında ilişki kuramadıkları görülmektedir. Uygulanan ders planları, etkinlikler, değerlendirme testi ve son görüşme sonrasında elde edilen sonuçlar ise öğrencilerin çoğunluğunun hem sayı doğrusu hem de sayma pullarını aktif bir şekilde kullanabildiğini dolayısıyla da planlanan ilişkilendirme becerisi faaliyetlerinin işe yaradığını ortaya koymaktadır. Bununla birlikte çoklu gösterimleri doğru ve esnek bir şekilde kullanamayan öğrenciler de bulunmaktadır. Bu sonuç her bir temsil ve dört işlem üzerinden değerlendirildiğinde toplama, çıkarma, çarpma ve bölme şeklinde bir sıralama olmak üzere güçlükler oluşmaya başladığı söylenebilir. Öğrencilerin çoklu gösterimler ile ilgili yapılan etkinlikler dışında deneyiminin olmaması, öğretim programlarında farklı gösterimlerin kullanılması önerilmesine rağmen ders kitaplarında toplama işlemi ve çıkarma için daha yoğun olarak kullanılmakla birlikte çarpma işlemi ve bölme kısmında örneklerin yetersiz kalması bu sıkıntılara neden olmuş olabilir. Özellikle negatif iki tam sayıya yönelik örneklerden çarpma ve bölmede bu durum açıkça ortadadır. Öğretmenler de bu durumu karmaşık bulduğundan iki negatif tam sayıyı çarparken ya da bölerken çoklu gösterim kullanmayı çok fazla tercih etmemektedirler (Bozkurt ve Polat, 2011). Bu durumdan hareketle çoklu gösterimlerin daha basit işlemlerde kullanılması tercih edilebilir. Çarpma ve bölme işlemi gibi karmaşık durumlar arasındaki ilişkiler öğrencilerin yakınsak gelişim alanı takip edilerek gösterilebilir. Öğrencilerin farklı gösterimler arasında ilişki kurabilme becerilerinin gelişimi için kendi yeterliklerinin yanında öğretmen yeterlikleri de oldukça önemlidir. Gösterimlerin her biri hakkında bilgi sahibi olmak yeterli olmamakla birlikte ilişkilendirme becerisinin varlığından söz edebilmek için çoklu temsiller arasında ilişkiler arasında güçlü bağlar kurulmalıdır. Çoklu temsillerin ve dolayısıyla ilişkilendirme becerisinin kullanımı öğrencilerin zihinsel şemalarının çeşitlenmesini sağlayacak ve ilişkisel anlama gerçekleşecektir (Van de

Walle vd., 2018). Bu doğrultuda teknoloji destekli öğretim ile hem zamandan tasarruf sağlanabilir hem de üç boyutlu somut bir sunum ile yardımcı olunabilir (Zengin, 2019).

Sayı doğrusu modelinde toplama ve çıkarma işlemi pozitif işaretli tam sayılarla kolayca gerçekleştirilirken negatif tam sayılar söz konusu olduğunda işlemler daha karmaşık hale gelmektedir. Çünkü öğrenciler "-" işaretinin sayının işareti ya da çıkarma işlemi mi olduğuna karar vermede sıkıntı yaşamakta, doğal sayılardaki deneyimlerini veya düşüncelerini tam sayılara taşıma eğilimindedirler. Dolayısıyla bu gibi durumlarda farklı gösterim kullanılması yoluna gidilerek hem farklı öğrenme stillerine sahip olan öğrencilere faydalı olunabilir hem de gösterimlerin birbirini tamamlaması sağlanarak ilişkilendirme de yapılabilir. Sözü edilen durumun negatif tam sayılarda ortaya çıkan en büyük güçlük olduğunu savunan Işıksal-Bostan (2009), bu güçlüğün aşılmasında sayı doğrusu ve sayma pullarının işe koşulabileceğini belirtmektedir. Çalışmadan elde edilen bu sonuç, İşgüden (2008); Ertuğrul (2009); Avcu ve Durmaz (2011); Erdem vd. (2015)`in yapmış olduğu çalışmaların sonuçları ile paralellik göstermektedir. Bu noktada yaşanan güçlük toplama işlemi ve çıkarma arasındaki ilişkinin yani çıkarma işleminin aslında eksilenin ters işaretlisi ile toplama olduğunun kavranmasıyla çözülebilir. Birebir somut durumla karşı karşıya kalan öğrenciler toplama ve çıkarma arasındaki ilişkiyi daha doğru şekilde kavrayabilirler. Bu ilişkiyi kavrayabilen öğrencilerin ilgili soruları doğru cevapladığı tespit edilmiştir. Kullberg (2007) negatif tam sayıların öğreniminde "çıkarma işlemi işareti ile sayının işaretinin farkı", "çıkarma işleminde azaltmak yerine iki sayı arasındaki farkı görme", "çıkarma işleminde perspektif" ve "sayı sistemini anlama" olarak belirlediği kritik noktalara dikkat ederek işlenen derslerde öğrencilerin kritik noktaları daha iyi kavradığı sonucuna varmıştır. Bununla birlikte öğrencilerin çarpma ve bölme işlemlerinde bu denli rahatlıkla hareket ettikleri söylenemez. Öğrenciler çarpma işleminde çarpanları, bölme işleminde ise bölen ile bölümü karıştırmaları dolayısıyla sayı doğrusu üzerinde okları doğru yönlendirememektedirler. Çarpma ve bölme işlemi için sayma pullarında da aynı sıkıntılar yaşanmaktadır. Dolayısıyla bu noktada öğrenciler daha çok kullandıkları sembolik gösterimleri işe koşarak işlemi kontrol etme ihtiyacı hissetmiştir. Özellikle negatif tam sayılar ile yapılan işlemler oldukça güç olmaktadır. Bu sonuç Koç-Şanlı (2018)`nın sonuçları ile uyum içerisindedir. Öğretmenler çoklu temsilleri konunun öğretimi esnasında tanıtmanın yanında örnek çözümlerinde de sıklıkla kullanabilirler. Böylece öğrenciler çoklu temsillerin işlemler içerisinde kullanımına yönelik bilgi sahibi olduğundan modellemelerde ortaya çıkan eksiklikler ve hatalar bir nebze olsun engellenebilir.

Dört işlemin çoklu temsillerinde öğrencilerin benzer hatalar yapmalarına kavram yanılgıları, yanlış öğrenmeleri ve aşırı genellemeleri neden olabilir. Kavramın çoklu temsilleri işlemleri görselleştirerek daha kalıcı öğrenmeler sağlasa da her kazanıma uygun olmaması, zaman alıcı olması ve zaman zaman derste motivasyon eksikliği gibi nedenlerle olumsuz sonuçlar verebilir. Bu sonuç da Koç-Şanlı (2018)`nın sonuçları ile uyum içerisindedir.

Toplama ve çıkarma işleminde ise sıfır çifti ilave edilmesi durumu negatif tam sayılar söz konusu olduğunda biraz daha zor olmaktadır. Elde edilen bu sonuç Sari vd. (2020)`nin tamsayılarla toplama ve çıkarma kavramının öğretiminde sıfır çifti ilave etmenin pek fazla gelişmemesi yönünde elde ettiği sonucu desteklemektedir. Çünkü bu noktada öğrenciler denge anlamını kuramayarak olaya müdahale edildiğini düşünmektedir. Farklı gösterimlerle ilişkilendirilmenin kullanılması toplama işlemi ve çıkarmanın öğretiminde zenginleştirilmiş bir ortam sunarak kavramsal öğrenme açısından avantajlar sağlarken çarpma ve bölme için anlamayı zorlaştırdığı, kafa karışıklığına neden olduğundan dolayı öğrenmeyi olumsuz yönde etkileyebilmektedir. Erdem vd. (2015); Koç-Şanlı (2018)'nın öğrenciler ile yapmış oldukları çalışmalarda aynı durum ortaya konulmuştur. Bozkurt ve Polat (2011)`ın, Zehir ve Zehir (2019)`in çalışmalarında öğretmenlerden elde ettikleri verilerde benzer bir sonuca rastlanmıştır. Buna rağmen Bozkurt ve Polat (2011) sayma pullarının öğretmenler tarafında en çok kullanılan gösterim olduğunu belirtmektedirler. Dolayısıyla her işlemin öğretiminde farklı gösterim kullanmak yerine işlemin doğasını en iyi şekilde sunan ilişkilendirme boyutu kullanılarak daha üst düzey öğrenmeler sağlanabilir. Örneğin; çarpma ve bölme işleminin öğretiminde günlük yaşam boyutunun daha iyi anlaşıldığı sonucundan hareketle bu işlemlerin öğretiminde günlük yaşamla ilişkilendirme daha etkili olabilir. Koç-Şanlı (2018) farklı olarak çarpma işleminin öğretiminde günlük yaşam boyutunun çok az kullanıldığı, bölme işleminde ise hiç kullanılmadığını dile getirmektedir. Farklı gösterim türlerinin her işlem için uygun olmamasından dolayı alternatif olarak çarpma ve bölme işlemleri için Crowley ve Dunn`un tavsiye etmiş olduğu örüntü yöntemi kullanılabilir (Işıksal-Bostan, 2009). Bunun yanında bölme işlemi çarpma işlemi ile olan ilişkisinden (kavramlar arası ilişkilendirme) hareketle öğretilebilir.

Herhangi bir gösterim üzerinde hangi işlemin olduğu tespit edilemediği sürece temsiller arası dönüşümlerde de tam anlamıyla sağlanamayacaktır. Örneğin; öğrenci sayı doğrusu üzerinde modellenen işlemi doğru belirleyemediği sürece, aynı işlemi sayma pulları ile modellemekte zorlanacaktır. Gösterimler üzerindeki işlemler değiştikçe ilişkilendirme yapılırken izlenecek strateji de buna göre belirlenecektir. Modelleme yapılırken her bir işlem için izlenmesi gereken adımlar farklı olduğundan bu nokta da ilişkilendirme becerilerini etkileyecektir. Farklı gösterimler öğrenciler için her ne kadar avantajlı olsa da sayı doğrusunda okların yönlerinin anlamının karıştırılması, özellikle geriye dönen okların hep "-" algılanması, çıkarma işlemi anlamı verilmemesi, modellenen işlemin hangi işlem olduğuna karar vermekte güçlüklere neden olmaktadır. Sayı doğrusu ve sayma pulları ile modellenen işlemlerin hangi işlem olduğunun belirlenememesi, doğru okunamaması özellikle çarpma ve bölme işlemlerinde problem kurmayı ve farklı bir boyut ile ilişkilendirmeyi zorlaştırmaktadır. Çarpma işlemi için değişme özelliğinin genellenmesi de zaman zaman farklı modellemeler ortaya çıkarmıştır. Çarpma işleminde sembolik sonuç aynı kalsa da modellenen yapı her zaman aynı olmamaktadır.

Çalışmanın sonuçları bazı öğrencilerin çoklu temsiller arasında dönüşümlerde ilişkiyi kurmakta zorlandığını bunun yerine alışkın oldukları sembolik ifadelere başvurduklarını da ortaya koymaktadır. Bu durum, sürekli sembolik ifadelerle işlem yapmanın, farklı öğretim yöntemleri ve farklı temsil biçimlerinden yoksun geleneksel öğretim yaklaşımlarının bir yansıması olarak ele alınmıştır. Öğrenci cevaplarının sembolik işlemler ve sonuca odaklı sayısal veriler içermesi, derslerde karşılarına daha çok sembolik işlem içeren problemlerin gelmesi, test kitaplarının ve sınavların sayısal sonuçlara odaklanmasından kaynaklanabilmektedir. Aynı zamanda öğrencilerin sayı doğrusu modeline daha çok aşina oldukları da göze çarpan bir sonuçtur. Alan yazında da sayı doğrusu gösteriminin tam sayıların öğretiminde en kullanışlı yöntem olduğu vurgulanmaktadır (Işıksal-Bostan, 2009). Benzer şekilde Akyüz (2019), tam sayıları temsil ederken sayı doğrusu temsilinin daha faydalı olduğunu, sayma pulları temsilinin ise anlamakta zorluk oluşturduğunu belirtmiştir. Schoenfeld ve Kilpatrick (2008)` in öğrencilerin tam sayılar ile zorluk yaşamasının sayı doğrusu modelinin ve günlük yaşam bağlamlarının kullanılmaması olarak görmektedir. Aynı zamanda ders kitaplarında da ilişkilendirmenin eksik olduğu ve öğrencilerin dikkatinin de önemli olduğunu belirtmektedir. Bu noktadaki en önemli faktör sayı doğrusu modelinin tam sayılar dışındaki konularda da kullanılması ve tam sayıların çok daha öncesinden sayı doğrusuna aşina olunmasıdır. Gürbüz ve Şahin (2015), çalışmasında bu sonuca benzer şekilde farklı temsillerden tabloya geçerken öğrencilerin çok fazla zorlanmadıklarını ortaya koymuştur. Çünkü öğrenciler tabloları matematik dersi dışında coğrafya, fen ve teknoloji gibi derslerde de sıklıkla tercih etmektedir. Çoklu temsiller ile modellenmiş işlemler içerisinde toplama ve çıkarma işleminin günlük yaşam, farklı disiplinler ve diğer matematiksel kavramlar ile ilişkilendirilmesi nispeten daha kolay bir şekilde yapılmaktadır. Ancak aynı sonuçları çarpma ve bölme işlemine genellemek bu derece kolay olmamaktadır. Elde edilen bu sonuç da farklı gösterimlerin her işlem için uygun olmadığını destekler niteliktedir. Aynı zamanda öğrencilerin tam sayılar konusunda farklı gösterimlerin kullanılmasını daha basit düzeydeki kazanımlarda tercih ettikleri de söylenebilir. Bu sonuç Koç-Şanlı (2018)`nın sonuçları ile uyum içerisindedir.

Öğrencilerin ön görüşme sonuçları incelendiğinde doğal sayı, tam sayı gibi kavramlara sadece duyusal olarak hâkim oldukları, bilgi ya da kavrama düzeyinde herhangi bir bilgilerinin olmadığı söylenebilir. Bu durum ezber öğrenme ya da ilişki kuramamaktan kaynaklanmaktadır. Matematik birbiri üzerine kurulan, kavramları birbiri ile ilişkili bir sistemden oluşur. Önceki bilgiler ile yeni öğrenilen bilgilerin ilişkilendirilmesini gerektirir. Tam sayı, doğal sayı, rasyonel sayı ve reel sayı kümeleri birbiri üzerine inşa edildiğinden aralarında alt kümesi olma özelliği söz konusu olup güçlü bir ilişki vardır. Matematik dersi öğretim programlarında da belli bir sırayla yer alırlar. Aynı zamanda pek çok konunun temelini oluşturacak şekilde etkin kullanılmaktadırlar. Öğrencilerin farklı konuları ve konunun kendi içerisindeki ilişkilerin kavraması anlamlı öğrenme için gereklidir. Skemp (1976)`in belirttiği kavramsal anlama ancak bu şekilde gerçekleşir. Çalışma kapsamında gerçekleştirilen etkinliklerle öğrenciler hem kavramları hem de bunlar arasındaki ilişkileri öğrenerek benzer ve farklı yönlerini ifade edebilmişlerdir. Özellikle öğrencilerin sayı kümelerinin çok daha iyi ayırt edilebildiklerini söylemek mümkündür. Aynı zamanda dört işlemin birbiri ile olan ilişkisi kazanılmış farklı örnek durumlarında herhangi bir ilişkilendirme boyutuyla birlikte işlemler arasında bağlantı kurularak işlemin çözülmesi kavramsal anlamanın ve kavramlar arasındaki ilişkinin kurulduğunu göstermektedir. Ancak öğrenciler kavramlar arası ilişki farklı konulara taşındığında aynı başarıyı gösterememişlerdir. Zengin (2014), matematiksel ilişkilendirmenin gelişimi için dinamik matematiksel yazılımların tercih edilebileceğini dile getirmektedir. Bilgi eksikliği ve hazır bulunuşluk düzeyinin eksik olması ilişki kurulmasını zorlaştırmıştır. Sidney ve Alibali (2014) de çalışmalarında bu bulguya paralel şekilde ön bilgiler ile doğru bir şekilde ilişki kurulmasının öğrenmeyi olumlu etkileyeceğini savunmaktadır. Matematiğin sarmal yapısı da ilişki kurmanın ve ön bilgi düzeyinin önemini ortaya çıkarmaktadır.

Kavramlar arası ilişkilendirme kısmında diğer boyutlarda olduğu gibi problem kuramama, problemden anlam çıkaramama gibi durumlardan kaynaklı hatalar yaşanmıştır. Melemezoğlu (2005), benzer şekilde öğrencilerin tam sayılarla ilgili problemleri işlemsel olarak ifade edip anlamlandıramadıkları ve tam sayıların öğretiminde kullanılan modelleri oluşturmakta zorluk yaşadıklarını tespit etmiştir. Öğrencilerin hatalı öğrenmeleri, ön bilgi eksiklikleri, farklı konular hakkında bilgi eksiklikleri, hazır bulunuşluk seviyelerinin düşük olması farklı kavramlar ve konularla ilişki kurulmasını zorlaştırmıştır. Özellikle mutlak değer kavramının yanlış algılanması çıkarma işlemi açısından güçlüklere neden olmuştur. Ertuğrul (2009)`un çalışmasında da bu duruma benzer bir sonuç elde edilmiştir. İşgüden (2008) de öğrencilerin mutlak değeri anlamlandırmakta, negatif tam sayıları sayı doğrusuna yerleştirmekte ve negatif tam sayıların tekrarlı çarpımında zorluk yaşadıkları sonucuna varmıştır. Çarpma ve bölme işleminde ise özellikle farklı matematik konularının (örüntü, gün hafta ilişkisi, aritmetik ortalama gb.) bilinmemesi hatalara neden olmuştur. Yenilenen sınav sistemi ve ölçme değerlendirme sitemindeki değişikliklerle bilgiyi oluşturabilen, birden fazla beceriyi aynı anda kullanabilen öğrenciler daha fazla öne çıkmaktadır. Dolayısıyla kavramlar arası ilişkilendirmenin önemi daha ön plandadır. Öğrencilerin doğal sayılarla ilgili ön bilgilerinden hareketle "negatiften negatif çıkınca negatif olur", "küçük sayıdan büyük çıkmaz" gibi durumlar da "büyükten küçüğü çıkarıp büyüğün işaretini verme" eğiliminde olmaları kavram yanılgılarına neden olmuştur. Atayev (2015), tam sayıları sıralamanın getirdiği hataların yanı sıra doğal sayıların özelliklerinin aşırı genellendiğini dile getirmektedir. Öğrencilerin çarpma işleminde ve bölmede özellikle problem durumlarında işlem yaparken işaret kullanmadan soruyu çözmeye çalıştıkları tespit edilmiştir. Negatif tam sayıların kullanımının gerektiği durumlarda ise işaret kullanımı çoğunlukla sonuç ile ilişkilendirme yaparken tercih edilmektedir. Özellikle iki negatif tam sayının söz konusu olduğu işlemlerde güçlük yaşanmaktadır. Dört işlem için elde edilen bu sonuçlar Cankoy (2005)`un, Avcu ve Durmaz (2011)`ın elde ettiği sonuçlar ile benzerlik göstermektedir.

