

**T.C.**  
**RECEP TAYYIP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ ANABİLİM DALI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN BİRİM KÜPLERDEN OLUŞAN  
YAPILARI İZOMETRİK KÂĞITTA ÇİZME DURUMLARININ  
İNCELENMESİ**

**Hikmet AL**

**TEZ DANIŞMANI**

**Dr. Öğr. Üyesi Samet OKUMUŞ**

**JÜRİ ÜYELERİ**

**Doç. Dr. Tuğrul KAR**

**Dr. Öğr. Üyesi Zülfiye ZEYBEK ŞİMŞEK**

**RİZE-2021**

**Her Hakkı Saklıdır**

## ÖNSÖZ

Bu çalışma, 7. Sınıf öğrencilerinin birim küplerle izometrik kâğıtta yaptıkları çizim deneyimlerini incelemek amacı ile Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalında yüksek lisans tezi olarak hazırlanmıştır.

Yapılan çalışmanın, oluşturulma sürecinin tüm aşamalarında bilgilerini, tecrübelerini ve değerli zamanlarını esirgemeyerek bana her fırsatta yardımcı olan, yönlendirme ve bilgilendirmeleriyle çalışmamı şekillendiren değerli hocam Sayın Dr. Öğr. Üyesi Samet OKUMUŞ'a teşekkürlerimi sunarım.

Verdikleri geri bildirimlerle tezin geliştirilmesine katkı sağlayan değerli hocalarım Doç. Dr. Tuğrul KAR'a ve Dr. Öğr. Üyesi Zülfiye ZEYBEK ŞİMŞEK'e teşekkür ederim.

Bu zorlu süreçte beni sürekli destekleyip moral veren, çalışmaya daha fazla vakit ayırabilmem için birçok fedakarlıkta bulunan değerli eşim Sevda ÖZDEMİR AL'a teşekkür ederim.

Üzerimde çok emeği olan, beni yetiştirip buralara gelmeme vesile olan değerli aileme, annem Melek AL'a, rahmetli babam Yusuf AL'a ve abim Cihan AL'a teşekkür ederim.

Son olarak yüksek lisans sürecinin başlamasıyla birlikte aramıza katılan, bu süreçte benim için neşe ve moral kaynağı olan canım oğlum Yusuf AL'a teşekkür ederim.

Hikmet AL

## TEZ ETİK BEYANNAMESİ

Tarafımdan hazırlanan “7. Sınıf öğrencilerinin birim küplerden oluşan yapıları izometrik kâğıtta çizme durumlarının incelenmesi” başlıklı bu tezi, Yükseköğretim Kurulu Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesindeki hususlara uygun olarak hazırladığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal işlemi kabul ettiğimi beyan ederim. 18/01/2021

Hikmet AL

***Uyarı:** Bu tezde kullanılan özgün ve/veya başka kaynaklardan sunulan içeriğin kaynak olarak kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.*

## ÖZET

### 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN BİRİM KÜPLERDEN OLUŞAN YAPILARI İZOMETRİK KÂĞITTA ÇİZME DURUMLARININ İNCELENMESİ

**Hikmet AL**

**Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı  
Yüksek Lisans Tezi  
Dr. Öğr. Üyesi Samet OKUMUŞ**

Bu çalışmada, 7. sınıf öğrencilerinin birim küplerden oluşan yapıları izometrik kâğıt üzerinde çizme deneyimlerinin derinlemesine incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırmaya 7. sınıfta öğrenim gören 3'ü kız 3'ü erkek olmak üzere toplamda 6 öğrenci katılmıştır. Her bir öğrenci ile klinik mülakatlar yapıp öğrencilerin çizimleri video kaydına alınmıştır. Çalışmada öğrencilerin yapılara küp ekleme, yapılardan küp çıkarma ve farklı görünümü verilen yapıları oluşturma etkinliklerinin, izometrik kâğıttaki çizimlerinde üç boyutlu şekillerin (küplerden oluşan yapıların) birimlerini (yüz, ayırıt ve köşe noktası) nasıl kullandıkları ve süreçte yaşadıkları deneyimler ele alınmıştır. Her öğrencinin bir durum olarak kabul edildiği bu çalışmada çapraz durum analizi deseni kullanılmış olup sonrasında elde edilen bulgular birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Çalışmanın sonunda öğrencilerin farklı yönlerden görünümü verilen yapıların izometrik kâğıtta çiziminde daha çok zorlandığı ve çizim sürecinde yaşadıkları deneyimlerle yeni bilgiler üretebildikleri anlaşılmıştır. Ayrıca görüşmeye katılan öğrencilerin çizimle alakalı muhakeme yaparken, düşüncelerini karşı tarafa aktarmakta zorlandığı bazı yerlerde çeşitli jestler kullanarak düşüncelerini daha anlaşılır hale getirebildiği tespit edilmiştir.

**2021, 164 sayfa**

**Anahtar Kelimeler: Çizim, diyagram, izometrik kâğıt, jest, şekil birimleri**

## **ABSTRACT**

### **EXAMINING THE CASE OF 7TH GRADE STUDENTS' DRAWING ON ISOMETRIC PAPER OF CUBE ARRAYS CONSISTED OF UNIT CUBES**

**Hikmet AL**

**Recep Tayyip Erdogan University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Elementary Mathematics Education  
Master Thesis  
Supervisor: Assist. Prof. Dr. Samet OKUMUŞ**

In this study, examining 7th grade students' experiences of drawing cube arrays consisted of unit cubes on isometric paper. A total of 6 students, 3 girls and 3 boys, who were in 7th grade participated in the study. An interview was conducted with each student and their drawings were video recorded. How students used units (faces, edges and vertices) of three-dimensional shapes (cube arrays consisting of unit cubes) in their drawings on isometric paper in the activities of adding cubes to cube arrays, removing cubes from cube arrays and creating cube arrays whose different views were given, and their experiences in the process were discussed. In this study in which each student is considered as a case, a cross-case analysis design was used, and afterwards the obtained findings were compared across cases. At the end of the study, it was understood that students had difficulty in their drawings of cube arrays on isometric paper whose views were given from different angles, and that the participants could produce new knowledge with their experience in the drawing process. In addition, it was determined that students participated in the interview were able to make their thoughts more understandable by using various gestures in some parts where they had difficulty in conveying their thoughts to the interviewer while reasoning about their drawings.

**2021, 164 pages**

**Keywords: Diagram, drawing, figural units, gesture, isometric paper**

## İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ.....	I
TEZ ETİK BEYANNAMESİ.....	II
ÖZET.....	III
ABSTRACT.....	IV
İÇİNDEKİLER.....	V
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	VIII
TABLolar DİZİNİ.....	XIII
SEMBOLLER ve KISALTMALAR DİZİNİ.....	XIV
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Giriş.....	1
1.1.1. Araştırmanın Amacı ve Araştırma soruları.....	3
1.1.2. Araştırmanın Önemi.....	3
1.1.3. Araştırmanın Sınırlılıkları.....	5
1.1.4. Araştırmanın Varsayımları.....	5
1.2. Teorik Çerçeve.....	6
1.3. Alanyazın Özeti.....	11
1.3.1. İzometrik Kâğıtta Çizim Yapma.....	11
1.3.2. Geometrik Cisimlerin Çizimleriyle İlgili Alanyazın.....	13
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	20
2.1. Yöntem.....	20
2.1.1. Araştırmanın Yöntemi.....	20
2.1.2. Pilot Çalışma.....	21
2.1.3. Çalışma Grubu.....	23
2.1.4. Ön Etkinlikler.....	25
2.1.4. Veri Toplama Araçları.....	28
2.1.4.1. Çalışma Yaprakları.....	28
2.1.4.2. Klinik Mülakat.....	33
2.1.4.3. Verilerin Analizi.....	35
2.1.4.4. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği.....	37
3. BULGULAR.....	40
3.1. Bora'nın Çizim Süreçlerinden Elde Edilen Bulgular.....	40

3.1.1.	Bora'nın K�p ıkarma Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular.....	40
3.1.2.	Bora'nın K�p Ekleme Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular .....	43
3.1.3.	Bora'nın Farklı Yönlerden Görünümü Verilen Yapıların izimine Yönelik Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular.....	47
3.2.	Seda'nın izim Süreçlerinden Elde Edilen Bulgular .....	51
3.2.1.	Seda'nın K�p ıkarma Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular.....	51
3.2.2.	Seda'nın K�p Ekleme Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular .....	56
3.2.3.	Seda'nın Farklı Yönlerden Görünümü Verilen Yapıların izimine Yönelik Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular.....	59
3.3.	Serdar'ın izim Süreçlerinden Elde Edilen Bulgular.....	66
3.3.1.	Serdar'ın K�p ıkarma Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular .....	66
3.3.2.	Serdar'ın K�p Ekleme Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular.....	71
3.3.3.	Serdar'ın Farklı Yönlerden Görünümü Verilen Yapıların izimine Yönelik Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular.....	75
3.4.	Berk'in izim Süreçlerinden Elde Edilen Bulgular .....	80
3.4.1.	Berk'in K�p ıkarma Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular.....	81
3.4.2.	Berk'in K�p Ekleme Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular .....	85
3.4.3.	Berk'in Farklı Yönlerden Görünümü Verilen Yapıların izimine Yönelik Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular.....	89
3.5.	Zehra'nın izim Süreçlerinden Elde Edilen Bulgular.....	93
3.5.1.	Zehra'nın K�p ıkarma Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular .....	94
3.5.2.	Zehra'nın K�p Ekleme Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular.....	98
3.5.3.	Zehra'nın Farklı Yönlerden Görünümü Verilen Yapıların izimine Yönelik Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular.....	102
3.6.	Esra'nın izim Süreçlerinden Elde Edilen Bulgular .....	107
3.6.1.	Esra'nın K�p ıkarma Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular .....	107
3.6.2.	Esra'nın K�p Ekleme Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular .....	115
3.6.3.	Esra'nın Farklı Yönlerden Görünümü Verilen Yapıların izimine Yönelik Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular.....	120
3.7.	Öğrenci izimlerinin Karşılaştırılması.....	126
3.7.1.	K�p ıkarma Etkinliklerine Yönelik �ğrenci izimlerinin Karşılaştırılması.....	126
3.7.2.	K�p Ekleme Etkinliklerine Yönelik �ğrenci izimlerinin Karşılaştırılması.....	127
3.7.3.	Farklı Yönlerden Görünümü Verilen Yapıların izimine Yönelik �ğrenci izimlerinin Karşılaştırılması.....	129
4.	TARTIŞMA ve SONUÇLAR.....	132

4.1.	Tartışma .....	132
4.2.	Sonuçlar .....	142
5.	ÖNERİLER.....	144
5.1.	Öğretmenlere Yönelik Öğretimsel Öneriler .....	144
5.2.	Matematik Eğitimi Araştırmacılarına Yönelik Öneriler .....	145
KAYNAKLAR .....		147
EKLER.....		152
Ek 1.	Ön Hazırlık Çalışma Yaprakları.....	152
Ek 2.	Araştırmada Kullanılan Etkinlikler .....	156
Ek 3.	Araştırma İzni.....	162
ÖZGEÇMİŞ .....		164

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.	Öğrencilerin çizimleri istenen şekiller (Sinclair vd., 2018).....	8
Şekil 2.	Şekil birimlerinin jestlerle gösterimi (Okumuş ve Hollebrands, 2019). ....	8
Şekil 3.	Şekil birimleri ifade edilirken kullanılan jest örneği (Sinclair vd., 2018).....	9
Şekil 4.	Öğrencilerin diyagramla etkileşimi (Chen ve Herbst, 2013) .....	11
Şekil 5.	İzometrik kâğıt örneği .....	12
Şekil 6.	Öğrencilerin küp çiziminde yaşadığı zorluklar (Ben-Chaim vd., 1989).....	14
Şekil 7.	Öğrencilerin küp çizimde yaşadıkları zorluklar (Brink, 1993).....	15
Şekil 8.	Öğrencilerin küp çizimindeki perspektif aşamaları (Lehrer, vd., 1998'den uyarlanmıştır).....	16
Şekil 9.	Öğretmen adaylarının çizimlerde yaptığı hatalar (Toptaş ve Karaca, 2007).....	17
Şekil 10.	Farklı sınıf düzeylerinde çizimlerde yaşanan zorluklar (Boz Yaman, 2020).....	18
Şekil 11.	İzometrik kâğıtta çizimlerde yaşanan zorluklar (Ada, 2016).....	18
Şekil 12.	Öğretmenlerin yaptığı hatalı çizimler (Duatepe Paksu, 2013).....	19
Şekil 13.	Araştırma tasarımının akış şeması.....	21
Şekil 14.	Çalışma yaprağından çıkarılan etkinlik örneği.....	22
Şekil 15.	Çalışma yaprağından çıkarılan serbest çizim yapmaya dayalı etkinlik örneği .....	23
Şekil 16.	Seçilen öğrencilerin puanlarına göre dağılımı grafiği.....	25
Şekil 17.	Birim küplerle yapıları oluşturma etkinliği .....	26
Şekil 18.	Eksik ayrıtları tamamlama etkinliği.....	27
Şekil 19.	Yapıyı kopyalama etkinliği.....	27
Şekil 20.	Üç boyutlu yapıların farklı yönlerden iki boyutlu çizimi etkinliği.....	27
Şekil 21.	Yapı görünümü oluşturma etkinliği.....	28
Şekil 22.	Küp çıkarma etkinliği örneği.....	29
Şekil 23.	Küp ekleme etkinliği örneği.....	30
Şekil 24.	Küp bloklarını ayırma etkinliği örneği.....	30
Şekil 25.	Küp bloklarını birleştirme etkinliği örneği.....	31
Şekil 26.	Üç boyutlu yapı oluşturma etkinliği örneği.....	31
Şekil 27.	Üç boyutlu yapı oluşturma etkinliği örneği.....	32
Şekil 28.	Bora'nın yapılardan küp çıkarmaya yönelik çizim aşamaları .....	40

<b>Şekil 29.</b>	Küplerden oluşan yapıları birbirinden ayırma etkinliği. ....	41
<b>Şekil 30.</b>	Bora'nın yapılara küp eklemeye yönelik çizim çalışmaları .....	43
<b>Şekil 31.</b>	Bora'nın küp ekleme çalışmalarında muhakeme yeteneği.....	44
<b>Şekil 32.</b>	Bora'nın oluşturduğu yapıya bakarken vücudunu konumlandırması.....	44
<b>Şekil 33.</b>	Küplerden oluşan yapıları birleştirme etkinliği.....	45
<b>Şekil 34.</b>	Bora'nın ayrıt gösterirken kullandığı jest örneği .....	46
<b>Şekil 35.</b>	Bora'nın yapıya bakış açısına göre vücudunu konumlandırması.....	46
<b>Şekil 36.</b>	Bora'nın yapı görünümü verilen şekli çizme etkinliği.....	48
<b>Şekil 37.</b>	Bora'nın farklı yönden görünümleri kullanarak muhakeme edişi.....	50
<b>Şekil 38.</b>	Bora'nın yön belirtirken kullandığı jest örneği .....	50
<b>Şekil 39.</b>	Seda'nın küp çıkarma etkinliğindeki çizim aşamaları. ....	52
<b>Şekil 40.</b>	Seda'nın küp çıkarma etkinliğinde kullandığı jest örneği.....	53
<b>Şekil 41.</b>	Seda'nın birleşik yapıları ayırma etkinliği. ....	54
<b>Şekil 42.</b>	Seda'nın birleşik yapıları ayırma etkinliği. ....	55
<b>Şekil 43.</b>	Seda'nın küp ekleme etkinliği. ....	56
<b>Şekil 44.</b>	Seda'nın küp ekleme etkinliğinde kullandığı jest. ....	57
<b>Şekil 45.</b>	Seda'nın şekle bakarken vücut konumunu ayarlaması.....	57
<b>Şekil 46.</b>	Seda'nın yapıları birleştirme etkinliğinde kullandığı yöntemi.....	58
<b>Şekil 47.</b>	Seda'nın yapıları birleştirme etkinliği. ....	58
<b>Şekil 48.</b>	Seda'nın çizime başlaması gereken yeri tasvir ederken kullandığı jest. ....	60
<b>Şekil 49.</b>	Seda'nın anahat görünümü verilen yapıyı çizme etkinliği. ....	61
<b>Şekil 50.</b>	Seda'nın çizimde netleşen yerleri tasvir ederken kullandığı jest. ....	61
<b>Şekil 51.</b>	Farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizme etkinliği.....	61
<b>Şekil 52.</b>	Seda'nın yönleri belirtirken kullandığı jestler.....	62
<b>Şekil 53.</b>	Seda'nın etkinlikte ilk çizim denemesi. ....	63
<b>Şekil 54.</b>	Seda'nın ikinci çizim denemesi.....	63
<b>Şekil 55.</b>	Seda'nın küpleri bir birim yana kaydırırken kullandığı jest.....	64
<b>Şekil 56.</b>	Seda'nın üçüncü çizim denemesi. ....	64
<b>Şekil 57.</b>	Seda'nın çizimde zorlanmasını anlatırken kullandığı jest.....	65
<b>Şekil 58.</b>	Serdar'ın yapılardan küp çıkarma etkinliğinde yaptığı çizim. ....	67
<b>Şekil 59.</b>	Serdar'ın küplerin yarım görünen yüzleri anlatırken kullandığı jest. ....	68
<b>Şekil 60.</b>	Serdar'ın yapıları birbirinden ayırma etkinliği.....	69
<b>Şekil 61.</b>	Serdar'ın yapıları birbirinden ayırma etkinliği.....	70

<b>Şekil 62.</b>	Serdar'ın siyah küplere bakarken vücut konumunu ayarlaması.....	70
<b>Şekil 63.</b>	Serdar'ın yapılara küp ekleme yaparken çizim aşamaları.....	73
<b>Şekil 64.</b>	Serdar'ın ayrıık yapıları birleştirme etkinliği.....	74
<b>Şekil 65.</b>	Serdar'ın küplerin çiziminde yönünü belirlerken kullandığı jest.....	76
<b>Şekil 66.</b>	Serdar'ın yapı görünümü verilen şekli oluşturma etkinliği.....	77
<b>Şekil 67.</b>	Serdar'ın farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı koordine edebilmesi.....	78
<b>Şekil 68.</b>	Serdar'ın farklı yönden görünümü verilen yapıyı çizim aşamaları.....	78
<b>Şekil 69.</b>	Serdar'ın çizimde hatalarını düzeltmesi.....	79
<b>Şekil 70.</b>	Serdar'ın farklı yönden görünümlere göre vücudunun konumunu ayarlaması.....	80
<b>Şekil 71.</b>	Berk'in küp çıkarma etkinliği.....	82
<b>Şekil 72.</b>	Berk'in birleşik yapıları ayırma etkinliğindeki ilk kısmın çizim aşamaları.....	83
<b>Şekil 73.</b>	Berk'in yapıları ayırma etkinliğindeki siyah bloğun çizim aşamaları.....	84
<b>Şekil 74.</b>	Berk'in yarım görünen yüzeyi belirtirken kalemle ilgili yerleri işaretlemesi.....	84
<b>Şekil 75.</b>	Berk'in küp ekleme etkinliği.....	86
<b>Şekil 76.</b>	Berk'in yarım görünen yüzeyleri gösterirken şekil birimlerini kullanışı.....	87
<b>Şekil 77.</b>	Yapıları birleştirme etkinliği.....	87
<b>Şekil 78.</b>	Berk'in yapının son halini tasvir ederken kalemle ilgili kısımları işaretlemesi.....	88
<b>Şekil 79.</b>	Berk'in ayrıık yapıları birleştirme etkinliğindeki çizim aşamaları.....	88
<b>Şekil 80.</b>	Berk'in yapı görünümü verilen şekli üç boyutlu çizim aşamaları.....	90
<b>Şekil 81.</b>	Farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı oluşturma etkinliği.....	91
<b>Şekil 82.</b>	Berk'in çizimi yapacağı yönü seçerken kullandığı jest.....	91
<b>Şekil 83.</b>	Berk'in kullanması gerektiği yönü anlatırken kullandığı jest.....	92
<b>Şekil 84.</b>	Berk'in farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizim aşamaları.....	92
<b>Şekil 85.</b>	Berk'in yapıya farklı yönlerden bakarken vücut pozisyonunu ayarlayışı.....	93
<b>Şekil 86.</b>	Zehra'nın küp çıkarma etkinliğindeki çizim aşamaları.....	94
<b>Şekil 87.</b>	Zehra'nın diyagramdan faydalanarak muhakeme yapması.....	95
<b>Şekil 88.</b>	Zehra'nın yarım görünen yüzlere sebep olan yüzeyleri kalemle işaretlemesi.....	95

<b>Şekil 89.</b>	Yapıları birbirinden ayırma etkinliğinde beyaz renkli bloğun çizimi. ....	96
<b>Şekil 90.</b>	Yapıları birbirinden ayırma etkinliğinde siyah renkli bloğun çizimi. ....	97
<b>Şekil 91.</b>	Zehra'nın yarım görünen yüzeyin nedenini açıklarken kullandığı jest. ....	97
<b>Şekil 92.</b>	Zehra'nın yapının çizimini nasıl yapacağını kalemle şekil üzerinde gösterişi. ....	99
<b>Şekil 93.</b>	Zehra'nın küp ekleme etkinliğindeki çizim aşamaları. ....	100
<b>Şekil 94.</b>	Zehra'nın çizimde yarım görünen yüzeyleri kalemle işaretlemesi. ....	100
<b>Şekil 95.</b>	Zehra'nın yapının birleşmiş halini anlatırken kullandığı jest. ....	101
<b>Şekil 96.</b>	Zehra'nın yağları birleştirme etkinliğindeki çizim aşamaları. ....	101
<b>Şekil 97.</b>	Zehra'nın anahat görünümü verilen yapının üç boyutlu çizim aşamaları. ....	103
<b>Şekil 98.</b>	Zehra'nın küpün yarım görünmesine neden olan bloğu işaretlemesi. ....	104
<b>Şekil 99.</b>	Zehra'nın yapıyı farklı yönlerden zihninde koordine ederken kullandığı jest. ....	104
<b>Şekil 100.</b>	Zehra'nın farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizim aşamaları. ....	105
<b>Şekil 101.</b>	Zehra'nın ön görünüm ve üst görünüme göre yapıyı koordine edişi. ....	106
<b>Şekil 102.</b>	Zehra'nın farklı görünümleri kullanarak küpü belirleyişi. ....	106
<b>Şekil 103.</b>	Zehra'nın çizdiği küp üzerinde kullandığı jest. ....	106
<b>Şekil 104.</b>	Küp çıkarma etkinliği. ....	108
<b>Şekil 105.</b>	Esra'nın küp çıkarma etkinliğinde ilk denemesi. ....	108
<b>Şekil 106.</b>	Esra'nın küp çıkarma etkinliğinde ikinci denemesi. ....	109
<b>Şekil 107.</b>	Esra'nın küp çıkarma etkinliğinde üçüncü denemesi. ....	110
<b>Şekil 108.</b>	Esra'nın fazlalık kısmı gösterirken kullandığı jest. ....	110
<b>Şekil 109.</b>	Esra'nın küp çıkarma etkinliği çizim aşamaları. ....	111
<b>Şekil 110.</b>	Birleşik yapıları ayırma etkinliği. ....	111
<b>Şekil 111.</b>	Esra'nın küpleri yana doğru çizeceğini belirtirken kullandığı jest. ....	111
<b>Şekil 112.</b>	Beyaz küplerden oluşan bloğun çizim aşamaları. ....	112
<b>Şekil 113.</b>	Esra'nın siyah blokları nasıl çizeceğini gösterirken kullandığı jest. ....	113
<b>Şekil 114.</b>	Esra'nın siyah küplerden oluşan bloğu çizim aşamaları. ....	114
<b>Şekil 115.</b>	Esra'nın yaşadığı zorluğu ifade ederken kullandığı jestler. ....	114
<b>Şekil 116.</b>	Esra'nın küp ekleme etkinliği çizim aşamaları. ....	116
<b>Şekil 117.</b>	Küplerden oluşan blokları birleştirme etkinliği. ....	117
<b>Şekil 118.</b>	Esra'nın ayrıık yapıları birleştirme etkinliğindeki çizim aşamaları. ....	118
<b>Şekil 119.</b>	Esra'nın ayrıık yapıları birleştirme etkinliğindeki çizim aşamaları. ....	119

<b>Şekil 120.</b> Esra'nın yapı görünümü şekli izometrik kâğıda üç boyutlu çizme aşamaları.....	121
<b>Şekil 121.</b> Esra'nın ayırık yapıları birleştirme etkinliğindeki çizim aşamaları. ....	122
<b>Şekil 122.</b> Esra'nın oluşturduğu yapıya bakarken vücudunu konumunu ayarlayışı. ....	122
<b>Şekil 123.</b> Farklı yönlerden görünümü verilen üç boyutlu yapıyı çizme etkinliği.....	123
<b>Şekil 124.</b> Esra'nın yönleri tasvir ederken kullandığı jestler.....	124
<b>Şekil 125.</b> Esra'nın çizim etkinliğindeki çizim aşamaları. ....	125
<b>Şekil 126.</b> Yan görünümü oluştururken yaşadığı sıkıntıyı küp bloklarla tasvir edişi. ....	125
<b>Şekil 127.</b> İzometrik kâğıtta farklı yönlerin referans alınmasına yönelik örnekler .....	145
<b>Şekil 128.</b> İzometrik kâğıdın kullanılış yönüyle alakalı görseller. ....	146

## TABLULAR DİZİNİ

<b>Tablo 1.</b>	Seçilen öğrencilerin akademik ortalamaları ve test puanları. ....	25
<b>Tablo 2.</b>	Bora'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi .....	42
<b>Tablo 3.</b>	Bora'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi .....	47
<b>Tablo 4.</b>	Bora'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi .....	51
<b>Tablo 5.</b>	Seda'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi .....	55
<b>Tablo 6.</b>	Seda'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi .....	59
<b>Tablo 7.</b>	Seda'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi .....	65
<b>Tablo 8.</b>	Serdar'ın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi.....	71
<b>Tablo 9.</b>	Serdar'ın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi.....	75
<b>Tablo 10.</b>	Serdar'ın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi.....	80
<b>Tablo 11.</b>	Berk'in Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi .....	85
<b>Tablo 12.</b>	Berk'in Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi .....	89
<b>Tablo 13.</b>	Berk'in Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi .....	93
<b>Tablo 14.</b>	Zehra'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi.....	98
<b>Tablo 15.</b>	Zehra'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi.....	102
<b>Tablo 16.</b>	Zehra'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi.....	107
<b>Tablo 17.</b>	Esra'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi.....	115
<b>Tablo 18.</b>	Esra'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi .....	120
<b>Tablo 19.</b>	Esra'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi.....	126

## SEMBOLLER ve KISALTMALAR DİZİNİ

0B	Sıfır boyutlu
1B	Bir boyutlu
2B	İki boyutlu
3B	Üç boyutlu
MEB	Millî Eğitim Bakanlığı
MGMP	Middle grades mathematics project
NCTM	National mathematics teachers council



# 1.GENEL BİLGİLER

## 1.1. Giriş

Araştırmacılar gelecekte bilim, teknik ve mühendislik alanlarında toplumların güçlü bir ekonomiye ve yüksek hayat standartlarına sahip olabilmeleri için ihtiyaç duydukları keşiflerin gerçekleşmesinde uzamsal muhakemenin büyük rol oynayacağını ön görmektedir. Günlük hayatta sıkça kullanmakta olduğumuz önünde, üzerinde, altında, yanında ve arkasında gibi uzayın içerisindeki nesnelere ait ilişkiler matematik eğitimcilerinin oldukça fazla ilgi gösterdikleri alanlardan birisi olmuştur (Argün vd., 2014). Bu bağlamda Boz Yaman (2020) uzamsal muhakeme tanımının farklı şekillerde ele alınabildiğini belirterek bu kavramın; nesnelere zihinde canlandırılabilmesi, nesnelere farklı açılardan görünümünün hayal edilebilmesi, nesnelere zihinde döndürülmesi ve parçalarına ayırıp yeniden birleştirilebilmesi ve nesnelere hareketli konumlarına yönelik açıklamalar yapılabilmesi gibi süreçleri içerisine aldığı ifade etmiştir. Alanyazın incelendiğinde uzamsal yetenek, uzamsal beceri gibi birçok kavramla karşılaşılmaktadır (Kösa, 2016; McGee, 1979; Turgut, 2007). Boz Yaman (2020) bu kavramlar yerine uzamsal muhakeme kavramının tercih edilebileceğini şu şekilde ifade etmiştir: “Uzamsal muhakeme uygun eğitim ve öğretim süreçleriyle geliştirilebilen, öğrenilebilen bir beceri olup akıl yürütme süreçlerini de bünyesinde bulundurmasından dolayı «uzamsal muhakeme» şeklinde isimlendirilmesi uygun bulunmuştur” (s.487). Smith (1998) uzamsal muhakemenin insan yaşamında önemli bir rolü olduğunu vurgulamıştır. Örneğin uzamsal muhakemesi gelişmiş olan bir öğrenci evinden çıkıp okula giderken varacağı konumla bağlantılı olan yolları zihninde canlandırıp, okula daha kısa sürede ulaşabileceği bir rota belirleyebilir. Bu nedenle bireylerin uzamsal muhakemelerinin yeterince gelişmemiş olması durumunda, bireyler şekillerin boyutları ve konumlarındaki değişiklikleri fark edebilmede veya nesnelere birbirine göre konumlarını ifade edebilmede zorluk yaşayabilir.

Üç boyutlu cisimlerin iki boyuttaki bir platforma resmedilmesi (kâğıt üzerine yapılan çizimler v.b.) ve iki boyutlu görünümleri bilinen şekillerin üç boyutlu uzaydaki şekillerinin çizilmesi, uzamsal muhakemenin gelişimine katkı sağladığı bilinmektedir (Ada, 2013; Kösa, 2011; Yue, 2006). Ayrıca, üç boyutlu cisimlerin çeşitli yönlerden düzlemdeki görünümünün çizilmesi; inşaat planlarının yapılmasında, çeşitli endüstriyel ürünlerin tasarlanmasında, mimarlık ve mühendislik gibi çeşitli sektörlerde geniş bir uygulama alanına sahiptir. Bu nedenle üç boyutlu cisimlerin çeşitli yönlerden düzlemdeki

görünümünün çizilmesinin okul matematiğine girdiği söylenebilir (Baykul, 2009). Güncel ilkokul ve ortaokul matematik dersi öğretim programına (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018) bakıldığında bu tür kazanımlara ağırlıklı olarak 4. ve 7. Sınıf seviyelerinde yer verildiği görülmektedir.