İlişkilendirme becerisinin önemine her ne kadar öğretim programlarında yer verilse de ders kitaplarına da aynı oranda yansımaması öğrenci başarısını etkileyebilmektedir. Çünkü öğrenciler ders esnasında ve ders dışı çalışmalarında ders kitaplarını kaynak olarak kullanmakta, buradaki bilgilere özellikle odaklanmaktadır. Dilegelen (2018)`in ders kitaplarında kavramlar arası ilişkilendirmeye ve günlük yaşamla ilişkilendirmeye daha fazla yer verildiği, kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirmeden ise daha az bahsedildiği, matematik disiplinini farklı disiplinlerle ilişkilendirmeye ise yer verilmediği bulgusu, öğrencilerin ders kitaplarında ilişkilendirme becerisi ile donatılmış istenilen zengin durumlarla karşı karşıya olmadığını destekler niteliktedir. Zengin (2014) tam sayılar kümesinin ve tam sayılara yönelik kazanımlarının yıllardır yapılandırmacılık yaklaşımından ve modellemelerden yararlanılarak sunulmasıyla gelişme gösterildiğini, daha anlamlı ve zengin öğrenme ortamları sunulduğunu, bu durumun da öğretmen ve öğrencilere yol gösterici olduğunu belirtmiştir. Ders planları ve etkinliklerle yürütülen süreç öğrencilerin bilgi sahibi oldukları ancak farkında olmadığı durumları ortaya çıkarmıştır. Benzer şekilde Kondratieva ve Radu (2009) temel matematiksel nesnelerin sözel, cebirsel ve geometrik gösterimleri arasında ilişkilendirme yapabilme becerilerini araştırmayı amaçladıkları çalışmalarında, öğrencilerin eğrileri tanıdığını ancak formüllerini aynı oranda bilemediği sonucuna varmışlardır. Öğrenciler her ne kadar ilişki kurarak kavramsal anlama boyutunda yol almış olsalar da ilerleyen dönemlerde benzer öğrenme ortamlarıyla karşı karşıya gelmedikleri sürece daha üst düzey öğrenme basamaklarına geçmede güçlükler yaşamaktadırlar. İlişkilendirme sürecinde öğrencilerin gelişim göstermesine rağmen zorluk yaşamaları, Retnawati vd. (2020)`nin elde etmiş olduğu sonuçlarla örtüşmektedir.

Çalışmanın sonuçları öğrencilere gerekli imkânlar sağlandığında, farklı etkinlikler ve aktif öğrenme destekli öğrenme ortamlarıyla birlikte çok yönlü, ilişkilendirme becerisi ile donatılmış tam sayılar kavramını anlamlandırarak üst düzey öğrenmeler edindiklerini ortaya koymuştur. Eğitim öğretim faaliyetlerinde yalnızca tam sayılarla değil tüm matematik konuları için aynı başarının elde edilmesi ve sürdürülebilmesi için bu sürecin da aynı şekilde planlanarak devam ettirilmesi gerekmektedir. Benzer şekilde ilişkilendirme becerisinin gelişimi ne kadar erken dönemlerde başlanırsa içselleştirilmesi ve tüm eğitim öğretim faaliyetlerine yansıması da o kadar kolay gerçekleşecektir. Dolayısıyla bu becerinin gelişiminin uzun zamanlı, iyi planlanmış ve sürekli değerlendirme içeren döngüsel bir süreci gerektirdiği açıktır.

5. ÖNERİLER

İçinde bulunduğumuz çağ, geleneksel yöntemlerle bilgi edinen öğrenciler yerine araştıran, sorgulayan, bilgi üreten, gözlem yeteneği gelişmiş ve üst düzey becerilere sahip öğrencileri öne çıkarmaktadır. Dolayısıyla matematik ders materyallerinden matematik öğretmenlerinin yeterliklerine kadar birçok husus bu bağlamda gözden geçirilmelidir. Ortaokul matematik öğretim programı ve ders kitaplarında tam sayılar konusu bu bağlamda ele alınarak özellikle üzerinde durulan ilişkilendirme becerisine ve geliştirilmesine yönelik değişikliklerin yapılması gerekmektedir. Ders materyallerinde ilişkilendirme becerisinin alt boyutlarının her birinin, kazandırılmasına dönük etkinliklere ve bu boyutlar arasında dönüşümlere dönük uygulamalara yer verilmelidir. Ders kitaplarında çoklu gösterimlere yönelik modelleme örnekleri, dört işlem için de, özellikle öğrenciler tarafından geliştirilmeye dönük olacak şekilde yapılandırılmalıdır. Öğrencilerin zorluk yaşadıkları çoklu gösterimler konusunda modellerin daha etkili kullanılabilmesi için hem öğrencilere daha fazla zaman tanınmalı hem de öğretmenler çoklu gösterim kullanmaya çok fazla yer vermediği için bu bağlamda hizmet içi eğitimler verilmelidir. Aynı zamanda öğrencilere farklı gösterimlerle modelleme yaparken bunlar arasındaki ilişki kurabilecekleri ortamlar sunulmalıdır. Hem öğrencilere hem de öğretmenlere ilişkilendirme becerisi özelinde daha zengin yazılı ya da teknoloji tabanlı kaynaklar sağlanmalıdır. Bu durum zamanı daha etkili kullanmak açısından faydalı olmanın yanında zengin kaynaklarla donatılan öğrenciler istenilen özellikleri daha kısa sürede ve daha kalıcı şekilde edinecektir. Çalışmanın sonuçları ilişkilendirme becerisinin zamana yayılması ve ortamların mümkün olduğunca bu beceri ile donatılması gerektiğini göstermektedir.

Matematik öğretmeni adaylarının üniversite öğreniminde alan derslerinde ilişkilendirmenin ne anlam ifade ettiği, kavramsal anlamaya olan katkısı, ilişkilendirme boyutlarına dair bilgi becerilerle donatılması için imkân tanınmalıdır. Bu anlamda güncel matematik öğretmenliği lisans programında yer verilen matematik öğretiminde ilişkilendirme dersi oldukça önemlidir. Bu ders kapsamında ilişkilendirme becerisinin tüm alt boyutları üzerinde durularak matematik öğretmen adaylarının bu konuda bütüncül bir bakış açısı geliştirmeleri sağlanmalıdır. Öğrencilerin somut işlemler döneminde günlük yaşam örnekleri sık sık kullanılarak zaman içerisinde diğer ilişkilendirme türlerine geçiş yapılarak öğrencilerin yaşam ile matematik arasında bağ kurması sağlanabilir. Tam sayıları tanıma, sıralama, mutlak değer, tam sayılarla temel işlemlerde günlük yaşam bağlamları daha somut olduğundan ve yaşama yakınlık ilkesini sağladığından ilk aşamalarda tercih edilebilir. Ayrıca kavramlar arası ilişkilendirmeye sık sık başvurularak öğrenme üzerindeki etkilerinden kavramsal anlama gerçekleştirilebilir. Bu şekilde öğrenilen kavramların ve konuların birbirinden bağımsız olmak yerine birbiri ile ilişkili olduğu sezdirilerek daha özverili çalışma sağlanabilir.

İlişkilendirmenin kavramsal anlamaya etkisi düşünüldüğünde bu becerinin öğrencilere kazandırılmasında problem durumlarından bağlam olarak faydalanılabilir (Özgen, 2013b). Retnawati vd. (2020) de matematik konularının ve matematiksel kavramların birbiriyle ilişkilendirilmesinde, matematiği diğer disiplinler ile ilişkilendirmede, günlük yaşamla ilişkilendirmede problem çözme çalışmalarına yer verilmesini önermektedir. Dolayısıyla hem bu düşüncelerden hem de çalışmada tespit edilen eksikliklerden hareketle özellikle problem çözme ve problem kurmaya yönelik çalışmalara ağırlık verilmelidir. Becerinin gelişimi için sadece öğrenci merkezli planlamalar yapmak yerine öğretmenler için de geleneksel yaklaşımdan uzak dört boyutu da içine alacak şekilde kapsamlı etkinlikler yapılarak öğretmenden kaynaklı gelişim eksiklikleri giderilmelidir. Özellikle farklı disiplinler ile ilişkilendirme boyutuyla ilgili çalışmaların önemine değinmekle birlikte programlarda ve ders kitaplarında açık bir şekilde belirtilmeyen farklı disiplinler ile ilişkilendirmeye dönük içerikler geliştirilmelidir.

Eylem araştırma süreci var olan bir sorunu çözmeyi ya da herhangi bir durumun geliştirilmesini hedeflediğinden süreç içerisinde teknoloji destekli yazılımlara başvurulabilir. Ayrıca bu süreçte kullanılan etkinlik ve planlar zenginleştirilerek daha geniş zamanda ele alınabilir. Pekiştirme amacıyla verilen ev ödevlerinin yanında, becerinin daha doğru bir şekilde kazanılabilmesi adına yararlanılacak kaynaklar noktasında öğrenciler desteklenebilir. Böylece süreç içerisinde hem öğretmenin yükü hafifletilir hem de öğrencinin hazırbulunuşluğu artırılabilir.

İlişkilendirme becerisinin kavramsal anlama için en önemli becerilerinden biri olmasına rağmen alan yazında bu becerinin gelişme süreçlerine, öğretmen ve öğrenci rollerine yönelik çalışmaların yeterli düzeyde olduğunu söylemek zordur. Matematik ders materyallerinde de ilişkilendirme becerisinin içeriğine ve geliştirilmesine yönelik çalışmaların nitelik ve nicelik olarak arttırılması gerekmektedir. Bu bağlamda;

ilişkilendirme becerisinin gelişiminde öğretmenlere yönelik etkinlikler, ders kitaplarının ilişkilendirme becerisi açısından incelenmesi ve yabancı ders kitapları ile karşılaştırılması, farklı derslerde ilişkilendirme becerisinin içeriği, ulusal ve uluslararası alanda ilişkilendirme becerisinin yerel ve merkezi sınavlara etkisi, matematiksel ilişkilendirmedeki sıkıntıların bilişsel ve duyuşsal özelliklere etkisi üzerinde araştırmalara ihtiyaç bulunmaktadır.

KAYNAKLAR

Akyüz, M. (2019). Tam sayıların çoklu temsillerle öğretiminin 7. sınıf öğrenci başarısına etkisi ve öğrenci görüşleri. Yüksek Lisans Tezi. Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Rize, Türkiye, 165 s.

Alpar, R. (2017). Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistiksel Yöntemler. Detay Yayıncılık, 4. Baskı, 886s, 333-337.

Altıparmak, K. and Özdoğan, E. (2010). A study on the teaching of the concept of negative numbers. *International Journal of Mathematical Education in Scienceand Technology*, 41(1), 31-47. https://doi.org/10.1080/00207390903189179.

Altun, M. (2018). Ortaokullarda Matematik Öğretimi. Aktüel Yayıncılık, 13.Baskı, ISBN: 978-975-2532-54-0, 504s., 255-270.

Amoah, V. and Laridon, P. (2004). Using multi plerepresent ations to assess students' understanding of the derivative concept. *Proceeding of the British Society for Researchinto Learning Mathematics*, 24(1), 1-6.

Arjudin, A., Sutawidjaja, A., Irawan, E. B. and Sa'dijah, C. (2016). Characterization of mathematical connection errors in derivative problem solving. *IOSR Journal of Research & Method in Education,* 6(5), 7–12. doi:10.9790/7388-0605050712.

Atayev, G.S. (2015), Sixth grade students' achievement levels, errors and reasons of the errors regarding comprehension and ordering of integers. Yüksek Lisans Tezi. Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara, Türkiye, 184 s.

Avcu, T. ve Durmaz, B. (2011). Tam sayılarla ilgili işlemlerde ilköğretim düzeyinde yapılan hatalar ve karşılaşılan zorluklar. *2 nd International Conference on New Trends in Educationand The irImplications (ICONTE)*, Antalya, 27-29 Nisan, 1648-1656.

Ayvaz, Ü. 2019. Problem kurma temelli etkinliklerle özel yetenekli öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının geliştirilmesi üzerine bir eylem araştırması. Doktora Tezi. Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu, Türkiye, 403 s.

Baki, A. (2014). Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi. Harf Eğitim Yayıncılığı, 5. Baskı, ISBN: 978-975-6048-39-9, 647 s., 96-100, 322-327.

Bell, A.W. (1983). Diagnostic teaching: the design of teaching using research on understanding. *International Reviews On Mathematical Education*, 15(2), 83-89.

Bingölbali, E. ve Özmantar, M. F. (2012). İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar Ve Çözüm Önerileri. Pegem Akademi Yayıncılık, 3. Baskı, 348s., Işıksal-Bostan, M. (B.Yz.), 155-186.

Bingölbali, E. ve Coşkun, M. (2016). İlişkilendirme becerisinin matematik öğretiminde kullanımının geliştirilmesi için kavramsal çerçeve önerisi. *Eğitim ve Bilim*, 41(183), 233-249. http://dx.doi.org/1.15390/EB.2016.4764.

Bozkurt, A. ve Polat, M. (2011). Sayma pullarıyla modellemenin tam sayılar konusunu öğrenmeye etkisi üzerine öğretmen görüşleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 10(2), 787 -801.

Böge, H. ve Akıllı, R. (2019). Ortaokul Ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik 8 Ders Kitabı.Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları, 2. Baskı, ISBN: 978-975-11-4672-4, 240 s., Peker, M. (Ed.), 99.

Businskas, A. M. (2008). Conversations about connections: How secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Faculty of Education Simon Fraser University, Burnaby, Canada, 194 s.

Büyüköztürk, Ş. (2019). Sosyal Bilimler İçin Veri Analizi El Kitabı: İstatistik, Araştırma Deseni. Pegem Akademi Yayıncılık, 25. Baskı, ISBN: 978-975-6802-74-8, 214s., 44,67-70.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2018). Bilimsel Araştırma Yöntemleri. Pegem Akademi Yayıncılık, 24. Baskı, ISBN: 978-9944-919-28-9, 356 s., 13,21,145.

Cankoy, O. (2005). Negatif ve pozitif işaretli sayıların çarpımının öğretimine öğretmen adaylarının önerdiği yöntemlerdeki benzetimler. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29(29), 63-68.

Chapman, O.(2012). Challenges in mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(4), 263-270. DOI: 10.1007/s10857-012-9223-2.

Creswell, j. W. (2017). Araştırma Deseni: Nitel, Nicel ve Karma Yöntem Yaklaşımları. Eğiten Kitap Yayıncılık, 3. Baskı, ISBN: 978-605-4757-28-2, 267, Demir, S. B. (Ç. Ed.), 13-14.

Crowley, M. L. and Dunn, K. A. (1985). On multiplying negative numbers. *National Council ofTeachers of Mathematics* ,78(4), 252-256.

Coşkun, M. (2013). Matematik derslerinde ilişkilendirmeye ne ölçüde yer verilmektedir?: Sınıf içi uygulamalardan örnekler. Yüksek Lisans Tezi. Gaziantep Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep, Türkiye, 116 s.

Çetin, H. (2016). Sorgulayıcı öğrenme yaklaşımıyla çoklu temsil destekli tam sayı öğretiminin 6. sınıf öğrencilerinin başarılarına, model tercihlerine ve temsiller arası geçiş becerilerine etkisi. Doktora Tezi. Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya, Türkiye, 207 s.

Çevik, Y. (2019). Tam sayılar konusunun modellenmesine ilişkin öğretmen görüşleri. Yüksek Lisans Tezi. Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya, Türkiye, 90 s.

Dağlı, A. ve Ağalday, B. (2018). Okul Müdürlerinin Paternalist Liderlik Davranışlarının İncelenmesi. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 17(66), 518-534.

Demir, E., Saatçioğlu, Ö. ve İmrol, F. (2016). Uluslararası dergilerde yayımlanan eğitim araştırmalarının normallik varsayımları açısından incelenmesi. *Current Research in Education*, *2*(3), 130-148.

Dilegelen, Y. (2018). 5. sınıf matematik ders kitaplarının ilişkilendirme becerisi açısından incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Gaziantep Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep, Türkiye, 136 s.

Eli, J.A. (2009). An exploratory mixed methods study of prospective middle grades teachers' mathematical connections while completing investiagtive tasks in geometry. Doktora Tezi. The Graduate School University of Kentucky, Lexington, Kentucky, 235 s.

Eli, J. A., Mohr-Schroeder, M. J. and Lee, C. W. (2013). Mathematical connections and their relationship to mathematics knowledge for teaching geometry. *School Science and Mathematics,* 113(3), 120–134. doi:10.1111/ssm.12009.

Ercan, B. (2010). İlköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin tam sayı kavramı ile ilgili bilgilerinin değerlendirilmesi. Yüksek lisans tezi. Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana, Türkiye, 156 s.

Erdem, E. (2015). Zenginleştirilmiş öğrenme ortamının matematiksel muhakemeye ve tutuma etkisi. Doktora Tezi. Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum, Türkiye, 394 s.

Erdem, E., Başıbüyük, K., Gökkurt, B., Şahin, Ö. ve Soylu, Y. (2015). Tam sayılar konusunun öğrenilmesi ve öğretilmesinde yaşanan zorluklar ve çözüm önerileri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 97-117. DOI: 10.17556/jef.53497.

Ertuğrul, G. (2009). Yeni ilköğretim matematik dersi 6.sınıf öğretim programında yer alan tam sayılarla ilgili etkinliklerin öğrenci başarısına etkisi. Yüksek Lisans Tezi. Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya, Türkiye, 108 s.

Gainsburg, J. (2008). Real-world connections in secondary mathematics teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(3), 199-219. doi:10.1007/s10857-007-9070-8.

García-García, J. and Dolores-Flores, C. (2018). Intra-mathematical connectionsmade by high school students in performing calculus tasks. *International Journal ofMathematical Education in Science and Technology*, 49(2), 227–252. doi:10.1080/0020739X.2017.1355994.

García-García, J. and Dolores-Flores, C. (2019). Pre-university students' mathematical connections when sketching the graph of derivative and antiderivative functions. *Mathematics Education Research Journal*, 1-22. https://doi.org/10.1007/s13394-019-00286-x.

García-García, J. and Dolores-Flores, C. (2020). Exploringpre-university students' mathematical connections when solving calculus application problems. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* 51(7), 1–25. doi:10.1080/0020739X.2020.1729429.

Greenes, C.,Larson, M., Leiva, M. A., Shaw, J. M., Stiff, L., Vogeli, B. R. and Yeatts, K. (2007). Houghton Mifflin Math Grades 6. Boston: Houghton Mifflin Company, ISBN-13: 978-0-618-59096-4, 705 s., 197,293,363.

Gürbüz, R. ve Şahin, S. (2015). 8. sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(4), 1869-1888.

Güriş, S. ve Astar, M. (2019). Bilimsel Araştırmalarda SPSS İle İstatistik. Der Yayınları, ISBN: 9789753535502, 512 s., 179.

Hativa, N. and Cohen, D. (1995). Self learning of negative number concepts by lower division elementary students through solving computer-provided numerical problems. *Educational Studies in Matematics,* 28(4), 401-431.

Hindun, S., Sapitri, Y. E. and Rohaeti, E. E. (2019). Increasement of Mathematical Connection Ability and Self-Efficacy of Students through Problem-Based Learning Approach with Multimedia. *Journal of Innovative Mathematics Learning*, 2 (2), 74-81.

Hodge, B. (2003). Logical thinking in mathematics: From oz to awe!. *Research and Teaching in Developmental Education,* 19(2), 41–46.

Hotmanoğlu , Ç. (2014). Sekizinci sınıf öğrencilerinin grafik çizme yorumlama ve grafikleri diğer gösterimlerle ilişkilendirme becerilerinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye, 153 s.

İlhan, A. ve Aslaner, R. (2019). 2005'ten 2018'e ortaokul matematik dersi öğretim programlarının değerlendirilmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 46, 394-415. doi:10.9779/pauefd.452646

Jaijan, W. and Loipha, S. (2012). Making mathematical connections with transformations using open approach. *HRD Journal*, 3(1), 91-100.

Ji, E. L. (2012). Prospective elementary teachers' perceptions of real-life connections reflected in posing and evaluating story problems. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(6), 429–452. doi:10.1007/s10857-012-9220-5.

Karataş, Y. 2020.İlkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin yaratıcı hikâye yazma becerilerinin geliştirilmesi. Yüksek Lisans Tezi. Uşak Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Uşak, Türkiye, 139 s.

Karslı, N. (2016). Buluş yoluyla öğrenme yaklaşımını esas alan matematik öğretiminin 8. sınıf öğrencilerinin akıl yürütme ve ilişkilendirme becerilerine etkisi. Yüksek Lisans Tezi. Başkent Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara, Türkiye, 136 s.

Kaya, D. (2020). Altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel ilişkilendirme öz yeterlik düzeylerinin algılanan öğretmen duygusal destek, cinsiyet ve matematik başarısı açısından incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 14(1), 106-132. Doi: 10.17522/balikesirnef.605489.

Kenedi, A. K., Helsa, Y., Ariani Y., Zainil, M. and Hendri, S. (2019). Mathematical connection of elementary school students to solve mathematical problem. *Journal on Mathematics Education,* 10(1), 69–80. doi:10.22342/jme.10.1.5416.69-80.

Kızıltoprak, A. (2014). Ortaokul 5. sınıf öğrencilerinde ilişkisel düşünmenin gelişimi: bir öğretim deneyi. Yüksek Lisans Tezi. Eskişehir Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, Türkiye. 162 s.

Kilhamn, C. (2009). Making sense of negative numbers. Doktora Tezi. University of Gothenburg, Faculty of Education, Göteborg, Sweden, 291 s.

Koç-Şanlı, K. (2018). Ortaokul matematik öğretmenlerinin tam sayıların öğretim sürecinde model kullanma becerileri ve model kullanımına yönelik görüşleri. Yüksek Lisans Tezi. Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri, Türkiye, 355 s.

Kondratieva, M. F. and Radu, O. G. (2009). Fostering connections between the verbal, algebraic, and geometric representations of basic planar curvesfor student's success in the study of mathematics.*The Mathematics Enthusiast*, 6(1), 213 - 238.

Körükçü, E. (2008). Tam sayılar konusunun görsel materyal ile öğreniminin 6. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarına etkisi. Yüksek Lisans Tezi. Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, Türkiye, 148 s.

Kullberg, A. (2007). students opening up dimensions of variation for learning negative numbers. World Association Of The Lesson Studies İnternational Conference, Hong Kong, 28-30 Kasım, 1-12.

Kumar, R. S., Subramaniam, K. ve Naik, S. (2017). Teachers' construction of meanings of signed quantities and integer operation. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(6), 557–590.

Küçükgençay, N. (2019). Tam sayılar ve tam sayılarda işlemler konularında öğretmen ve öğretmen adaylarının kullandıkları benzetimler. Yüksek Lisans Tezi. Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya, Türkiye, 173 s.

Lee, J. E. (2012). Prospective elementary teachers' perceptions of real-life connections reflected in posing and evaluating story problems. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *15*(6), 429-452. DOI: 10.1007/s10857-012-9220-5.

Leikin, R. and Pitta-Pantazi, D. (2013). Creativity and mathematics education: The state of the art. *ZDM Mathematics Education,* 45(2), 159–166. doi:10.1007/s11858-012-0459-1.

Lince, R. (2016). Creative thinking ability to increase setudent mathematical of junior high school by applying models numbered heads together. *Journal of Education and Practice, 7*(6), 206–212.

İşgüden, E. (2008). 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusunda karşılaştıkları güçlükler. Yüksek Lisans Tezi. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, Türkiye, 61 s.

Makonye, J. P. and Fakude, J. (2016). A study of errors and misconceptions in the learning of addition and subtraction of directed numbers in grade 8. *SAGE Open*, 6(4), 1-10. https://doi.org/10.1177/2158244016671375.

Mazlum, M. M. ve Atalay Mazlum, A. (2017). Sosyal Bilimlerde Araştırma Yönteminin Belirlenmesi. *RouteEducationalandSocialScienceJournal*, 4(4), 1-21.

Melemezoğlu, Ç. (2005). Yönlü sayıların öğretiminde öğrencilerin yaptığı hatalar ve yanılgılar üzerine bir araştırma. Yüksek Lisans Tezi. Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya, Türkiye, 60 s.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2008). İlköğretim Okulu Ders Kitaplarının Değerlendirilmesi. Ankara, Türkiye, 463 s.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2009). İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu.Ankara, Türkiye, 420 s.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2013). Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı. Ankara, Türkiye, 62 s.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2018). Matematik Dersi (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı.Ankara, Türkiye, 80 s.

Mumcu, H. Y. (2018). Matematiksel ilişkilendirme becerisinin kuramsal boyutta incelenmesi: Türev kavramı örneği. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 9(2), 211-248. DOI: 10.16949/turkbilmat.379891.

Öz, T. ve Işık, A. (2017). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel akıl yürütme becerisi üzerine görüşleri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(2), 228-249.

Özgen, K. (2013a). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel ilişkilendirmeye yönelik görüş ve becerilerinin incelenmesi. *Turkish Studies,* 8(8), 2001-2020.

Özgen, K. (2013b). Problem çözme bağlamında matematiksel ilişkilendirme becerisi: öğretmen adayları örneği. *Education Sciences*, 8(3), 323-345. http://dx.doi.org/10.12739/NWSA.2013.8.3.1C05.

Özgen, K. (2016). Matematiksel ilişkilendirme üzerine kuramsal bir çalışma. *International Conference on Research in Education & Science,* Bodrum, 19-22 Mayıs, 235-245.

Özgen, K. ve Bindak, R. (2018). Matematiksel ilişkilendirme öz yeterlik ölçeğinin geliştirilmesi. *Kastamonu Education Journal,* 26(3), 913-924. doi:10.24106/kefdergi.413386.

Özgen, K. (2019). Öğretmen adaylarının matematiği farklı disiplinler ile ilişkilendirme etkinlikleri tasarlama becerileri. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(1), 101-118. DOI: 10.17679/inuefd.363984.

Özpınar, İ. (2012). 6-8. sınıflar matematik öğretim programında yer alan becerileri ölçmeye yönelik ölçek geliştirme çalışması. Doktora Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye, 257 s.

Retnawati, H., Apino, E. and Santoso, A. (2020). High school students' difficulties in making mathematical connections when solving problems. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 19(8). 255-277.https://doi.org/10.26803/ijlter.19.8.14.

Sari, P., Hajizah, M.N. and Purwanto, S. (2020). The neutralization on an empty number line model for integer additions and subtractions: Is it helpful?.*Journal on Mathematics Education,* 11(1), 1-16. http://doi.org/10.22342/jme.11.1.9781.1-16.

Schoenfeld, A. H. and Kilpatrick, J. (2008). In International Handbook Of Mathematics Teacher Education. Brill Sense, 2. Baskı, 440 s., 321-354.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77(1), 20-26.

Suh, J. and Seshaiyer, P. (2013). Mathematical practices that promote 21st century skills. *Mathematics Teaching in the Middle School, 19*(3), 132–137. doi:10.5951/mathteacmiddscho.19.3.0132.

Şahal, M. (2016). Problem kurma yaklaşımı ile işlenen tam sayılar konusunun öğrencilerin akademik başarısına ve matematik tutumlarına etkisi. Yüksek Lisans Tezi. Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, Türkiye, 112 s.

Şengül, S. ve Körükçü, E. (2012). Tam sayılar konusunun görsel materyal ile öğretiminin altıncı sınıf öğrencilerinin matematik başarıları ve kalıcılık düzeylerine etkisi. *International Online Journal of Educational Sciences*, 4(2), 489-508.

Şengül, S. ve Dereli, M. (2013). Tam sayılar konusunun karikatürle öğretiminin 7. sınıf öğrencilerinin matematik tutumuna etkisi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(4), 2509-2534.

Şenoğlu, B. ve Acıtaş, Ş. (2020). İstatistiksel Deney Tasarımı: Sabit Etkili Modeller. Nobel Akademik Yayıncılık, 4. Baskı, ISBN: 978-605-133-043-3, 408s., 43-47.

Umay, A. (2007). Eski Arkadaşımız Okul Matematiğinin Yeni Yüzü. Aydan Web Tesisleri, 1. Baskı, 169s., 106-135.

Van De Walle, J. A., Karp, K. S. ve Bay-Williams, J. M. (2018). İlkokul ve Ortaokul Matematiği: Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim. Nobel Akademik Yayıncılık, 521, 7. Baskı, ISBN: 978-605-133-423-3, 532 s., Durmuş, S. (Ç. Ed.), 26-27, 474-486.

Yenilmez, K. ve Uysal, E. (2007). İlköğretim öğrencilerinin matematiksel kavram ve sembolleri günlük hayatla ilişkilendirebilme düzeyi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 0(24), 89-98.

Yenilmez, K. ve Bağdat, O. (2014). Yedinci sınıf öğrencilerinin tam sayılarla işlemler konusundaki öğrenme güçlükleri. *I.Avrasya Eğitim Araştırmaları Kongresi*, İstanbul, 24-26 Nisan, 631-632.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2018). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri. Seçkin Yayıncılık, 11.Baskı, ISBN: 978-975-02-3999-1, 427, s. 39,113,173,239,307-315.

Zehir, K. ve Zehir, H. (2019). Tam sayılarda toplama ve çarpma işlemlerin öğretiminde sayma pulu kullanımı ve kullanılabilecek sınıf içi etkinlikler. *Uluslararası Eğitim Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 5(1), 24-36.

Zengin, Ş. (2014). Tam sayıların tarihçesi ve tam sayılar konusunun öğretimine ilişkin öğretmen görüşleri. Yüksek Lisans Tezi. Fırat Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Elazığ, Türkiye, 81 s.

EKLER

Ek 1. Ders Planı

DERS PLANI-1

DERS: Matematik

KONU: Tam Sayılar

SINIF: 7

ÖĞRENME ALANI: Sayılar ve İşlemler

KAZANIM: M.7.1.1.1. Tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerini yapar, ilgili problemleri çözer.

ARAÇ-GEREÇ: Sayma pulları, renkli kalem, renkli zarflar, cetvel, sayı doğrusu, karton kâğıt, yapıştırıcı

SÜRE: 5 ders saati

Tam Sayılarla Toplama İşlemi

GİRİŞ

Tam sayıların tarihi: Tam sayılar kümesini pozitif tam sayılar, sıfır ve negatif tam sayılar olmak üzere üçe ayırmak gerekmektedir. Tam sayıların kullanılmaya başlandığı tarih kesin olarak bilinmemekle beraber çok eski zamanlara dayandığı söylenebilir. Tam sayılardan daha önce kullanılmakta olan doğal sayılar, insanlar ve kültürler arasındaki iletişimin artması dolayısıyla ihtiyacı karşılayamaz duruma gelmiştir, böylece de 2000 yıl öncesinden yönlü sayılar kullanılmaya başlanmıştır. Tam sayılara bütüncül olarak baktığımızda pozitif tam sayıların ardından negatif tam sayıların ve sıfırın bulunuşu çok daha sonraki zamanlara denk gelmiştir. Negatif tam sayılara ilk olarak M.Ö 100-50 yılları arasında rastlanmaktadır. Bu sayıların Avrupa matematiğinde yer alması ise 18. yüzyıla denk gelir. Çinliler alacak ve borç hesabını tam sayılar ile ifade etmiş; alacak hesabını kırmızı, borç hesabını ise siyah çubuklar kullanarak yapmışlardır. Benzer şekilde 600 yıllarında Hindistan`da yazılan Brahmasphuta Siddhanta adlı kitapta da negatif sayıların borç anlamında kullanıldığı görülmüştür.

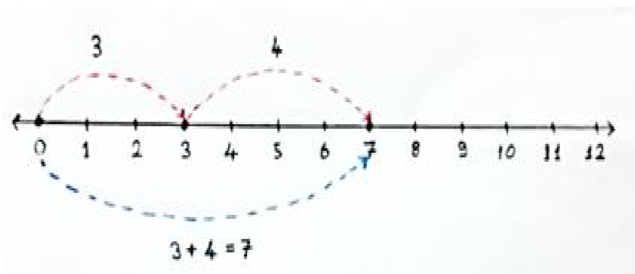
Ek 1 (Devamı)

Tam sayı kavramını; daha önce bildiğimiz doğal sayılara ek olarak bir de negatif tam sayıların eklenmesiyle oluşan sayı topluluğu olarak tanımlayabiliriz. Doğal sayılar; günlük yaşamda, matematiğin kendi içinde ve farklı disiplinler içerisinde ihtiyacımızı karşılarken bir de negatif tam sayılar kısmına ihtiyaç duyulmuştur. Tam sayılara günlük yaşantımızda yer verdiğimiz noktalara bakarak tam sayıların günlük yaşamda neden ihtiyaç haline geldiğine ve tam sayıların diğer disiplinlerle arasındaki ilişkiye değinmiş oluruz. Örneğin; borç –alacak, kar-zarar, soğuk-sıcak, ileri-geri gibi pek çok durumla birlikte tam sayıları günlük yaşantımızda kullanabiliriz. Sosyal bilgiler dersine baktığımız zaman tarihin başlangıcı Hz. İsa`nın doğumu yani sıfır yılı olarak kabul edilir. Bu açıklamaya göre Hz. İsa`dan önce yaşamın olmadığını kabul edemeyiz. İşte

bu durumda sıfırdan geriye doğru da eksi sonsuza kadar saymamıza yardımcı olan negatif tam sayılara ihtiyaç duyuyoruz. Böylece doğal sayılar kümesini de genişleterek tam sayıları açıklıyoruz. Benzer şekilde Fen Bilimleri dersinde sıcaklık değerlerini ölçerken termometrede, Coğrafya dersinde hava sıcaklıklarına değinirken negatif tam sayıları kullanıyoruz. Sıcaklığın sıfır olması hiç sıcaklık olmadığı anlamına gelmez. Burada sıfır noktası kabul edilen bir noktadır ki yine burada, negatif sayılara yani sıfırın altındaki sıcaklıkları ifade edecek sayılara ihtiyaç duyarız. Bu şekilde de sayı kümemiz genişlemiş olur. ***(F.D.İ.)***

Toplama işlemi günlük yaşamda sıcaklık değerlerindeki değişimi hesaplamada, zaman hesabında, eklemeyi gerektiren durumlarda kullanılır. Benzer şekilde farklı disiplinler içerisinde de sıklıkla karşımıza çıkar. Fen bilimleri, Coğrafya ve Tarih disiplinleri tam sayılarla toplama işlemine sıklıkla başvurur.

Örnek: Sayı doğrusunda 3+4=7 işlemini aşağıdaki şekilde modelleriz.