Baki (2020) “geometri yapılarını çizerken öğrenci aynı zamanda yapının içerdiği kavram ve özellikleri kullanmak ve aralarındaki ilişkilerden yararlanmak durumunda” (s.626) kaldığını belirtmiştir. Bu bağlamda MEB (2018) öğrencilerin pergel, cetvel ve açıölçer kullanarak çizim yapmalarını, öğrencilerin hem zihinsel hem de psikomotor becerilerine katkı sağladığı için önem verdiği söylenebilir. Uzamsal muhakemenin bir parçası olarak öğretim programında üç boyutlu cisimlerin çizilmesi kendine yer bulmuştur. Öyle ki, izometrik kâğıt, kareli kâğıt gibi materyalleri kullanarak bazı iki boyutlu veya üç boyutlu cisimlerin çizilmesi önerilmektedir. Örneğin 4. sınıfta öğrencilerden izometrik kâğıt veya noktalı kâğıt üzerinde eş küplerle çizilmiş olan modellere uygun basit yapılar oluşturmaları istenmektedir. 7. sınıfta ise öğrencilerden eş küplerden oluşturulmuş yapıların kareli kâğıt üzerinde farklı yönlerden görünümünü çizerek ilişkilendirmeleri ve farklı yönlerden görünümü verilen yapıları izometrik kâğıt üzerinde üç boyutlu çizim yaparak oluşturmaları istenmektedir.

Geometrik çizimlerle alakalı MEB (2018)’e bakıldığında öğrencilerin uzamsal muhakemelerini destekleyebilecek nitelikte kazanımlara yer verdiği görülmektedir. Programda üç boyutlu cisimlerin çiziminde izometrik kâğıt kullanılarak yapılan etkinlikler ön plana çıkmaktadır. İzometrik çizim, bir cisim iki boyutlu bir yüzey üstünde üç boyutlu olarak gösterme işlemidir (Şahin vd., 2016). Bu tür çizimler ilk zamanlar makinelerin üç boyutlu çizimlerini göstermek amacıyla kullanılırken, ilerleyen zamanlarda inşaat sektöründe yapıların plan çizimlerindeki detayları göstermek amacıyla kullanılmıştır. İzometrik çizimler geometrinin bir alt dalı olması sebebiyle katı cisimler konusunda karşımıza çıkmaktadır. Geometrik cisimlerin çizimi, alan ve hacim hesaplamaları yapılırken büyük kolaylık sağlamaktadır (Şahin vd., 2016).

Alanyazın incelendiğinde geometrik cisimlerin farklı yönlerden görünümünün izometrik kâğıt veya noktalı kâğıtta çizimlerine ait somut materyal kullanılarak veya dinamik geometri yazılımlarıyla yapılan çalışmalara sıklıkla rastlanılmaktadır (Duatepe Paksu, 2013; Kösa, 2011; Yolcu, 2008). Yapılan bu çalışmalarda izometrik kâğıtta yapılan çizim etkinliklerinin az olduğu ve bu çalışmalarda daha çok grup başarılarının nicel verilerle karşılaştırıldığından dolayı süreçte yaşanan çizim deneyimleriyle alakalı

bilgilerin sınırlı olduğu görülmüştür. Bu nedenle alanyazına katkı sağlaması amacıyla bu çalışmada üzerine derinlemesine bir araştırma yapılmamış olan 7. sınıf öğrencilerinin izometrik kâğıt üzerinde çizim yaparken küplerin ayrıt ve yüz gibi şekil birimlerini nasıl kullandıkları ve farklı yönlerden görünümü verilen yapıları izometrik kâğıtta oluşturma süreçlerinde yaşadıkları deneyimleri araştırılmıştır.

### **1.1.1. Araştırmanın Amacı ve Araştırma soruları**

Bu çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin birim küplerle oluşturulan yapıları izometrik kâğıtta nasıl çizdikleri, çizim yaparken küplerden oluşan şekillerin alt birimlerini (yüz, ayrıt ve nokta) ne şekilde kullandıklarının derinlemesine incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu bağlamda ele alınan araştırma soruları şöyledir:

- 1) Birim küplerden oluşan yapılardan küp veya küpler çıkartırken öğrenciler şekil birimlerini nasıl kullanmaktadır?
- 2) Birim küplerden oluşan yapılara küp veya küpler eklerken öğrenciler şekil birimlerini nasıl kullanmaktadır?
- 3) 7. sınıf öğrencileri farklı yönlerden görünümü verilen yapıları izometrik kâğıtta üç boyutlu çizerken verilen görünümü ve şekil birimlerini nasıl kullanmaktadır?

### **1.1.2. Araştırmanın Önemi**

Alanyazın incelendiğinde öğrencilerin izometrik kâğıt üzerinde birim küpleri kullanarak çizim yaparken zorlandıklarına dikkat çekilmektedir (Boz Yaman, 2020; Erdoğan vd., 2019; Duatepe Paksu, 2013; Toptaş ve Karaca, 2007; Yolcu, 2008). Bu araştırmalarda öğrencilerin çizim yapma sürecinin nasıl gerçekleştiğine yönelik derinlemesine bir nitel araştırma göze çarpmamaktadır. Bahsedilen çalışmalarda daha ziyade öğrencilerin çizimlerinin son hâli üzerinden öğrenci çizimleri tasvir edilmiştir. Ayrıca, uzamsal muhakeme gelişimi için izometrik kâğıt kullanımı, birim küplerden oluşan yapıların farklı yönlerden görünümünün incelenmesi gibi etkinliklerin birçok deneysel araştırmanın içerisinde yer aldığı görülmektedir (Dursun, 2010; Eryaman, 2009; Kalay, 2015; Kakmacı, 2009; Sarı, 2016; Uzun, 2013).

Bu bağlamda, bu çalışmada diğer araştırmalardan farklı olarak öğrencilerin izometrik kâğıt üzerinde yaptıkları çizimler bir süreç olarak incelenmiş ve oluşturdukları nihai çizimlerinden önce yaşadıkları deneyimler derinlemesine tasvir edilmiştir. Bu nedenle öğrencilerin yaptığı çizimlerin tüm aşamaları görsellerle verilerek her adımda şekil birimlerini nasıl kullandıkları açıklanmıştır. Öğrencilerin çizimler esnasında yaptığı açıklamalar sıklıkla doğrudan alıntı yapılarak verilmiş ve bu esnada öğrencilerin

düşüncelerini açıklamak için kullandığı jestler görsellerle sunularak açıklanmıştır. Bu bağlamda çalışmada öğrencilerin küp çıkarma, küp ekleme ve farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimi etkinliklerinde şekil birimlerini nasıl kullandıkları detaylı bir şekilde tasvir edilmiş ve bu süreçler bütüncül olarak ele alınmıştır. Dolayısıyla, öğrencilerin çizme deneyimleri ve çizim yaparken kullandıkları yaklaşımların belirlenmesi gibi durumlar açığa çıkarılmıştır.

Olkun ve Altun (2003) uzamsal muhakemenin geliştirilmesi için matematik dersi programındaki izometrik kâğıtta yapılan çizim etkinliklerinin önemli bir yere sahip olduğunu belirtmiştir. Yurtdışında da birçok ülkenin matematik dersi programına bakıldığında uzamsal muhakeme kavramının önemli bir yere sahip olduğu görülmektedir. Örneğin Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi ([NCTM] National Mathematics Teachers Council, 2000, akt., Boz Yaman, 2020, s.502) öğrencilerden dört temel beceriyi geliştirmelerinin önemli olduğunu ifade etmiş ve bu becerileri şu şekilde sıralamıştır: İki ve üç boyutlu yapıları analiz edebilmek ve bu yapıların aralarındaki ilişkiyi açıklayabilmek, uzayda nesnelerin konumlarını belirleyebilmek ve nesnelerin birbirine göre uzamsal ilişkilerini analiz edebilmek, matematiksel durumları analiz edebilmek için dönüşümler ve simetrier kullanabilmek, Uzamsal muhakeme, görselleştirme ve geometrik modellemeler kullanarak problemleri çözebilmek. Burada NCTM (2000)'nin öğrencilerden sahip olmasını istediği becerilere bakıldığında bu becerilerin uzamsal muhakeme kavramının içerisinde yer aldığı görülmektedir. Ayrıca ulusal ve uluslararası sınavlarda uzamsal muhakemeye dayalı sorulara sıklıkla yer verildiği düşünüldüğünde ve bu sınavların ülkemizde oldukça önemsendiği bilindiğinden dolayı MEB (2018)'deki kazanımlarda yer alan birim küplerle izometrik kâğıtta yapılan çizimlerin öğrencilerin uzamsal muhakemelerini geliştirmede önemli bir yere sahip olduğu söylenebilir. Bu bağlamda, yapılan bu çalışmada öğrencilerin izometrik kâğıtta yaptıkları çizim deneyimlerinin derinlemesine tasvir edilmesi öğretmenlere, öğrencilerinin uzamsal muhakemelerini nasıl geliştirilebileceklerine ve onlara bu konunun öğretiminde nasıl bir yol izlemeleri gerektiğine yönelik ipuçları verebilir. Ayrıca araştırma kapsamında oluşturulan çalışma yaprakları öğretmenlere ilgili kazanımlara yönelik konuların öğretiminde kolaylık sağlayabilir.

Erdoğan vd., (2019)'nin perspektif çizimleri konusunun neden matematik öğretimi programından çıkarıldığını araştırdığı çalışmada sahadaki öğretmenlerle bu konu ile alakalı görüşülmüş, ayrıca konunun öğrencilere nasıl öğretildiğiyle alakalı öğretmenlerle

klirik görüşmeler yaplmtır. Araştırmacılar çalışmanın sonucunda perspektif çizimleri konusunun öğretmenler tarafından zmsenemediği ve konunun ğretiminde zorluklar yaanıldığından dolayı programda bu konuya yeterince öncelik verilmediğini belirtmitır. Benzer Şekilde izometrik kâğıtta yapılan çizim etkinliklerinde öğrencilerin, ğretmen adaylarının ve öğretmenlerin çeşitli zorluklar yaşadığı birçok araştırmada dile getirilmitır ancak süreçte yaşanılan deneyimlerle alakalı bilgilerin sınırlı olduğu grlmtır. Bu nedenle yapılan bu çalışmada öğrencilerin çizim deneyimlerinin detaylı bir Şekilde analiz edilmesinin öğrencilere, ğretmen adaylarına, öğretmenlere ve alanyazına faydalı olacağı dnlmtır.

Her ne kadar çizim etkinliklerine ğretim programında öncelik verilmediği yönünde bir görüş olsa da (Erdoğan vd. 2019), ortaokul matematiğindeki bazı kazanımlarda ve buna bağlı olarak ders kitaplarında izometrik kâğıtta çizimlere yer verilmektedir. Bu kazanımlar arasında farklı yönlerden görünümleri verilen yapıları izometrik kâğıtta çizme ve izometrik kâğıt üzerinde çizilen yapıların farklı yönlerden görünümünün belirlenmesi yer almaktadır. Ayrıca bu tür etkinlikler birçok araştırma için uzamsal muhakemenin geliştirilmesi adına sıklıkla kullanılan etkinlik türleridir (Ada, 2016; Ben Chaim vd., 1989; Ksa, 2011; Yue, 2006). Dolayısıyla bu araştırmada geliştirilen çalışma yaprakları matematik öğretmenleri tarafından sınıf içi etkinliklerde kullanılabilereği gibi yeni araştırmalara rehber olabileereği düşünülmektedir.

### **1.1.3. Araştırmanın Sınırlılıkları**

Bu çalışmanın verileri 2018-2019 eğitim ve ğretim yılının ikinci döneminde Rize ilinde bir ortaokulun 7. sınıf seviyesinde öğrenim gören 6 ğrenci ile sınırlandırılmtır. Ayrıca araştırma sorularına bağlı olarak hazırlanan ve mülakatlarda kullanılan on sekiz adet çizim etkinliğiyle (izometrik kâğıtta) araştırma sınırlılık göstermektedir.

### **1.1.4. Araştırmanın Varsayımları**

Bu araştırmanın varsayımları aşağıdaki Şekilde sıralanabilir:

- Öğrencilerin klinik mülakatlarda içtenlikle yanıtlar verdiği varsayılmtır.
- Klinik mülakatlarda kullanılan problemler için alınan uzman görüşlerinin yeterli düzeyde olduğu varsayılmtır.
- Yapılan klinik mülakatlarda öğrencilere tüm çizimleri tamamlayabilmesi için verilen 90 dakikalık srenin yeterli olduğu varsayılmtır.

## 1.2. Teorik Çerçeve

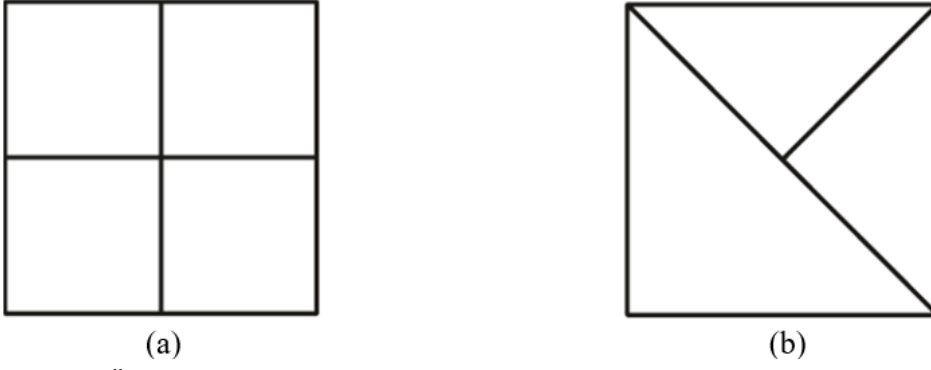
Bu araştırmada 7. sınıf öğrencilerinin birim küpleri kullanarak izometrik kâğıtta yaptığı çizim süreçleri tüm aşamalarıyla birlikte derinlemesine incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin çizimlerde küpleri oluştururken kullandığı temel elemanlar (küpün köşe noktaları, ayrıtları, yüzleri) Duval (2014)'in belirttiği şekil birimleri çatısı altında ele alınarak açıklanmıştır. Ayrıca çalışmada öğrencilerin çizimler hakkında yapmış oldukları muhakeme süreçleri Duval (2017)'in öne sürdüğü lokal ve global düşünce basamaklarına dayandırılarak analiz edilmiş ve Sinclair vd. (2018)'nin çalışması referans alınarak düşünce süreçleri lokal ve global olarak açıklanmıştır. Yapılan çalışmada analiz edilen bir diğer husus da öğrencilerin çizimlerini açıklarken diyagramlarla olan etkileşimleri, kullandıkları jestler ve yaptıkları sözel açıklamalar olmuştur. Bu bağlamda öğrencilerin küpün temel elemanlarını veya çizimle alakalı belirtmek istediği bir durumu açıklarken yapmış oldukları eylemler analiz edilirken alanyazındaki ilgili çalışmalar dikkate alınarak ifade edilmiştir (Chen ve Herbst, 2013; Okumus ve Hollebrands, 2019; Sinclair vd., 2018).

Duval (2014) şekil birimi (figural unit) kavramını, “görsel bir temsilde bireyin ilk anda, önemli veya bilgilendirici olarak tanıdığı farklı öğeler” (s. 160) olarak ele almaktadır. Yani bireye sunulan bir görsel temsilde yapının lokal özellikleriyle alakalı olarak bireyin ilk olarak dikkatini çeken kısımlardır (kenar, köşegen, yüzey v.b.). Duval (2014) bireyin kendisine sunulan matematiksel bir görsel temsilde ilgili tüm şekil birimlerini ayırt edip belirleyebildiğinde, bireyin matematiksel bilgiyi ve kavramları öğrenebilmesi için gerekli zihinsel faaliyetleri yerine getirebileceğini öne sürmüştür. Duval (2017)'e göre bir şekli geometrik olarak algılamak için, bir öğrencinin şekil birimlerini farklı boyutlarda algılaması gerekmektedir. Bu boyutsal parçalama (dimensional deconstruction), nesnenin daha alt bir boyutta olan öğelerini tanımlamayı ve tanımayı içermektedir. Örneğin, bir geometrik cisim küp olarak tanımlamak için, küpün (3B) şekil birimleri olan, yüzlerinin (2B), ayrıtlarının (1B) ve köşelerinin (0B) kavranması gerekmektedir.

Duval (2014)'e göre şekillerin analitik olarak alt birimlere parçalanması işlemi kimi zaman öğrenciler için zorluk teşkil etmektedir. Bir şeklin alt birimlere ayrıştırılması, şekillerin boyutsal parçalama süreci olarak ifade edilmektedir. Bu bağlamda Duval (2002)'e göre muhakeme süreci iki aşamadan oluşmaktadır: Bunlardan ilki tündengimsel çıkarım basamağı, diğeri ise bu çıkarım basamaklarından elde edilen

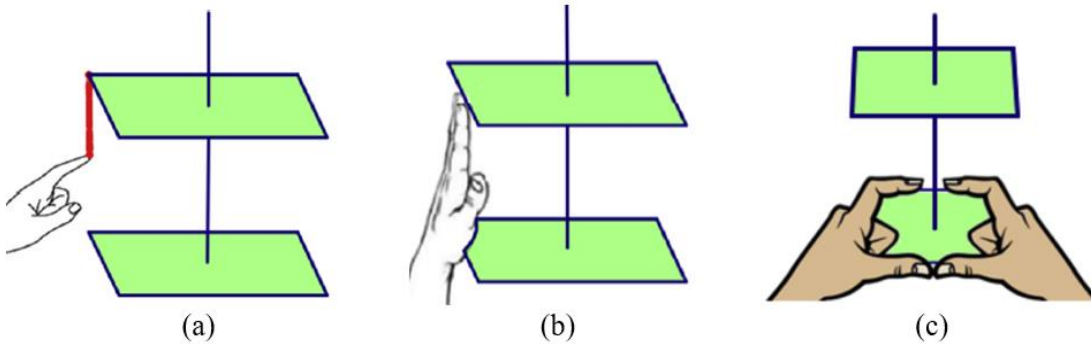
verilerden yola çıkarak, yeni sonuçların elde edildiği basamaktır. Duval birinci basamağı lokal basamak, ikinci basamağı ise global basamak olarak adlandırmaktadır (Duval, 1998). Bu teoriye göre Duval (1998) öğrencilerin şekilleri global (bütüncül) olarak algıladıktan sonra lokal (yerel) olarak daha küçük boyutlu şekil birimlerine parçalayarak analiz edebilmeleri gerektiğini savunmaktadır. Bu bağlamda öğrencilerin global ve lokal olarak düşünüp ilgili yapının şekil birimleri arasındaki özelliklerini kavramasının, öğrencilerin uzamsal muhakemelerini geliştirme sürecinde önemli bir yere sahip olduğunu vurgulamaktadır.

Sinclair vd. (2018) Şekil 1 (a)'da verilen diyagramı öğrenciye direkt gördüğü şekliyle çizdirirken, Şekil 1 (b)'deki diyagramı ise öğrenciye talimatlar vererek çizdirmiştir. Öğrencinin Şekil 1 (a)'yı çizerken yatay ve dikey doğru parçaları kullandığı görülmüştür. Araştırmacı tarafından öğrenciye çizimden sonra şekilde neler görüldüğü sorulduğunda, öğrenci dört tane kutucuk gördüğünü belirtmiştir. Öğrenci burada global olarak düşünüp çizdiği bir boyutlu çizgileri görmezden gelmiştir. Bir başka ifade ile öğrenci çizim esnasında doğru parçalarını kullanmasına rağmen, çizimden sonra iki boyutlu şekillerin etkisinde kalarak bir boyutta çizdiği doğru parçalarını ifade etmemiştir. Dolayısıyla şeklin öğrencinin lokal olarak düşünmesini engellediği söylenebilir. Bu etkinlikten sonra araştırmacı, aynı öğrenciye Şekil 1 (b)'yi adım adım açıklayarak çizmesini istemiştir. Örneğin; “Sol üst köşeden başlayın ve sağ alt köşeye kadar bir doğru parçası çizin. Ardından sağ üst köşeden çizdiğiniz doğru parçasının ortasına kadar bir doğru parçası daha çizin.” gibi yönergeler öğrenciye verilmiştir. Araştırmacı Şekil 1 (b) için öğrenciye çizimin sonunda neler gördüğünü sorduğunda bu sefer önce köşegeni kalemle belirtip, daha sonra kalemle çizdiği köşegenleri takip ederken üçgenleri, daha sonra kareyi gördüğünü belirtmiştir. Öğrencinin birinci ve ikinci görevlerde geçirdiği süreçlere bakıldığında, ilk kısımda bir boyutlu şekiller çizip, iki boyutlu şekilleri (kareler) tarif ettiği (Şekil 1 (a)) görülmektedir. Sonrasında bir boyutlu şekiller çizip iki boyutlu (kare ve üçgen) ve bir boyutlu şekiller (köşegenler) tanımladığı görülmektedir (Şekil 1 (b)). Bu bağlamda öğrencinin görselleri bir boyutlu ve iki boyutlu şekiller açısından analiz edip bu iki boyut arasında lokal ve global özellikleri kullandığı anlaşılmaktadır. Duval (1998), geometride sorunun bağlamına bağlı olarak lokal ve global özellikler arasında iki yönlü düşünüp ilişki kurabilmenin ve bu özellikleri kullanıp uzamsal muhakeme yapabilmenin oldukça önemli olduğunu vurgulamıştır.



**Şekil 1.** Öğrencilerin çizmeleri istenen şekiller (Sinclair vd., 2018)

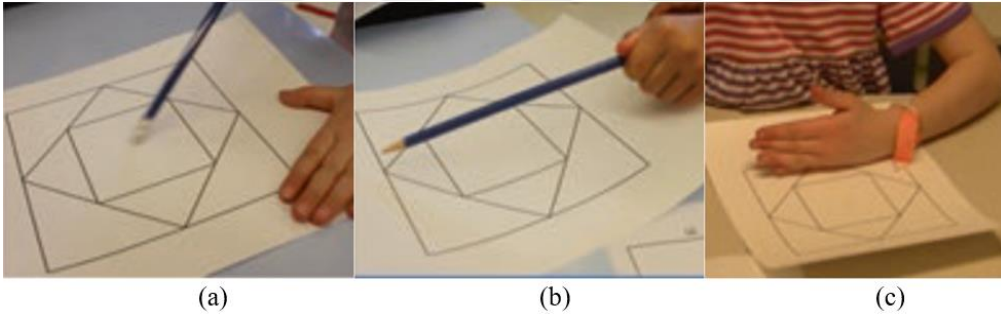
Diyagramların yanı sıra statik veya dinamik yapıda olabilen jestlerin geometrik cisimlerin ifadesinde ve şekil birimleri arasındaki ilişkilerin belirtilmesinde etkin rol oynadığı araştırmacılar tarafından ifade edilmiştir (Walkington, 2014). Benzer şekilde jestlerin, geometrik cisimlerin ve alt birimlerinin ifade edilmesinde kullanıldığı bulunmuştur (Okumus ve Hollebrands, 2019). Okumus ve Hollebrands araştırmalarında Şekil 2 (a)'da kullanılan jestle birey parmağını dikdörtgenler prizmasının üst köşesinden başlayıp alt köşesine kadar sürükleyerek dikdörtgenler prizmasının bir ayrıntısını (1B) göstermektedir. Benzer şekilde Şekil 2 (b)'de birey kullandığı jestle dikdörtgenler prizmasının alt ve üst yüzeyini avuç içiyle birleştirecek şekilde tutarak dikdörtgenler prizmasının yan yüzünü (2B) belirtmektedir. Son olarak Şekil 2 (c)'de kullanılan jestle birey elleriyle tabandaki dikdörtgenin çevresini sarıp ellerini yukarı doğru kaydırarak dikdörtgenler prizmasının birden fazla yüzünü eş zamanlı olarak göstermektedir. Bu şekilde öğrenciler kendilerine verilen diyagramdan faydalanıp kullandığı jestler aracılığıyla, karşı tarafa sözel olarak ifade etmekte zorlandığı şekil birimlerini veya düşüncelerini daha anlaşılır bir şekilde açıklayabilir.



**Şekil 2.** Şekil birimlerinin jestlerle gösterimi (Okumus ve Hollebrands, 2019).

Sinclair vd., (2018)'nin yaptığı çalışmada öğrencilerden kâğıtta verilen şeklin simetri doğrusunu çizmeleri istenmiştir. Şekil 3 (a)'daki öğrenciden karenin simetri

doğrusunu çizmesi istenmiş ve öğrenci ani bir hareketle şeklin üst orta kısmından başlayıp alt orta kısmına kadar kalemin silgi ucunu kullanarak dinamik bir hareketle simetri doğrusunu göstermiştir. Burada öğrencinin kullandığı jestle düşüncelerini hızlı bir şekilde karşı tarafa aktarabildiği görülmektedir. Araştırmacı aynı etkinlikte Şekil 3 (b)'de verilen resimdeki öğrenciden de karenin simetri doğrusunu çizmesini istemiş ancak bu sefer öğrenci hiçbir şey ifade etmeden kalemini şeklin dikey simetri doğrusunu göstermek amacıyla havada yatay tutarak göstermiştir. Öğrenci burada sözel olarak bir açıklama yapmaktan kaçınıp kalemi havada sabit olarak tutmuş ve simetri doğrusunu jest kullanarak ifade etmeye çalışmıştır. Öğrenci burada diyagramdan faydalanmış ve kullandığı jestle şekil birimini (köşegen) tasvir etmeye çalışmıştır. Aynı araştırmada aşağıda gösterilen Şekil 3 (c)'ye bakıldığında öğrenciden simetri eksenini gösterilmesi istenmiş ve öğrenci de bu simetri eksenini elini kâğıdın kenarına simetri eksenini temsil edecek şekilde koyarak göstermiştir. Burada da öğrencinin sözel olarak açıklamakta zorlandığı soyut bir kavramı jestlerden faydalanarak gösterebildiği anlaşılmaktadır.

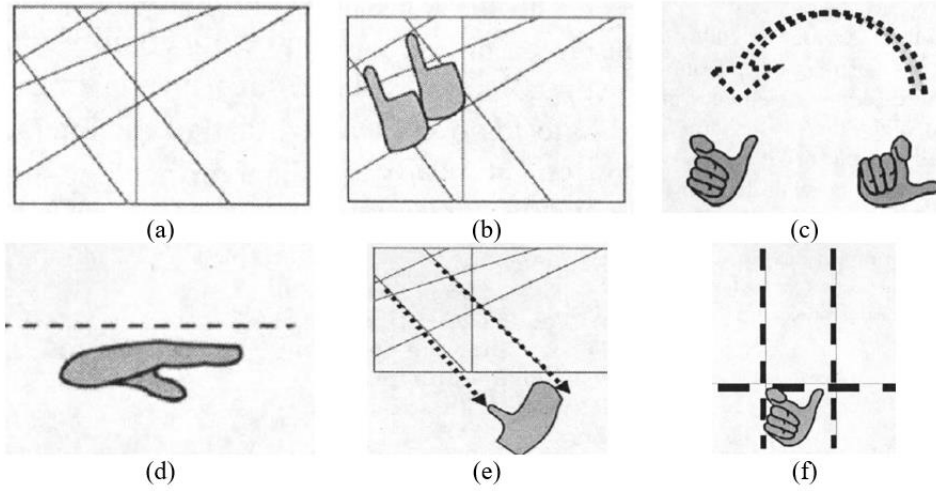


**Şekil 3.** Şekil birimleri ifade edilirken kullanılan jest örneği (Sinclair vd., 2018).

Jestler gibi, diyagramlar da düşünceleri ifade ederken büyük bir potansiyele sahiptir. Jestlerin anlaşılmasında diyagramlardan faydalanılarak kolaylık sağlanabilir. Benzer şekilde jestler de konuşma esnasında kullanılırken karşı tarafa aktarmada zorlanılan bir duygu veya düşüncenin, daha hızlı bir şekilde ifade edilebilmesine olanak sağlayabilir (Knoespel, 2000). Pietarinen (2015) diyagramların zihnindeki belirli düşüncelerin anlık görüntüleri olduğunu belirtmekte ve uzamsal muhakeme sonucu zihnin ürettiği düşünceleri betimlemek için diyagramların önemli bir işleve sahip olduğunu ifade etmektedir. Bu nedenle Pietarinen düşünceleri daha anlaşılabilir bir hale getirebilmek için diyagramlardan faydalanılabileceğini öne sürmektedir. Châtelet (2000, akt., de Freitas ve Sinclair, 2013) diyagramların mevcut bilginin temsilinden daha fazlası olduğunu belirtip diyagram ve jestlerin, matematiğin soyut yapısı ile gerçek dünya arasında bir köprü görevi gördüğünü öne sürmektedir. Châtelet jestlerin ve diyagramların

matematiksel anlamının çok önemli olduğunu ve birbirlerine karşılıklı olarak ortam hazırladığını ifade etmiştir. Ayrıca, jestlerin, dile kıyasla, eylemleri ifade etmek için normal konuşmadan daha fazla olanak sağlayacağı ve böylece matematiksel bir diyagramı, bir jestin daha anlaşılır hale getireceğini belirtilmektedir. Châtelet diyagramlarının, bireyin düşüncelerini temsil eden betimlemelerden veya resimlerden daha fazlası olduğunu savunmaktadır. Örneğin, kâğıda noktalardan oluşan bir çizgi çizerek, yeni bir boyut ortaya çıkarılabileceği ya da bir ok işareti ile nesnel arasındaki ilişkilerin daha anlaşılır hale getirilebileceğini belirtmiştir. Diyagramlar, jestlerin aksine, durağan temsillerdir. Bu nedenle kalıcı oldukları için de bireyler tarafından incelenme ve gözden geçirilme olanağı sağlar ancak, diyagramı oluşturabilmek için yazılabilecek veya çizilebilecek bir yüzeye ihtiyaç vardır. Bu bağlamda diyagramların ve jestlerin somut ve soyut fikirleri ifade etme ve bu fikirleri karşı tarafa iletme şeklindeki benzerlik ve farklılıkları göz önünde bulundurmak önemlidir (Tversky vd., 2013).