Ek 1 (Devamı)

Not: Doğal sayıların elemanlarıyla toplama işlemi yaptığımız gibi tam sayıların elemanları (sıfırın solundaki negatif tam sayılar, sıfır ve sıfırın sağındaki pozitif tam sayılar) ile de toplama işlemi yapabiliriz.***(M.K.A.İ)***

GELİŞME

Etkinlik 1:Öğrenciler her bir grup tam sayılarla toplamanın farklı işaretlerle olan kısmını yürütmek üzere dört gruba ayrılır (I. Grup: pozitif tam sayı +pozitif tam sayı; II. Grup: pozitif tam sayı +negatif tam sayı; III. Grup: negatif tam sayı +pozitif tam sayı; IV. Grup: negatif tam sayı +negatif tam sayı). Her bir guruba alacak ve borç senedi yerine geçecek, içinde pozitif ve negatif durumların yer aldığı kartlar bulunan zarflar dağıtılır. Her bir guruptan sırasıyla aşağıdaki işlemleri gerçekleştirmeleri istenir. ***(G.Y.İ.)***

- I. Grup: Postacı size 2 ve 4 lira alacağınız olduğunu bildiren iki çek getiriyor. Bu işlemi canlandırarak sembolik olarak ifade ediniz.

<u>Sonuç:</u> Pozitif bir tam sayı ile pozitif bir tam sayının toplamı yine pozitif bir tam sayıdır.

- II. Grup: Postacı size 4 lira borcunuzun ve 3 lira alacağınız olduğunu bildiren iki çek getiriyor. Bu işlemi canlandırarak sembolik olarak ifade ediniz.

- III. Grup: Postacı size 5 lira alacağınız ve 3 lira borcunuz olduğunu bildiren iki çek getiriyor. Bu işlemi canlandırarak sembolik olarak ifade ediniz.

<u>Sonuç:</u> Pozitif ve negatif bir tam sayının toplamının sonucu sayıların durumuna göre bazen pozitif bazen de negatif bir tam sayıdır. Ters (zıt) işaretli tam sayılarla toplama işleminde bu sayılardan mutlak değerce büyük olanından küçük olanı çıkarılır; sonuçtaki sayının işareti, mutlak değeri büyük olan sayının işaretidir. ***(M.K.A.İ)***

- IV. Grup: Postacı size 4 ve 5 lira borcunuzun olduğunu bildiren iki çek getiriyor. Bu işlemi canlandırarak sembolik olarak ifade ediniz.

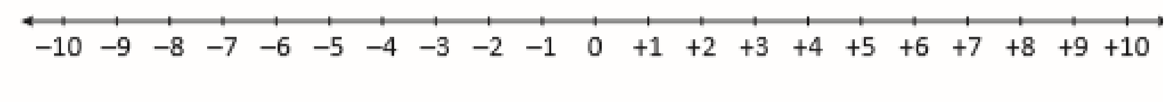
Ek 1 (Devamı)

Sonuç: Negatif bir tam sayı ile negatif bir tam sayının toplamı yine negatif bir tam sayıdır.

Her bir grup elindeki kartlarla yeni işlemler oluşturarak çözüme ulaşır.

__**Etkinlik-2:**__***(F.T.İ.)***

Sınıf zemini üzerine öğrencilerin görebileceği şekilde bir sayı doğrusu çizilir.Tam sayılarla toplama işlemleri bu sayı doğrusu üzerinde aşağıdaki adımlar takip edilerek gerçekleştirilir;



1.aşama- İlk olarak 0 başlangıç noktasında sağa doğru dönülür.

2.aşama- İlk sayımız pozitif ise bulunduğumuz yönde yönümüzü değiştirmeden ileri doğru, sayımız negatif ise geriye doğru sayının büyüklüğü kadar ilerlenir.

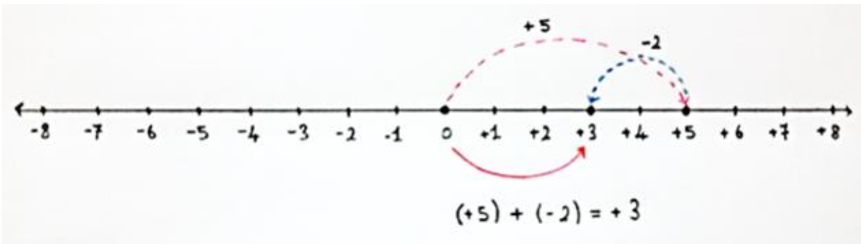
3.aşama- İşlemimiz toplama olduğu için yön değiştirilmez.

4.aşama- İkinci sayımız pozitif ise bulunduğumuz yönde yönümüzü değiştirmeden ileri doğru, sayımız negatif ise geriye doğru sayının büyüklüğü kadar ilerlenir.

5.aşama- Son bulunduğumuz nokta işlemin sonucu olarak belirlenir.

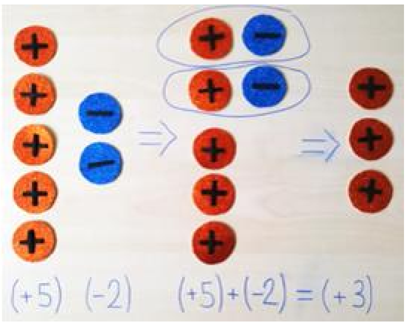
Örnek: “(+5) + (– 2) = ?” işlemi için aşağıdaki uygulamayı inceleyelim.

- "0" noktasından sağa dönük bir şekilde başlanır,
- İleriye doğru 5 birim ilerlenir (+ 5),
- Yön değiştirilmez (toplama işlemi),
- Geriye doğru iki birim gidilir (– 2).



Sayı doğrusu üzerinde gerekli açıklamalar yapıldıktan sonra tam sayılarla toplama yaparken kullanılabilecek bir başka araç olan sayma pulları tanıtılır. Aynı örnek sayma pulları yardımıyla da modellenir.

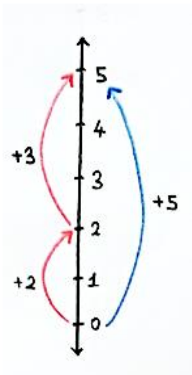
Ek 1 (Devamı)



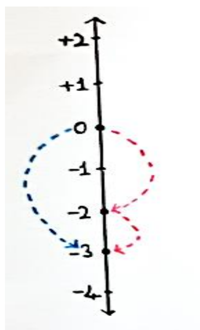
<u>Not:</u> Tam sayılar farklı iki renkteki sayma pullarıyla da temsil edilebilir. Turuncu renkli sayma pulu + 1'i, mavi renkli sayma pulu ise – 1'i temsil etsin. Bu durumda " – +" (bir mavi bir turuncu puldan oluşan) modele sıfır çifti (sıfır modeli) adı verilir.

Sayı doğrusu üzerinde her bir durumu örnekleyen benzer uygulamalar yapılır ve sayma pulları ile gösterilir. Devamında aşağıdaki örnekler sırasıyla incelenir.

Örnek: Ankara'da hava sıcaklığı sabah sıfırın üzerinde 2 °C iken öğleye doğru 3°C daha artması durumunda, öğle saatlerindeki sıcaklığın kaç °C olacağını sayı doğrusu üzerinde göstererek bulunuz. ***(F.D.İ.)***



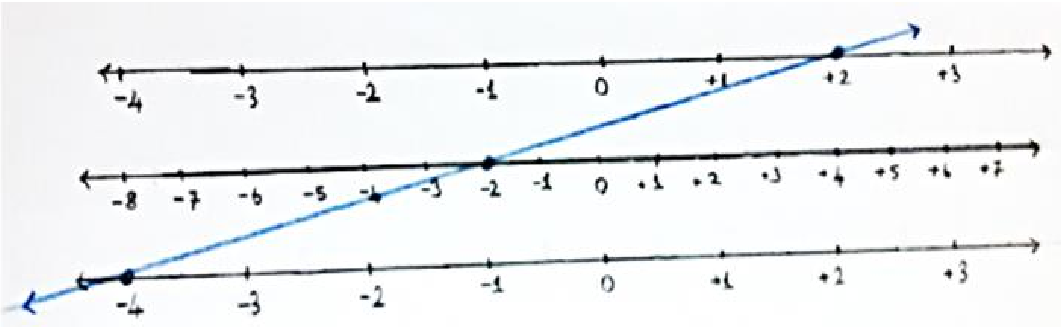
Örnek: Yandaki sayı doğrusundan hareketle sıcaklık değerleri ile ilişkili bir günlük yaşam problemi oluşturarak sayma pullarıyla bu işlemi modelleyiniz. ***(G.Y.İ.)***



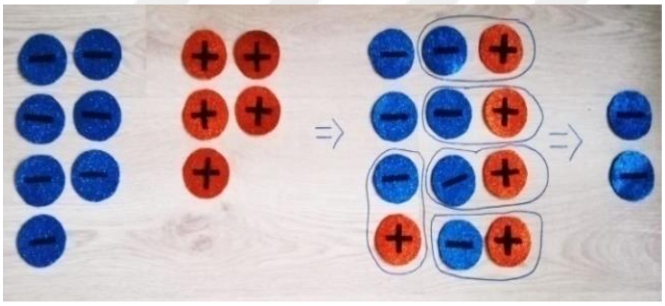
Örnek: "Ters (zıt) işaretli tam sayılarla toplama işleminde bu sayılardan mutlak değerce büyük olanından küçük olanı çıkarılır; sonuçtaki sayının işareti, mutlak değeri büyük olan sayının işaretidir" ifadesine uygun tam sayılarla toplama işlemi örnekleri yazınız. ***(M.K.A.İ)***

Ek 1 (Devamı)

Örnek: Öğrencilere aşağıdaki gibi eşit aralıklı üç paralel çizgiden oluşan toplama cetvelini çizmesi söylenir. Sayı doğruları oluşturulurken aşağıdaki gibi tam ve yarım aralıklı olmalarına dikkat edilir. Daha sonra bu toplama cetveli üzerinde (-4) + (+2) işlemini göstermeleri istenir. ***(F.T.İ.)***



Örnek: Aşağıda sayma pulları ile modellenen işlemi sayı doğrusu üzerinde ifade ediniz. ***(F.T.İ.)***



Örnek: Aşağıdaki tabloda dört farklı toplama işlemi yer almaktadır. Bu tam sayılarla toplama işlemlerinin sonuçlarını bulunuz. Bu işlemlerin birbirlerine göre ortak ve farklı yönlerini açıklayınız. ***(M.K.A.İ)***

İşlem	**Sonuç**	**Açıklama**
(+5) + (+2)		
(-4) + (-2)		
(+3) + (-4)		
(-4) + (+6)		

Ek 1 (Devamı)

Örnek: Aşağıdaki sihirli sayı matrislerinde satır, sütün ve köşegenlerin toplamı aynı tam sayıya eşit olduğuna göre boşlukları tamamlayınız. Matriste verilen her bir hücreye aynı sayıyı eklersek matrisin aynı şartları sağlayıp sağlamayacağını tartışınız. ***(M.K.A.İ.)***

-5	.	2
.	0	.
-1	.	.

4	.	.	3
.	-1	0	.
.	-5	-2	.
.	.	3	-9

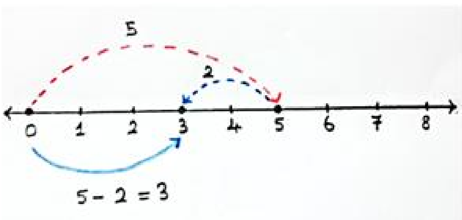
Tam Sayılarla Çıkarma İşlemi

GİRİŞ

Çıkarma işlemini ayırma durumlarında kullanabiliriz. Örneğin; alışverişe çıkmadan önce 20 TL vardı, 14 TL'lik alışveriş sonrası geriye kaç TL kalır? Karşılaştırma durumlarında da çıkarma işlemi kullanılır. Örneğin; ben 12, ablam ise 15 yaşındadır. Ablam ile benim aramdaki yaş farkı nedir? ***(G.Y.İ.)*** Benzer şekilde toplama işleminde olduğu gibi sıcaklık, zaman vb. durumlar ile farklı disiplinlerde de çıkarma işlemi kullanılabilir. ***(F.D.İ.)***

Dersin giriş aşamasında doğal sayılardaki çıkarma işlemini örnekleyen bir durum ile hatırlatma yapılır. ***(M.K.A.İ.)***

Örnek: Doğal sayılarda çıkarma işlemini (örneğin 5 – 2 = 3) sayı doğrusunda aşağıdaki gibi modelleyebiliriz. ***(F.T.İ.)***

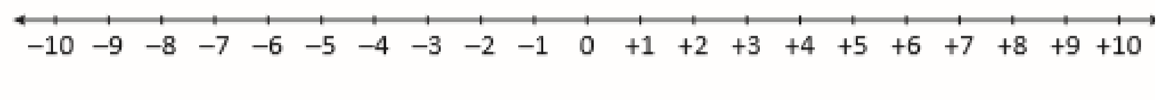


GELİŞME

<u>Etkinlik-3:</u> ***(F.D.İ.)***

Sınıf zemini üzerine öğrencilerin görebileceği şekilde bir sayı doğrusu çizilir.Tam sayılarla çıkarma işlemleri bu sayı doğrusu üzerinde aşağıdaki adımlar takip edilerek gerçekleştirilir.

Ek 1 (Devamı)



1.aşama- *İlk olarak 0 başlangıç noktasında sağa doğru dönülür.*

2.aşama- *İlk sayımız pozitif ise bulunduğumuz yönde yönümüzü değiştirmeden ileri doğru, sayımız negatif ise geriye doğru sayının büyüklüğü kadar ilerlenir.*

3.aşama- *İşlemimiz çıkarma olduğu için yön değiştirilir.*

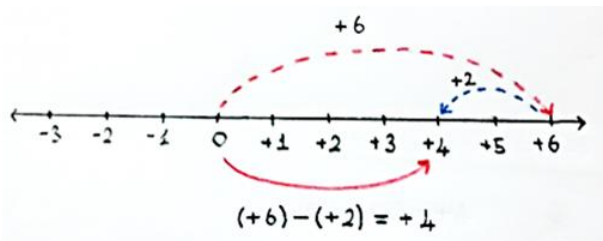
4.aşama- *İkinci sayımız pozitif ise bulunduğumuz yönde yönümüzü değiştirmeden ileri doğru, sayımız negatif ise geriye doğru sayının büyüklüğü kadar ilerlenir.*

5.aşama- *Son bulunduğumuz nokta işlemin sonucu olarak belirlenir.*

Bu işlem dört farklı durum için tekrarlanır ve her bir durumu farklı bir gurubun gerçekleştirmesi sağlanır. Tekrarlanan işlemler sayma pulları ile de modellenir. Örneğin;

❖ (+ 6) – (+ 2) = ? işlemi seçilmiştir. Bu uygulamayı birlikte inceleyelim:

- Sağa dönük bir şekilde 0'dan başlar,
- İleriye doğru 6 birim gider (+ 6),
- Yönünü değiştirir (çıkarma işlemi),
- İleriye doğru 2 birim gider (+ 2).



❖ (+3) – (+7) = ? İşlemi seçilmiştir.

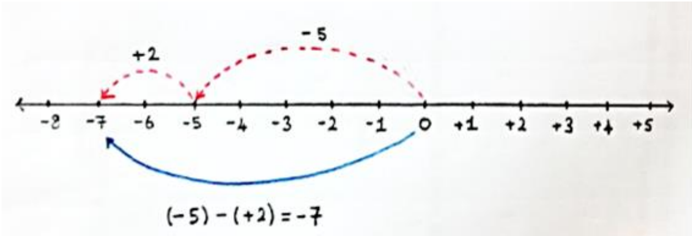
Sonuç: İki pozitif tam sayıyı birbirinden çıkardığımızda sonuç duruma göre negatif veya pozitif olabilir.

❖ (+6) – (-4) = ? İşlemi seçilmiştir.

Sonuç: Pozitif bir tam sayıdan negatif bir tam sayıyı çıkardığımızda sonuç pozitif olur.

❖ (-5) – (+2) = ? İşlemi seçilmiştir.

Ek 1 (Devamı)



Sonuç: Negatif bir tam sayıdan pozitif bir tam sayıyı çıkardığımızda sonuç negatif olur.

- (-3) – (-9) = ? İşlemi seçilmiştir.
- (-6) – (-4) = ? İşlemi seçilmiştir.

Sonuç: İki negatif tam sayıyı birbirinden çıkardığımızda sonuç duruma göre negatif veya pozitif olabilir. Her bir grup benzer yeni işlemler oluşturarak çözüme ulaşır.

Tartışalım: Toplama işlemindeki Etkinlik-1 ile çıkarma işlemindeki Etkinlik-3`deki uygulamaların benzer ve farklı yönleri nelerdir? Burada öğrenciler çıkarma işleminde neden yön değiştirmesi gerektiğini anlamalıdır.

Bu etkinlikten sonra öğrencilerden toplama ve çıkarma arasındaki ilişkiyi değerlendirmeleri, sonuç olarak aşağıdaki gibi bir kanıya varmaları sağlanır. Bu tartışma ortamında aşağıdaki soru öğrencilere yöneltilir.

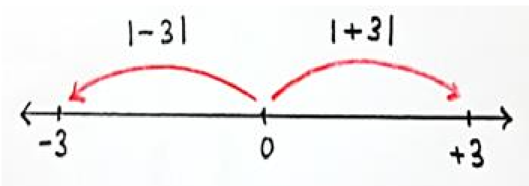
Soru: 5 ten 3'ü çıkarmak ile 5 ile (– 3)'ü toplamak aynı sonucu verir mi?***(M.K.A.İ)***

Sonuç: Bir tam sayıyı çıkarma, ters işaretlisiyle toplamaktır. Örneğin, işleminde (– 5) ve (+ 2) ters işaretli olduğundan; (+ 2) – (– 5) = (+ 2) + (+ 5) dir. Daha genel bir ifadeyle, a ve b tam sayı olmak üzere; a – b = a + (– b) dir.

Aşağıdaki örnekle derse devam edilir. Örnekten çıkarılan sonuç not edilir.

Soru: Dün yaptığı alışverişler sonrasında 12 TL kâr elde eden Samet bugün ise 12 TL zarar etmiştir. İki gün sonunda Samet`in kâr – zarar durumunu belirleyiniz. ***(M.K.A.İ)***

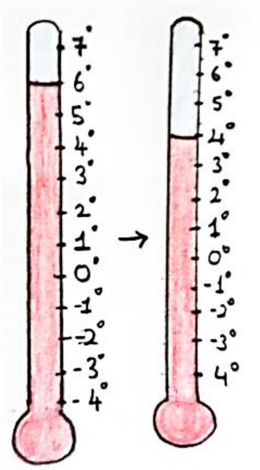
Sonuç: Toplamları sıfır (0) olan tam sayılara ters işaretli tam sayılar denir. Örneğin; (+ 3) + (– 3) = 0 dır. Ters işaretli – 3 ve + 3 sayıları sıfır noktasından eşit uzaklıktadır.



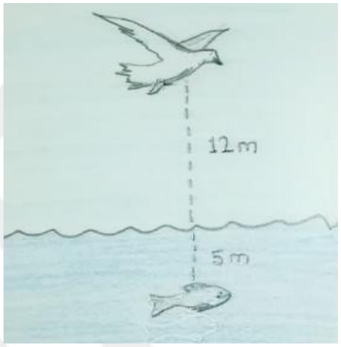
Dersin devamında aşağıdaki örnekler incelenir. Öğrencilere bu örnekleri içeren çalışma kâğıdı dağıtılır.

Ek 1 (Devamı)

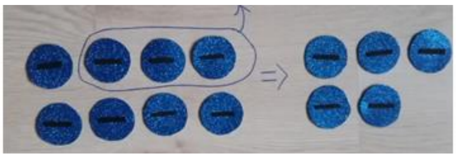
Örnek: Samsun'da öğle hava sıcaklığı 6°C iken akşama doğru sıcaklık 2°C azalmıştır. Buna göre akşam sıcaklık kaç °C olur? Sembolik olarak ifade edip sayma pullarıyla modelleyiniz.*(F.D.İ.)*



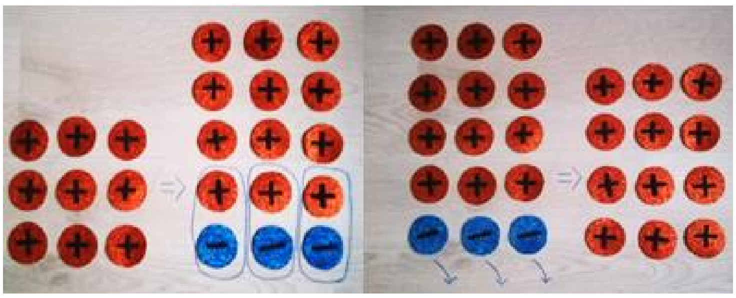
Örnek: Deniz seviyesinin 12 metre üstündeki bir noktada duran martı ile deniz seviyesinin 5 metre altındaki bir noktada duran balık arasındaki mesafeyi matematiksel olarak ifade edip sayı doğrusu ile modelleyiniz. ***(G.D.İ.)***



Örnek: Yukarıda sayma pulları ile ifade edilmiş işleme uygun bir günlük yaşam problemi kurarak bu işlemi sembolik olarak ifade ediniz. ***(F.T.İ.)***



Örnek: Aşağıda sayma pulları ile gösterilen durumu sayı doğrusu üzerinde ifade ediniz. ***(F.T.İ.)***



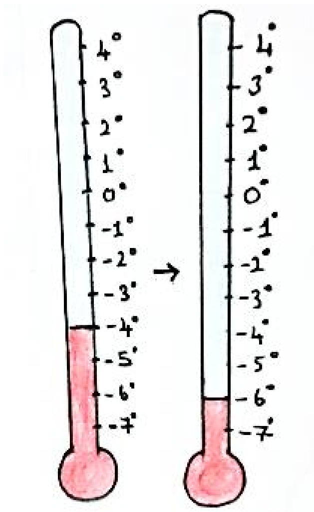
Ek 1 (Devamı)

Örnek: Aşağıdaki haritada dört farklı ülke ve saatleri gösterilmektedir. Her bir saatte hava sıcaklığını -2 C° değişmektedir. Haritada gösterilen saatlerde hava sıcaklığı 4 C° ve bütün ülkelerde aynıdır. ***(M.K.A.İ)*** Buna göre;

a) Saatler 8.30`u gösterdiğinde her bir ülke için hava sıcaklığını hesaplayınız.

b) Hava sıcaklığı -7 C° olduğunda her bir ülkedeki saati hesaplayınız.

Örnek: Şekilde Celcius dereceleri ile verilen termometrelerin ilki akşam sıcaklığını, diğeri ise gece sıcaklığını göstermektedir. Buna göre akşam sıcaklığından gece sıcaklığına doğru olan değişimi sembolik olarak ifade ediniz. ***(F.D.İ)***



Ek 1 (Devamı)

Örnek: Samet, bayramda dedesinden 30 TL, babasından 50 TL harçlık aldı. Samet, harçlığının 25 TL`sini arkadaşına vermiştir. Samet`in ne kadar harçlığı kaldığını hangi yollarla bulabileceğimizi açıklayınız.***(G.Y.İ)***

Örnek: Aşağıda satır, sütun ve köşegen toplamları aynı sayıya eşit olan sihirli bir kare vardır.

+1	+6	-1
0	+2	+4
+5	-2	+3

a) Her bir kutucuktaki sayıdan (+ 3) çıkartırsak kare yine sihirli olur mu? Neden?

b) Her bir kutucuktaki sayıdan (– 2) çıkartırsak kare yine sihirli olur mu? Neden?

c) Tam sayıları kullanarak siz de kendi sihirli karenizi oluşturunuz. ***(M.K.A.İ)***

Örnek-3: (+ 4) + (– 2) işleminin sonucunu iki pozitif tam sayının toplamını da içeren bir örüntüyle ifade etmeye çalışalım. Bu örüntüye (+ 4) + (– 2) işleminin sonucunu elde edinceye kadar aşağıdaki gibi devam edilir. ***(M.K.A.İ)***

(+ 4) + (+ 2) = + 6

(+ 4) + (+ 1) = + 5

(+ 4) + (0) = + 4

(+ 4) + (– 1) = + 3

(+ 4) + (– 2) = + 2

SONUÇ

Bu bölümde ders genel olarak toparlanır, özetlenir ve ödevlendirme yapılır.

<u>Ev ödevi:</u> Sürgülü toplama cetveli yapımı: Kareli kâğıda iki paralel doğru çizilir ve her ikisi de -10 ile +10 arasında bölmelere ayrılır ve işaretlenir. Cetveller kesilip çıkarılır ve gergin durması için arkasına karton yapıştırılır. Daha sonra bu iki cetvelin biri sabit tutularak diğeri sayı doğrusunda olduğu gibi hareket ettirilerek sonuç bulunur. Siz de bu cetveli kullanarak tam sayılarla toplama işlemi örnekleri deneyerek defterinize yazıp kontrol ediniz.

Ek 2. Ön Görüşme Formu

Okul:

Tarih, saat:

Ben Sebahat SAĞIR, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesinde Fen Bilimleri Enstitüsünde Matematik Eğitimi üzerine yüksek lisans yapıyorum. Tez çalışmam kapsamında sizinle matematik dersinde geçen yıldan öğrenmeye başladığınız tam sayılar konusu üzerinde görüşmek istiyorum. Bu görüşmedeki amacım, ortaokul öğrencilerinin tamsayılarla ilgili işlemleri ilişkilendirebilme becerilerini derinlemesine araştırmaktır. Sizinle yapacağımız bu görüşmede ortaya çıkacak sonuçların, bu alanda yapılacak çalışmalara katkıda bulunacağını düşünüyorum.

Bu görüşmedeki bilgiler sadece bu çalışmada kullanılacak ve kişisel bilgileriniz kesinlikle gizli tutulacaktır. Görüşmenin yaklaşık otuz dakika süreceğini tahmin ediyorum. Eğer sizce sakıncası yoksa görüşmeyi kayıt altına almak istiyorum.

Bu çalışmaya sağlayacağınız katkı için şimdiden teşekkür ederim. Görüşme öncesinde sormak istediğiniz herhangi bir nokta yoksa başlamak istiyorum.

GÖRÜŞME SORULARI

1. Tam sayı denildiği zaman aklınıza neler geliyor?
2. Tam sayıların şuana kadar öğrenmiş olduğunuz diğer sayılardan (doğal sayı veya kesir) sizce farklı bir yönü var mıdır?
3. "-" işareti denince aklınıza neler geliyor? Örneğin; "-6" sayısı sizin için ne ifade ediyor? Bu sayının "+6" sayısı ile benzer ve farklı yönleri nelerdir?
4. Sizce tam sayılara neden ihtiyaç duymaktayız? Günlük yaşantımızda veya başka şekilde tam sayıları kullanabileceğimiz yerlere örnek verebilir misiniz?
5. Tam sayıların matematikte daha önce öğrendiğiniz konularla sence nasıl bir ilişkisi olabilir? Buna kaç farklı konudan örnekler verebilirsiniz?
6. Şu ana kadar matematik dersi dışında görmüş olduğunuz derslerde tam sayıların kullanıldığı herhangi bir yer veya konu hatırlıyor musunuz? Tam sayıların kullanılabileceği ders veya konu sizce neler olabilir?
7. Tam sayılarda kullanılan +, - gibi sembolik ifadeler dışında kullanılabilecek farklı gösterimler neler olabilir?
8. Tam sayılar konusu öğrenilirken matematik veya diğer derslerdeki konular ile ilişkilendirilmesi sizce önemli midir? Neden?

Ek 2 (Devamı)

9. Tam sayılar konusunun günlük yaşam ile ilişkilendirilerek öğrenilmesi sizce önemli midir? Tam sayılar konusunu günlük hayat ile ilişkilendirerek öğrenme ile ilgili neler düşünüyorsunuz?
10. Deniz altında bulunan bir balık ile havada uçmakta olan bir kuşu düşünerek aşağıdaki kutucuğa bir günlük yaşam problemi kurabilir misiniz? Bu probleme uygun bir matematiksel işlem yazıp sonucunu bulabilir misiniz?

Günlük yaşam problemi	Matematiksel işlemi

11. (-5, +8, -2, 0, +6) sayılarını aşağıdaki sayı doğrusu üzerine nasıl yerleştirirsiniz?

12. Ankara\`da hava sıcaklığı -3 Cº, Antalya\`da ise +6 Cº ise hangi ilin daha soğuk veya daha sıcak olduğunu nasıl belirlersiniz?
13. Alışveriş yaparken aldığın kazağın değeri olan 100 lirayı kasiyere verdiğinizi düşünürseniz cebinizdeki paranın değişimini matematiksel olarak nasıl ifade edersiniz?

Ek 3. Son Görüşme Formu

Okul:

Tarih, saat:

Sevgili öğrenciler;

Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesinde Fen Bilimleri Enstitüsünde Matematik Eğitimi üzerine yüksek lisans yapıyorum. Tez çalışmam kapsamında matematik dersindeki tam sayılarla işlemler konusu üzerinde sizlerle bir görüşme yapmak istiyorum. Bu görüşmedeki amacım, ortaokul öğrencilerinin tamsayılarla ilgili işlemleri ilişkilendirebilme becerilerini araştırmaktır. Bu görüşme yalnızca bilimsel bir çalışmada kullanılacak ve kişisel bilgileriniz kesinlikle gizli tutulacaktır. Görüşmenin yaklaşık otuz dakika süreceğini tahmin ediyorum. Bu çalışmaya sağlayacağınız katkılar için şimdiden teşekkür ederim.

Sebahat SAĞIR

Eğer herhangi bir sakıncası yoksa görüşmeyi kayıt altına almak istiyorum. Öncesinde sormak istediğiniz herhangi bir nokta yoksa görüşmeye başlamak istiyorum.

GÖRÜŞME SORULARI

1. Tam sayı denildiği zaman aklınıza ilk olarak ne geliyor?

   a. Tam sayılardaki işlemlerin doğal sayılardaki işlemlerden farklı bir yönü var mıdır? Cevap evet ise bu farklı yönler neler olabilir?

   b.Tam sayılarla işlemleri doğal sayılarla işlemlerle ilişkilendirebilir miyiz?
2. Tam sayılara neden ihtiyaç duymaktayız? Bu sayıların günlük yaşantımızdaki kullanımıyla ilgili örnekler verebilir misiniz?
3. Tam sayıların matematikte daha önce öğrendiğiniz konularla ilişkisi olabilir mi? Cevap evet ise tam sayılar ilişkilendirilebilecek konular neler olabilir?
4. Şu ana kadar matematik dışındaki diğer derslerde tam sayıların kullanıldığını hatırlıyor musunuz? Tam sayıların kullanılabileceği ders veya konular sizce neler olabilir?
5. Tam sayılarla işlemler için sık sık kullanılan sembolik ifadelerden başka kullanılabilecek farklı gösterimler neler olabilir? Bu gösterimler arasında nasıl bir ilişki kurarsınız?
6. **a.**Tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerini günlük yaşantımızda hangi durumlarda kullanabiliriz? Örnekler verebilir misiniz?

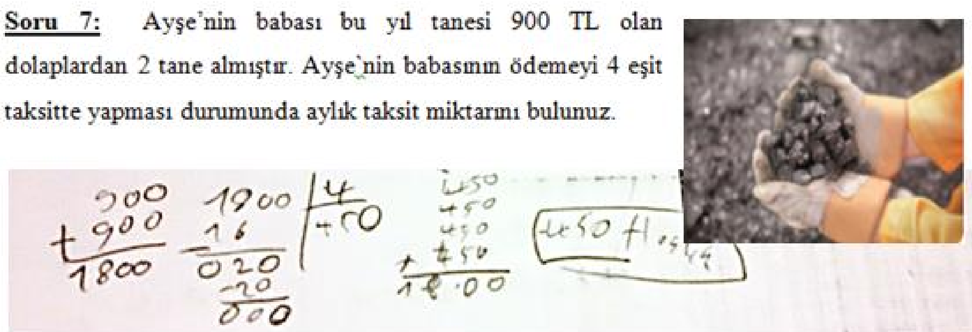
Ek 3 (Devamı)

b. Tam sayılarla çarpma ve bölme işlemlerini günlük yaşantımızda hangi durumlarda kullanabiliriz? Örnekler verebilir misiniz?

7. **a.**Tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemleri arasında herhangi bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.

   b.Tam sayılarla çarpma ve bölme işlemleri arasında herhangi bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.

8. Şimdi aşağıdaki problemi ve çözümünü incelemenizi istiyorum. Buradaki çözümde dikkatinizi çeken herhangi bir nokta var mı? Neler söyleyebilirsiniz?



Soru 7: Ayşe'nin babası bu yıl tanesi 900 TL olan dolaplardan 2 tane almıştır. Ayşe'nin babasının ödemeyi 4 eşit taksitte yapması durumunda aylık taksit miktarını bulunuz.

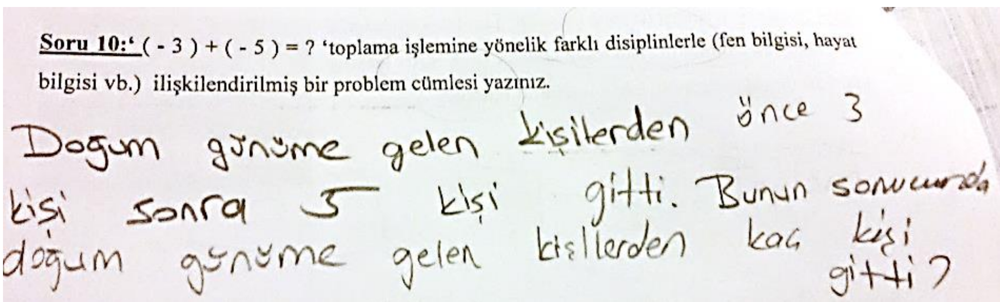
900 + 900 = 1800

1800 | 4 → 450

450 + 450 + 450 + 450 = 1800

450 TL

9. Sizce aşağıdaki problem cümlesinde sembolik ifadenin karşılığı olarak kurulan problemle farklı disiplinlerle ilişkilendirilebilme sağlanabilmiş midir? Kurulan bu problem ile ilgili ne düşünüyorsunuz?

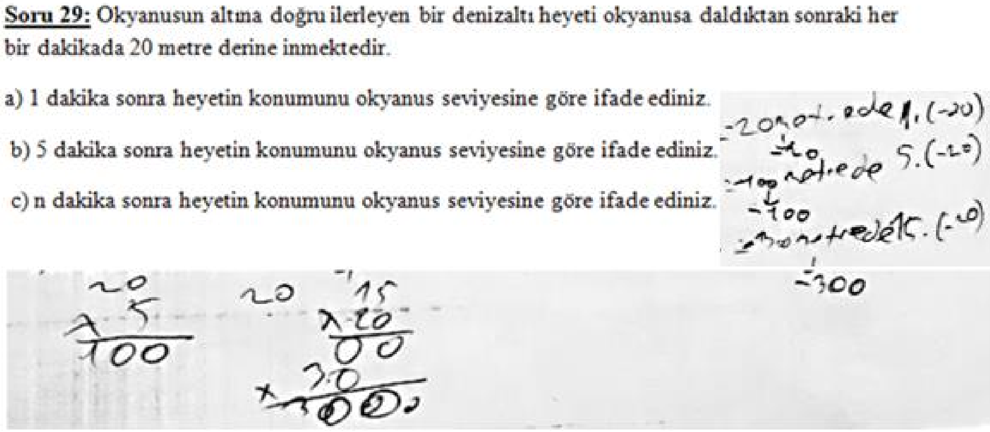


Soru 10:'(- 3) + (- 5) = ? 'toplama işlemine yönelik farklı disiplinlerle (fen bilgisi, hayat bilgisi vb.) ilişkilendirilmiş bir problem cümlesi yazınız.