Chen ve Herbst (2013), lise öğrencilerinin diyagramlar hakkında varsayımlarda bulunurken nasıl muhakeme yaptıklarını anlamak amacıyla, öğrencilerin diyagramlarla olan etkileşimlerini araştırmıştır. Chen ve Herbst öğrencilere Şekil 4 (a)'da verdiği görevde doğruların paralel olduğunu ispat etmelerini istemiştir. Verilen görevde diyagram üzerinde herhangi bir açı veya şekil birimi özelliği belirtilmediği için öğrencilerin, sanki mevcut diyagrama yeni geometrik öğeler ekleyecekmiş gibi, mevcut çizgileri uzatan veya görünmez kesişimleri ve açıları açığa çıkaran jestler yaptıkları görülmüştür. Örneğin Şekil 4 (b-c)'de öğrenci diyagramda gösterdiği doğruların paralel olduğunu ispat etmek için elleriyle diyagram üzerinde hayali açılar oluşturup düşüncelerini kanıtlamak amacıyla jestlere başvurmuştur. Benzer şekilde bu doğruların paralel olması gerektiğini Şekil 4 (d-e-f)'de diyagram üzerinde ellerini kullanıp farklı jestlerle doğruların paralel olduğunu araştırmacılara ifade etmeye çalışmıştır. Sonuç olarak, bir diyagramda sınırlı bilgi verildiğinde, öğrencilerin muhakeme yaparken bu sınırlamayı telafi etmek için jestlere dayalı ifadeler kullandığı görülmüştür. Araştırmacılar jestlerin öğrencileri mantıklı varsayımlara dahil etmede önemli bir rol oynadığını belirtmiştir. Bu bağlamda çizimler esnasında öğrenciler diyagramlardan faydalanarak muhakeme yapabilir ve düşüncelerini jestler aracılığıyla açıklayabilir. Bu nedenle öğrencilerin düşünce süreçlerini ve çizim yaklaşımlarını anlayabilmek için diyagramla olan etkileşimlerinin incelenmesinin önemli olduğu düşünülmektedir.



**Şekil 4.** Öğrencilerin diyagramla etkileşimi (Chen ve Herbst, 2013)

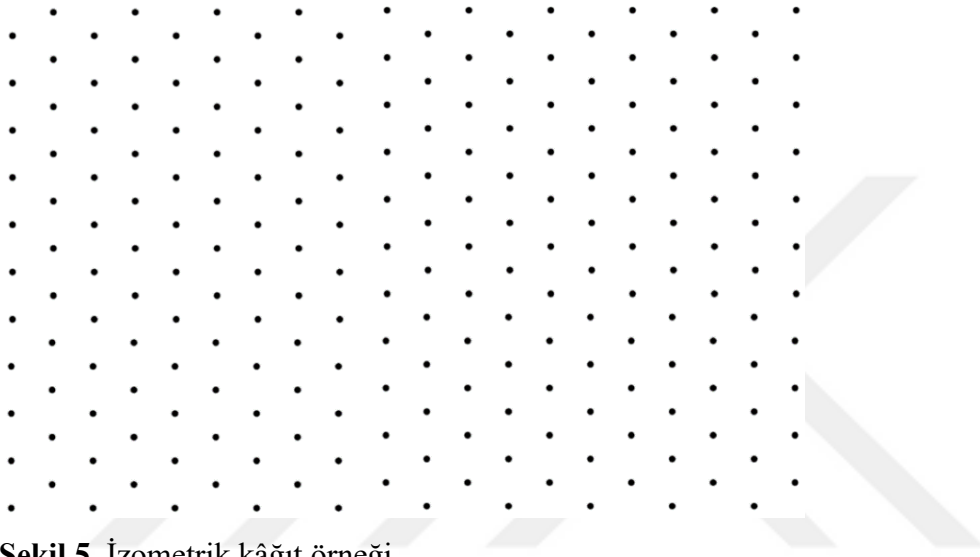
Châtelet (2000, akt., de Freitas ve Sinclair, 2013)'e göre jest ve diyagram etkileşimi sırasında ortaya çıkan matematiksel yaratıcılık anlayışı, yapay olarak çizime bir alternatif sunar. Yani jest ve diyagramlar birlikte kullanılarak çizim esnasında anlatılmak istenen soyut düşünceler daha anlaşılır hale getirilebilir. Böylece çizimler, bireyin bilişsel süreçlerinin uygulamaya dökülmesi esnasında düşüncelerin görünür bir izi olarak düşünülebilir (Cain, 2010). Çizimler çoğunlukla geometrik öğrenmeyi ve uzamsal muhakemeyi desteklemek için kullanılmaktadır. Dolayısıyla öğrencilerin yaptığı çizimler, öğrendikleri soyut kavramları değerlendirmek için bir yöntem olarak kullanılabilir. Böylece çizim sürecinde düşüncelerin ifade edilmesi esnasında kullanılan jestler aracılığıyla geometrik düşünmenin keşfedildiği, görsel, işitsel ve dokunsal bir etkinlik ortamı oluşur (Thom, 2018). Macbeth (2012) kalem ve kâğıt kullanılarak yapılan çizimlerin uzamsal muhakeme üzerinde oldukça etkili olduğunu belirtmektedir. Buna göre uzamsal muhakemenin ilgili bileşenlerini somutlaştırmak için diyagramlardan faydalanabileceğini vurgulamıştır. Araştırmacıya göre öğrenciler diyagramları sadece matematiksel nesnelere resmetmek amacıyla kullanmamalı aksine uzamsal muhakemelerini geliştirebilmek ve bu düşüncelerini matematiksel olarak izlenebilir hale getirmek için diyagramlardan faydalanmalıdır.

### 1.3. Alanyazın Özeti

#### 1.3.1. İzometrik Kâğıtta Çizim Yapma

İzometrik çizimler iki yatay taban çizgisi ve düşey çizginin kesim noktasının her iki yanında 30°'lik eğimlerden oluşur (Şahin vd., 2016). İzometrik çizimlerde kullanılan izometrik kâğıt (Bkz. Şekil 5): “birer santimetre aralıklarla ve her satırdaki noktaların önceki satırdaki iki noktanın ortasına gelecek şekilde dizilmiş noktalardan oluşan bir

kâğıttır” (Baykul, 2009, s.94). İzometrik çizimle doğala yakın görüntüler elde edilmektedir. Tüm kenarlar arasındaki açı ölçüsü eşit olup çizimlerin görüntüleri anlaşılabilir (Şahin vd., 2016). Yue (2006) izometrik çizimlerin, üç boyutlu nesnelerin gerçekçi bir şekilde gösteriminde kullanılacak en basit yöntemlerden biri olduğunu belirtmiştir. Yani nesnelerin izometrik çizim aracılığıyla daha basit bir şekilde görselleştirilebileceğini ifade etmiştir. Ayrıca izometrik çizimlerde nesnenin boyunun, derinliğinin ve yüksekliğinin rahatça gösterilebileceğini vurgulamıştır.



Şekil 5. İzometrik kâğıt örneği

İzometrik çizimlerde görünümün basitleşmesi ve nesnenin birçok üç boyutlu özelliğinin kaybolması nedeniyle öğrenciler yapılan çizimleri algılamada güçlük çekebileceği öngörülmektedir. Örneğin, izometrik kâğıtta bir küp çizildiğinde komşu yüzeyler arasında  $90^\circ$  olması gereken açıların izometrik kâğıtta  $120^\circ$  olarak görüneceği için çizilen şekillerde perspektife bağlı çarpık görünümlere ve açılarda bozulmalara neden olabilir. Gutiérrez (1996) bazı üç boyutlu nesnelerin izometrik çizimi yapılırken bireylerin zorlandıklarını ifade etmiştir. Buna gerekçe olarak nesnede bulunan farklı yüzeylerin çizimi yapılırken, bireylerin bu yüzeylerin farklı düzlemler arasındaki koordinasyonunu düşünmede sıkıntı yaşadıkları için çizim esnasında zorlandıklarını belirtmiştir.

Alanyazında uzamsal muhakemenin tanımıyla ilgili farklı görüşler mevcuttur. Örneğin Turğut (2007)'a göre uzamsal muhakeme üç boyutlu uzayda bir ya da daha çok parçadan oluşan cisimleri ve bileşenlerini zihinde hareket ettirilebilme veya zihinde canlandırabilme becerisidir. Olkun ve Altun (2003)'a göre uzamsal muhakeme, uzayın ve geometrik formun kullanımı ile ilgili becerileri içeren beceridir. Bu bağlamda

izometrik kâğıtta çizim yapmak bazı uzamsal muhakemelerin işe koşulmasını gerektirir. Örneğin, birim küplerin farklı yönlerden görünümünün çizilmesi veya farklı yönlerden görünümü verilen yapıların üç boyutlu olarak izometrik kâğıtta çiziminin yapılması özellikle uzamsal yönelim (spatial orientation) becerisi kapsamına girmektedir. McGee (1979, akt., Kösa 2016)'ye göre uzamsal yönelim görsel olarak sunulan bir nesnenin elemanlarının düzenini algılayabilme ve bu düzenin, cisme bakılan yönün değiştirilmesi sonucu oluşan yeni yapıyı kişinin yeni konumuna göre oluşturabilme, uzamsal örüntüleri kavrama ve birbirleriyle karşılaştırma becerisi olarak tanımlanmıştır. Bu bağlamda uzamsal yönelim becerisi, kişinin kendi konumuna göre çevredeki nesnelerin dağılımını ve görünümünü belirleyebilme becerisi olarak ele alınmıştır.

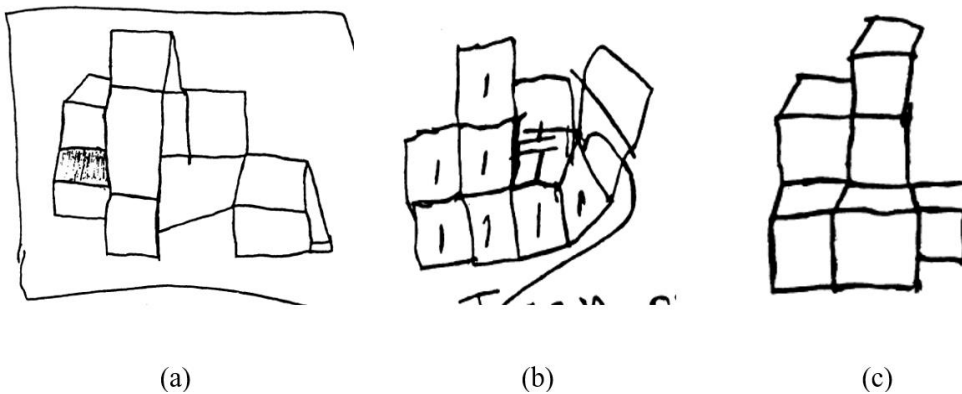
İzometrik kâğıt üzerinde birim küplerden oluşan yapılara küp ekleme veya yapılardan küp çıkarma etkinliklerinde yapılan çizimler ise daha ziyade uzamsal görselleştirme (spatial visualization) becerisi kapsamına girmektedir. McGee (1979, akt., Kösa 2016)'ye göre uzamsal görselleştirme becerisi üç boyutlu görsel bir nesneyi zihinde açma, kapama, döndürme, bükme veya tersyüz etme becerisidir. McGee'nin de ifade ettiği üzere uzamsal görselleştirme uzamsal yönelimden neyin hareket ettirildiği yönüyle farklılık gösterir. Eğer yapılacak iş bir gösterimin parçası veya tamamını zihinde hareket ettirme veya değiştirmeyi hedefliyorsa bu beceri uzamsal görselleştirme becerisi kapsamında ele alınmaktadır. Uzamsal yönelim ise bir nesnenin zihinde hareket ettirilmesini gerektirmez. Yani, nesnelerin birbirine göre pozisyonlarının kişinin konumunu değiştirmesi sonucu oluşan yeni düzeni kişinin kendi konumuna göre belirleyebilmesi uzamsal yönelim becerisi olarak ele alınmaktadır.

### **1.3.2. Geometrik Cisimlerin Çizimleriyle İlgili Alanyazın**

Alanyazın incelendiğinde izometrik kâğıtta çizim yapmaya veya geometrik cisimlerin farklı yönlerden görünümünün belirlenmesine yönelik birçok deneysel araştırma ile karşılaşmıştır (Dursun, 2010; Eryaman, 2009; Kalay, 2015; Kakmacı, 2009; Sarı, 2016; Yıldız ve Tüzün, 2011). Bu çalışmalarda çoğunlukla deney ve kontrol gruplarının uzamsal muhakemelerini karşılaştırmak amacıyla gruplara testler uygulanmış ve araştırma hipotezlerinin test edilebilmesi için istatistiksel analizlere yer verilmiştir. Araştırmaların bazılarında da somut materyaller ve teknoloji kullanımının öğrencilerin uzamsal muhakemelerine etkisi deneysel olarak incelenmiştir (Kösa, 2011; Uzun, 2013; Yıldız, 2009; Yolcu, 2008). Buna bağlı olarak deney ve kontrol gruplarına farklı öğretimler uygulanarak öğrencilerin araştırma sonunda grupların ön test ve son testlerden

aldıkları puanlarla birlikte uzamsal düşünme ve uzamsal görselleştirme becerilerinde ne gibi değişimler olduğu incelenmiştir. Öğrencilerin küp çizim süreçlerini inceleyen bazı alanyazın araştırmalarında da öğrencilerin birim küp çizimlerinde çeşitli zorluklar yaşadığı ve hatalı çizimler yaptığı tespit edilmiştir (Brink, 1993; Lehrer vd., 1998; Boz Yaman, 2020).

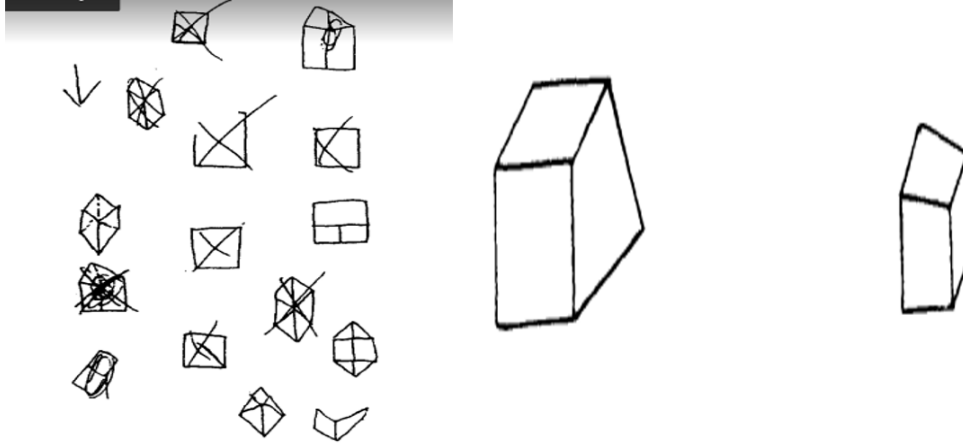
Ben Chaim vd., (1989) yaptıkları araştırma, 6-8. sınıf öğrencilerinin çeşitli temsil modellerine aşına olmalarına rağmen, küplerden oluşan bir yapının çizimiyle alakalı olan uzamsal muhakemeleri yapabilmeye büyük zorluklar yaşadıklarını tespit etmiştir. Bu uzamsal görselleştirme eğitiminde özellikle küplerle somut deneyimler yaşatmak ve inşa ettirmek, iki boyutlu çizimlerle öğrencilere temsil ettirmek ve bu tür çizimleri yorumlatmanın ortaokul öğretim programının bir parçası olması gerektiğini vurgulamıştır. Şekil 6'da bu araştırmada öğrencilerin küp çizimlerinde yaşadıkları zorluklar gösterilmiştir. Örneğin Şekil 6 (a)'da öğrencinin üç boyutlu çizim yapamadığı, şekil birimlerinin eş uzunlukta ve birbirine paralel olması gerektiğini dikkate almadığı görülmektedir. Aynı zamanda Şekil 6 (a)'da küplerin konumlandırılmasında ve bazı yüzeylerin eksik veya yanlış çizildiği anlaşılmaktadır. Bir başka öğrencinin çiziminde ise Şekil 6 (b)'de yapıyı üç boyutlu oluşturmada zorluk yaşadığı, şekil birimlerinin eş uzunlukta ve paralel olması gerektiğine dikkat etmediği ve yapıyı düzlemde yanlış bir şekilde konumlandığı dikkat çekmektedir. Son olarak Şekil 6 (c)'deki öğrencinin çiziminde oluşturması gereken bazı yüzeyleri çizmediği, yüzeylerin ve ayrıtların eş olması gerektiğine dikkat etmediği ve yapıyı yanlış perspektifle çizdiği görülmektedir.



**Şekil 6.** Öğrencilerin küp çiziminde yaşadığı zorluklar (Ben-Chaim vd., 1989).







Brink (1993) yaptığı araştırmada 12 yaş grubundaki öğrencilerden küp çizmelerini istemiş ancak öğrencilerin küp çizerken zorlandıklarını tespit etmiştir. Şekil 7'de verilen görselde öğrencilerin hatalı küp çizimleri gösterilmiştir. Öğrencilerin yaptığı hatalı

çizimler incelendiğinde küp çizerken perspektif oluşturmada sıkıntı yaşadıkları görülmektedir. Ayrıca bazı öğrencilerin küpü sadece iki boyutlu olan ve en fazla üç yüzeyden oluşan şekiller olarak ele aldığı, bazılarının perspektif oluşturmaya teşebbüs ettiği ve bazılarının da sadece anlamsız çizimler yaptığı anlaşılmaktadır. Araştırmada bazı öğrencilerin de küpün üç boyutlu çizimini yaparken ayrıtların birbirine paralel olması gerektiğini dikkate almadığı görülmektedir.



**Şekil 7.** Öğrencilerin küp çiziminde yaşadıkları zorluklar (Brink, 1993)

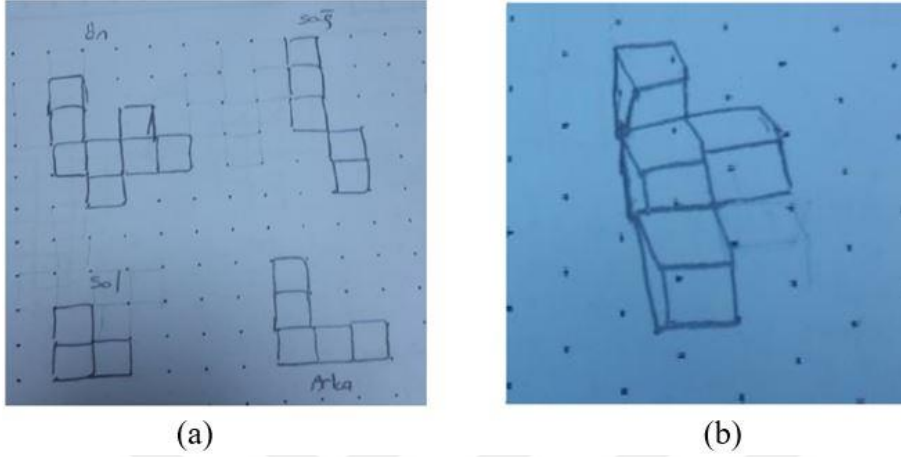
Lehrer vd. (1998) farklı yaş gruplarındaki bireylerin uzamsal görselleştirme becerilerini karşılaştırmak amacıyla öğrencilerin yaptığı çizimleri Şekil 8’de belirtilen şekildeki seviyeler halinde incelemiştir. Araştırmacılar 1. sınıf düzeyinden 5. sınıf düzeyi yaş grubu öğrencilerinin küp çizimlerinde perspektif oluşturma aşamalarını Şekil 8’de verilen seviyelere göre irdeleyerek öğrencilerin uzamsal muhakemeleri hakkında çıkarımlarda bulunmuşlardır. Bu sınıflamaya göre çizim becerisi 0. seviyede olan bir öğrenci gördüğü bir küpü çizmeye çalışırken kare olmayan kapalı bir şekil çizimi yapmaktadır. Çizim düzeyi 1. seviyede olan bir öğrenci ise küpün sadece bir yüzeyini çizebilmektedir. Örneğin öğrenci gördüğü küpü çizmesi istenildiğinde yalnızca bir kare çizer. Düzeylerde 2. seviyede olan öğrencilerde artık derinlik algısı oluşmaya başladığı için çizilmesi istenen yapıyı iki farklı yüzey oluşturarak çizmektedir. Derinlik algısı daha gelişmiş olan 3. seviyedeki bireyler ise küpün farklı 3 yüzeyini oluşturabilirler. Bu seviyeden sonraki kısımlarda olan öğrenciler artık yavaş yavaş daha gerçekçi çizimler yapmaya başlamıştır. Bu bağlamda 4. seviyede olan bir birey artık gerçek perspektif oluşturma teşebbüsünde bulunmaktadır. Son olarak en gelişmiş çizim kabiliyetine sahip bireyler 5. seviyede ele alınmaktadır. Buna göre 5. seviyede olan bir birey kendisine sunulan bir küpün gerçekçi bir perspektif temsilini çizebilmektedir.

Seviye	Çizim Açıklaması
0	Kare olmayan kapalı bir şekil çizer.
	
1	Küpün bir yüzünü çizer. (Örnek; kare çizer)
	
2	İki yüzden oluşan bir açınımla derinliği göstermeye çalışır.
	
3	Üç ya da daha fazla yüzden oluşan açınımla derinliği göstermeye çalışır.
	
4	Perspektif oluşturma teşebbüsünde bulunur.
	
5	Perspektifle birlikte küpün daha gerçekçi bir görünümünü çizer.
	

**Şekil 8.** Öğrencilerin küp çizimlerindeki perspektif aşamaları (Lehrer, vd., 1998'den uyarlanmıştır)

Toptaş ve Karaca (2007) yaptıkları çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının birim küplerden oluşan yapıların izometrik çizimi sürecinde öğretmen adaylarının bakış açılarını ve perspektifle ilgili yeteneklerini incelemiştir. Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının geometrik çizim konusunda genel olarak zayıf becerilere sahip olduğu tespit edilmiştir. Katılımcılar çalışmada üstten, önden, sağdan ve soldan görünümü verilen yapıları birim küpleri kullanarak başarılı bir şekilde oluşturabilmiştir. Fakat katılımcıların farklı yönlerden iki boyutlu görünümü verilen yapıları izometrik kâğıda üç boyutlu olarak çizmede ve bu görünüm arasında bağlantı kurmada zorlandıkları tespit edilmiştir. Örneğin Şekil 9 (a)'da bir öğretmen adayı kendisine verilen yapının farklı yönlerden görünümünü noktalı kâğıda iki boyutlu olarak çizerken bu görünümleri düşünemediği için hatalı çizimler yaptığı görülmektedir. Bir başka öğretmen adayı ise Şekil 9 (b)'de farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı

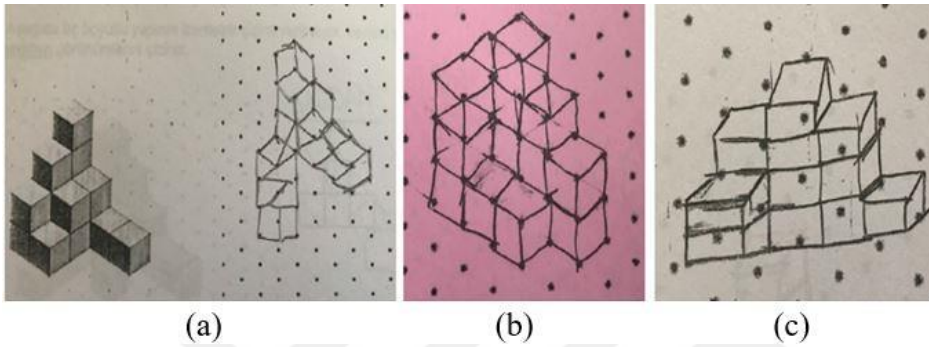
izometrik kâğıtta üç boyutlu çizmesi istendiğinde hatalı bir çizim yaptığı görülmektedir. Öğretmen adayının Şekil 9 (b)'de ayrıtların paralel olması gerektiğini göz ardı ettiği, küpleri konumlandırmada sıkıntı yaşadığı ve izometrik kâğıttaki noktaları dikkate almadan çizdiği için yüzeyleri çarpık görünecek biçimde oluşturduğu görülmektedir.



**Şekil 9.** Öğretmen adaylarının çizimlerde yaptığı hatalar (Toptaş ve Karaca, 2007)

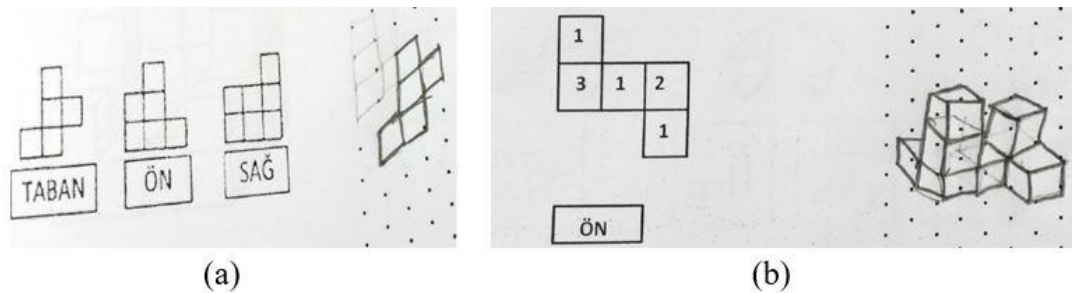
Boz Yaman (2020) uzamsal muhakemeye ilişkin yanlışlar ve hatalarla ilgili tespitler yapmak amacıyla bir çalışma yapmıştır. Araştırmacı, 5. sınıf, 9. sınıf ve üniversite 3. sınıf öğrencilerinin birim küplerle oluşturulan yapıları izometrik kâğıt üzerinde nasıl çizdiklerini incelemiştir. Araştırmacı 5. sınıf öğrencilerinin üç boyutlu yapıları iki boyutlu olarak çizmesi, küpleri doğru konumlandıramama, ayrıtların paralel olması gerektiğini gözden kaçırma gibi hatalar tespit etmiştir. Araştırmada 9. sınıf seviyesinde ise ayrıtların birbirine paralel olması gerekliliğine dikkat edilmemesi, yapılarda görünen ayrıtların çizilmemesi veya görünmeyecek ayrıtların çizilmesi gibi hatalar tespit etmiştir. Benzer şekilde üniversite 3. sınıf öğrencilerinin çizimlerinde de ayrıtları göstermek için yanlış kısımların gölgelendirilmesi, küplerin yanlış konumlandırılması, birbirine paralel olması gereken ayrıtların göz ardı edilmesi, ayrıtların eş uzunlukta çizilmemesi ve izometrik kâğıt üzerindeki noktaların üzerinden şekil birimlerinin geçmemesi gibi hatalar tespit edilmiştir. Araştırmacı üç grupta da görünmeyen ayrıtların çizilmesi, üç boyutlu nesnelere iki boyutlu çizilmesi ve izometrik kâğıdın yanlış kullanılması gibi hataların ortak olarak gerçekleştiğini belirtmiştir. Örneğin Şekil 10 (a)'da bir 5. sınıf öğrencisinden verilen yapıyı izometrik kâğıda kopyalaması istenen öğrencinin çizimi yapamadığı görülmektedir. Burada öğrencinin üç boyutlu çizim konusunda sıkıntı yaşadığı, çizimlerde ayrıtların paralel olmasının gerekliliğini dikkate almadığı ve küplerin konumlandırılmasında sıkıntı yaşadığı

görülmektedir. Bir başka örnekte Şekil 10 (b)'de 9. sınıf öğrencisiyle benzer bir etkinlik yapılmıştır. Burada da öğrencinin ayrıtların paralel olmasını gerektiğini dikkate almadığı ve görünmemesi gereken ayrıtları çizdiği anlaşılmaktadır. Son olarak Şekil 10 (c)'de üniversite öğrencisinden birim küplerden oluşan yapının izometrik kâğıda çizmesi istenmiştir. Ancak Şekil 10 (c)'de öğrencinin izometrik kâğıttaki noktaları kullanamadığı, şekil birimlerini eş çizemediği, ayrıtların paralel olması gerektiğini dikkate almadığı ve üç boyutlu çizimde sıkıntı yaşadığı görülmektedir.



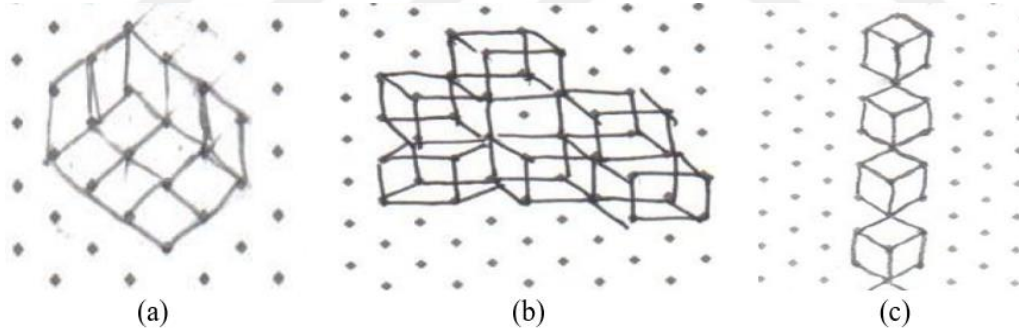
**Şekil 10.** Farklı sınıf düzeylerinde çizimlerde yaşanan zorluklar (Boz Yaman, 2020)

Ada (2016) çalışmasında 7. sınıf öğrencilerinin uzamsal muhakeme becerilerinin gelişimini incelemiştir. Çalışmada öğrencilerin uzamsal muhakemelerinin gelişimini inceleyebilmek amacıyla öğrencilere izometrik kâğıt üzerinde çizim yaptırarak bu çizimleri incelemiştir. Çalışmada öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinin düşük olduğu anlaşılmıştır. Şekil 11'de öğrencilerin çizimlerde yaşadıkları zorluklar görülmektedir. Örneğin Şekil 11 (a)'da öğrenci farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı zihninde üç boyutlu olarak tasarlayamadığı için yapıyı iki boyutlu olarak çizerek perspektif oluşturamamıştır. Benzer şekilde Şekil 11 (b)'de öğrenci yapı görünümü verilen şekli izometrik kâğıda üç boyutlu çizerken izometrik kâğıttaki noktaları kullanarak çizemediği, bitişik durması gereken küpleri ayrı olarak çizdiği, şekil birimlerinin eş uzunlukta ve birbirine paralel olması gerektiğini dikkate almadığı görülmektedir.