Dogum günüme gelen kişilerden önce 3 kişi sonra 5 kişi gitti. Bunun sonucunda doğum günüme gelen kişilerden kaç kişi gitti?

10. Aşağıda örüntü ile ilişkilendirilmiş bir problem durumu sunulmuştur. Verilen yanıtı incelediğinizde örüntünün genel teriminin ifade edilişi ile ilgili ne düşünürsünüz?

Ek 3 (Devamı)



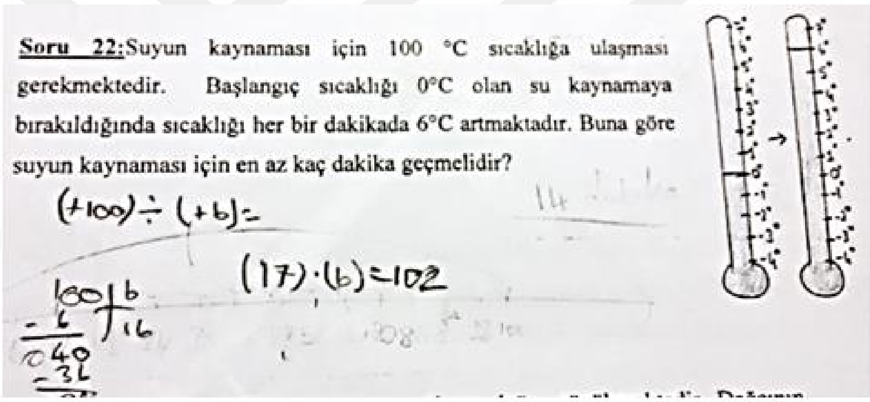
Soru 29: Okyanusun altına doğru ilerleyen bir denizaltı heyeti okyanusa daldıktan sonraki her bir dakikada 20 metre derine inmektedir.

a) 1 dakika sonra heyetin konumunu okyanus seviyesine göre ifade ediniz.

b) 5 dakika sonra heyetin konumunu okyanus seviyesine göre ifade ediniz.

c) n dakika sonra heyetin konumunu okyanus seviyesine göre ifade ediniz.

11. Aşağıdaki problemin çözümünü incelemenizi istiyorum. Buradaki çözümde dikkatinizi çeken bir nokta var mı? Neler söyleyebilirsiniz?



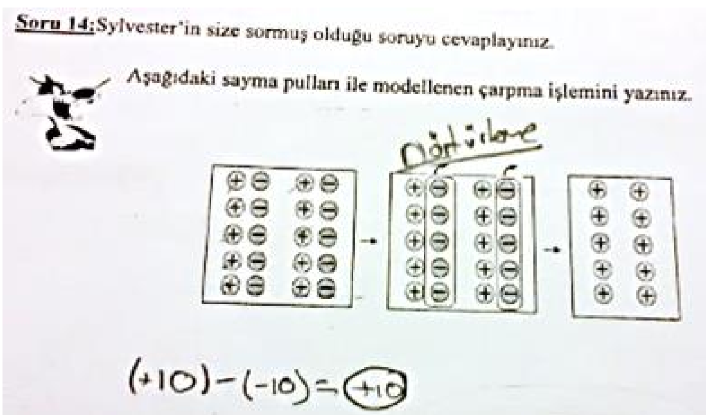
Soru 22: Suyun kaynaması için 100 °C sıcaklığa ulaşması gerekmektedir. Başlangıç sıcaklığı 0°C olan su kaynamaya bırakıldığında sıcaklığı her bir dakikada 6°C artmaktadır. Buna göre suyun kaynaması için en az kaç dakika geçmelidir?

$(+100) \div (+6) =$

$(17) \cdot (6) = 102$

12. Bazı işlemlerin sayma pullarıyla modellenmesinde sıfır çiftine ihtiyaç duyulmaktadır. Aşağıda buna yönelik bir örnek yer almaktadır.

a. Sıfır çiftine neden ihtiyaç duyarız? Aşağıda örnek üzerinden açıklayabilir misiniz?



Soru 14: Sylvester'in size sormuş olduğu soruyu cevaplayınız.

Aşağıdaki sayma pulları ile modellenen çarpma işlemini yazınız.

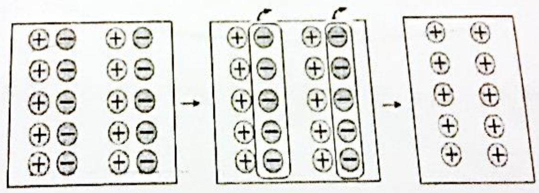
$(+10) - (-10) = +10$

Ek 3 (Devamı)

b. Aşağıdaki örnekte bir çarpma işleminin sayma pulları ile modellemesi verilmiştir. Modellemenin sembolik gösterimi ile ilgili düşüncenizi açıklayabilir misiniz?

Soru 14: Sylvester'in size sormuş olduğu soruyu cevaplayınız.

Aşağıdaki sayma pulları ile modellenen çarpma işlemini yazınız.



(−5). (−2) = +10

13. Tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerinde (+) ve (-) işaretleri hem işlemi hem de yönü belirtmektedir. Bu işaretlerin yön ya da işlem anlamında kullanılma durumlarını nasıl ayırt edersiniz? Aşağıdaki örnek üzerinden açıklayınız.

Soru 10: '(- 3) + (- 5) = ? 'toplama işlemine yönelik farklı disiplinlerle (fen bilgisi, hayat bilgisi vb.) ilişkilendirilmiş bir problem cümlesi yazınız.

Termometrede hava sıcaklığı −3 'ü gösterirken 5 derece dona düşmüştür buna göre termometre şuan kaçı göstermektedir?

14. Aşağıdaki problemin çözümünü incelemenizi istiyorum. Buradaki çözümde dikkatinizi çeken bir nokta var mı? Neler söyleyebilirsiniz?

Soru 5: Bir futbol takımı katıldığı turnuvada toplam 7 maç oynamıştır. Bu maçlardan 2'sini 3 sayı, 3 'ünü 5 sayı farkla kazanan Millilerimiz 2 maçı ise 6 sayı farkla kaybetmişlerdir. Buna göre bu futbol takımının turnuvadaki sayı averajını bulunuz.

3+3 5+5+5

6 + 15 = (+21)

−6 + −6 = (−12)

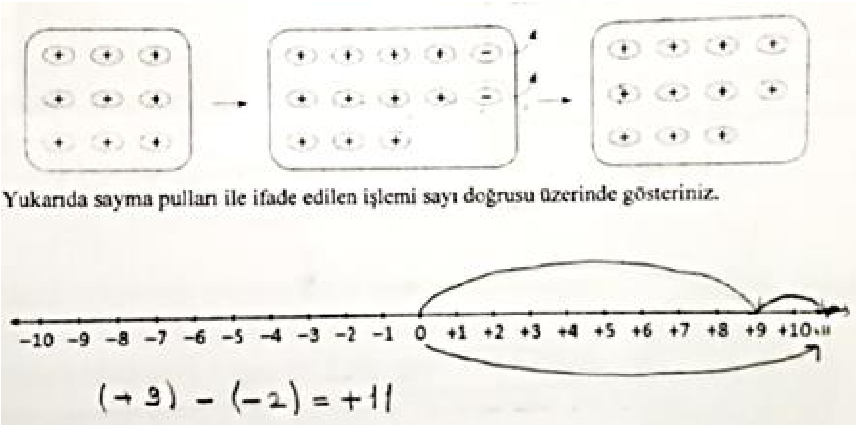
−6 · 2

$\underbrace{(+21) + (-12)}$

$\boxed{+9}$

Ek 3 (Devamı)

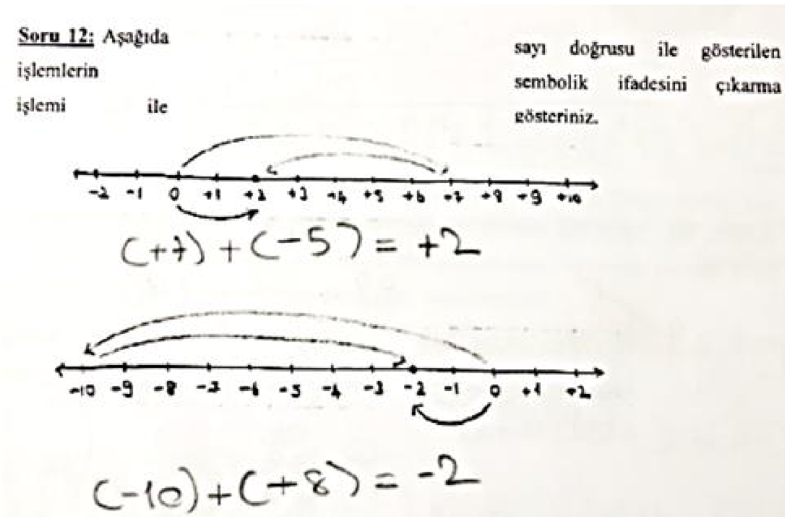
15. Aşağıdaki modelleme sorusuna verilen yanıt hakkında ne düşünmektesiniz? Sizce öğrenci yanıtını neden kontrol etmek ihtiyacı duymaktadır?



16. Aşağıda sayı doğrusuna yönelik sorular ile ilgili düşünceleriniz nelerdir?

a. Sayı doğrusunda işlemleri modellerken kullandığımız okların büyüklüğü ve yönü sizce neyi ifade etmektedir? (Dört işlem için ayrı ayrı değerlendiriniz.)

b. Aşağıda sayı doğrusuyla modellenen işlemleri çıkarma işlemi yerine toplama işlemi ile ifade ederseniz modellemede herhangi bir değişik olur mu? Açıklayınız.



Ek 4. Matematiksel İlişkilendirme Öz Yeterlik Ölçeği

Öğrencinin Adı ve Soyadı: Sınıfı:

Sevgili arkadaşlar aşağıdaki ölçek, matematiksel ilişkilendirme öz yeterliğinin değerlendirilmesi için hazırlanmıştır. Bu ölçütlerin bulunma düzeyini ilgili yeri "**X**" şeklinde işaretleyerek belirtiniz. Katılımınız için teşekkür ederim.

Sebahat SAĞIR

Her Zaman	Çoğu Zaman	Bazen	Nadiren	Hiçbir Zaman
5	4	3	2	1

Madde	MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME ÖZ YETERLİK ÖLÇEĞİ	1	2	3	4	5
1	Günlük yaşamda karşılaştığım problemleri çözerken matematiksel düşünebilirim.					
2	Matematik kavramları ile günlük yaşam arasındaki benzerlik ve farklılıkları gösterebilirim.					
3	Günlük yaşamda matematik kavramlarını yararlılık açısından değerlendirebilirim.					
4	Matematik kavramlarının günlük yaşamdaki kullanım alanlarını bilirim.					
5	Günlük yaşamda teknoloji ve matematiği birlikte etkili biçimde kullanabilirim.					
6	Günlük yaşamda matematiksel ifadelerin doğruluğunu ya da yanlışlığını göstermede zorlanırım.					
7	Matematiği günlük yaşamda etkili bir şekilde kullanamıyorum.					
8	Farklı disiplinlerde karşılaştığım problemleri çözerken matematiksel düşünebilirim.					
9	Matematik kavramları ile farklı disiplinler arasındaki benzerlik ve farklılıkları gösterebilirim.					
10	Matematik kavramlarının farklı disiplinlerdeki kullanım alanlarını bilirim.					
11	Farklı disiplinlerde matematiksel olarak iletişim kurmada güçlük çekerim.					
12	Farklı disiplinlerde teknoloji ve matematiği birlikte etkili biçimde kullanabilirim.					
13	Farklı disiplinlerde matematiksel ifadelerin doğruluğunu ya da yanlışlığını göstermede zorlanırım.					
14	Farklı disiplinlerde matematiğin kullanıldığı bir problem kurabilirim.					

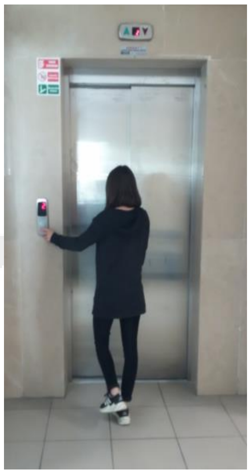
Ek 4 (Devamı)

Madde	MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME ÖZ YETERLİK ÖLÇEĞİ	1	2	3	4	5
15	Matematiğin farklı disiplinlerdeki rolünün önemini açıklayabilirim.					
16	Matematik kavramlarında karşılaştığım bir olay, olgu ya da durumu matematiksel olarak analiz etmede güçlük yaşarım.					
17	Matematik kavramları arasındaki benzerlik ve farklılıkları gösterebilirim.					
18	Matematik kavramlarını yararlılık açısından değerlendirebilirim.					
19	Matematik kavramlarının kendi içerisindeki kullanım alanlarını bilirim.					
20	Matematiğin kendi içerisindeki ilişkiler ile ilgili bir problem kurabilirim.					
21	Matematiğin kendi içerisindeki ilişkilerin farklı temsillerini (sözel, cebirsel, geometrik vb.) anlamada güçlük yaşarım.					
22	Matematiğin kendi içerisindeki ilişkilerin önemini açıklayabilirim.					

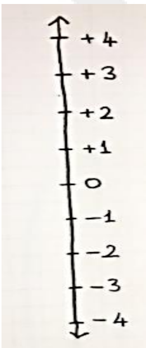
Ölçek Puanlarının Değerlendirilmesi: Matematiksel ilişkilendirme öz yeterlik ölçeğindeki toplam madde sayısı 22’dir. Bu nedenle ölçekten alınabilecek en düşük puan 22, en yüksek puan ise 110`dur. Ölçekten alınan yüksek puanlar, öğrencinin ilgili beceriye yüksek düzeyde sahip olduğunu göstermektedir.

Ek 5. Tam Sayılarla İşlemleri İlişkilendirme Becerisi Testi

Sevgili öğrenciler; tam sayılarla işlemlerde ilişkilendirme becerilerinize yönelik aşağıdaki sorulara cevap vermeniz beklenmektedir. Cevaplamadan önce soruları dikkatlice okumanız ve cevaplarınızı boş olan kısımlara belirtmeniz önemlidir. Katılımınız için şimdiden çok teşekkür ederim.



<u>Soru 1:</u> Deniz, hastanede yatan ilkokul öğretmenini ziyaret etmek için hastanenin giriş katından asansöre binerek 3. kattaki dâhiliye bölümüne çıkmıştır. Ziyaretini tamamlayıp asansöre binerek 5 kat aşağıdaki otoparka inmiştir. Otoparkın hastanenin kaçıncı katında olduğunu aşağıdaki sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.



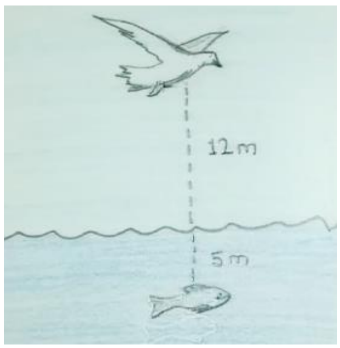
<u>Soru 2:</u> Bir çiftçi bir bankadan 4500 TL, başka bir bankadan da 3800 TL borç alıyor. Bu çitçinin bankalara olan toplam borcunu tam sayı ile ifade ediniz.

…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

………………………………………………………………………………………………



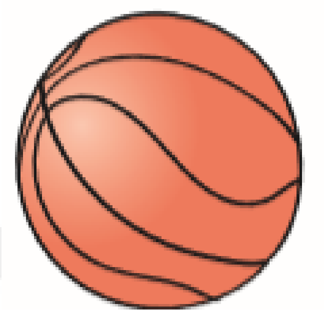
<u>Soru 3:</u> Deniz seviyesinin 12 metre üstündeki bir noktada duran martı ile deniz seviyesinin 5 metre altındaki bir noktada duran balık arasındaki mesafeyi matematiksel olarak ifade edip sayı doğrusu ile modelleyiniz.

Ek 5 (Devamı)

Soru 4: "Samet eve gelirken marketten aldığı bardakların 8 tanesini kırmıştır. Annesi bu kırık bardakların 3'ünü çöpe atarsa geriye kaç kırık bardak kalır?" problemini sayma pulları ile modelleyiniz.

…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

Soru 5: Bir futbol takımıkatıldığı turnuvada toplam 7 maç oynamıştır. Bu maçlardan 2`sini 3 sayı, 3`ünü 5 sayı farkla kazanan millilerimiz 2 maçı ise 6 sayı farkla kaybetmişlerdir. Buna göre bu futbol takımının turnuvadaki sayı averajını bulunuz.



……………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

Soru 6: Postacı dün size ödemeniz gereken 2 ödeme evrakı getirmiş. Bugün postacı yine geliyor ve her biri 5O`şer TL olan ödeme evrakının bir yanlışlık sonucu size geldiğini söyleyerek geri alıyor. Böyle bir durumla karşılaştığınızda sonuç sizi mutlu mu eder yoksa mutsuz mu? Bu durumu matematiksel olarak nasıl ifade edersiniz?

…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

Soru 7: Ayşe'nin babası bu yıl tanesi 900 TL olan dolaplardan 2 tane almıştır. Ayşe`nin babasının ödemeyi 4 eşit taksitte yapması durumunda aylık taksit miktarını bulunuz.

………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

Ek 5 (Devamı)

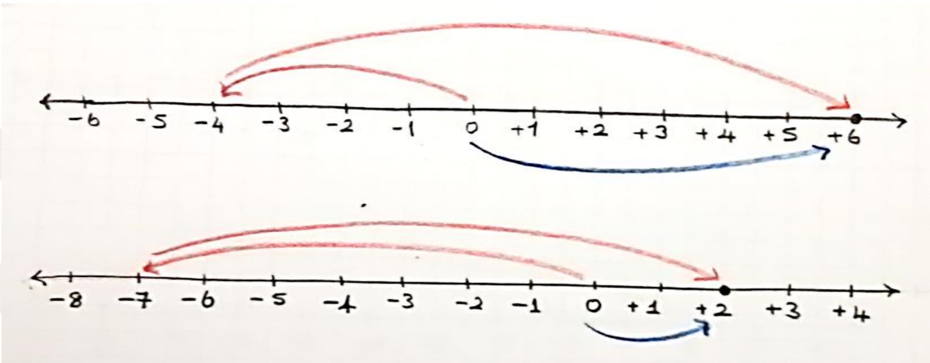
<u>Soru 8:</u> Karadeniz'e dalan bir dalgıç heyeti 360 metre derinlikte bulunan bir denizaltına ulaşmak için her bir dakikada 18 metre daldığına göre kaç dakika sonra istenilen konuma ulaşabilirler?