**Şekil 11.** İzometrik kâğıtta çizimlerde yaşanan zorluklar (Ada, 2016).

Duatepe Paksu (2012) tarafından yapılan çalışmada sınıf öğretmeni adaylarının geometrik cisimlerin çizimi konusundaki becerileri incelenmektedir. Araştırmada öğretmen adaylarının yaptıkları çizimler incelenip, bu konuda ne ölçüde başarılı oldukları belirlenmiştir. Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının çoğunluğunun izometrik kâğıtta yapılan çizimlerde zorlandıkları ve başarısız oldukları görülmüştür. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının uzamsal muhakeme düzeylerinin yetersiz olduğu belirlenmiştir. Çalışmada öğretmen adaylarının çizimlerde yaptığı bazı hatalar incelendiğinde Şekil 12 (a)'da öğretmen adayının çizimde kabul edilen yönü dikkate almayarak yapıya sanki alttan bakıyormuş gibi çizdiği görülmektedir. Burada öğretmen adayının çizimlerde yön karmaşası yaşadığı söylenebilir. Bir başka öğretmen adayı Şekil 12 (b)'de çizimde küpleri yanlış konumlandığı, küpleri farklı yönlere bakacak şekilde hatalı çizdiği, görünmemesi gereken ayrıtları çizdiği, şekil birimlerinin eş uzunlukta olması ve ayrıtların paralel olması gerektiği gibi detayları dikkate almadığı görülmektedir. Son olarak Şekil 12 (c)'deki öğretmen adayı da küpleri çizimde üst üste eklemesi gerekirken zorluk yaşadığı için uç uca çizerek hata yaptığı anlaşılmaktadır. Burada öğretmen adayının şekil birimlerini doğru biçimde kullanamadığı görülmektedir.



**Şekil 12.** Öğretmenlerin yaptığı hatalı çizimler (Duatepe Paksu, 2013)

## 2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

### 2.1. Yöntem

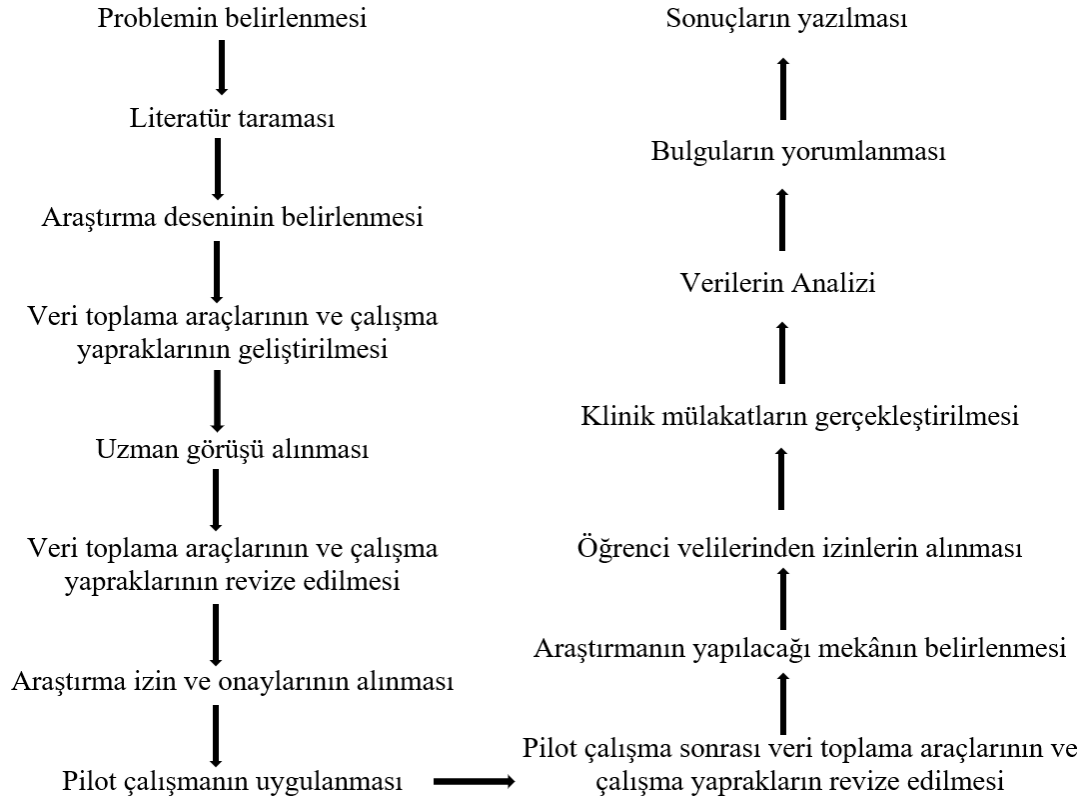
#### 2.1.1 Araştırmanın Yöntemi

Bu çalışma da öğrencilerin izometrik kâğıt üzerinde birim küpleri kullanarak yapmış oldukları çizimlerin derinlemesine incelenmesi ve bu durumların ayrıntılı olarak betimlenebilmesi amacıyla nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Merriam (2013)'a göre durum çalışması bir araştırmada ele alınan herhangi bir olgu, durum (vaka) veya sosyal birimin sınırlı bir sistem içerisinde derinlemesine ve bütünsel bir şekilde betimlenmesi ve analiz edilmesidir. Durum çalışmasının en önemli özelliği ise üzerinde çalışılan durumun veya birimin sınırlandırılmasıdır. Araştırılan olgu belirli sınırlara sahip değilse bu olgunun bir durum olması olası görünmemektedir. Araştırılacak olguda görüşme yapacak bireyler ya da yapılacak gözlemler sınırlandırılabilirse durum olarak ele alınabilmektedir. Eğer bu özelliklerin aksi söz konusu ise bu olgunun durum olabilmesi için yeterince sınırlı olmadığı söylenebilir. Durum çalışmalarında araştırmanın özelliklerini, araştırmanın konusu yerine incelenen analiz birimi belirlemektedir. Bir olgunun durum çalışması olabilmesi için analiz biriminin dikkatli bir şekilde belirlenmesi gerekmektedir. (Stake, 2006'dan akt., Merriam, 2013, s.41) bu durumu şu şekilde açıklamaktadır:

*Vaka bir isim, bir nesne, bir varlıktır; çok ender olarak bir fil, bir sıfat, bir işlev olabilir. Okullar görülmesi kolay ve gerçek şeyler sunduğu için vaka olabilir. Modüler eğitim, şekilsiz ve soyut olmakla birlikte yine de belirli şeyler oldukları için vaka olabilirler ancak, 'eğitim'in kendisi vaka olamaz. Hemşireler vaka olabilir ancak, "bakım faaliyetleri" vaka olarak tanımlanamaz. "Yönetmek, etkili olmak ve oy vermek" işlev örnekleridir, vaka olarak tanımlayacağımız varlıklar değildir. Vakalar için "yöneticileri, üretim tesislerini, çalışma ve gönderme odalarını ya da oy verenlere yönelik eğitim seanslarını" seçebiliriz. Bu vakalarla işlevleri inceleme fırsatı buluruz, ama konu işlevin kendisi değildir.*

Durum çalışmaları sınırlı bir sistem içerisindeki bir durumun derinlemesine incelenmesini içermektedir (Merriam, 2013). Bu bağlamda bu araştırma 2018- 2019 eğitim ve öğretim yılının bahar döneminde 7. sınıfta öğrenim gören 6 öğrenci ile yapılan klinik mülakatlarla sınırlandırılmıştır. Ayrıca bu çalışmada araştırma sorularına bağlı olarak ele alınan öğrencilerin çizim süreçlerinde ortaya çıkan farklılıkları görebilmek ve

daha derinlemesine inceleyebilmek amacıyla çalışmaya katılan her öğrenci bir durum olarak ele alınmıştır. Bu bağlamda araştırmanın katılımcılarını oluşturan durumlar çalışmanın bulgularında ön plana çıkarılmıştır. Her bir öğrencinin bir durum olarak ele alındığı bu çoklu durum çalışmasında takip edilen araştırma tasarımı Şekil 13'te verilmiştir.



Şekil 13. Araştırma tasarımının akış şeması.

### 2.1.2 Pilot Çalışma

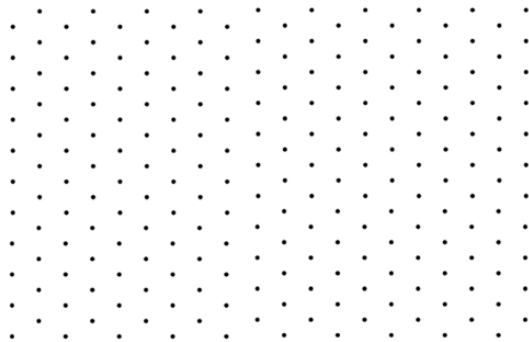
Asıl çalışmaya geçilmeden önce pilot çalışma uygulanarak araştırmanın eksik yönleri belirlenmiştir. Bu bağlamda, matematik eğitimi alanında doktorasını yapmış ve geometri üzerine çalışmaları bulunan 3 farklı uzmanın görüşü alındıktan sonra oluşturulan çalışma yaprakları, araştırmanın yapılacağı okulda çalışma grubunun bulunduğu sınıfın dışındaki başka bir şubeden seçilen akademik başarısı düşük ve orta seviyeli olan iki öğrenciyle yapılmıştır. Öğrenci seviyeleri belirlenirken ilgili sınıfın genel not ortalaması dikkate alınmıştır. Bu bağlamda not ortalaması genel ortalamanın altında olan öğrenciler düşük başarılı ve not ortalaması genel ortalamaya yakın olan öğrenciler ise orta düzeyde başarılı olarak belirlenmiştir. Bu süreçte öğrencilerin etkinliklerde yaşadıkları sıkıntılar not edilip tekrar uzman görüşüne başvurularak çalışma yaprakları revize edilmiştir. Bu bağlamda pilot çalışma sonucunda elde edilen veriler ışığında uzman

görüşü alınarak çalışmada kullanılan etkinlerin öğrenci seviyesine uygun olduğu görülmüş ancak mülakat süresi dikkate alınarak etkinliklerin sayısının azaltılmasına ve etkinliklerin öğrenciye sunuş sıralamasının değiştirilmesine karar verilmiştir.

Uzman görüşüyle birlikte pilot çalışmada kullanılan iki etkinlik araştırma sorularının bağlamından ziyade daha çok yaratıcılıkla ilişkili olduğu belirtildiği için çalışma yapılarından çıkarılmıştır (Bkz. Şekil 14 ve Şekil 15). Yapılan bu değerlendirmeler neticesinde asıl çalışmada etkinlikler sunulurken öncelikle küp çıkarma ve ekleme etkinlikleri verilip sonrasında öğrencilerin farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimi etkinliklerine geçmesine karar verilmiştir. Ayrıca pilot çalışmada yaşanan deneyimlerden yola çıkarak asıl çalışmadaki katılımcılara çok zorlandıkları ve artık çizemeyecek duruma geldiği görüldüğü takdirde araştırma açısından daha zengin veriler elde edebilmek amacıyla birim küplerle oluşturacakları materyallerden yardım alabilecekleri söylenmiştir. Bu bağlamda çalışmada öncelikli olarak öğrencilerden destek almadan çizim yapmaları beklenmiş ve çok zorlanmaları durumunda isteyen öğrenciye bu konuda müsaade edilmiştir. Ayrıca yapılan bu pilot çalışma sonucunda elde edilen deneyimlerle çizimler için öğrencilere ne kadar süre verilmesi gerektiği ve çizimler video kaydına alınırken hangi kısımlara odaklanılması gerektiği gibi detaylar uzman görüşleriyle belirlenmiştir. Bu bağlamda görüşmeler iki kamera ile kayıt altına alınmıştır. Kameralardan bir tanesi öğrenciyi tam karşıdan kayıt altına alarak, bu kayıtlarda sadece öğrencilerin çizimlerde kullandığı jestler ve vücut hareketleri incelenmiştir. Çalışmada kullanılan ikinci kamera ise hemen öğrencinin yan tarafında konumlandırılıp burada da sadece öğrencinin yaptığı çizimler kayıt altına almıştır. Pilot çalışma sürecinde edinilen deneyimle asıl çalışmanın nasıl uygulanacağı kararlaştırılmıştır.

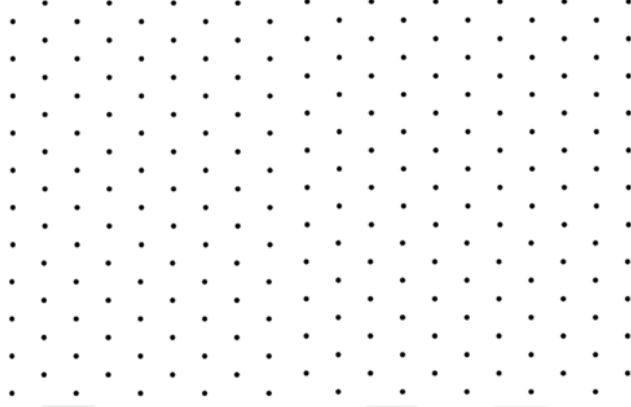


Yandaki yapının birinci katında 2 küp, ikinci katında ise 1 küp vardır. Siz de aşağıdaki izometrik kâğıda birinci katında 5 küp, ikinci katında 2 küp olan bir yapı çiziniz.



**Şekil 14.** Çalışma yaprağından çıkarılan etkinlik örneği

Toplam küp sayısı 7 olan herhangi bir yapıyı aşağıdaki izometrik kâğıda çizin.  
(\_Hepsi yan yana veya üst üste olmamak şartıyla istediğiniz tüm çizimleri yapabilirsiniz )



**Şekil 15.** Çalışma yaprağından çıkarılan serbest çizim yapmaya dayalı etkinlik örneği

### 2.1.3. Çalışma Grubu

Bu araştırmanın çalışma grubunu 2018-2019 eğitim öğretim yılında Rize ili merkez ilçesinde yer alan bir devlet ortaokulunda 7. sınıfta öğrenim gören 34 öğrenci arasından seçilen 3'ü kız 3'ü erkek olmak üzere toplam 6 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışma grubu, amaçsal örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi dikkate alınarak oluşturulmuştur. Amaçsal örnekleme, zengin veriye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine araştırılarak analiz edilmesine olanak sağlamaktadır. Bu bağlamda amaçsal örnekleme pek çok durumun, olgu ve olayın keşfedilmesine ve açıklanmasına fırsat vererek araştırmaya katkı sağlamaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Patton (2018) ölçüt örneklemenin temel mantığının daha önceden araştırmacı tarafından belirlenmiş önem ölçütüne uyan durumları çalışma olduğunu vurgulayıp, ölçüt örneklemede seçilen durumların araştırma açısından zengin veriler içerdiğini belirtmiştir. Bu bağlamda, yapılacak araştırmada zengin veriler elde edebilmek için öğrencilere öncelikle çoktan seçmeli MGMP (Middle Grades Mathematics Project) Uzamsal Yetenek Testi uygulanmıştır (bkz. Turğut, 2007).

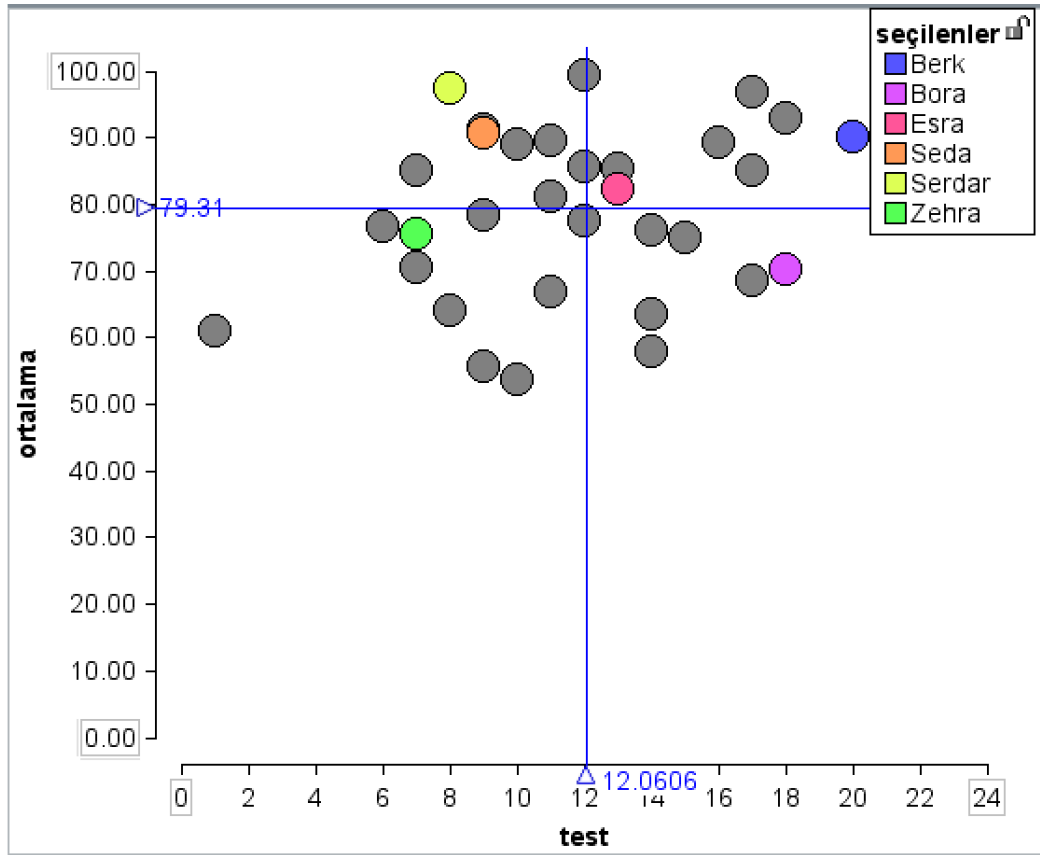
MGMP Uzamsal Görselleştirme Testi Michigan State Üniversitesi matematik bölümündeki öğretim elemanları tarafından geliştirilmiştir. MGMP testi her biri 5 seçenekli olmak üzere 32 sorudan oluşan çoktan seçmeli bir ölçme aracıdır. Bu testteki sorular genel itibari ile üç boyutlu cisimlerin temel anahat görünümü (ön-üstten bakıldığında her sütunda üst üste kaç tane küp olduğunu gösteren sayılar verilmiştir), yapıların herhangi bir köşesinden görüntüsü, küplerden oluşan bir yapıda kaç küp

kullanıldığı ve temel anahat görünümü verilen bir yapının zihinde hayal edilmesiyle ilgili soruları içermektedir. Ayrıca yapılara ilave küpler (katlar) eklendiğinde/çıkarıldığında ya da herhangi bir iki parçadan oluşan şekillerin birleştirilmesiyle oluşacak yapının son halinin hangisi olacağının tahmin edilmesi gibi sorular da yer almaktadır (bkz. Turğut, 2007, s.46).

Yapılan bu çalışmada, araştırmaya katılacak öğrenciler belirlenirken tüm sınıfa MGMP Uzamsal Yetenek Testi uygulanmıştır. MGMP testinden aldıkları puan testte doğru cevapladıkları soru sayısı üzerinden verilmiştir. Bu nedenle bir öğrencinin bu testten alabileceği maksimum puan 32 olarak belirlenmiştir. Akabinde çalışmaya katılacak olan örneklem grubundaki öğrenciler seçilirken tüm sınıfın akademik ortalamaları, MGMP Testinden aldıkları puanlar ve öğrencilerin kendilerini rahatça ifade edebilme yeteneği gibi farklı özellikleri dikkate alınarak detaylı bir analiz yapılmış ve mülakat yapılacak öğrenciler belirlenmiştir. Tablo 1’de öğrencilerin akademik ortalamaları ve MGMP Testinden aldıkları puanlar gösterilmiştir. Çalışmaya katılan öğrenci grubunun akademik not ortalamalarının aritmetik ortalaması 79,31 ve MGMP testi puanları ortalaması ise yaklaşık 12,1 olarak belirlenmiştir (Şekil 16). Tüm sınıftaki öğrenciler belirtilen ölçütlere göre incelendikten sonra Şekil 16’daki gibi değişkenlere bağlı bir dağılım tablosu oluşturulmuştur. Bu aşamadan sonra Şekil 16’daki grafikte oluşan dört farklı bölgenin içerisinde kalan öğrencilerden her bölgeden en az bir tane olacak şekilde öğrenciler seçilmiştir. Bu seçimlerde araştırma için daha derinlemesine veriler elde edebilmek amacıyla, seçilen öğrencilerin, kendilerini rahatça ifade edebilen öğrenciler olmasına özen gösterilmiştir. Şekil 16’da oluşturulan tabloda her bölgeden araştırma açısından zengin veriler elde edilebileceği düşünülen öğrenciler belirlenmiş ve belirlenen öğrencilere ulaşılarak çalışma hakkında kısaca bilgi verilmiş (mülakatların yapılacağı, çalışmaya katılmama haklarının bulunduğu vs.) ve çalışmaya katılma yönünde onayları alınmıştır. Ancak, belirlenen öğrencilerden bazıları çalışmaya katılmak istemediğini dile getirmiştir. Çalışma için ölçüt örnekleme ile belirlenenler arasından istekli ve gönüllü olan öğrenciler seçildiğinden dolayı Şekil 16’da oluşturulan bölgelerden seçilen öğrenci sayıları farklılık göstermektedir. Tüm bu ölçütler dikkate alınarak araştırmanın amacına uygun olacak şekilde üç kız ve üç erkek öğrenci belirlenmiştir.

**Tablo 1.** Seçilen öğrencilerin akademik ortalamaları ve test puanları.

Öğrenci	Cinsiyet	7.sınıf 1.Dönem Akademik Ortalamaları	MGMP Testi Puanları
Bora	Erkek	70,27	18
Seda	Kız	90,58	9
Serdar	Erkek	97,44	8
Berk	Erkek	90,10	20
Zehra	Kız	75,51	7
Esra	Kız	82,18	13



**Şekil 16.** Seçilen öğrencilerin puanlarına göre dağılımı grafiği.

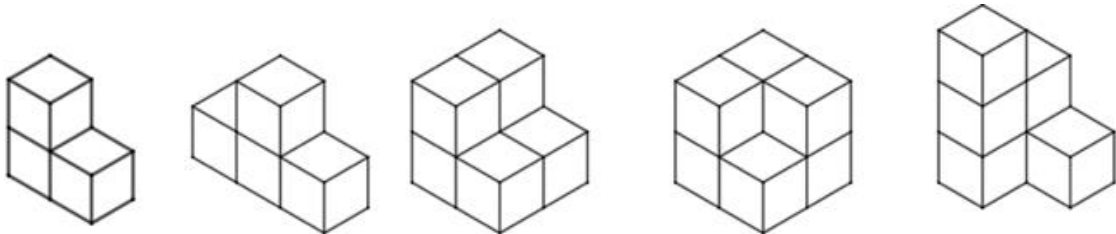
Ayrıca çalışmada etik sorunu yaşanmaması adına katılan öğrenciler için gerçek isimlerinden farklı isimler kullanılmış ve öğrencilerin çalışmada yaptıkları jestler incelenirken kullanılan görsellerde kimlikleri belli olmayacak şekilde resimler düzenlenmiştir. Veriler toplanmadan önce her bir öğrenciden ve veliden gerekli izinler alınmıştır.

#### 2.1.4. Ön Etkinlikler

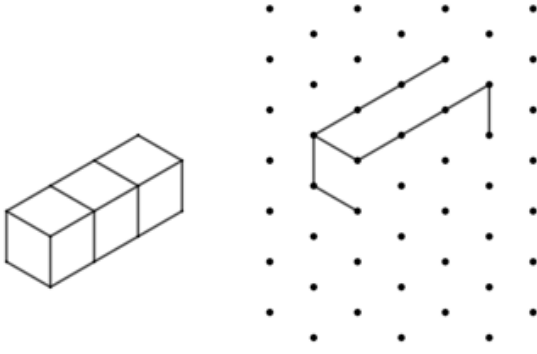
Alanyazında da vurguladığı gibi izometrik kâğıtta çizimlere çeşitli sebeplerden ötürü öğretim programında yeterince öncelik verilmemektedir (Erdoğan vd., 2019). Bu bağlamda pilot çalışmadan elde edilen deneyimler ve çalışmada ele alınan kazanımlarla

alakalı öğrencilerin henüz bir öğretim görmediği dikkate alındığında, uzman görüşü tavsiyesiyle asıl çalışma öncesinde öğrencilerle izometrik kâğıtta çizim yapmaya dayalı ön etkinliklerinin yapılması kararlaştırılmıştır. Bu nedenle öğrencilerin izometrik kâğıtla alakalı deneyimlerinin yetersiz olduğu düşünüldüğü için öğrencilerle mülakatlardan önce izometrik kâğıtta çizimlerle alakalı ders dışı bir saatte toplu halde temel çizim etkinlikleri gerçekleştirilmiştir (Bkz. Ek 1). Çalışmaya katılan tüm öğrencilerle yapılan bu ön etkinliklerin tamamlanması yaklaşık 60 dakika sürmüştür. Alanyazından da görüleceği üzere izometrik kâğıtta üç boyutlu cisimlerin çizimi öğrenciler için oldukça soyut bir eylemdir. Bu sebeple doğrudan izometrik kâğıtta çizim yapma yerine, birim küp somut materyalleri yardımıyla çizimlerin desteklenmesi tercih edilmiştir. Bu bağlamda başlangıç etkinliklerinde öğrencilere birim küplerden faydalanarak üç boyutlu yapıları oluşturup farklı yönlerden görünümelerini iki boyutlu olarak çizmeleri, üç boyutlu yapıların anahat görünümünü iki boyutlu olarak çizmeleri, birim küplerden oluşan yapılar verilerek izometrik kâğıda bu yapıları kopyalamaları ve ayrıtları eksik olarak verilen yapıları tamamlamaları gibi etkinlikler uygulanmıştır.

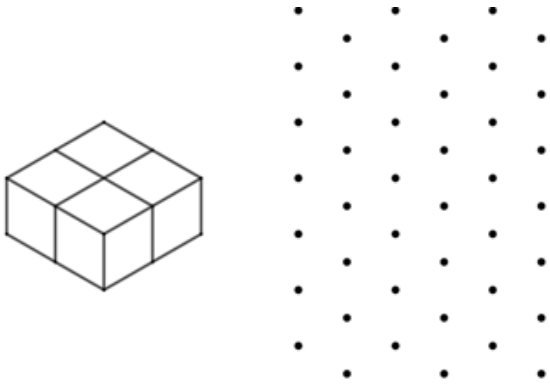
Ön etkinlikte öğrencilere ilk olarak Şekil 17’de gösterilen etkinlik sunulmuştur. Öğrencilere bu etkinlik öncesinde birim küpler dağıtılmış ve onlardan etkinlikte gördükleri yapıları birim küplerle oluşturmaları istenmiştir. Öğrenciler bu süreçte küplerle sırasıyla Şekil 17’de yer alan yapıları oluşturup bu yapıları farklı yönlerden incelemiştir. Bu kısım tamamlandıktan sonra öğrenciler Şekil 18’de verilen etkinliğe geçmiştir. Şekil 18’de sunulan etkinlikte öğrencilerden izometrik kâğıtta ayrıtları eksik olarak verilen yapıyı, görselin sağ tarafında verilen çizilmiş haline bakarak şekil birimleri yardımıyla tamamlamaları istenmiştir. Bu etkinliği Şekil 19’da görülen yapıları kopyalama etkinliği takip etmiştir. Burada öğrencilerden gördükleri yapıları izometrik kâğıda doğrudan çizmeleri istenmiştir.



**Şekil 17.** Birim küplerle yapıları oluşturma etkinliği



**Şekil 18.** Eksik ayrıtları tamamlama etkinliği.

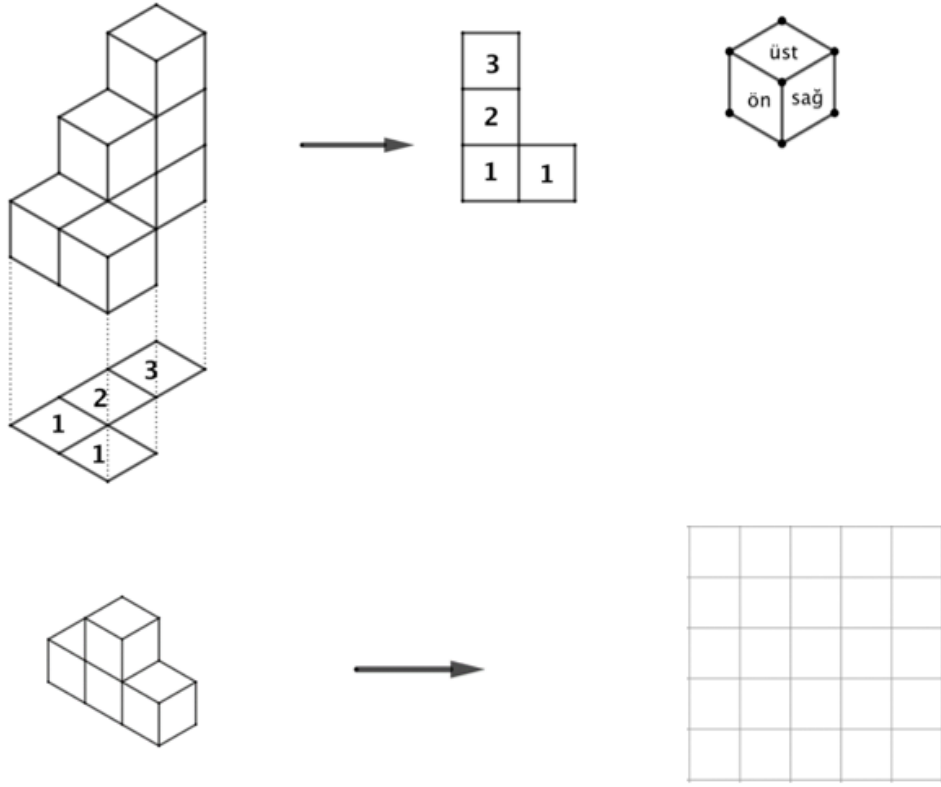


**Şekil 19.** Yapıyı kopyalama etkinliği.

Öğrencilere gerçekleştirilen ön etkinliklerin bir sonraki kısımda Şekil 20’de sunulan etkinlik verilmiştir. Öğrencilerden bu etkinlikte üç boyutlu görünümü verilen yapının farklı yönlerden iki boyutlu görünümünü kareli kâğıda çizmeleri istenmiştir. Bu bölümü tamamladıktan sonra öğrencilere Şekil 21’de gösterilen etkinlik sunulmuştur. Araştırmacı etkinliğin üstünde görülen örneği öğrencilere açıklayarak burada nasıl bir çizim gerçekleştirmeleri gerektiğini ifade etmiştir. Öğrencilerden kabul edilen yönleri dikkate alarak yapının anahat görünümünü kareli kâğıda iki boyutlu olarak çizmeleri ve örnekte olduğu gibi her sütunda kaç küp yükseldiğini sayıyla ilgili bölüme yazmaları istenmiştir.



**Şekil 20.** Üç boyutlu yapıların farklı yönlerden iki boyutlu çizimi etkinliği.



**Şekil 21.** Yapı görünümünü oluşturma etkinliği.

#### **2.1.4. Veri Toplama Araçları**

Bu çalışmada veriler; araştırmacı tarafından oluşturulan çalışma yaprakları, araştırmacının görüşmeler esnasında yaptığı gözlemler, çizimler esnasında aldığı notlar ve altı öğrencinin her biriyle yürütülen klinik görüşmelerin video kaydından elde edilmiştir. Bu bölümde çalışmanın veri toplama araçları hakkında bilgi verilmiştir.

##### **2.1.4.1. Çalışma Yaprakları**

Oluşturulan çalışma yaprakları 7. sınıf kazanımları dikkate alınarak; devlet kitapları, konuyla alakalı tezler, makaleler ve akademik kitaplar incelenerek çalışmanın amacına uygun olacak şekilde etkinlikler basitten karmaşığa doğru sıralanarak oluşturulmuştur (Ada, 2013; Baykul, 2009; Duatepe Paksu, 2013; Lappan vd., 1998; MEB, 2014). Çalışma yaprağının içeriğini birim küplerden oluşan yapılara küp eklenmesi ve yapılardan küp çıkarılması, birleştirilmiş yapıların birbirinden ayrılması ve ayırık yapıların birleştirilmesi, temel anahat görünümü verilen yapıyı üç boyutlu oluşturma ve farklı yönlerden görünümü verilen yapıları üç boyutlu oluşturulması gibi etkinlikler oluşturmaktadır. Çalışmada klinik görüşmelerde ele alınma sırasına göre kullanılan tüm etkinlikler Ek-2’de verilmiştir. Ayrıca çalışma yaprakları oluşturulurken dikkate alınan ilgili 7. sınıf kazanımları aşağıda belirtilmiştir (MEB, 2018, s.69-70).

#### M.7.3.4. Cisimlerin Farklı Yönlerden Görünümleri

M.7.3.4.1. Üç boyutlu cisimlerin farklı yönlerden iki boyutlu görünümünü çizer.

a) Eş küplerden oluşturulmuş yapılar ve bilinen geometrik cisimler kullanılır. Çizim için uygun kareli kâğıtlar kullanılır. Yapıların farklı yönlerden görünümünün ilişkilendirilmesi istenir (ön-arka ve sağ-sol görüntülerinin simetrik olması gibi).

b) Uygun bilgi ve iletişim teknolojileriyle etkileşimli çalışmalara yer verilebilir.

M.7.3.4.2. Farklı yönlerden görünümüne ilişkin çizimleri verilen yapıları oluşturur.

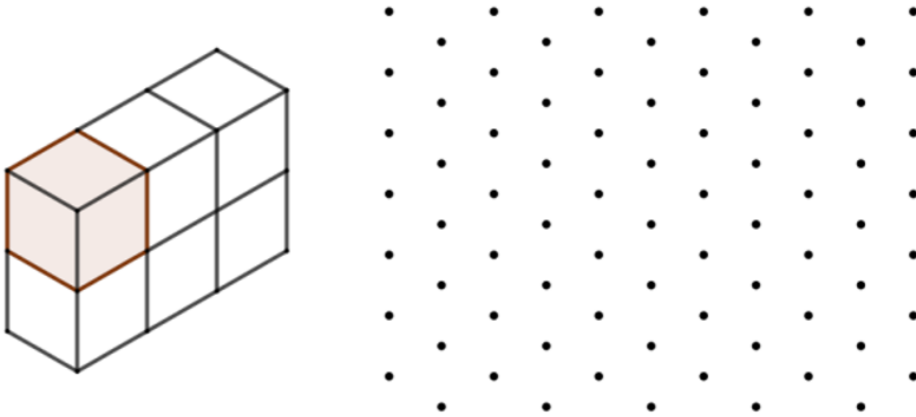
a) Eş küplerden oluşturulmuş yapılar ve bilinen geometrik cisimler kullanılır. Eş küplerle oluşan yapıları çizmek için izometrik kâğıt kullanılabilir.

b) Uygun bilgi ve iletişim teknolojileriyle etkileşimli çalışmalara yer verilebilir.

Birim küplerden oluşan yapılardan bazı küplerin çıkarılmasının istendiği etkinliklerde, öğrencilerden gölgelendirilen küpü yapıdan çıkararak kalan geometrik cismin görünümünü izometrik kâğıda çizmeleri istenmiştir (Şekil 22). Birim küplerden oluşan yapıya küp ekleme etkinliğinde ise küplerin bazı yüzleri koyu renge boyanmış ve bu taralı bölgelere küplerin eklenmesi istenmiştir (Şekil 23). Küp çıkarma ve ekleme etkinliklerinde öğrencilerin küpleri çıkartırken veya eklerken zihninde oluşan yapıyı nasıl tasarladığı, oluşacak yapıyı nasıl ve hangi kısımdan çizmeye başlayacağı, görünen veya görünmeyen kısımları nasıl belirledikleri, çizim gerekçelerini anlatırken kullandığı beden dili ve jestler ile bu süreçte yapıyı oluşturma süreçleri incelenmiştir.

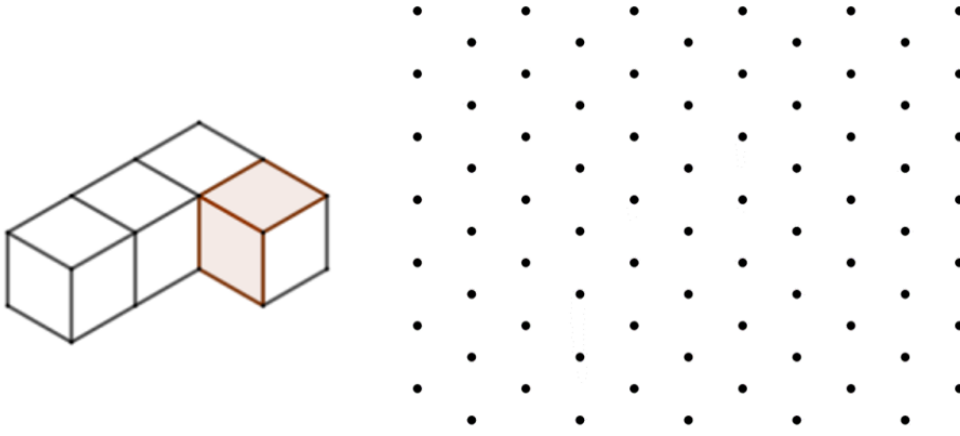
- Küp ekleme ve çıkarma ile alakalı örnek etkinlikler:

Verilen yapılardan taralı olan kısımlardaki küpleri çıkararak yapıyı izometrik kâğıda yeniden çizelim.



Şekil 22. Küp çıkarma etkinliği örneği

Verilen yapıların taralı bölgelerine birer tane daha küp ekleyerek oluşacak yeni yapıyı izometrik kâğıda çizelim.

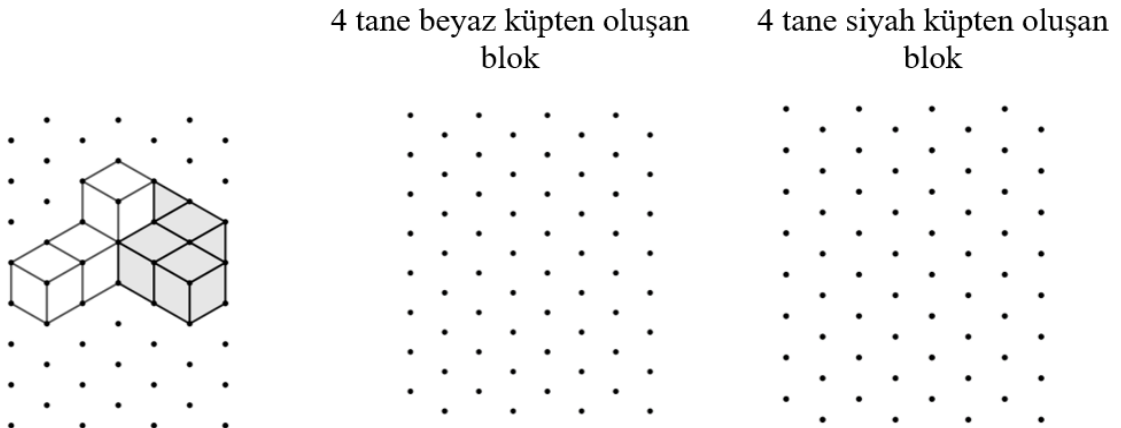


Şekil 23. Küp ekleme etkinliği örneği

Küplerden oluşan yapıları birbirinden ayırma (Şekil 24) ve birbiriyle birleştirme (Şekil 25) etkinliklerinde öğrencilerin zihinlerinde ayırma ve birleştirme işlemlerini nasıl düşündüğü, bu yapıları tasarlarken nasıl mantık yürüttükleri, oluşan yapılarda yarım görünen yüzeyleri nasıl belirleyip açıklayabildikleri, çizimleri yaparken kendilerine kolaylık sağlaması açısından ne tür yaklaşımlar geliştirdikleri ve yaptıkları çizimleri ifade ederken kullandıkları vücut dili ve jestler incelenmiştir.

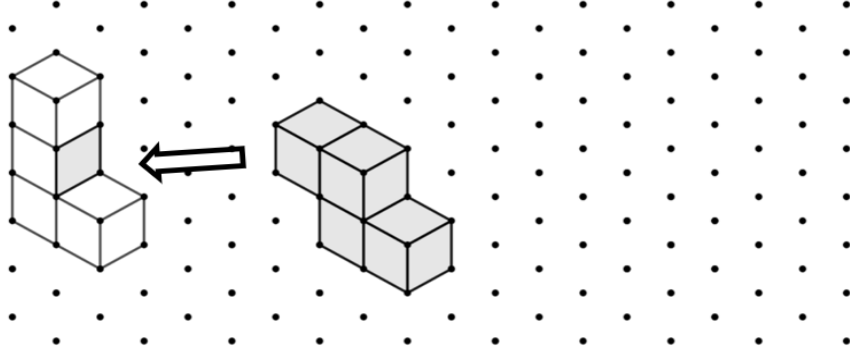
- Küpleri birleştirme ve ayırma ile ilgili örnek etkinlikler:

Aşağıdaki birim küplerden oluşan yapıda 4 tane beyaz küp ve 4 tane siyah küp kullanılmıştır. Buna göre bu yapıdaki beyaz küplerden ve siyah küplerden oluşan blokları birbirinden ayırarak oluşan yeni yapıları aşağıda verilen yerlere çiziniz.



Şekil 24. Küp bloklarını ayırma etkinliği örneği

Aşağıdaki siyah birim küplerden oluşan blok, beyaz küpün taralı kısmına denk gelecek şekilde birleştiriliyor. Bu iki bloğun birleşmesiyle oluşan yapıyı izometrik kâğıda çiziniz.

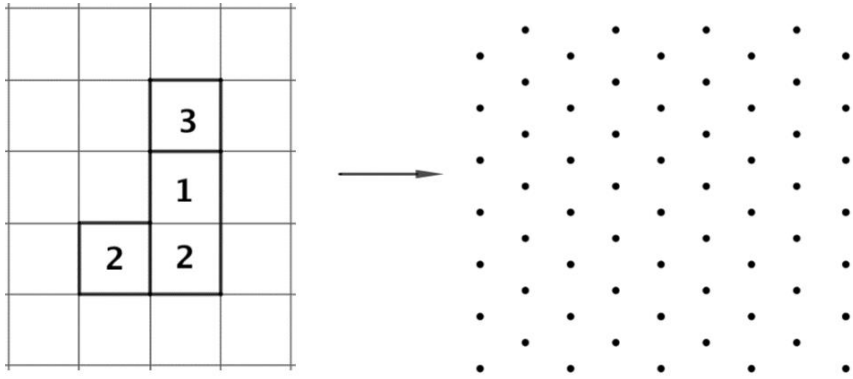


Şekil 25. Küp bloklarını birleştirme etkinliği örneği

Şekil 26’da verilen etkinlikte öğrencilerin temel anahat görünümü verilen yapıları nasıl analiz ettiği, yapıyı oluştururken nasıl düşündükleri, çizime hangi kısımdan başladıkları belirlenmiştir (Ön/üst/sağ/sol görünümlerden hangisini referans alarak çizim yapacağı gibi). Ayrıca yükselen blokların hangi yüzlerin görünmesini engellediğini nasıl belirledikleri ve çizimlerini açıklarken kullandıkları beden dili ile jestler incelenmiştir.

- Temel anahat görünümü ve farklı yönlerden görünümü verilen yapıları 3 boyutlu oluşturma etkinlik örnekleri:

Tabanı üzerindeki birim küp sayısı verilen yapıları izometrik kâğıda çizelim.

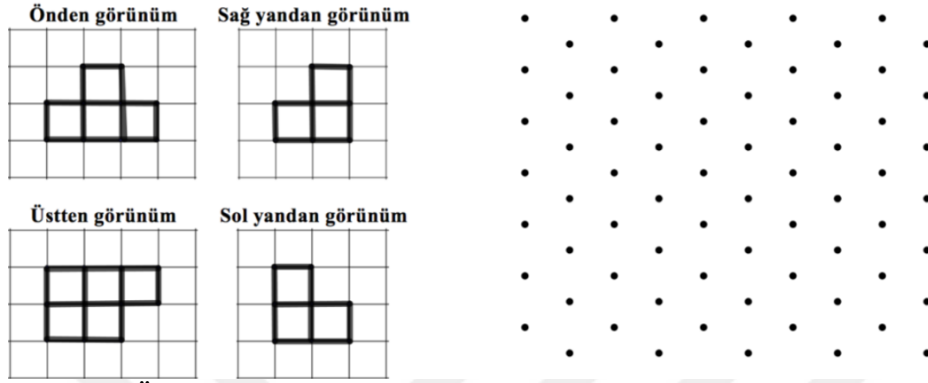


Şekil 26. Üç boyutlu yapı oluşturma etkinliği örneği

Şekil 27’de verilen etkinlikte öğrencilerin farklı yönlerden görünümü verilen yapıları üç boyutlu oluştururken görüntüleri nasıl koordine etmeye çalıştıkları, çizime başlamadan önce nasıl bir yöntem geliştirdikleri araştırılmıştır. Çizime hangi görünümünden başlamaya nasıl karar verdikleri, çizim yaparken süreçte neleri dikkate aldıkları, çizim sırasında oluşturdukları yapının doğruluğunu nasıl teyit ettikleri incelenmiştir. Ayrıca çizim sırasında yaptıkları hataların farkına nasıl vardıkları ve çözüm

için nasıl gerekçeler sundukları, sürecin sonunda bu tür etkinliklerde nasıl bir yol izlenmesi gerektiğini keşfedip edemedikleri, yapıyı zihinde tasarlarken nasıl düşündükleri kullandıkları sözel ifadeler ve jestler yardımıyla incelenmiştir.

Aşağıda farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı izometrik kâğıt üzerinde üç boyutlu olarak çizelim.



Şekil 27. Üç boyutlu yapı oluşturma etkinliği örneği

“Birim küplerden oluşan yapılardan küp veya küpler çıkartırken öğrenciler şekil birimlerini nasıl kullanmaktadır?” birinci araştırma sorusu için ise birim küplerden oluşan yapılardan küp çıkarma etkinliğine ilaveten siyah ve beyaz küp bloklarından oluşan yapıları ayırıştırma etkinliğinde öğrenci cevapları analiz edilmiştir. “Birim küplerden oluşan yapılara küp ekleme işlemi yaparken öğrenciler şekil birimlerini nasıl kullanmaktadır?” şeklindeki ikinci araştırma sorusu için birim küplerden oluşan yapılara küp ekleme etkinliğinin yanı sıra siyah ve beyaz küp bloklarından oluşan yapıların birleştirilme etkinliğinde öğrenci çizimleri incelenmiştir. Son olarak “7. sınıf öğrencileri farklı yönlerden görünümü verilen yapıları izometrik kâğıtta üç boyutlu çizerken verilen görünümü ve şekil birimlerini nasıl kullanmaktadır?” şeklindeki üçüncü araştırma sorusu için ise temel anahat görünümü (üst görünüm) verilen yapıları çizme ve farklı yönlerden (önden, üstten, sağdan ve soldan) görünümü verilen yapıları izometrik kâğıda çizme etkinliklerine verilen öğrenci cevapları incelenmiştir.

Araştırmada kullanılan etkinliklerin öğrencilere sunulan çalışma kâğıdındaki sıralaması yapılırken etkinliklerin kolaydan zora ve basitten karmaşığa doğru giden bir yapıda olması sağlanmıştır. Bu bağlamda pilot çalışma sürecinde öğrencilerden alınan geri bildirimler ve bunlara bağlı alınan uzman görüşleriyle etkinliklerin sıralaması belirlenmiştir. Bu sıralamaya göre öncelikle yapılardan küp çıkarma etkinlikleri verilip sonrasında yapılara küp ekleme etkinlikleri verilmiştir. Devam eden bölümde küp çıkarma etkinlikleriyle bağlantılı olarak küplerden oluşan birleşik yapıları ayırma

etkinliği verilip sonrasında kp ekleme etkinliğiyle bağlantılı olarak küplerden oluşan ayrıık yapıları birleştirme etkinliği sunulmuştur. Çalışma yaprağında bu kısımdan sonra yapıların farklı yönlerden grnmu etkinlikleri ile bağlantılı olan anahat grnmu verilen yapının izometrik kâğıtta üç boyutlu çizimi yapılması etkinliği verilmiş ve son olarak farklı yönlerden grnmu verilen yapının izometrik kâğıtta üç boyutlu grnmu'nn çizilmesi etkinliği ile mülakatlar tamamlanmıştır.

#### **2.1.4.2. Klinik Mülakat**

Standart değerlendirmelerden farklı olarak, klinik mülakatlar öğrencileri akranlarıyla kıyaslamayla ilgili değildir. Bunun yerine amaç, bir öğrencinin kendi bilişsel süreçlerini dışa vurabileceği bir bağlam sağlamaktır; böylece görüşmeci öğrencinin problem çözme becerisi veya açıklamalarıyla süreci gözlemleyebilir (Ginsburg ve Dolan, 2011). Klinik mülakatlar öğrenciyle birebir olarak yoğun bir etkileşimi, araştırmacı ve ğrenci arasında derinlemesine bir diyalğu, çocuğun somut nesnelere etkileşimlerinin detaylı bir şekilde gözlemlemesini ve öğrencinin bireysel özelliklerine göre esnek sorgulamalar içermektedir (Ginsburg vd., 1998). Bu bağlamda klinik mülakatların amacını derinlemesine bir araştırma yaparak öğrencinin ne bildiğini ve nasıl dşndğnu ortaya çıkarmak olduğu söylenebilir.

Klinik görüşmeler öğrencinin matematiksel düşünmesinin doğasını ve problemleri çözme için öğrencinin gvendği kavramları belirlemek amacıyla kullanılabilir. Ayrıca görüşmeci, öğrencinin ne yapabileceğini değerlendirir ve katılımcının vermiş olduğu yanlış cevaplar, araştırmacı için değerli veriler elde edilmesini sağlar (Jacobs vd., 2007). Klinik görüşmeler, öğretmenlerin öğrencinin anlayışındaki boşlukları tanımlamasına ve ğrenci muhakemesinde kalıpları belirlemede yardımcı olabilir. Klinik görüşmeler geniş bir yelpazedeki konulara odaklanabilir veya hedef bir ilgi alanına odaklanabilir. Görüşme yapan kişi belirli görevleri seçtiği için, görevler okulda kullanılan yerel müfredatla veya ulusal matematik standartlarıyla uyumlu hale getirilebilir (Hunting, 1997).

Yıldırım ve şimşek (2016) araştırmacıların yaptıkları çalışmalarda bireylere yönelttikleri soruların bazen bireysel farklılıklara bağlı olarak katılımcılar tarafından farklı anlaşılabileceğini veya yeterince algılanamayabileceğini belirtmiştir. Böyle bir durumda araştırmacının tüm durumlara karşı hazırlıklı olması gerektiğini ve sorunun birey tarafından anlaşılması için alternatif ifadeler veya sondalar (probes) ile bireyin sorulan soruları anlamasına yardımcı olunması gerektiğini ifade etmiştir. Ayrıca bu sorularda amacın bireyi belirli düşüncelere yönlendirmek değil aksine bireyin

belirtebileceği görüşlere veya deneyimlere farklı yollardan ulaşmayı hedeflemek olduğu belirtilmiştir. Yani Yıldırım ve Şimşek (2016) sonda soruların (probing questions), aynı sorunun farklı biçimlerde ifade edilmesinden başka bir şey olmadığını ifade etmiştir. Bu bağlamda klinik mülakatlar sürecinde daha zengin veriler elde edebilmek amacıyla katılımcılara görüşmenin gidişatına göre ihtiyaç duyulan kısımlarda sonda sorularda sorulmuştur. Sonda sorular zengin veri elde açısından çok avantajlı veri toplama araçlarıdır. Sonda sorularla görüşmenin gidişatı rahatça ayarlanabilir. Bu tip sorularla öğrencinin süreçte doğru yerde olup olmadığı veya elde edilebilecek daha fazla veri olup olmadığı görülebilir. Sonda sorular detaylı bilgiler elde etmek için yönlenebilir veya açıklama, örnek almak amacıyla düzenlenebilir (Merriam, 2013).

Bu çalışmada araştırmacının rolü klinik mülakata katılan her bir öğrenciyi araştırmanın amacına ve konusuna hizmet edecek biçimde konuşturmak ve düşüncelerini açığa çıkarmak olmuştur. Önceden hazırlanan mülakat soruları çizimler sırasında öğrencilere yönlendirilmiştir. Örneğin küp ekleme çizimi yapan öğrenciye: “Küp ekleme ile oluşan yeni yapının çiziminde ilk nereden başlamayı düşünüyorsun? Nedenini açıklayabilir misin? Bu şekilde çizim yapman sana nasıl bir kolaylık sağlıyor?” gibi açıklamaya yönelik sonda sorular sorulmuştur. Ayrıca görüşmelerin gidişatına göre süreçte alternatif veya sonda sorular da kullanılmıştır. Örneğin farklı yönden görünümü verilen üç boyutlu bir yapıyı oluştururken hata yaptığını anlayıp çizimin belirli kısmını silen öğrenciye: “Burada hata yaptığın kısma nasıl vardın? Bana açıklayabilir misin? Sence hata yapmamak için bu tür etkinliklerde nereden başlamalıyız?” gibi sonda sorular sorulmuştur.

Klinik mülakatlarda çeşitli zengin veriler elde edebilmek amacıyla öğrencilerin izometrik kâğıttaki çizim etkinliklerini tamamlamasına fırsat verilmiştir. Dolayısıyla öğrencilerin zorlandığı veya gerekli görüldüğü zaman dilimlerinde birim küp materyallerinin kullanılmasına izin verilmiştir. Aksi halde, öğrencilerin etkinlikleri tamamlayamaması gerekçesiyle yalnızca yaşadıkları zorluklarının belirlenebileceği düşünülmüştür. Bu bağlamda araştırmacı etkinliklerin tamamlanabilmesi için öğrencilerin birincil olarak sadece izometrik kâğıt kullanarak çizim yapmalarını teşvik etmiş, ancak öğrencilerin zorlandığı durumlarda birim küplerden yararlanmasına izin vermiştir. Benzer şekilde, öğrencilerin yaptıkları çizimlerin doğruluğunu kontrol etmek istediklerinde öğrencilere birim küp materyallerinin kullanılmasına izin verilmiştir.

### 2.1.4.3. Verilerin Analizi

Bu araştırmada veriler analiz edilirken çoklu durum çalışmasında sıklıkla kullanılan analiz yöntemlerinden olan çapraz durum analizi (cross-case analysis) (Yin, 2017) yöntemi kullanılmıştır. Toplu, karşılaştırmalı gibi farklı isimlendirmelere de gidilen çapraz durum analizinin planlandığı çalışmalarda “pek çok vakadan [durumdan] veri toplamak ve analiz etmek gerekir ve tekil vaka [durum] çalışmasından farkı içinde alt birimlerin ya da alt vakaların [durumların] bulunmasıdır” (Merriam, 2018, s. 49). Yin (2017)’e göre çoklu durum çalışmalarının analitik olarak incelenmesi ve durumların birbiriyle karşılaştırılması amacıyla çapraz durum analizi tercih edilebilir.

Çapraz durum incelemesinde tek veya çoklu analiz birimine sahip durumlar öncelikle kendi içinde derinlemesine analiz edilir. Daha sonrasında ise her durum ele alınan analiz birimine göre diğer durumlarla karşılaştırılır. Analiz biriminin tek olmadığı durumlarda çoklu analiz birimlerinden söz edilebilir. Bu da durumun alt birimleri olduğu anlamına gelir. Örneğin, durum çalışması için seçilen bir okul tek başına bir analiz birimi olabileceği gibi, okulu oluşturan alt birimlerin ayrı ayrı incelenmesi (ğrenci sınıf seviyeleri, öğretmenler vs.) yoluna da gidilebilir (bkz. Yıldırım ve şimşek, 2016, s. 300-301). Çapraz durum incelemesinde her bir durum analiz birimlerine göre öncelikle kendi içinde derinlemesine analiz edilir ve daha sonra her bir durum diğer durumlarla karşılaştırılır. Karşılaştırmada özellikle tablolar kullanma durumlar arasındaki ortak yönleri ve farklılıkları belirlenen birimlere göre irdelenmesi açısından oldukça kullanışlıdır.

Yapılan bu çalışmada Yin (1984, 2017)’in belirtmiş olduğu gibi birden fazla durumun olduğu ve her bir durumun kendi içerisinde bütüncül olarak incelenip sonrasında bu durumların birbirleriyle karşılaştırıldığı çapraz durum analizi yöntemi kullanılmıştır. Bu bağlamda çalışmada öncelikle her bir öğrenciyle yapılan mülakatlar doğrudan yazıya dökülmüş ve araştırma sorularına yönelik olarak belirlenmiş etkinlik türlerine göre gruplama yoluna gidilmiştir. Diğer bir deyişle, araştırmanın alt analiz birimlerini öğrencilerin geometrik cisimlerden kp veya küpler çıkarma, geometrik cisimlere kp veya küpler ekleme ve farklı yönlerden görünümü verilen geometrik cisimleri çizme etkinlikleri oluşturmaktadır. Her bir öğrencinin durum olarak belirlendiği bu çalışmada, öncelikle her bir durum alt birimlere göre detaylı bir biçimde teorik ereve bağlamında tasvir edilmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin çizim deneyimleri tasvir edilirken teorik çerçeveden yararlanılıp belirli kriterler oluşturulmuş ve öğrencilerin etkinliklerdeki

tüm çizim süreçleri bu kriterler üzerinden analitik bir yaklaşımla sunulmuştur. Dolayısıyla öğrencilerin izometrik kâğıtta çizim etkinlikleri sürecinde kullandıkları şekil birimleri (köşe noktası, ayırıt ve yüz) lokal ve global açıdan araştırmanın alt birimlere göre detaylandırılmıştır. Analizin ikinci aşamasını ise alt birimlere göre karşılaştırılması oluşturmuştur. Her bir öğrencinin araştırma sorularına yönelik olarak belirlenmiş etkinliklere göre verdiği cevapları karşılaştırılmış ve şekil birimlerini global ve lokal bağlamda kullanımlarının ortak ve farklı yönleri tablolar yardımıyla detaylandırılmıştır.

Veri analizinde video kayıtları, araştırmacının alan notları ve gözlemleri, öğrencinin çizim yapmış olduğu çalışma yaprakları eş zamanlı olarak değerlendirilmiştir. Öyle ki araştırma sorularına bağlı olarak öğrencilerin çizimleri sunulurken yapılan tüm çizim adımları parçalar halinde ekran görüntüleriyle verilmiş ve araştırmacının mülakat esnasında aldığı notlarla veriler betimlenmiştir. Veriler analiz edilirken alanyazın taranarak bazı kriterler oluşturulmuş ve alınan uzman görüşüyle öğrencilerin çizim deneyimlerinden elde edilen veriler her bir araştırma sorusuna yönelik olarak belirlenen bu kriterler üzerinden ele alınıp analiz edilmiştir. Bu bağlamda Sinclair vd., (2018)'nin yapmış olduğu çalışma referans alınarak öğrencilerin çizimlerde global ve lokal düşünme (Duval, 2002) biçimleriyle alakalı kriter belirlenmiştir.