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

<u>Soru 9:</u>



Yukarıda sayı doğrusunda modellenen işlemleri sayma pulları ile modelleyip sonucu açıklayınız.

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

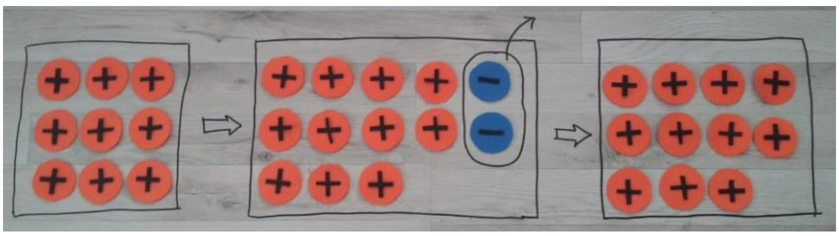
…………………………………………………………………………………………

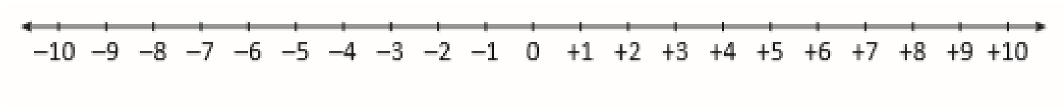
<u>Soru 10:</u> "(- 3) + (- 5) = ?" toplama işlemine yönelik farklı disiplinlerle (fen bilgisi, hayat bilgisi vb.) ilişkilendirilmiş bir problem cümlesi yazınız.

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

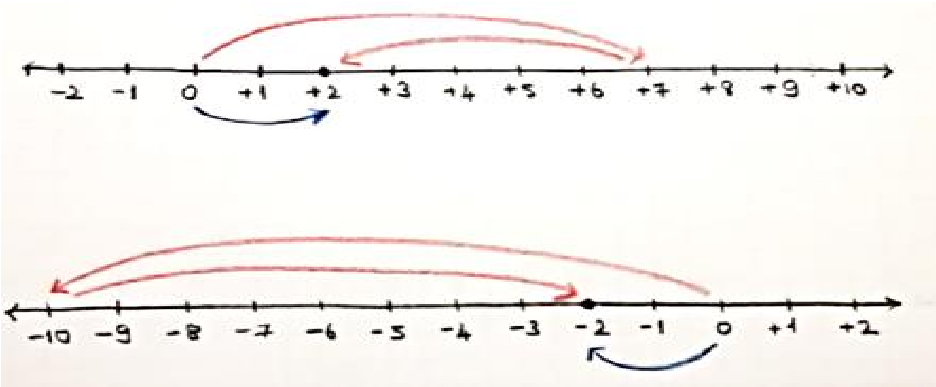
<u>Soru 11:</u> Aşağıda sayma pulları ile ifade edilen işlemi sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.





Ek 5 (Devamı)

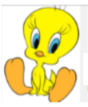
<u>Soru 12:</u> Aşağıda sayı doğrusu ile gösterilen işlemlerin sembolik ifadesini çıkarma işlemi ile gösteriniz.



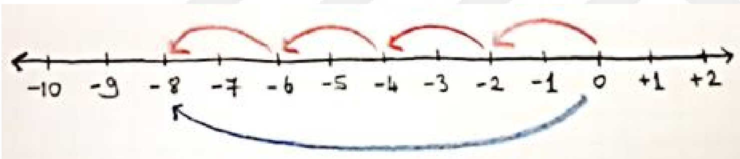
………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

<u>Soru 13:</u> Tivity`in size sormuş olduğu soruyu cevaplayınız.



Aşağıda sayı doğrusu üzerinde modellemesi verilen çarpma işlemine uygun bir günlük yaşam problemi yazınız.



………………………………………………………………………………………………

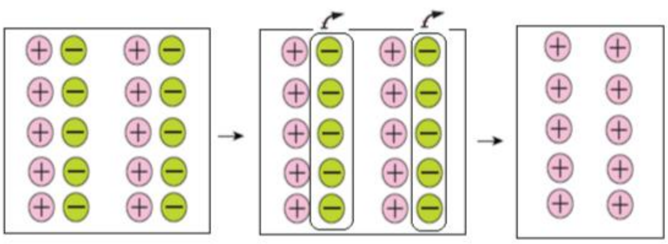
………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

<u>Soru 14:</u> Sylvester`in size sormuş olduğu soruyu cevaplayınız.

Aşağıdaki sayma pulları ile modellenen çarpma işlemini yazınız.



………………………………………………………………………………………………

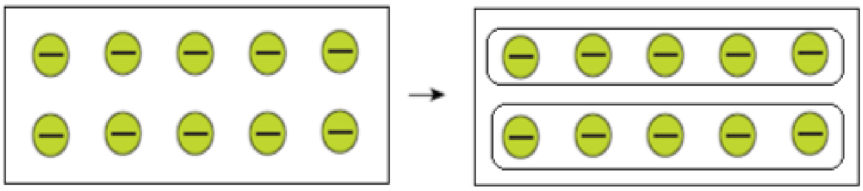
………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

Ek 5 (Devamı)

<u>Soru 15:</u> Aşağıdaki pastanın yanındaki soruyu bilirseniz pastayı yiyebileceğim.

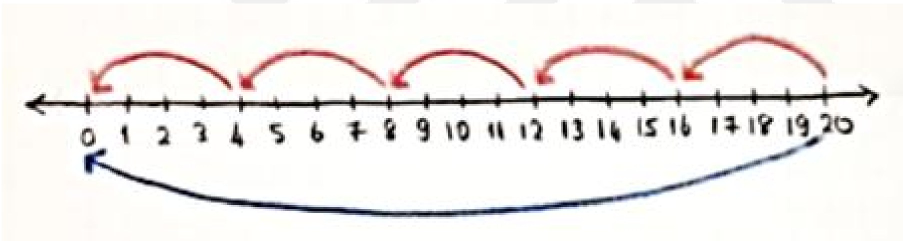
Aşağıdaki sayma pulları ile modellenen bölme işlemine uygun farklı disiplinlerle (fen bilgisi, hayat bilgisi vb.) ile ilgili bir problem cümlesi yazınız.



…………………………………………………………………………………………

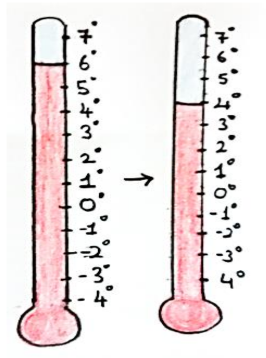
…………………………………………………………………………………………

<u>Soru 16:</u> Aşağıdaki sayı doğrusu ile modellenen bölme işlemini sembolik olarak yazınız.



…………………………………………………………………………………………

<u>Soru 17:</u> Samsun`da öğle hava sıcaklığı 6°C iken akşama doğru sıcaklık 2°C azalmıştır. Buna göre akşam sıcaklık kaç °C olur? Sembolik olarak ifade edip sayma pullarıyla modelleyiniz.



…………………………………………………………………

…………………………………………………………………

…………………………………………………………………

…………………………………………………………………

<u>Soru 18:</u> Ankara`da hava sıcaklığı sabah sıfırın altında 2 °C iken öğleye doğru 3°C daha azalması durumunda, öğle saatlerindeki sıcaklığın kaç °C olacağını sayı doğrusu üzerinde göstererek bulunuz.

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

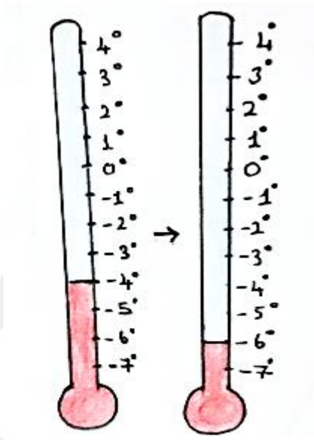
Ek 5 (Devamı)

Soru 19: Milattan önce 41 yılında doğan bir kişi, milattan sonra 26 yılında vefat etmiştir. Buna göre bu kişinin kaç yaşında vefat ettiğini tam sayılar ile işlemlerle nasıl ifade edebilirsiniz?

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

Soru 20: Şekilde Celcius dereceleri ile verilen termometrelerin ilki Karadeniz`in herhangi bir yerinde ölçülen gündüz sıcaklığını, diğeri ise gece sıcaklığını göstermektedir. Buna göre gece sıcaklığı ile akşam sıcaklığı arasındaki değişimi işlemsel olarak ifade ediniz.

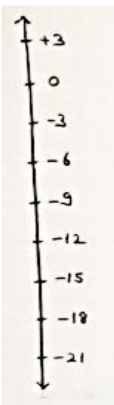


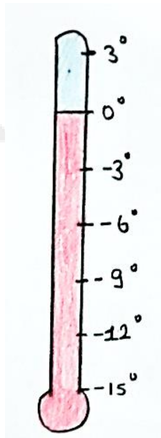
…………………………………………………………………

…………………………………………………………………

…………………………………………………………………

Soru 21: Trabzon`da salı günü saat 13.00'da hava sıcaklığı 0°C olarak ölçülmüştür. Bu saatten sonra saat 18.00'a kadar her saat hava sıcaklığı 3 °C düşmüştür. Buna göre Trabzon`da saat 18.00'daki hava sıcaklığının kaç derece olduğunu sayı doğrusu kullanarak bulalım.





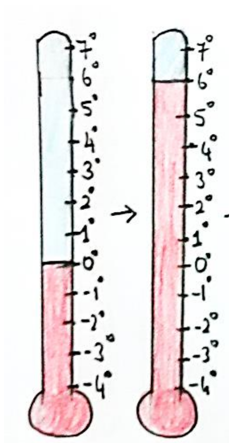
…………………………………………………………………

…………………………………………………………………

…………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

Soru 22: Suyun kaynaması için 100 °C sıcaklığa ulaşması gerekmektedir. Başlangıç sıcaklığı 0°C olan su kaynamaya bırakıldığında sıcaklığı her bir dakikada 6°C artmaktadır. Buna göre suyun kaynaması için en az kaç dakika geçmelidir?



…………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

Ek 5 (Devamı)

<u>Soru 23:</u> Yanda bir dağa tırmanmaya çalışan bir gurup gözükmektedir. Bu gurubun bulunduğu noktadaki hava sıcaklığı 0°C`dir. Gurup 5 km tırmandığında sıcaklık -15°C olduğuna göre her 1 km yükselişte hava sıcaklığının ne kadar düşmekte olduğunu bulunuz.

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

<u>Soru 24:</u> Samet Bey sağlıklı yaşam için her gün yürüyüş ve egzersiz yapmaktadır. 1 saatlik yürüyüşte yaklaşık olarak 900 kalori, 1 saatlik egzersizde ise yaklaşık 700 kalori harcamaktadır. Samet Bey bir hafta içerisinde yürüyüş için 7200 kalori, egzersiz için ise 4900 kalori harcadığına göre toplamda kaç saat spor yaptığını bulunuz.

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

<u>Soru 25:</u> Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- ✓ Tam sayıları kullanarak ve toplamları 0 olan 3farklı matematik cümlesi yazınız.

  ………………………………………………………………………………………

  ………………………………………………………………………………………

- ✓ En büyük negatif tam sayı ile en küçük pozitif tam sayının toplamını bulunuz.

  ………………………………………………………………………………………

  ………………………………………………………………………………………

- ✓ Toplamları +9 olan biri negatif, diğeri pozitif olan iki tam sayı yazınız.

  ………………………………………………………………………………………

  ………………………………………………………………………………………

<u>Soru 26:</u> (– 5) + (– 3) ve (– 3) + (– 5) işlemlerine uygun bir günlük yaşam problemi kurarak aralarındaki ilişkiyi belirleyelim.

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

<u>Soru 27:</u> Yanda satır, sütun ve köşegen toplamları aynı sayıya eşit olan sihirli bir kare vardır. Her bir kutucuktaki sayıdan (– 4) çıkarırsak kare yine sihirli olur mu? Neden?

+1	+3	+2
+3	+2	+1
+2	+1	+3

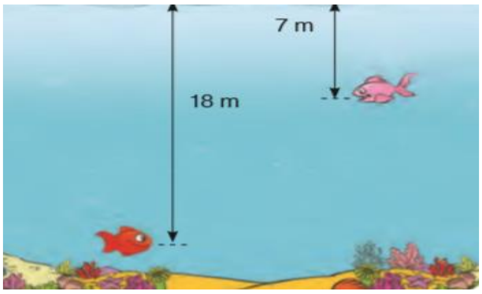
………………………………………………………………………

………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

Ek 5 (Devamı)

<u>Soru 28:</u> Yandaki görseli inceleyerek iki balığın deniz seviyesine olan uzaklıklarının farkını tam sayı ile ifade ediniz. **<u>(mutlak değer)</u>**



…………………………………………………
…………………………………………………
…………………………………………………

<u>Soru 29:</u> Okyanusun altına doğru ilerleyen bir denizaltı heyeti okyanusa daldıktan sonraki her bir dakikada 20 metre derine inmektedir.

a) 1 dakika sonra heyetin konumunu okyanus seviyesine göre ifade ediniz.

b) 5 dakika sonra heyetin konumunu okyanus seviyesine göre ifade ediniz.

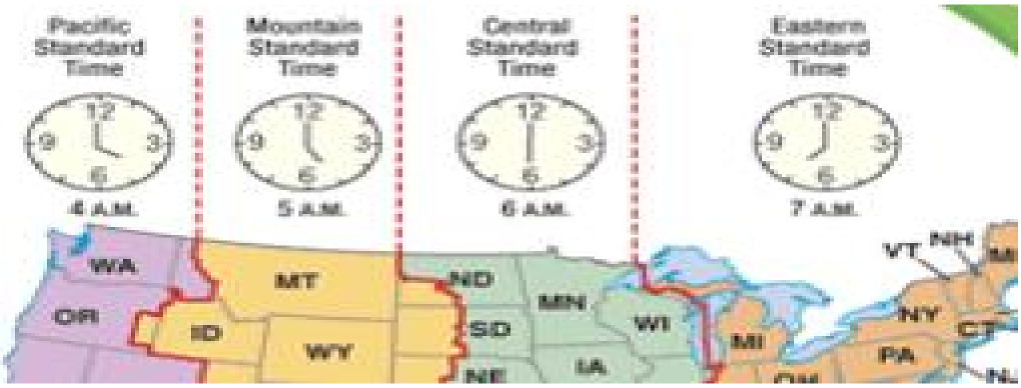
c) n dakika sonra heyetin konumunu okyanus seviyesine göre ifade ediniz.

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

<u>Soru 30:</u> Aşağıdaki haritada dört farklı ülke ve saatleri gösterilmektedir. Her bir saatte hava sıcaklığını 2 C° artmaktadır. Haritada gösterilen saatlerde hava sıcaklığı -4 C° ve bütün ülkelerde aynıdır. Buna göre;

c) Saatler 8.30`u gösterdiğinde her bir ülke için hava sıcaklığını hesaplayınız.

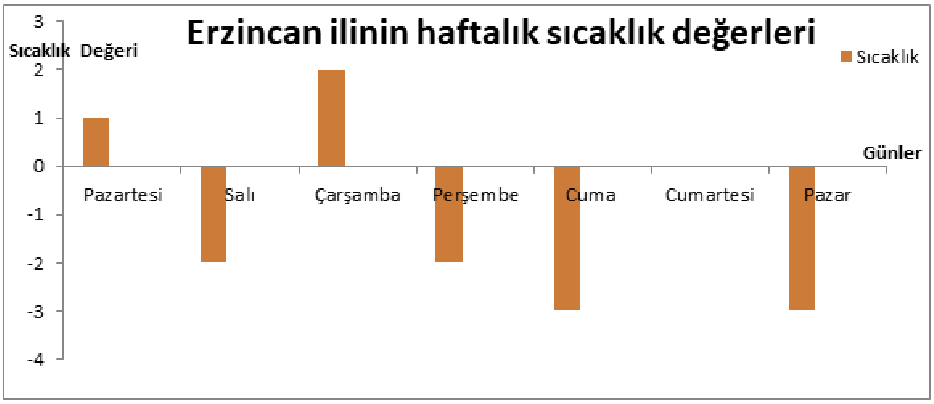
d) Hava sıcaklığı +7 C° olduğunda her bir ülkedeki saati hesaplayınız.



……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

Ek 5 (Devamı)

Soru 31: Erzincan ilimizde geçen hafta hava sıcaklıkları sırasıyla + 1°C , – 2°C, + 2 °C, – 2 °C , – 3 °C, 0°C ve – 3 °C olarak ölçülmüştür. Buna göre Erzincan`da geçen haftaki ortalama hava sıcaklığı kaç °C olmuştur?



………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

Soru 32: Okul yemekhanesinin günlük yemek ücreti 12 TL`dir. Belli bir süre ödeme yapmadan yemekhanede yemek yiyen Nermin'in yemekhaneye 420 TL borcu bulunmaktadır. Buna göre Nermin`in yemekhanede kaç haftadır ödeme yapmadan yemek yediğini bulunuz?