Öğrencilerin jestlerle şekil birimlerini ifade ediş biçimleri ve bu esnada diyagramlardan nasıl faydalandıklarını analiz etmek için belirlenen kriter Okumuş ve Hollebrands (2019) ile Chen ve Herbst (2013)'ün yapmış oldukları çalışmalar incelenip oluşturulmuştur. Oluşturulan diğer kriterler ise izometrik kâğıtta çizim etkinliklerini kullanan fakat sürece yönelik öğrencilerin eğilimleri hakkında detaylı bilgiler sunulmayan çalışmalar incelendikten sonra süreçte yaşanan öğrenci deneyimlerini daha analitik olarak ele alabilmek için uzman görüşüyle belirlenmiştir. Bu bağlamda altı tane kriter oluşturulmuş olup bu kriterler şu şekilde sıralanmıştır; (1) Etkinlikte çizime başlama ve çizimini sürdürme biçimi; (2) Global-lokal düşünme süreçleri; (3) Çizim üzerine eklemeler yapıp silme durumu; (4) Çizim yapabilmek için materyalden yardım alma durumu; (5) Jestlerle şekil birimlerini ifade etme durumları; (6) Küpleri birbirine göre konumlandırma biçimi.

Belirlenen kriterler doğrultusunda etkinlikleri tamamlama anlamında öğrencilerin yapmış oldukları çizimlerin son halinden ziyade çizim yapma süreçleri ele alınmıştır. Bu esnada öğrencinin yapmış olduğu açıklamalar veya araştırmacı ve öğrenci arasındaki diyaloglar doğrudan alıntılarla verilerek nitel araştırmanın doğasına uygun olacak şekilde

sunulmuştur. Aynı zamanda yapılan çizimler ve açıklamalar esnasında öğrencilerin düşüncelerini daha anlaşılır kılmak amacıyla kullandıkları jestler varsa bu anlar tüm aşamalarıyla görselle sunularak detaylı bir şekilde açıklanmıştır. Kullanılan jestlerin tasnifinde statik veya dinamik bir yapıda olup olmadığına öncelik verilmemiştir çünkü jestlerin dinamik veya statik yapıda olması şekil birimlerinin tasviri bakımından bir farklılık yaratmadığı öngörülmektedir. Daha ziyade jestlerin ne tür şekil birimlerine (yüz, ayırıt, köşe noktası) yönelik olarak kullanıldıklarına öncelik verilmiştir.

Daha önce de ifade edildiği üzere öğrencilerin çizim etkinliklerinde şekil birimleriyle (yüzler, ayırıtlar, köşe noktaları) kullandığı çizim yaklaşımları Duval (2002)'in belirttiği lokal ve global düşünebilme çatısı bağlamında ele alınmıştır. Bu bağlamda çalışmada öğrencilerin yapıları zihninde bütüncül olarak düşünüp tasarlayabilmeleri, çizimlerde yapıyı yüzeyler oluşturarak belirli kısımlar halinde çizebilmeleri, yapıyı çizmeye başlamadan yarım görünecek yerleri analiz edebilmeleri, farklı yönlerin koordinasyonunu sağlayabilmeleri gibi yaklaşımları global düşünebilme olarak ele alınmıştır. Aksine daha küçük boyutlu şekil birimleriyle çizimlerde yapmış oldukları çizilen kısımların içerisini noktaları kullanarak doğru parçaları yardımıyla tamamlama, küçük adımlarla ilerleyerek çizim yapma, yapıların birleşik veya ayırık halini zihinde tasarlayamama, farklı yönleri çizimde koordine edememe gibi yaklaşımları da lokal düşünebilme olarak ele alınmıştır. Bu bağlamda öncelikle her bir öğrencinin yapılarından küp çıkarma, yapılara küp ekleme ve farklı yönlerden görünümü verilen yapıların oluşturulması etkinliklerindeki deneyimleri araştırma sorularına bağlı alt birimler olarak ele alınıp tasvir edilmiş ve sonrasında elde edilen bulgular öncelikle kendi içerisinde bütüncül olarak ele alınıp sonrasında bu durumlar birbirleriyle karşılaştırılmıştır.

#### **2.1.4.4. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği**

Kirk ve Miller (1986, akt., Yıldırım ve Şimşek 2016) nitel araştırmada geçerliliği, araştırmacının incelediği olguyu, olduğu biçimiyle ve olabildiğince tarafsız gözlemesi anlamına geldiğini belirtmiştir. Bu bağlamda toplanan verilerin ayrıntılı bir şekilde rapor edilmesi ve araştırmacının sonuçlara nasıl ulaştığını açıklayabilmesi nitel bir araştırmada geçerliğin önemli ölçütleri arasında yer almaktadır. Bunun yanında geçerlik konusunda araştırmada alınabilecek önlemler iç geçerlik ve dış geçerlik olarak iki kısımda ele alınabilir. Lincoln ve Guba (1985, akt., Yıldırım ve Şimşek, 2016), nitel araştırmanın doğasına uygun olarak geçerliliği belirleyen klasik tanımlamalara alternatif kavramlar

önermiştir. Buna göre, iç geçerlik yerine “inandırıcılık”, dış geçerlik yerine de “aktarılabirlik” kavramlarını kullanmanın daha uygun olduğunu ifade etmiştir. Bu bağlamda araştırmanın inandırıcılığını (iç geçerlik) artırmak için araştırmacılara uzun süreli etkileşim, derinlik odaklı veri toplama, çeşitleme, uzman incelemesi ve katılımcı teyidi gibi yöntemler önermiştir. Benzer şekilde araştırmada aktarılabirliği (dış geçerlik) artırmak amacıyla da ayrıntılı betimle ve amaçlı örnekleme gibi yöntemler önermiştir.

Yapılan bu araştırmanın inandırıcılığını (iç geçerlik) artırmak amacıyla araştırmada çeşitli yöntemler kullanmıştır. Araştırmaya katılan öğrenciler araştırmacının kendi öğrencileri olduğundan dolayı onların dersine girerek, katılımcılarla uzun süreli bir etkileşim halinde bulunulmuştur. Araştırmada derinlemesine veriler elde edebilmek amacıyla klinik mülakatlar video kaydına alınmış, öğrencilerin yaptığı çizimler incelenmek üzere doküman olarak toplanmış, araştırmacı etkinlikler esnasında gözlem yaparak notlar almıştır. Ayrıca çizimlerden sonra katılımcılardan etkinlikleri yorumlamaları istenmiş ve etkinlikler hakkında öz değerlendirmeleri alınmıştır. Araştırmacı asıl çalışmayı yapmadan önce bir pilot uygulama yaparak etkinliklerde yaşanabilecek sıkıntıları önlemek amacıyla, pilot uygulamadan elde edilen verileri alanında uzman olan farklı kişilerin görüşlerine başvurmuş ve geri bildirimler ışığında asıl çalışmada uygulanacak olan çalışma yapraklarını oluşturmuştur. Ayrıca araştırmada veri çeşitlemesinin sağlanması ve zenginleştirilmesi amacıyla araştırmada belirlenen kriterler ışığında farklı başarı düzeylerinde öğrencilerin seçilmesine özen gösterilmiştir. Son olarak elde edilen video kayıtları, öğrenci çizimleri, gözlem notları gibi tüm argümanlar birleştirilerek elde edilen çeşitli zengin veriler nitel araştırmanın doğasına uygun olacak şekilde sunulmuştur.

Çalışmanın aktarılabirliğini (dış geçerlik) artırmak amacıyla öğrencilerin çizim süreçleri ayrıntılı bir şekilde anlatılmaya çalışılmıştır. Bu amaçla araştırmacı, öğrencilerin çizimlerini ifade ederken yapmış olduğu açıklamaları doğrudan alıntılar yaparak vermeye çalışmış ve katılımcıların açıklamalarını daha anlaşılır kılmak amacıyla bu esnada yaptıkları jestlerin görüntülerini eklemiş ve çizim aşamaları adım adım görsellerle sunularak ifade edilmeye çalışılmıştır. Ayrıca araştırmada amaçlı örnekleme yöntemi kullanılarak verilerin çeşitliliği ve değişkenliği artırılmaya çalışılmıştır. Bu bağlamda araştırmaya katılan her öğrencinin veri çeşitliliği açısından daha zengin olduğu düşünülen etkinlik kısımları seçilerek araştırmada ele alınmıştır.

Yıldırım ve Şimşek (2016) nitel bir çalışmanın güvenilirliğini, başka araştırmacıların

yapılan çalışma üzerinde değerlendirme yapabilecek şekilde, araştırmacının elde edilen verileri ve süreci ayrıntılı bir şekilde çalışmaya yansıtabilme derecesiyle doğrudan ilişkili olduğunu belirtmiştir. Bu bağlamda Lincoln ve Guba (1985, akt., Yıldırım ve Şimşek, 2016) nitel araştırmalarda güvenilirliği artırmak için tutarlılık (iç güvenilirlik) ve teyit edilebilirlik (dış güvenilirlik) kavramlarını kullanarak bu kavramların araştırma içerisindeki etkinliğini artırmanın, araştırmanın güvenilirliğini artıracaklarını savunmuştur. Nitel bir araştırmada tutarlılık kavramında olay ve olguların değişkenliğini kabul ederek bu değişkenliği araştırmaya tutarlı bir şekilde yansıtabilen bir yaklaşım söz konusudur. Teyit edilebilirlik kavramında ise araştırmacıdan beklenen ulaştığı sonuçları, topladığı verilerle sürekli teyit eden ve mantıklı açıklamalar sunabilen bir yaklaşımı benimsemesidir. Bu amaçla araştırmada güvenilirliğin artırılabilmesi için tutarlılık incelemesi ve teyit incelemesi yöntemlerinin kullanılmasını önerilmektedir (Lincoln ve Guba, 1985).

Yapılan bu çalışmada tutarlılığı (iç güvenilirlik) artırmak amacıyla araştırma video kaydı, gözlem, görüşme ve yazılı dokümanlardan elde edilen veriler çapraz durum analizi (Yin, 2017) yöntemiyle derinlemesine analiz edilmiş ve elde edilen bulgular doğrudan aktarmalar ve öğrenci çizimleriyle sunulmuştur. Çalışmanın tutarlılığı için araştırmada kullanılan etkinliklerin araştırma sorularına cevap verip veremeyeceği, etkinliklerin veriliş sırası, etkinliklerde ne gibi değişiklik yapılabileceği gibi hususlarda doktorasını matematik eğitimi alanında tamamlamış üç araştırmacıya danışılmıştır. Ayrıca verilerin analizinde teorik çerçeveye bağlı kalınıp kalınmadığı, bulguların ham verilerle yeterince tasvir edilip edilmediği hususunda uzman görüşüne başvurulmuştur. Dolayısıyla yapılan analizlerde araştırma için belirlenen teorik çerçeveye bağlı kalınması çalışmanın güvenilirliği için alınan önlemlerdir.

Çalışmanın teyit edilebilirliğini (dış güvenilirlik) sağlamak amacıyla teyit incelemesi yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca araştırmadan elde edilen sonuçlarla verilerden elde edilen bulguların tutarlı olup olmadığı kontrol edilmiştir. Bu bağlamda veri analizi kısmında uzman görüşü alınarak gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Benzer şekilde çalışmaya katılan öğrencilerin nasıl belirlendiği, hangi kriterlerin dikkate alındığı araştırma kapsamında detaylı bir şekilde ifade edilmiştir. Son olarak araştırmanın teyit edilebilirliğini artırmak amacıyla veri toplama araçlarından elde edilen verilerin nasıl toplandığı ve nasıl analiz edileceği, araştırmada bölümler halinde detaylı bir şekilde ifade edilmiştir.

### 3.BULGULAR

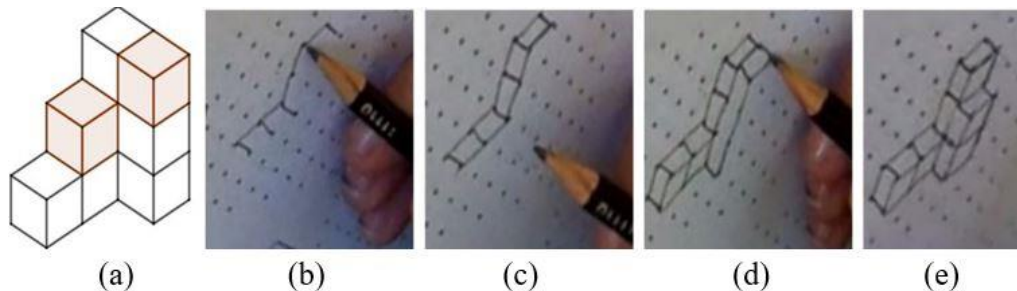
Her bir katılımcının bir durum olarak ele alındığı bu araştırmada, bulgular çalışmanın alt problemleri temel alınarak ayrı ayrı alt başlıklar halinde sunulmuştur.

#### 3.1. Bora'nın Çizim Süreçlerinden Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde Bora'nın çizim deneyimleri sunulmuş olup her bölümün sonunda etkinlikler daha önceden belirlenen kriterlere göre bir tabloda özetlenmiştir.

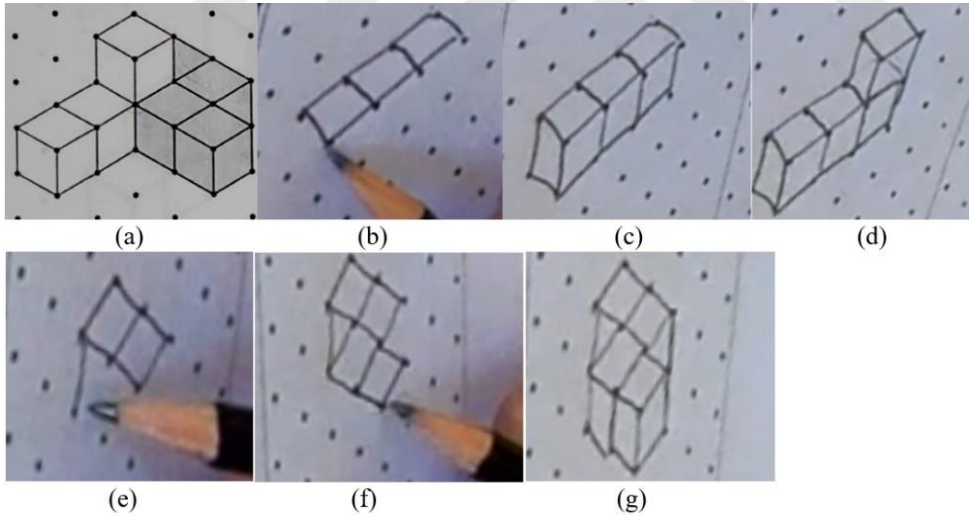
##### 3.1.1. Bora'nın Küp Çıkarma Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular

Küp çıkarma etkinliğinde Bora'ya Şekil 28 (a)'daki etkinlik sunulmuştur. Burada Bora'dan boyalı olan küpleri çıkararak yapıyı yeniden çizmesi istenmiştir. Bora küp çıkarma etkinliğinde çizimine global düşünerek öncelikle ön tarafta olan küpün çıkarıldığı bölgede oluşan yüzeyi çizerek başlamıştır (Şekil 28 (b)). Bora bu adımdan sonra çiziminde global düşünmeye devam ederek yapıyı zihninde canlandırmış ve belirli parçalara ayırıp çizmiştir. Örneğin Şekil 28 (b)'de çizeceği yüzeyleri şekil birimleri yardımıyla oluşturduktan sonra Şekil 28 (c)'de lokal düşünerek şekil birimleri yardımıyla eksik ayrıtları oluşturmuştur. Bora bu esnada çıkarılan küpün yerini çizerken şekil birimlerini dikkatli bir biçimde kullanarak çıkarılan küpten sonra oluşan yüzeyi ve geride kalan yüzeyleri hata yapmadan çizebilmiştir. Bu adımdan sonra çiziminde ön taraftan arka tarafa doğru çizim yapmayı tercih eden Bora ön kısımda kalan küpleri başarılı bir şekilde konumlandırdıktan sonra son olarak ikinci çıkarılan küpün olduğu bloğu global düşünerek çizmeye başlamış ve öncelikle dış yüzeyini oluşturmak istemiştir (Şekil 28 (d)). Bu esnada çıkarması gereken küpü çizmediğini fark eden Bora görünmemesi gereken yerleri global düşünerek silmiş ve ikinci küpün çıkarıldığı bölümdeki yüzeyi şekil birimleri yardımıyla çizerek oluşturmuştur. Son olarak lokal düşünerek oluşturduğu yüzeylerin ayrıtlarını tamamlamış ve çizimini sonlandırmıştır (Şekil 28 (e)). Bora bu etkinlikte çizim esnasında düşüncelerini açıklamaya çalışırken daha çok diyagram üzerinden sözel açıklamalar yaparak çizimlerini ifade etmeye çalışmış ve bu nedenle jestlere çoğunlukla başvurmamıştır.



Şekil 28. Bora'nın yapıardan küp çıkarmaya yönelik çizim aşamaları

Görüşmedeki bir diğer küp çıkarma etkinliğinde Bora'dan Şekil 29 (a)'da gösterilen siyah ve beyaz küplerden oluşan yapıyı birbirinden ayırıp çizmesi istenmiştir Araştırmacı tarafından burada Bora'nın yapıları birbirinden ayırırken nasıl bir yol izleyeceği sorusu yöneltmiştir. Etkinlik Bora'ya verildiğinde araştırmacı, yapıda 4 tane beyaz küp ve 4 tane siyah küp olduğu belirtilmiştir. Daha sonra Bora'ya yapıdaki 4 tane beyaz küpün nerede olduğu sorulduğunda, Bora mantık yürüterek yapıdaki siyah küplerin alttaki dördüncü beyaz küpü kapattığını belirleyebilmiştir (Şekil 29 (a)). Bora yapıları çizmeye beyaz küplerden oluşan yapıyı çizerek başlamayı tercih etmiştir. Beyaz küplerden oluşan bloğu çizerken global düşünüp önce altta kalan üçlü bloğun üst yüzeyini çizerek başlamıştır (Şekil 29 (b)). Daha sonra lokal düşünüp şekil birimleri yardımıyla yapının ilgili ayrıtlarını çizip altta yan yana duran üç beyaz küp bloğun çizimini tamamlamıştır (Şekil 29 (c)). Bora çizimini kontrol ettiğinde en arkadaki küpün üzerinde bir beyaz küp daha çizmesi gerektiğini bildiği halde bu ayrıntıyı çizim esnasında gözden kaçırmıştır (Şekil 29 (c)). Sonrasında Bora ilgili küpün üst yüzünü silip, bu yüzün üzerine bir tane daha beyaz blok çizmiştir (Şekil 29 (d)).



**Şekil 29.** Küplerden oluşan yapıları birbirinden ayırma etkinliği.

Bora beyaz bloğu çizerken şekil birimleriyle yapıdaki dört tane beyaz küpü doğru bir şekilde konumlandırabilmiştir. Ayrıca üste ekleyeceği son beyaz küpü çizerken lokal düşünüp gerekli ayrıtları silebilmiş ve böylece üzerine son ekleyeceği küpü çizebilmiştir. Bora siyah küplerden oluşan blokların çizimine ise önce ayrılan bölgeden başlamayı tercih etmiştir. Bora burada şekli global düşünerek şekildeki yarım görünen yüzlerin olacağına dair çıkarım yaptığı ve bu nedenle de öncelikle yarım görünen yüzü çizerek başladığı görülmektedir (Şekil 29 (e)). Yarım yüzü görünen kısmın eksik ayrıtları

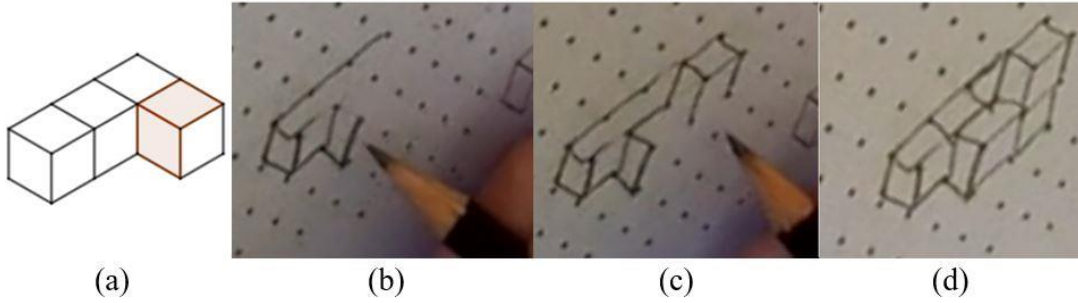
çizdikten sonra global düşünerek siyah küp bloğunun üst yüzeyini çizmiştir (Şekil 29 (f)). Bu adımlardan sonra Bora lokal düşünüp şekil birimleri yardımıyla eksik kalan yerleri tamamlamış ve çizimini sonlandırmıştır (Şekil 29 (g)). Bora küpleri ayırma etkinliğinde çizimlerini ifade ederken daha çok diyagram üzerinden yaptığı muhakemeleri sözel olarak açıklayıp çok az sayıda jest kullanmıştır. Bora küp çıkarma etkinliklerinin tamamında çizimlerinde başarılı bir şekilde uzamsal muhakeme yaparak çıkarılan küplerden sonra yapıların son halini düşünebilmiştir. Ayrıca yapıları birbirinden ayırma etkinliklerinde de yapıyı zihninde ayrıştırarak oluşacak parçaları belirleyip çizemediği için bu bölümdeki etkinliklerde materyal kullanma gereksinimi duymamıştır. Çizim sonrasında oluşturduğu yapıyı teyit etmek amacıyla birim küplerle çizdiği yapıyı oluşturup doğruluğunu kontrol etmiş ve vücut konumunu ayarlayarak çizdiği şekliyle görmeye çalışmıştır. Bora'nın küp çıkarma etkinliklerinden elde edilen özet bulgular Tablo 2'de verilmiştir.

**Tablo 2.** Bora'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi

Küp çıkarma çizimlerine başlama ve çizimini biçimi	Küp çıkarma etkinliklerinde ilk olarak küpün çıkarıldığı yerden yüzler oluşturarak çizimine başlamış ve çizimini yukarıdan aşağıya doğru ilerletmiştir. Küplerden oluşan blokları ayırma etkinliklerinde ise beyaz bloğun önce üst yüzünü oluşturmuş ve sonrasında çizimini ön kısımdan arka kısma doğru ilerletmiştir. Siyah blokları çizerken ayrılan bölgenin üst yüzünden başlamış ve o kısımdan arkaya doğru ilerleyerek çizimini tamamlamıştır.
Global-lokal düşünme süreçleri	Küp çıkarma etkinliklerinde yapıyı belirli parçalar halinde çoklu yüzler oluşturarak çizmesi, küpün çıkarıldığı yerdeki yüzden çizime başlayabilmesi Bora'nın birim küplerden oluşan yapıları global düşünebildiğini göstermektedir. Yapıları birbirinden ayırma etkinliklerinde de siyah bloğu çizerken öncelikle ayrıldığı kısımdan başlayıp direkt olarak yarım görünen yüzü çizerken global düşünmüştür. Bora'nın çizim süreçlerinde lokal düşünme basamağı daha çok çizdiği çoklu yüz bölümlerinin ayrıtlarını, yani iç kısımlarını tamamlarken görülmektedir.
Çizim üzerine eklemeler yapıp silme durumu	Bora küp çıkarma ve küplerden oluşan yapıları birbirinden ayırma etkinliklerinde hatalı çizimler yaptığı durumlarda gerekli yerleri silip doğru bir şekilde çizimini tamamlayabilmiştir. Bu adımlarda görünmesi veya görünmemesi gereken ayrıtların durumunu dikkate alarak düzeltmeler yapabildiği gözlemlenmiştir.
Çizim yapabilmek için materyalden yardım alma durumu	Bora küp çıkarma etkinliklerinde çizimlerini başarılı bir şekilde tamamlamıştır. Birim küp materyallerini sadece oluşturduğu yapıyı çizimden sonra görsel olarak teyit etmek için kullanmıştır.
Jestlerle şekil birimlerini ifade etme durumları	Bora küp çıkarma etkinliklerinde çizimlerini ifade ederken daha çok diyagramlarla ifade etmeye çalışmış ve çizimlerini açıklarken çoğunlukla jسته başvurmamıştır.
Küpleri birbirlerine göre konumlandırma biçimi	Küp çıkarma ve yapıları ayırma etkinliklerinde yapının son halini çizerken eksilen küplerden dolayı yapıda oluşan boşluklarda meydana gelen ara yüzleri başarılı bir şekilde çizerek küpleri konumlandırmada bir sorun yaşamamıştır.

### 3.1.2. Bora'nın Küp Ekleme Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular

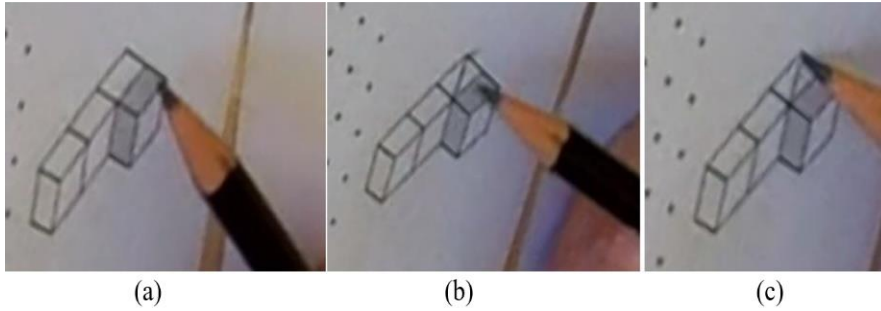
Bora'ya küp ekleme etkinliğinde Şekil 30 (a)'da verilen görselde boyalı olan kısımlara birer tane daha küp ekleyip çizmesi gerektiği belirtilmiştir. Bora'nın bu etkinlikte çizime ön taraftan başlayıp sonrasında çizimini arka tarafa doğru ilerlettiği gözlemlenmiştir. Bora çizime başlarken yapıyı global olarak düşünmüş ve ön tarafa doğru eklenecek küpü de hayal ederek çizime aynı ayna birden fazla yüzey oluşturarak başlamıştır (Şekil 30 (b)). Burada Bora eklenecek küpü global düşünmüş ve uzamsal muhakeme yaparak çizimde konumunu doğru bir şekilde belirleyebilmiştir. Sonrasında oluşturduğu yüzeyleri şekil birimleri yardımıyla arka tarafa doğru ilerleterek son ekleyeceği küpü de bu şekilde çizmiştir (Şekil 30 (c)). Bora son olarak lokal düşünerek yapıda oluşturduğu yüzeylerin ayrıtlarını izometrik kâğıttaki noktalardan yararlanarak tamamlamış ve çizimini sonlandırmıştır (Şekil 30 (d)). Bora küp ekleme etkinliğinde çizimini hata yapmadan tamamlayabilmiştir. Ayrıca çizim sürecinde zorluk yaşamadığı için materyal kullanma ihtiyacı hissetmemiştir.



Şekil 30. Bora'nın yapılar küp eklemeye yönelik çizim çalışmaları

Klinik görüşmede, araştırmacı yapılan çizimleri referans alarak ayrıca Bora'nın bazı yüzlerin niçin yarım görüldüğü yönünde düşüncelerini almıştır. Örneğin, yapılar küp ekleme etkinliğinde, Bora bir yüzün niçin yarım görüldüğünü açıklamak için kalem kullanarak bir ayrıtı göstermiş ve düşüncesini “hocam yani şuraya bir tane daha küp eklendiğinde burası direkt böyle kapandığı için burası yarım gözükür (Şekil 31)” şeklinde açıklamıştır. Burada, Bora'nın şekillerde yükselen küplerden dolayı yarım görünen yüzlerinin nedenini açıklamak için etkinlikte sunulan diyagramı kullandığı anlaşılmaktadır. Öğrenci, kullandığı jest ile bir yüzün üstüne bir küp daha ekleme işlemi yapıldığını dile getirmiş ve kalem kullanarak yaptığı yükselme jesti ile (Şekil 31 (b-c)) eklenen küpün ayrıtlarına işaret etmiştir. Bora burada şekil birimlerini ifade etmeye çalışırken jestlerden faydalanıp (Şekil 31 (b-c)) bazı ayrıtları parçalar halinde göstermiş ve sonrasında odaklandığı bu lokal özelliklerden yararlanarak küpün üst yüzeyine yeni

bir küp inşa etmiştir. Bora böylece diyagramdan faydalanarak çizimi nasıl yapacağına dair bir yöntem belirlemiştir (Şekil 31 (c)).



**Şekil 31.** Bora'nın küp ekleme çalışmalarında muhakeme yeteneği

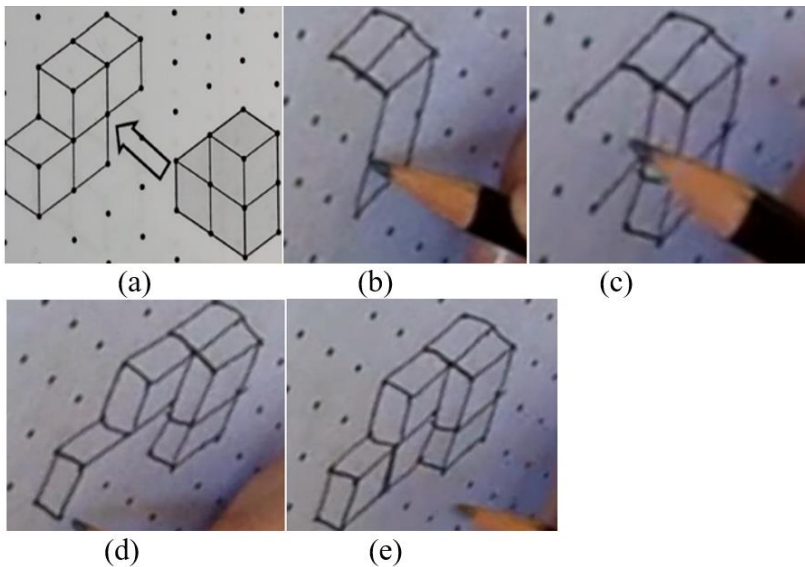
Bora kimi zaman bazı yüzlerin niçin yarım görüldüğünü açıklamak için birim küplerden oluşan modeller üzerinde vücudunu farklı biçimlerde konumlandırmış ve yarım görünen yüzlere işaret etmiştir. Örneğin, Şekil 32'de Bora her ne kadar kendi konumunu birim küplerden oluşan yapıya göre yeniden konumlandırsa da doğrudan kalem aracılığıyla yarım görünen küpe işaret etmiştir. Boranın kullandığı jest doğrudan üste yerleştirilen küpe, bu küpün alt arka tarafında yer alan küpün yarısını kapattığını göstermiştir. Bora Şekil 32'de kalem kullanarak, kalemi doğrudan alt kısımda yer alan küpün köşegeni üzerine yerleştirmiş ve bu yüzün çizimde yarım görünmesinin nedenini, üste yerleştirilen küp üzerinden açıklamıştır. Aynı zamanda jesti kullanırken bir yandan sözel ifadeler kullandığı gibi, diğer yandan bazı yerlerde düşüncelerini ifade ederken vücudunu da kullandığı görülmüştür (Şekil 32).