………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

Ek 6. T-Testi Sonuçları

Case ProcessingSummary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
Fark	33	100.0%	0	0.0%	33	100.0%

Descriptives

			Statistic	Std. Error
Fark	Mean		-32.2727	2.24253
	95% ConfidenceIntervalforMean	LowerBound	-36.8406	
		UpperBound	-27.7049	
	5% TrimmedMean		-31.8148	
	Median		-32.0000	
	Variance		165.955	
	Std. Deviation		12.88233	
	Minimum		-61.00	
	Maximum		-11.00	
	Range		50.00	
	InterquartileRange		22.00	
	Skewness		-.457	.409
	Kurtosis		-.681	.798

Extreme Values

			Case Number	Value
Fark	Highest	1	28	-11.00
		2	33	-16.00
		3	23	-18.00
		4	32	-18.00
		5	15	-20.00[a]
	Lowest	1	1	-61.00
		2	4	-58.00
		3	19	-50.00
		4	5	-49.00
		5	20	-46.00

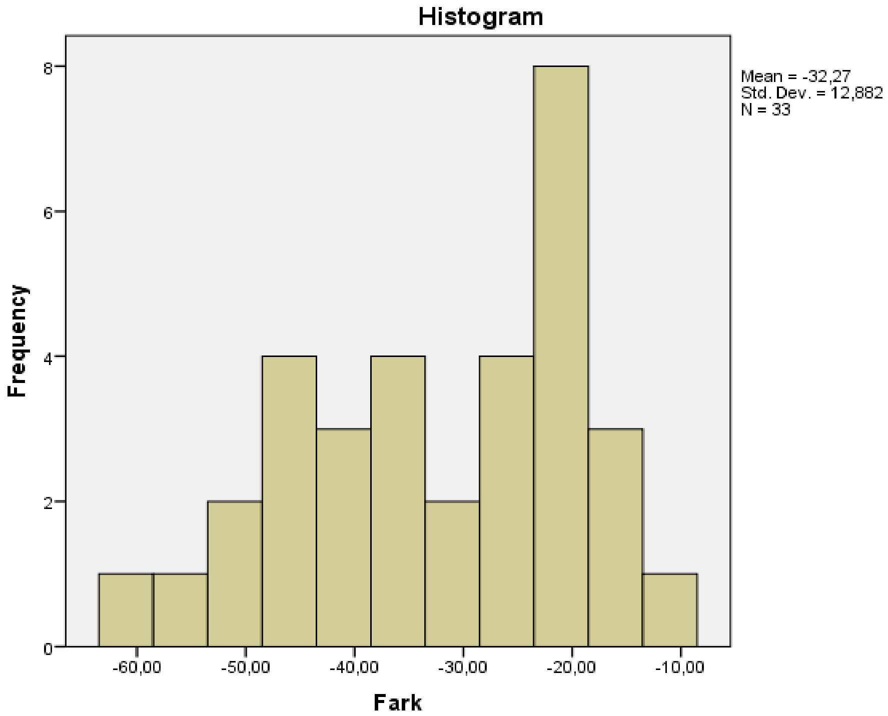
a. Only a partiallist of caseswiththevalue -20,00 areshown in thetable of upperextremes.

Ek 6 (Devamı)

Tests of Normality

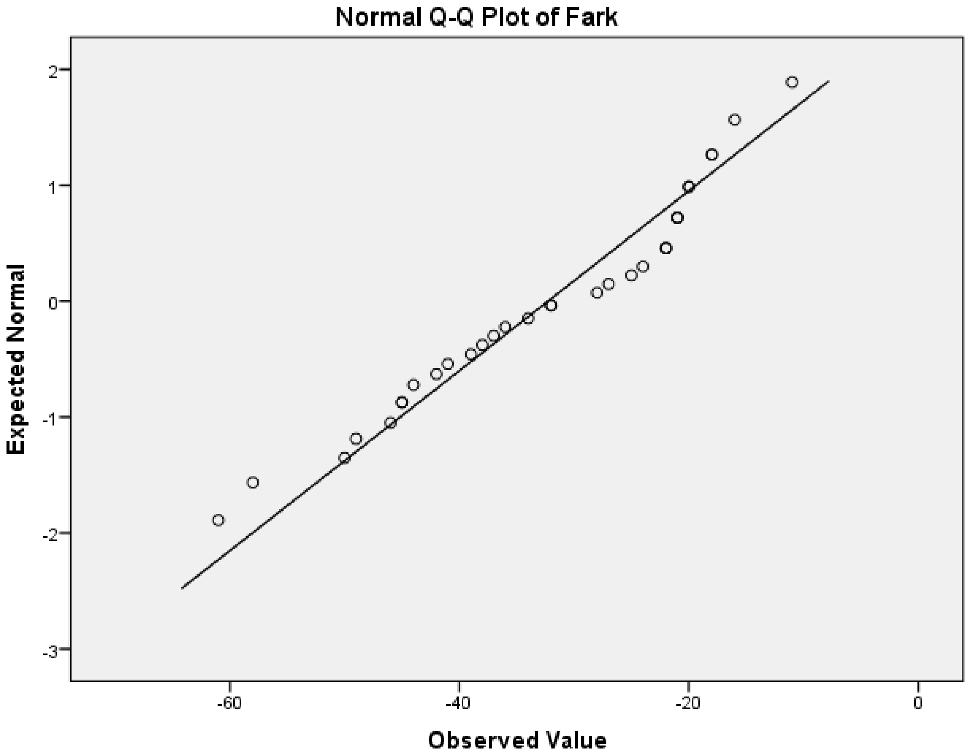
	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Fark	.151	33	.054	.948	33	.116

a. LillieforsSignificanceCorrection

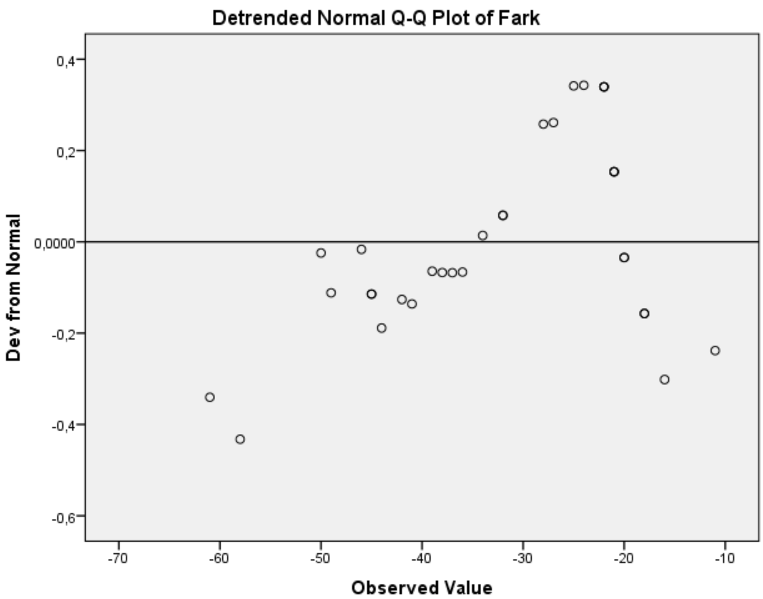



```
Fark Stem-and-LeafPlot

FrequencyStem&Leaf

     1,00        -6 .  1
     2,00        -5 .  08
     7,00        -4 .  1245569
     7,00        -3 .  2246789
    12,00        -2 .001112224578
     4,00        -1 .  1688

Stemwidth:     10,00
Eachleaf:        1 case(s)
```

Ek 6 (Devamı)

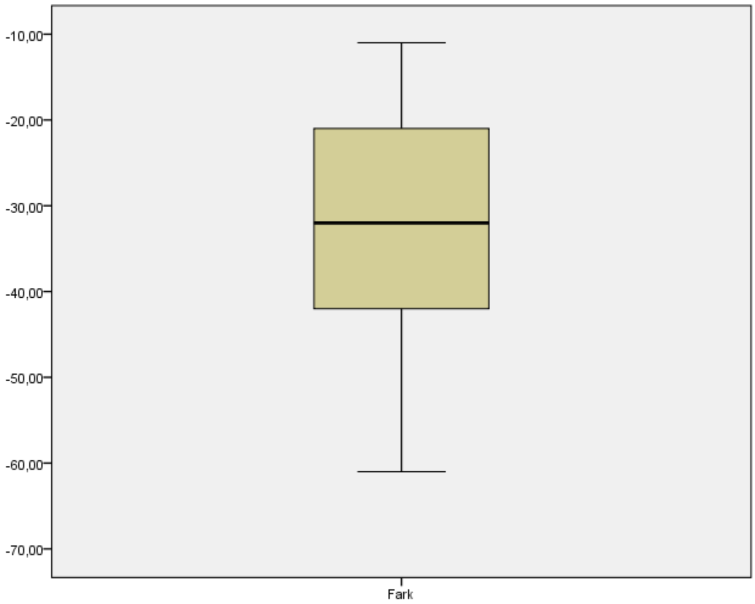


Normal Q-Q Plot of Fark
Expected Normal
Observed Value
2
1
0
-1
-2
-3
-60
-40
-20
0



Detrended Normal Q-Q Plot of Fark
Dev from Normal
Observed Value
0,4
0,2
0,0000
-0,2
-0,4
-0,6
-70
-60
-50
-40
-30
-20
-10

Ek 6 (Devamı)



PairedSamplesStatistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. ErrorMean
Pair 1	MatÖnTop	31.1212	33	7.01675	1.22146
	MatSonTop	63.3939	33	17.74813	3.08955

PairedSamplesCorrelations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	MatÖnTop&MatSonTop	33	.796	.000

PairedSamples Test

		PairedDifferences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. ErrorMean	95% ConfidenceInterval of theDifference				
					Lower	Upper			
Pair 1	MatÖnTop - MatSonTop	-32.27273	12.88233	2.24253	-36.84060	-27.70485	-14.391	32	.000

Ek 7. Öğrenci Günlüğü

Günlük Yaşamla İlişkilendirme	Farklı Derslerle İlişkilendirme
Sevgili Matematik Günlüğüm, Bu günkü matematik dersimizde tam sayılarla bölme işlemi yapmayı öğrendik. Tam sayıları günlük yaşamla ilişkilendirmede bu konunun bir parçasıymış. Bende günlük yaşamla bölme işlemini şöyle ilişkilendirdim. Mesela marketten bir şeyi bir kaç tane aldıysak onu o fiyatına bölermişiz.	Bölme işlemini farklı derslerle pek ilişkilendiremeyiz bence. Ama yinede bölme işlemini hayatımızda pek çok yerde kullanıyoruz.
Farklı	Matematiksel Kavramlar ile İlişkilendirme
Sayı doğrusu ve sayma pulları ile bölme işlemini iyice anladık. İşlemlerimizi sayı doğrumuzun üstünde yaptık. Bu şeyleri kullanırken de çok eğlendik.	Matematiksel kavramlar ile ilişkilendirmeye gelirsek bölme işlemindede tabiki artı (+) ve eksiyi kullanırız. Bölme işlemindede (+) ve eksi (−) bizim herşeyimiz. Mesela + ile + nın bölümü artıdır + ile − nin bölümü − dir. − ile − nin bölümü − dir.

Ek 7 (Devamı)

Günlük Yaşamla İlişkilendirme	Matematiksel Kavramlar Arası İlişkilendirme
Tam sayılarda toplama işlemini borç alacak, gelir gider kar zarar, ve en önemlisi de sıcaklık ve hava durumunda kullanırız. Tam sayıların bizim hayatımızdaki yeri paha biçilemezdir. Tam sayılar olmasa insanlık ne yapardı?	~~Sayı doğrusunda~~ ve Toplama ve Çıkarma işaretini kullanırız. Bu işaret bize toplama ve çıkarma sayının pozitif mi negatif mi olduğunu gösterir. Her şeyi bu işaretler sayesinde yaparız.
Tam Sayılarda Toplama İşlemi	
Fen Bilimleri dersimizde sıcaklık konusunda ~~kullan~~ termometre üzerinde kullanırız. Coğrafya dersimizde hava durumunda kullanırız. Tarih dersimizde tarih şeridinde kullanırız. Bunlar bize tam sayıların sağladığı yararlardan bazılarıdır.	Sayı doğrusunda ve sayma pullarıyla farklı şekillerde daha eğlenceli bir şekilde toplama işlemi yapabiliriz. Biz denedik ve çok beğendik. Size de tavsiye ederiz.
Farklı Disiplinlerle ilişkilendirme	Farklı Temsillerle İlişkilendirme

Ek 7 (Devamı)

Günlük Yaşamla İlişkilendirme	Farklı Derslerle İlişkilendirme
Sevgili Matematik Günlüğüm; Bugünkü dersimizde tam sayılarla çarpma işlemi yapmayı öğrendik. Çarpma işleminide hayatımızın pek çok yerinde kullanmaktaymışız ama farkında değilmişiz. mesela günde 2 kere dişlerimi fırçalasam 3 günde kaç kere fırçalamış durum dersek çarpma işlemi yapmış oluruz.	
Farklı	**Matematiksel Kavramlar ile İlişkilendirme**
Çarpma işlemini sınıfımıza yaptığımız sayı doğrusu üzerinde ve sayma pullarımızla gösterdik. öğretmenimizin tahtaya yazdığı çarpma işlemlerini sayı doğrusunda işaretledik. Biz bunu yaparken gerçekten çok eğlendik.	Tabiki yine bu konuda ok massa olmazımız + ve – si yine negatif ve pozitifi çarpıyoruz. mesela çarpma işleminde – ile + yı çarptıkmı sonuç yine + (– ile – yi çarptıkmı sonuç – olur.

Ek 8. İzin Belgeleri

Veli Onay Formu

Sayın Veli,

Adım Sebahat SAĞIR. Maçka Tevfik İleri İmam Hatip Ortaokulu`nda ilköğretim matematik öğretmeni olarak görev yapmaktayım. Aynı zamanda Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi`nde yüksek lisans eğitimimi sürdürmekteyim. Yüksek lisans tezim kapsamında bir çalışma yapmak istiyorum. Bu formu size öğrencinizin yüksek lisans çalışmama katılımı konusunda izninizi almak amacıyla gönderiyorum.

Yapmayı planladığım çalışmada 7. Sınıf öğrencilerinin tam sayılarla işlemlerdeki ilişkilendirme becerilerini incelemeyi amaçlamaktayım. Bu amaç doğrultusunda, velisi olduğunuz öğrenci ile birebir görüşmeler yapılarak ilişkilendirme becerileri araştırılacaktır. Görüşmeler okul saatleri içerisinde yapılacak olup görüşme süresi en fazla kırk dakikadır. Daha detaylı bir çalışma yapmak ve veri kaybı yaşamamak adına velisi olduğunuz öğrenci ile yapılan görüşme ses kaydı altına alınacaktır. Bu kayıtlar araştırmacı tarafından izlenecek olup herhangi bir platformda başkalarıyla paylaşılmayacaktır. Öğrencinizden alınacak cevaplar gizli tutulacak ve sadece araştırmacı tarafından değerlendirilecektir. Sizden öğrencinizin katılımı ile ilgili izin alındığı gibi, çalışmaya başlamadan önce öğrencinizin de sözlü olarak katılımıyla ilgili izni mutlaka alınacaktır.

Elde edilecek bilgiler sadece bilimsel amaçla kullanılacak, öğrencinizin ya da sizin isim ve kimlik bilgileriniz, hiçbir şekilde kimseyle paylaşılmayacaktır. Toplanan verilerde isimler silinerek, bilgisayarda gizli tutulacaktır. Çalışmaya katılım tamamen gönüllülük esaslı olup çalışmaya verilen cevapların öğrencinizin matematik notuna herhangi bir etkisi olmayacaktır. Birebir görüşme esnasında öğrenciniz herhangi bir sebepten ötürü çalışmadan ayrılma hakkına sahiptir. Çalışma hakkında daha fazla bilgi almak ve yanıtlanmasını istediğiniz sorularınız için benimle (E-posta: , telefon:) iletişim kurabilirsiniz.

Yukarıda açıklamasını okuduğum çalışmaya, velisi olduğum…………………`in katılımına izin veriyorum.

Velinin Adı, Soyadı: ……………………………… Bugünün Tarihi:…………………

İmzası:

(Formu doldurup imzaladıktan sonra araştırmacıya ulaştırınız.)

Ek 8 (Devamı)

T.C.
TRABZON VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 82438636-605.99-E.18679360 01/10/2019
Konu : Araştırma İzni
(Sebahat SAĞIR)

VALİLİK MAKAMINA

Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Matematik Bölümü Anabilim dalı yüksek lisans öğrencisi Sebahat SAĞIR'ın **"7. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılarla İşlemlerde İlişkilendirme Becerilerinin İncelenmesi"** isimli yüksek lisans tez çalışması kapsamında İlimiz Maçka ilçesine bağlı Tevfik İleri İmam Hatip Ortaokulu 7. Sınıf öğrencileriyle çalışma yapma isteği Müdürlüğümüz Araştırma İzinleri Değerlendirme Komisyonu tarafından incelenmiştir.

Bahsi geçen çalışmanın eğitim öğretimi aksatmayacak şekilde; 2019–2020 eğitim öğretim yılında yapılması gerekmektedir.

Araştırmacının 2017/25 sayılı genelge çerçevesinde hareket etmesi, **izinsiz herhangi bir ses ve görüntü kaydı yapılmasına kesinlikle izin verilmemesi,** elde edilen verilerin çalışma kapsamı dışında kullanılmaması, **mühürlü anket ve ölçeklerin kullanılması** ve sonuçların bir örneğinin Ar-Ge birimine teslim edilmesi kaydıyla, çalışmanın okul müdürünün de uygun göreceği zamanlarda ve kontrolünde uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Hızır AKTAŞ
Milli Eğitim Müdürü

OLUR
01/10/2019

Mehmet YAPICI
Vali a.
Vali Yardımcısı

Adres: Trabzon İl Milli Eğitim Müdürlüğü Strateji Geliştirme Şubesi (Ar-Ge Birimi)
Elektronik Ağ: http://trabzonarge.meb.gov.tr
e-posta: argetrabzon@gmail.com

Bilgi için: Fatma ER (Öğretmen)
Mesut KAŞ (Şube Müd.)
Tel: 0 (462) 223 55 52
Faks: 0 (462) 230 20 94

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden a980-bd71-33a5-8cc4-af4a kodu ile teyit edilebilir.