**Şekil 32.** Bora'nın oluşturduğu yapıya bakarken vücudunu konumlandırması

Bir sonraki küp ekleme etkinliğinde araştırmacı Bora'ya Şekil 33 (a)'da gösterilen etkinliği sunmuştur. Burada bir önceki alıştırmının aksine Bora'dan ayırık duran siyah ve beyaz bloklardan oluşan iki farklı yapıyı birleştirerek çizmesi istenmiştir. Araştırmacı görüşme esnasında Bora'ya bu yapıyı çizerken nasıl düşüneceğini ve çizime nereden başlayacağını sorduğunda Bora şu şekilde bir cevap vermiştir: “Eee, en başta şu üst tarafı çizerim çünkü, birleşmiş olacağı için burası iki blok olarak gözükecek. Alt tarafı da bir

blok daha çizeceğim, sonra işte iki blok bu tarafa yok, bir blok bu tarafa çekip burayı çizeceğim. Sonra da gerisi...”. Bora açıklamasında çizime üst taraftan başlayacağını belirtmektedir. Ayrıca Bora yükselen iki bloktan bahsederken aslında şeklin birleşmiş halini zihninde düşünüp, en arkada yan yana yükselen ikili sıra olan iki katlı bloklardan bahsettiği anlaşılmaktadır (Şekil 33 (a)). Burada Bora'nın şeklin birleşmiş halini zihninde tasarlayıp global düşünebildiği görülebilmektedir. Bora açıklamasının bir başka kısmında şekli bir blok yana çekeceğinden bahsederken de eklenen siyah bloktan dolayı arka tarafta yükselen ikili bloğu kastetmektedir. Bora siyah bloklardan birinin beyaz blokların alt kısmına gireceğini yapının global özelliklerini düşünüp tahmin edebilmiştir. Daha sonra Bora yapının çizimine arka tarafta birleşen bölgeden başlayarak çizime devam etmiştir (Şekil 33 (b)). Burada Bora'nın yapının son halini zihninde tasarlayıp bunu doğrudan çizime aktardığı görülmektedir. Bora'nın bundan sonraki kısımda yapıyı arkadan öne doğru çizmeyi tercih ettiği anlaşılmaktadır (Şekil 33 (c)). Bu kısım bittikten sonra Bora en önde tek kalan beyaz küpü çizmek için şekil birimlerini kullanarak, izometrik kâğıtta noktaları birleştirip en önde tek kalan beyaz küpü çizmeye çalışmıştır (Şekil 33 (d)). Son olarak şeklin lokal özelliklerini düşünüp yan yüzeyde eksik kalan kısımları şekil birimleri yardımıyla tamamlayarak yapının son halini çizdiği görülmüştür (Şekil 33 (e)). Bora çizime başlamadan önce uzamsal muhakeme yaparak beyaz ve siyah küplerden oluşan blokları zihninde birleştirebildiği için çizimde küplerin konumlandırılması esnasında sıkıntı yaşamamıştır. Bu nedenle de çizim esnasında materyal kullanma gereksinimi duymamıştır.



**Şekil 33.** Küplerden oluşan yapıları birleştirme etkinliği.

Bora'ya araştırmacı tarafından Şekil 33'te verilen yapıda siyah kp bloklarını ekledikten sonra, siyah ve beyaz kp blokların birleşim yerinde oluşan arayüzü neden bu Şekilde çizdiği sorulduğunda (bkz. Şekil 33 (e)), Bora fikirlerini sözel olarak ifade edememiş ve jest kullanma gereksinimi duymuştur. Bir başka ifade ile Bora sözel olarak ifade etmekte zorlandığı soyut kavramı anlatabilmek için jestlerden faydalanmıştır. Bora burada ellerini kullanarak iki tane küpün birleşerek oluşturduğu arayüzü canlandırmıştır (Şekil 34). Jesti ifade ederken ellerini birleşen iki kp yüzeyi olarak tasvir etmiştir. Böylece Bora hem diyagramdan faydalanarak jestler aracılığıyla Şekil birimlerini ifade edebilmiştir. Bora Şekil 34'te kullandığı jestler yardımıyla birden fazla yüzeyi aynı anda oluşturabilmiştir.



**Şekil 34.** Bora'nın ayrıt gösterirken kullandığı jest rneği

Araştırmacı, görüşmede Bora'dan yaptığı her çizim sonrasında çizmiş olduğu yapıları birim küplerle oluşturmasını istemiştir. Bora çizdiği yapıları birim küplerle oluşturduktan sonra izometrik kâğıtta çizdiği Şekliyle görebilmek için vücut pozisyonlarını kullanıp, bu açıları yakalamaya çalışmıştır. Bu aşamada Bora'nın hem vücudunu hem de gerekli açıları sözel olarak ifade edemediği için jestleri kullandığı görülmektedir (Şekil 35). Aynı zaman da Şekil 35'ye bakıldığında Bora'nın bakış açısını gösterebilmek için jestlerden yararlandığı görülmektedir. Yani Bora Şekil 35'te diyagramdan faydalanarak çizimde grdğu perspektifi araştırmacıya ifade edebilmek için jestlerden faydalanıp hangi bakış açısıyla yapıya bakılması gerektiğini ifade etmeye çalışmıştır. Aynı zamanda burada vücut ve jestlerin karşılıklı olarak etkileşim halinde olduğu da anlaşılmaktadır. Bora'nın kp ekleme etkinliklerinden elde edilen zet bulgular Tablo 3'te verilmiştir.



**Şekil 35.** Bora'nın yapıya bakış açısına göre vücudunu konumlandırması

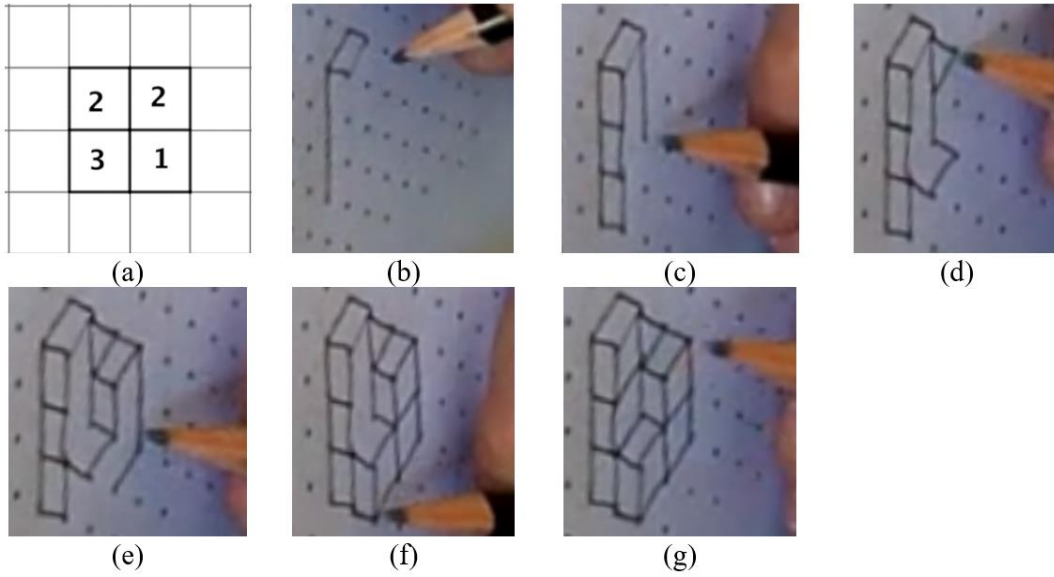
**Tablo 3. Bora'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi**

Küp ekleme çizimlerine başlama ve çizimini sürdürme biçimi	Küp ekleme etkinliklerinde yapıyı ön kısımdan arka tarafa doğru ilerleyerek ve öncelikle yüzleri oluşturmaya çalışarak çizmiştir. Yapıları birleştirme etkinliklerinde ise yapıyı arka taraftan birleşmiş haliyle çizmeye çalışmış ve ön tarafa doğru bu kısımdan itibaren yüzler oluşturarak çizimde ilerlemiş ve yapı çizimini tamamlamıştır.
Global-lokal düşünme süreçleri	Küp ekleme etkinliklerinde birden fazla yüzü düşünerek aynı anda çizebilmesi, eklenecek küpü çizimde karıştırmadan bu yüzler üzerinde ekleyebilmesi bu süreçlerde global olarak düşünebildiğini göstermektedir. Ayrıca global olarak düşünerek eklenen küpten dolayı yarım görünecek yüzü çizebilmiştir. Küplerden oluşan yapıları birleştirme etkinliklerinde de parçaların birleşmiş halini düşünerek birleşmiş yapının arka kısımdan çizimine başlaması Bora'nın yapıyı global düşünebildiğini göstermektedir. Bu bölümlerde görülen lokal düşünme süreci küp çıkarmada olduğu gibi oluşturduğu çoklu yüzlerin iç bölümlerini, yani küplerin ayrıtlarını şekil birimleriyle tamamlarken kendini göstermektedir.
Çizim üzerine eklemeler yapıp silme durumu	Bora küp ekleme etkinliklerinde ekleyeceği veya birleştireceği küplerin ayrıtlarını hata yapmadan çizebilmiştir.
Çizim yapabilmek için materyalden yardım alma durumu	Çizimlerini tamamladıktan sonra çizdiği yapıları kontrol etmek ve araştırmacıya vücudunun konumunu kullanarak çizdiği şekli göstermek amacıyla materyalleri kullanmıştır.
Jestlerle şekil birimlerini ifade etme durumları	Küp ekleme etkinliğinde yarım görünecek yüzleri diyagram üzerinde ifade ederken jestlerden faydalanarak kalemini köşegen üzerine yerleştirmiş ve yapının ilgili kısmının neden yarım görünmesi gerektiğini ifade etmiştir. Benzer şekilde yapıları birleştirme etkinliğindeki çizimin son halinde birleşen yapılardan dolayı oluşan ara yüzü ifade etmek için jest kullanmıştır.
Küpleri birbirlerine göre konumlandırma biçimi	Küp ekleme veya küplerden oluşan yapıları birleştirme etkinliklerinde eklenecek küpleri çizdikten sonra oluşan yeni ayrıtları çizerken yapının son durumunda görünmesi veya görünmemesi gereken şekil birimlerini dikkate alarak çizimini hatasız tamamladığı görülmüştür.

### 3.1.3. Bora'nın Farklı Yönlerden Görünümü Verilen Yapıların Çizimine Yönelik Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular

Bora'dan Şekil 36 (a)'da gösterilen alıştırmada, yapı görünümü verilen şeklin üç boyutlu görünümünün çizilmesi istenmiştir. Bora bu etkinlikte öncekilere göre daha çok zorlandığını belirtmiştir. Buna sebep olarak önceki etkinlikte şekli zihninde rahatça canlandırabilirken bu etkinlikte belirli bir kısmını zihninde canlandırabildiğini fakat izometrik kâğıtta çizim yapmaya başladığında şekli daha rahat oluşturabildiğini şöyle ifade etmiştir: “Yani çizerken bir şey olmuyor da yani kafamızda canlandırırken bunu biraz daha böyle şu kâğıdın üzerinde canlandırmak biraz daha kolay oluyor yani”. Bora bu etkinlikte çizimine en çok sayıda küpe sahip olan bloktan başlamayı tercih etmiştir (Şekil 36 (b)). Çizime yapıyı global olarak düşünerek başlamış ve bu nedenle belirli yüzeyler halinde kısım kısım çizmiştir (Şekil 36 (c)). Bu adımdan sonra global düşünerek arka tarafa çizeceği küpün öndeki küplerden dolayı yarısının görüneceğini belirleyip ilk

olarak bu ayrıtı tamamlamıştır (Şekil 36 (d)). Bu kısma kadar küpleri konumlandırmada sıkıntı yaşamayan Bora daha sonra arka bölgeden ön tarafa doğru lokal olarak düşünüp şekil birimleri yardımıyla eksik olan ayrıtları tamamlayarak çizimini sonlandırmıştır (Şekil 36 (e-f-g)). Bora ilk etkinlikte zorlansada şekil birimlerini etkili kullanmış ve hata yapmadan çizimini sonlandırmıştır. Ayrıca etkinlikte materyal kullanma gereksinimi duymadan çizimlerini yapabilmıştır. Bu bölümde açıklamalarını yaparken düşüncelerini sözel olarak ifade edip çoğunlukla jest kullanmamıştır.



**Şekil 36.** Bora'nın yapı görünümü verilen şekli çizme etkinliği

Bora'nın anahat görünümü verilen yapıları çizerken hangi küpün nerede olacağını ve ne şekilde görüneceğini tahmin edebildiğini görülmüştür. Bora'ya açıklamasının gerekçesi sorulduğunda soruda verilen şekil ve anahat görünümünde verilen şekildeki sayıları (Şekil 36 (a)) kullanmış ve düşüncesini şu şekilde açıklamıştır:

Araştırmacı: Burada yarım yüzü görünen kaç tane küp var?

Bora: Yarım yüzü bir tane o da şu arkadaki iki.

Araştırmacı: Onun yarım görünmesine sebep olan şey nedir?

Bora: Şu üçlü bloklar. Büyük her zaman öndedir.

Boranın verdiği cevap incelendiğinde, soruda verilen birim küp sayısına işaret ettiği ve bunu çizdiği yapı ile ilişkilendirdiği görülmektedir. Bu bağlamda, üst üste yerleştirilmiş üçlü küpün arkadaki ikili bloğun üst yüzünün yarım görünmesine neden olduğu ifade edilmiştir. Diğer bir ifade ile, Bora iki boyutlu şekillerin lokal özelliklerini kullanarak çıkarımlar yapmıştır. Daha sonra yaptığı bu çıkarımları üç boyutlu çizimde, şeklin global özelliklerini kullanarak uygulamıştır. Örneğin yapı görünümü verilen Şekil

36 (a)'daki sayılara bakarak hangi küpün nerede olması gerektiğini söyleyebilmiştir. Küp sayılarını dikkate alıp zihninde yapıyı canlandırdığında izometrik kâğıtta şekli nasıl çizmesi gerektiğini düşünebilmiştir. Sonrasında ise yapıyı izometrik kâğıda çizerken zihninde tasarladığı durumları hesaba katarak önce hangi kısımdan başlaması gerektiğini ve hangi küplerin yarım görüneceğini belirleyebilmiştir. Bu bağlamda Bora'nın üç boyutlu ve iki boyutlu şekiller arasındaki lokal ve global özellikleri ilişkilendirip kullanabildiği görülmektedir.

Farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimi etkinliklerindeki bir diğer problemde Bora'ya Şekil 37 (a)'da sunulan etkinlik verilmiştir. Araştırmacı bu etkinlikte Bora'ya bir yapının farklı yönlerden görünümünün verildiğini belirtip Bora'dan bu yapıyı izometrik kâğıtta üç boyutlu görünümünü çizmesini istemiştir. Bora'nın bu etkinlikte çizime nasıl başlayacağını öğrenmek ve düşüncelerini anlayabilmek için araştırmacı ile bu esnada aralarında aşağıda verilen konuşmalar geçmiştir.

Araştırmacı: Bu yapıyı nasıl çizmeyi planlıyorsun?

Bora: Oluşturmaya çalışıyorum yani.

Araştırmacı: Mesela ne düşünüyorsun?

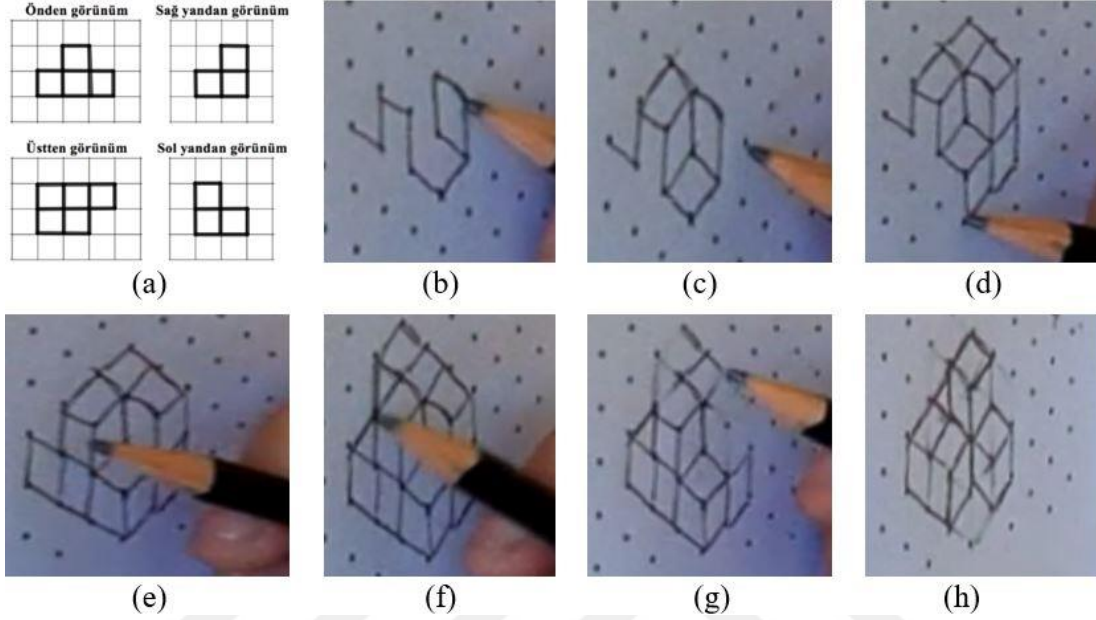
Bora: He anladım ya şu üstten görünüm hocam şaşırtıcı biraz yani burada üstünde blok olduğunu sandırıyor ama yani hiç de öyle bir şey değil. Hâlbuki şu bloğun üst tarafı yani. Anladım çizebilirim.

Araştırmacı: Nereden başlayacaksın çizmeye?

Bora: Ön, ön taraftan

Bora açıklamalarında belirttiği gibi yapının çizimine öncelikle ön görünümü referans olarak başlamıştır (Şekil 37 (b)). Ön görünümü çizerken global düşünen Bora birden fazla yüzey oluşturarak çizime başlamış ve bu adımdan sonra sağ görünüme göre üst kısmı oluşturmaya çalışmıştır (Şekil 37 (c-d)). Bu adımdan sonra üst görünüme yapıyı oluşturmaya devam ederek son olarak da global düşünüp yarım görünecek yüzeyleri oluşturmuştur (Şekil 37 (e-f)). Sonrasında farklı yönleri kontrol ederken hata yaptığını anlayınca kendi kendine şu şekilde sesli düşünmüştür: “Hocam şu perspektif işte şurası çok kötü bir şey, çok kötü bir şey kafamı çok karıştırdı bir kere. Bunları eklemem gerekiyordu hocam burada ya beni yanıltıcı olan şu sağ ve soldan görüntüsü oldu. Yani, halbuki bu bloğu gösterirken ben burada bir blok daha var sanıyorum”. Bora yaptığı açıklamasında sağ, sol ve üstten görünüme göre fazlalık ve yanlış konumlarda küpler çizdiğini global düşünerek belirlemiştir. Ayrıca yaptığı çizimde oluşan perspektiften

dolaylı şekil kafasını karıştırdığı için hata yaptığını ifade etmiştir. Yaptığı açıklamadan sonra uzamsal muhakeme yaparak fazlalık gördüğü veya yanlış konumlandığını düşündüğü küpleri silerek çizim üzerinde şekil birimleri yardımıyla küpleri doğru bir biçimde konumlandırıp çizimini sonlandırmıştır (Şekil 37 (g-h)).



**Şekil 37.** Bora'nın farklı yönden görünümü kullanarak muhakeme edişi.

Bora'ya Şekil 37'deki etkinlikte araştırmacı tarafından çizime hangi yönden başlayacağı sorulduğunda Bora şu şekilde cevap vermiştir: “Eee, sağ taraf böyle geleceğine göre buradan başlayacağız”. Hangi taraftan başlayacağını tasvir ederken, bahsettiği yönü diyagramdan faydalanarak jestler aracılığıyla ifade etmiştir (Şekil 38). Bora'nın burada araştırmacıya anlatmakta zorlandığı düşüncelerini daha somut bir biçimde tasvir edebilmek amacıyla olarak jest kullandığı görülmektedir. Bora kullandığı bu jestlerden faydalanarak soyut olan düşüncelerini araştırmacıya daha net bir şekilde ifade edebilmiştir. Bora'nın farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimine yönelik etkinliklerinden elde edilen özet bulgular Tablo 4'te verilmiştir.



**Şekil 38.** Bora'nın yön belirtirken kullandığı jest örneği

**Tablo 4. Bora'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi**

Farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimlerine başlama ve çizimini sürdürme biçimi	Yapı görünümü verilen şekli oluştururken ön kısımda daha fazla küpe sahip olan küp bloğun olduğu taraftan başlamayı tercih etmiştir. Sonrasında arka bölümü oluşturup en son ön kısımda eksik olan parçaları oluşturmuştur. Farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizerken öncelikle ön görünümü referans almıştır. Daha sonra sağ ve sol görünüme bakarak yanıldığını belirtip, ön ve üst görünüme göre çizdiği yapıyı düzenlemiştir.
Global-lokal düşünme süreçleri	Yapı görünümü verilen şekli çizerken en fazla küpe sahip olan bloğu çizdikten sonra bu bloğun arkasında yarım görünecek küpü çizmesi Bora'nın global düşünebildiğini göstermektedir. Benzer şekilde farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı oluştururken ön ve sağ görünümün kesiştiği yerde ara yüzü çizerek başlaması yapıyı zihninde üç boyutlu canlandırıp global olarak düşünebildiğini göstermektedir. Çizimde en sona bıraktığı yüzlerin iç kısımlarını (küplerin ayrıtlarını) ise lokal olarak düşünüp şekil birimleri yardımıyla tamamlamıştır.
Çizim üzerine eklemeler yapıp silme durumu	Farklı yönlerden görünümü verilen yapının çiziminde şekil birimlerinden faydalanarak yapıları hata yapmadan çizebilmiştir. Ancak farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizerken ön ve üst görünümü dikkate almadan direkt ön ve sağ görünüme göre çizdiği için fazladan küpler eklemiştir. Bora sonrasında muhakeme yaparak fazlalık çizdiği kısımları silmiş ve son haliyle yapıyı oluşturmuştur.
Çizim yapabilmek için materyalden yardım alma durumu	Bora çizim sürecinde birim küp materyallerine ihtiyaç duymadan çizmiştir. Çizimlerin sonlarında sadece çizdiği yapıyı kontrol etme amaçlı birim küp materyallerini kullanmıştır.
Jestlerle şekil birimlerini ifade etme durumları	Bora yapı görünümü çizim etkinliğinde sunulan diyagramda kalemiyle yarım görünmesi gereken küpü işaretleyebilmiştir. Farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizerken de referans alacağı yönü belirtmek amacıyla jest kullanmıştır.
Küpleri birbirlerine göre konumlandırma biçimi	Farklı yönlerden görünümü verilen yapıda küpleri konumlandırırken yönleri başarılı bir şekilde kullanarak şekil birimleriyle küp blokları oluşturabilmiştir. Ancak farklı yönlerden görünümü verilen yapılarda farklı yönlerin analizinde zorlandığı için çizimde olmaması gereken bazı küpleri oluşturduğu görülmüştür. Sonrasında bu hataları fark edip çiziminde düzenleme yapmış ve çizimini tamamlamıştır.

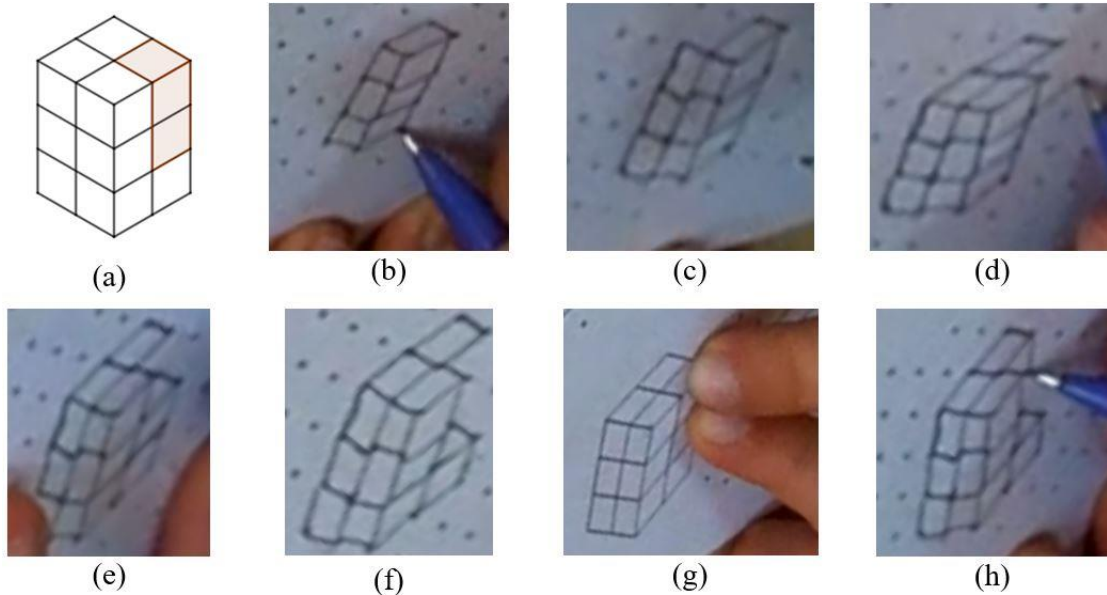
### 3.2. Seda'nın Çizim Süreçlerinden Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde Seda'nın çizim deneyimleri sunulmuş olup her bölümün sonunda etkinlikler daha önceden belirlenen kriterlere göre bir tabloda özetlenmiştir.

#### 3.2.1. Seda'nın Küp Çıkarma Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular

Küp çıkarma etkinliğinde Seda'ya Şekil 39 (a)'da verilen etkinlik sunulmuştur. Bu etkinlikte Seda'dan Şekil 39 (a)'da ki yapıdan boyalı olan küpleri çıkartıp tekrar çizmesi istenmiştir. Seda çizime yapıdaki boyalı küplerin yanındaki bloktan, yukarıdan aşağı doğru çizerek başlamıştır ve küpleri tek tek ekleyerek çizimini gerçekleştirmiştir (Şekil 39 (b)). Araştırmacı Seda'ya çizimine başlama tercihini sorduğunda Seda "Eğer buradan başlarsam (başlayacağı yerin arka köşesi), buradan daha zor olur ama bunu çizersem (Şekil 39 (b)) zaten devamı geliyor. O yüzden" şeklinde cevaplamıştır. Seda bu kısmı

çizdikten sonra yan bloğa geçip o kısmı da lokal düşünerek adım adım çizmeye devam etmiş ve oradan sonra şekil birimleri yardımıyla üst kısımdaki ayrıtları tamamlamıştır (Şekil 39 (c-d)). Seda'nın çizimlerine bakıldığına daha çok lokal özellikleri kullanarak çizim yapmayı tercih ettiği görülmektedir. Başka bir deyişle çizimlerinde lokal düşünerek şekil birimleriyle küpleri teker teker oluşturarak ilerlemektedir.



**Şekil 39.** Seda'nın küp çıkarma etkinliğindeki çizim aşamaları.

Bu kısımdan sonra Seda çıkan küplerin yerini çizerken eksik çizdiğini fark etmiştir (Şekil 39 (e)). Hatasını anlayınca silgi kullanarak yanlış çizdiği yeri silip, doğru şekilde düzeltmiştir (Şekil 39 (f)). Ayrıca Seda burada global olarak düşünüp altta tek kalan küpün yarım görüneceğini tahmin edebilmiş ve üst yüzeyini yarım görünecek şekilde çizmiştir (Şekil 39 (f)). Daha sonra Seda çiziminde eksik bir yer olduğunu düşünerek bunu tamamlamak amacıyla parmaklarını Şekil 39 (a)'daki boyalı küplerin üzerini kapatarak bir çıkarım yapmıştır (Şekil 39 (g)). Seda burada diyagramdan faydalanarak parmağıyla çıkarması gereken küpleri kapatıp diyagram üzerinde küpler çıktıktan sonra kalan şeklin nasıl olması gerektiğine dair uzamsal muhakeme yapmıştır. Burada şeklin global özelliklerini kullanarak bir çıkarım yapmış ve küplerin üst kısmında da yarım görünecek bir kısım olması gerektiğini fark etmiştir. Seda son olarak bu eksik ayrıtı lokal düşünüp şekil birimleri yardımıyla tamamlayarak çizimini sonlandırmıştır (Şekil 39 (h)). Seda'nın küp çıkarma etkinliklerinde şekil birimleriyle çizeceği yapıları oluştururken çizimde hata yapmadan ilerlediği görülmüştür. Bu nedenle etkinlik esnasında birim küp materyallerini kullanma gereksinimi duymamıştır. Ayrıca küp çıkarması gereken yüzeyleri doğru bir şekilde belirleyerek küpleri konumlandırmada herhangi bir sıkıntı

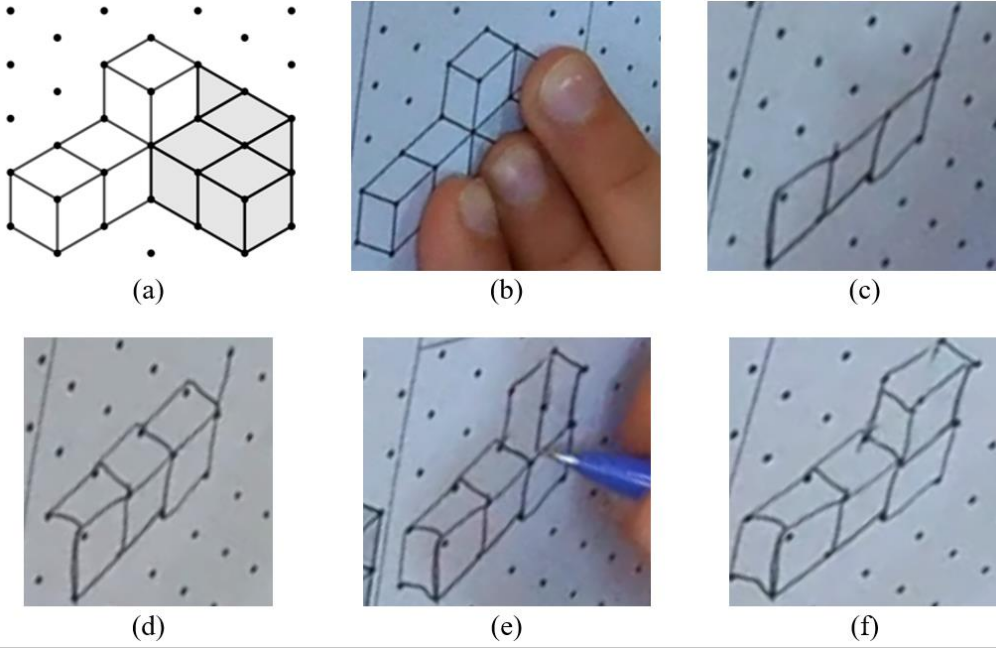
yaşamamıştır

Seda Şekil 39 (a)'da verilen etkinlikte küplerin çıkarılması istendiğinde çizime başlamadan önce son halinin nasıl bir şekil olacağını düşünürken jestlerden faydalanmıştır. Örneğin Şekil 39 (a)'da çıkan küpleri düşünürken ellerini kullanarak sanki o iki küpü yapıdan çekip aldığı görülmektedir (Şekil 40). Ayrıca, Seda burada düşüncelerini ifade edebilmek diyagramdan faydalanmış ve kullandığı jestle sözel olarak ifade etmekte zorluk çektiği kısmı daha anlaşılır olacağını düşündüğü haliyle ifade etmiştir.



Şekil 40. Seda'nın küp çıkarma etkinliğinde kullandığı jest örneği.

Görüşmede Seda'ya bir diğer küp çıkarma etkinliği olarak Şekil 41 (a)'da gösterilen birleşik yapıları ayırma etkinliği verilmiştir. Araştırmacı Seda'ya dört tane beyaz küpü ve dört tane siyah küpü görüp göremediğini sorduğunda Seda “Yani görüyorum, çünkü yani göremiyorum şu an bunun altında bir tane beyaz küp var, burada bir tane dört tane var, bunun altında bir tane daha küp olursa o zaman beyaz küptür bu.” şeklinde cevap vermiştir. Seda'nın açıklamalarına bakıldığında siyah ve beyaz küplerden oluşan blokları ayrı ayrı bir bütün olarak düşünebildiği ve şekli global düşünerek yorumlayabildiği görülmektedir (Şekil 41 (a)). Aynı zamanda şeklin global özelliklerini dikkate alıp, siyah küplerin altta kalan beyaz küpün görünmesini engellediğini düşünebilmiştir. Seda çizime başlarken parmaklarıyla siyah küplerin üzerini kapatarak çizmesi gereken beyaz küpleri tasarlamıştır (Şekil 41 (b)). Burada izometrik kâğıtta verilen yapı üzerinde şekil birimlerini kullanıp, noktalar yardımıyla nereden çizime başlaması gerektiğine karar vermiştir.

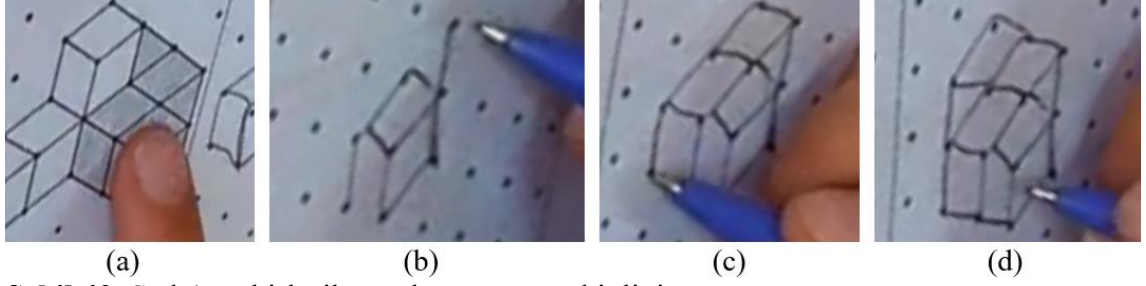


**Şekil 41.** Seda'nın birleşik yapıları ayırma etkinliği.

Bu aşamalardan sonra Seda çizime alttaki görünmeyen beyaz küpten başlamayı tercih etmiştir. Öncelikle alt kısımda kalan yatay üçlü beyaz bloğun yan yüzünü lokal düşünüp teker teker ekleyerek çizmiş, daha sonra da üst yüzey ayrıtlarını tamamlayarak çizime devam etmiştir (Şekil 41 (c-d)). Seda bu adımdan sonra üstte kalan tek beyaz küpü çizmeye çalışırken izometrik kâğıtta önce bir altıgen çizerek küpün anahatlarını oluşturmuştur (Şekil 41 (e)). Burada izometrik kâğıtta ilk olarak dış kısmını çizdiği küpün lokal özelliklerini algılayamadığı için, küpün ortasından bir doğru parçası ile noktaları birleştirmesi gerektiği düşüncesine kapılıp küpü yanlış çizmiştir. Daha sonra Seda yaptığı hatayı anlayınca ilk çizdiği doğru parçasını silip, izometrik kâğıtta verilen noktalar yardımıyla küpün gerekli şekil birimlerini tamamlayıp çizimini sonlandırmıştır (Şekil 41 (f)).

Seda diğer siyah dördü bloğu çizerken izometrik kâğıttaki şekil üzerinde, parmağıyla başlaması gerektiği yeri araştırmacıya göstermiştir (Şekil 42 (a)). Daha sonra siyah bloğun görünen ön kısmından çizime başlayarak arka tarafa doğru küpleri birer birer ekleyerek çizime devam etmiştir (Şekil 42 (b-c)). Son olarak arkada kalan tek siyah küpü de çizerek yapıyı tamamlamıştır (Şekil 42 (d)). Seda burada şekli global olarak düşünüp hangi küpün nasıl görüneceğini düşünebilmiştir. Aynı zamanda yapıyı global olarak düşünürken yarım görünen yüzeylerin olacağına karar verip şekilde bu yüzeyleri izometrik kâğıttaki noktalar yardımıyla çizebilmiştir. Seda bu bölümdeki çizimlerini zorlanmadan oluşturabildiği için küp materyallerden destek almamıştır. Çizim sonrasında

birim küplerle yapıyı oluşturup çizimini kontrol etmiştir. Seda'nın küp çıkarma etkinliklerinden elde edilen özet bulgular Tablo 5'te verilmiştir.



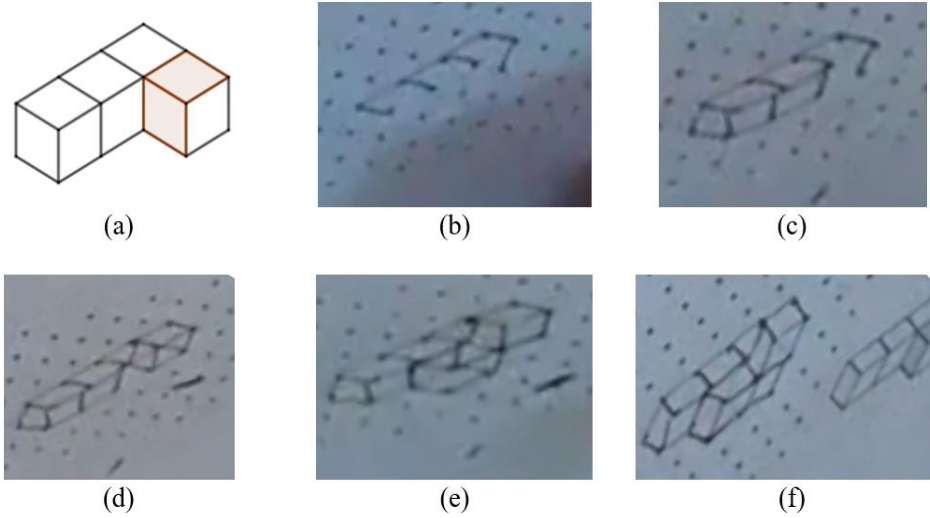
Şekil 42. Seda'nın birleşik yapıları ayırma etkinliği.

**Tablo 5.** Seda'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi

Seda'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi	
Küp çıkarma çizimlerine başlama ve çizimini sürdürme biçimi	Küp çıkarma etkinliğinde çıkartılacak küplerin yanındaki bloktan yukarıdan aşağıya doğru küpleri teker teker ekleyerek çizime başlamıştır. Sonrasında aynı yöntemle arka tarafı tamamlayıp çıkan kısımların çizimini en sona bıraktığı görülmüştür. Küpleri ayırma etkinliğinde ise beyaz kısmı çizerken öncelikle görünmeyen beyaz küpten başlayıp ön tarafa doğru çizimi küçük adımlarla ilerletmiş ve sonrasında diğer yüzeyleri oluşturmuştur. Bu kısımda siyah bloğu çizerken de ilk olarak ön taraftaki küpten başlayıp arka tarafa doğru çizimini ilerletmiştir.
Global-lokal düşünme süreçleri	Küp çıkarma etkinliğinin ilk bölümünde çizimde daha çok lokal düşünerek çizim yaptığı görülmüştür. Ancak çıkarılacak yeri düşünürken global olarak düşünebilmiş ve bu kısmı yarım görünecek şekilde çizebilmiştir. Küp ayırma etkinliğinde beyaz kısmı çizmeden önce yapıyı global olarak düşünmüş ve görünmeyen bir tane beyaz küp olduğunu belirlemiştir. Siyah kısmı çizerken de benzer şekilde ayrılan bölgede yarım görünecek bir yüzey olması gerektiğini global olarak düşünebilmiştir. Geriye kalan kısımlarda ise daha çok lokal olarak düşünerek çizimini ilerletmiştir.
Çizim üzerine eklemeler yapıp silme durumu	Küp çıkarma etkinliklerinde daha çok küçük adımlarla ilerlediği için yapıları çoğunlukla hata yapmadan çizebildiği görülmüştür. Yapıları ayırma etkinliğinde beyaz bloğun üst katındaki tek küpü çizerken şekil birimlerini yanlış kullandığı için hatalı bir ayrıt çizdiğini anlayıp akabinde ilgi ayrıtı silip doğru bir şekilde yapıyı tamamlamıştır.
Çizim yapabilmek için materyalden yardım alma durumu	Küp çıkarma etkinliklerinde materyal kullanma gereksinimi duymamıştır. Sadece çizimlerden sonra çizdiği yapıyı doğrulamak amacıyla birim küplerle yapıyı oluşturup çizdiği şekliyle görebilmeye çalışmıştır.
Jestlerle şekil birimlerini ifade etme durumları	Küp çıkarma etkinliklerinde çıkarılacak küpleri ifade etmek için jestler aracılığıyla diyagramdan faydalanmıştır. Benzer şekilde yapıları ayırma etkinliğinde ayrılacak bölgenin yerini ifade edebilmek için parmağıyla diyagram üzerinde ayrılacak yerleri işaretleyerek jestlerden faydalanmıştır.
Küpleri birbirlerine göre konumlandırma biçimi	Küp çıkarma etkinliğinde iki küp çıkarılması gerekirken ilk anda sadece bir küp çıkartmış ve hatasını anlayınca ikinci küpü de çıkararak küpleri doğru bir şekilde konumlandırmıştır. Benzer olarak yapıları ayırırken de küpleri konumlandırmada ve şekil birimlerini küp ekleme ve çıkarma esnasında doğru bir şekilde ilerletip çizim yapabildiği görülmüştür.

### 3.2.2. Seda'nın Küp Ekleme Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular

Küp ekleme etkinliklerinde Seda'ya Şekil 43 (a)'da gösterilen yapı verilmiş ve boyalı kısımlarına birer tane daha küp ekleyip, eklenmiş haliyle tekrar çizmesi istenmiştir. Seda bu şeklin çizimine önden başlamayı tercih etmiştir. Araştırmacı neden önden başlamak istediğini sorduğunda Seda “Hocam buradan başlayım ki gerisini şey yapayım, buradan başlarsam (küp eklenecek kısımların olduğu yerden bahsediyor) o tarafı çizmem biraz daha zor olabilir” şeklinde cevaplamıştır. Seda çizimine bu nedenle ön kısımdan, daha önce de yaptığı gibi şeklin lokal özelliklerini kullanıp, parça parça çizerek başlamıştır (Şekil 43 (b)). Önce ön kısmın üst yüzeyini çizip, daha sonra şeklin lokal özellikleri kullanarak iç kısımlarındaki eksik yerleri, izometrik kâğıttaki noktaları doğru parçalarıyla birleştirerek adım adım tamamlamıştır (Şekil 43 (b-c)).



**Şekil 43.** Seda'nın küp ekleme etkinliği.

Seda çiziminde küp eklenecek kısma doğru geldiğinde farklı bir yöntem kullandığı görülmüştür. Seda küp eklenecek kısımları izometrik kâğıttaki noktalardan yardım alarak şeklin üzerine çizmiş daha sonra fazla olan yerleri silmiştir (Şekil 43 (d-e)). Seda burada eklenecek küpleri daha önce çizdiği kısmın üzerine ve yanına ekleyip çizim yapabildiğinden şeklin lokal özelliklerini kullanabildiği anlaşılmaktadır. Ayrıca küplerin izometrik kâğıtta doğru bir şekilde görülebilmesi için gerekli ayrıtları karıştırmadan silbilmesi Seda'nın şekli global olarak da düşünebildiğini göstermektedir. Son olarak Seda gerekli yerleri şeklin lokal özelliklerini düşünerek tamamlamış ve çizimini bitirmiştir (Şekil 43 (f)).

Bu kısımda Seda'ya araştırmacı tarafından çizimde neden yarım görünen yüz olduğu sorulduğunda “Hocam o bir tane daha ekledik ya iki tane daha orası demin

gösterdiğim gibi biraz daha yarım kaldı normalde şöyle tam gözüküyor ama buraya bir tane eklediğimiz için yarısını kapladığı için” şeklinde cevap vermiştir. Seda burada eklenen küpleri ifade edebilmek için sözel olarak anlattıklarını somutlaştırmak amacıyla jest kullanmayı tercih etmiştir (Şekil 44). Kullandığı jest dinamik bir el hareketiyle yukarıdan aşağıya doğru getirilerek şekle konulan bir küpü temsil etmektedir (Şekil 44). Seda düşüncelerini daha anlaşılır bir şekilde ifade edebilmek için diyagramdan faydalanarak jest kullanmıştır. Seda küp ekleme etkinliğinde küpleri boyalı yerlere şekil birimlerini doğru yönlere doğru birer birim uzatarak çizim üzerinde ekleyip hata yapmadan konumlandırabilmiştir. Bu nedenle çizim esnasında küp materyal kullanma gereksinimi duymamıştır. Çizimden sonra küp materyallerle çizdiği yapıyı oluşturup doğruluğunu teyit etmiştir. Bu esnada vücudunu konumlandırıp oluşturduğu yapıya bakan Seda (Şekil 45) çizdiği şekliyle yapıyı görebildiğini belirtmiştir. Ayrıca çizdiği şekilde neden yarım görünmesi gereken bir yüz olması gerektiğini araştırmacıya Şekil 45’te verildiği gibi birim küplerden oluşan yapıya göre vücudunu konumlandırarak göstermiştir.



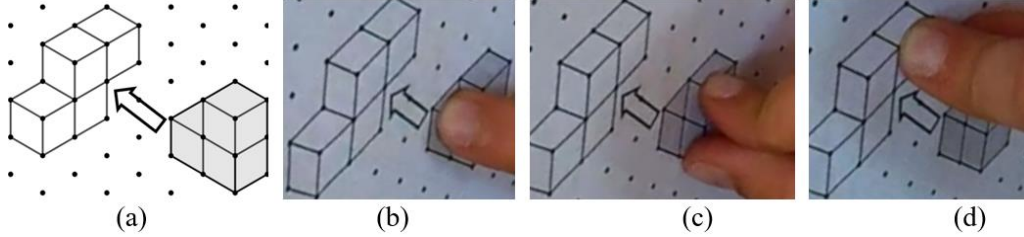
**Şekil 44.** Seda’nın küp ekleme etkinliğinde kullandığı jest.



**Şekil 45.** Seda’nın şekle bakarken vücut konumunu ayarlaması.

Bir diğer küp ekleme etkinliğinde Seda’ya ayrıık durumda olan yapıları birleştirip çizme etkinliği verilmiştir. Hemen akabinde Seda’dan Şekil 46 (a)’da gösterilen etkinlikte dört beyaz küp ve üç siyah küpten oluşan yapıları resimde belirtilen şekilde birleştirip çizmesi istenmiştir. Seda’ya bu soruda nasıl düşündüğü sorulduğunda Seda “Hocam şimdi, şu altına eklersem (Şekil 46 (b)) burası görünmeyecek o yüzden sadece bu ikisini ekleyeceğim (Şekil 46 (c)), eklemiş gibi olacak. Şurayı şuraya eklesem (Şekil 46 (d))? Tamam anladım.” şeklinde cevap vermiştir. Seda burada izometrik kâğıttan yardım alarak

şekil birimlerini kullanmış ve hangi parçanın nereye geleceğini tasarlamıştır. Seda ayrıca Şekil 46 (b-c-d)'de global düşünerek verilen görsellerde bir tane siyah küpün, beyaz küp blokların altında kalıp görünmeyeceğini ve bu nedenle sadece iki tane siyah küp eklemiş gibi çizeceğini yaparak anlamıştır.



**Şekil 46.** Seda'nın yapıları birleştirme etkinliğinde kullandığı yöntemi.

Araştırmacı, Seda'ya çizime nereden başlayacağını sorduğunda aralarında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

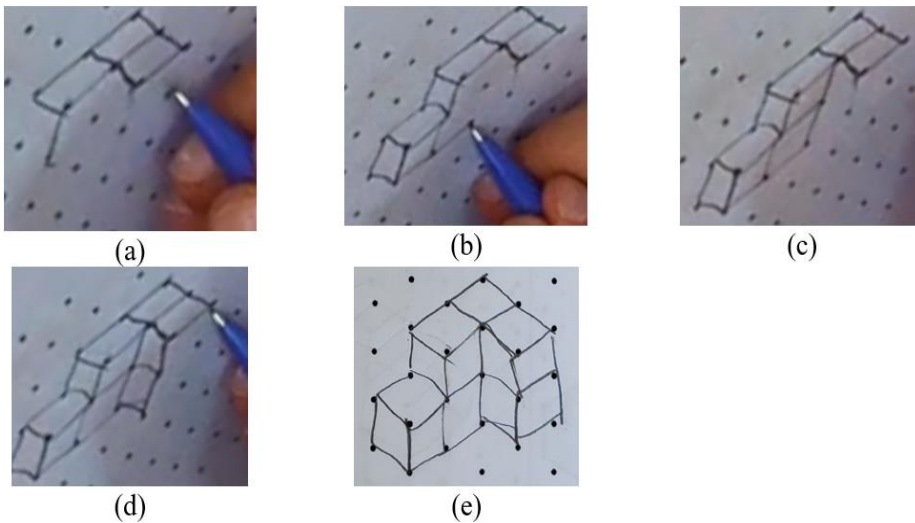
Araştırmacı: Nereden başlayacaksın bu sefer çizime?

Seda: Bu sefer buradan başlayacağım. (Beyaz küp bloğun sağ üst köşesi)

Araştırmacı: Nasıl bir kolaylık sağlayacak sana oradan çizime başlamak?

Seda: Baştan başlamak devamını getiriyor.

Seda global düşünerek çizimine öncelikle birleşen blokların üst yüzeyini çizerek başlamayı tercih etmiştir (Şekil 47 (a)). Seda bu adımdan sonra lokal düşünerek çizimine şeklin üst yüzeyinden ön tarafa doğru ilerleyerek adım adım devam etmiştir (Şekil 47 (b)). Bu kısımlardan sonra Seda şekil birimlerini kullanarak şeklin yan yüzünü de parça parça tamamlamayı tercih etmiştir (Şekil 47 (c)). Son olarak eklenen siyah küplerin görünecek yüzeylerini çizerek yapıyı tamamlamıştır (Şekil 47 (d-e)). Seda'nın küp ekleme etkinliklerinden elde edilen özet bulgular Tablo 6'da verilmiştir.



**Şekil 47.** Seda'nın yapıları birleştirme etkinliği.

**Tablo 6. Seda'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi**

Küp ekleme çizimlerine başlama ve çizimini sürdürme biçimi	Küp ekleme etkinliğine ön kısımdan başlamayı tercih ederek küçük adımlarla çizim yapmış ve eklenecek küplerin çizimini en sona bırakmıştır. Yapıları birleştirme etkinliğinde ise öncelikle birleşen bölgenin üst yüzeyini oluşturarak çizime başlayıp sonrasında ön tarafa doğru şekil birimleriyle adım adım çizerek yapıyı tamamlamıştır.
Global-lokal düşünme süreçleri	Küp ekleme etkinliklerinde çoğunlukla lokal olarak düşünüp çizimlerini sürdürmüştür. Ancak eklenen küplerden sonra yarım görünecek yüzeyi belirlerken veya görünmeyecek ayrıtları düşünüp silerken yapıyı global olarak düşünmüştür. Yapıları birleştirme etkinliğinde de yapıyı birleşmiş bir şekilde düşünüp üst yüzeyi çizerken global olarak düşünmüş sonrasında lokal olarak düşünmeye devam edip çizimini tamamlamıştır.
Çizim üzerine eklemeler yapıp silme durumu	Küp ekleme etkinliği kısmında küpleri eklerken mevcut çizimin üzerine önce yeni küpleri eklemiş sonrasında ilgili şekil birimlerini silerek yapının çizimini bitirdiği gözlemlenmiştir. Yapıları birleştirme etkinliğinde ise şekil birimlerini etkili bir şekilde kullanarak hata yapmadan çizimini sonlandırmıştır.
Çizim yapabilmek için materyalden yardım alma durumu	Küp ekleme ve yapıları birleştirme etkinliklerinde küp kullanmaya ihtiyaç duymadan çizimlerini tamamlamış ve nihai çizimlerinden sonra doğruluğunu kontrol etmek amacıyla birim küpleri kullanıp çizdiği yapıları oluşturmuştur.
Jestlerle şekil birimlerini ifade etme durumları	Küp ekleme ve yapıları birleştirme etkinliklerinde düşüncelerini daha anlaşılır bir şekilde ifade etmek için diyagramlardan faydalanarak jest kullandığı görülmüştür. Eklenen küpleri veya eklendikten sonra nasıl görüneceğini ifade etmek için jestle şekil birimlerini kullanarak ifade etmiştir.
Küpleri birbirlerine göre konumlandırma biçimi	Küp ekleme ve yapıları birleştirme etkinliklerinde şekil birimlerini kullanarak eklenecek küpleri doğru bir şekilde konumlandırabilmiştir. Çizim üzerinde eklemeler yaptığında şekil birim birimlerini kullanırken hata yapmadığı ve silinmesi gereken ayrıtları doğru bir şekilde belirleyebildiği görülmüştür.

### 3.2.3. Seda'nın Farklı Yönlerden Görünümü Verilen Yapıların Çizimine Yönelik Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular

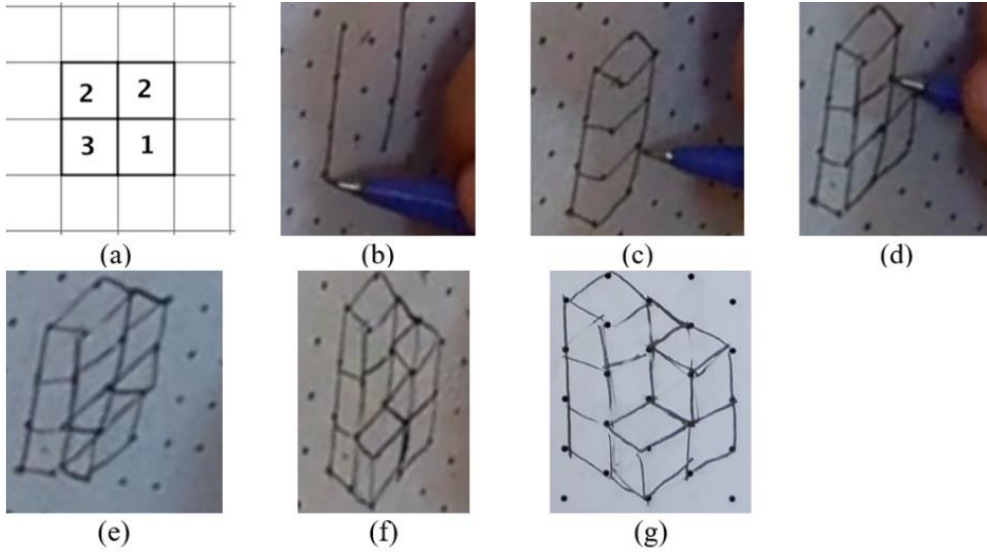
Bu kısımda yapılan etkinlikte araştırmacı, Seda'ya Şekil 49 (a)'da gösterildiği gibi bir yapının anahat görünümünü vermiştir. Seda'ya şekildeki kutuların üzerinde yazan sayıların o sütunda üst üste duran küp blokların sayısını gösterdiği belirtilmiştir. Daha sonra araştırmacı, Seda'dan anahat görünümü verilen bu yapının üç boyutlu görünümünü izometrik kâğıtta çizmesini istemiştir. Araştırmacı, Seda'ya nereden başlaması gerektiğini sorduğunda Seda "En çok olandan (Şekil 48) başlasam diyorum çünkü en çok daha yoruyor, bunu bir yapıyım" şeklinde cevap vermiştir. Bu esnada kullandığı jestte (Şekil 48) en yüksek olan yeri çizerek başlaması gerektiğini vurgulamıştır ve jestte kullandığı el hareketi ile en yüksek olan üç blokluk küpleri temsil etmiştir. Seda kullandığı jestle küpün şekil birimleri olan yüzlerini elleriyle tasvir etmeye çalışmıştır. Burada Seda'nın sözel olarak ifade etmekte zorlandığı kavramları anlatırken,

düşüncelerini somutlaştırmak amacıyla jestlere başvurduğu görülmektedir. Seda jestler aracılığıyla diyagram faydalanarak ilk olarak çizeceği küp bloğunu tasvir etmektedir.



**Şekil 48.** Seda'nın çizime başlaması gereken yeri tasvir ederken kullandığı jest.

Araştırmacı, Seda'ya çizimine başlamadan önce en çok küpe sahip olan bloktan başlamanın nasıl bir kolaylık sağlayacağını sorduğunda Seda “yani daha kolay oluyor aslında çünkü şöyle yapıyorum hocam, şöyle yapıyorum çizgi çekiyorum daha kolay oluyor (Şekil 49 (b))” şeklinde cevap vermiştir. Seda çizime üç tane küpe sahip olan bloktan başlarken önce izometrik kâğıt üzerinde global olarak düşünerek dış hatlarını çizip, daha sonra lokal özellikleri kullanıp şeklin iç kısmını tamamlamıştır (Şekil 49 (b-c)). Seda çoklu bir bloğu çizerken bu yöntemin daha kolay bir yöntem olduğunu belirtmiştir. Daha sonra Seda üçlü bloğun yanındaki bir küpten oluşan bloğu çizmek isterken yön karmaşası yaşayıp, bu yapıyı üçlü bloğun yanına çizmek isterken arkasına çizmiştir (Şekil 49 (e)). Hatasını anlayan Seda daha sonra üçlü bloğun en altındaki küpün yanına şekli silmeden, üzerine ekleyerek bir blokluk küpü çizmiştir (Şekil 49 (f)). Seda benzer şekilde tek küpten oluşan kısmın arkasındaki iki küplük bloğu çizerken de global olarak düşünerek, önce şeklin üzerine çizerek eklemiş ve daha sonra görünmemesi gereken ayrıtları silmiştir (Şekil 49 (g)). Son olarak yapıyı global düşünüp üçlü bloğun arkasında duran iki küpün yarım görünen yüzeyini çizmiş ve yapının son halini oluşturmuştur. Seda yapı görünümü verilen şeklin çizimi etkinliğinde uzamsal muhakeme yaparak küplerin çizimde konumlanması gereken yerleri düşünüp çizimde bu blokları oluşturabilmiştir. Dolayısıyla çizim esnasında küp materyal kullanma gereksinimi duymadan çizimini tamamlamıştır. Çizimden sonra birim küpleri kullanarak çizdiği yapıyı oluşturmuş ve çiziminin doğruluğunu kontrol etmiştir. Ayrıca oluşturduğu yapıya vücudunu konumlandırıp bakarak çizdiği şekliyle görebildiğini belirtmiştir.

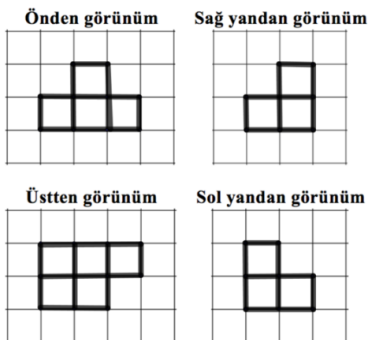


**Şekil 49.** Seda'nın anahat görünümü verilen yapıyı çizme etkinliği.

Araştırmacı, etkinlikte Seda'yı gözlemlerken şekilde bazı yerleri mevcut çizimlerin üzerine ekleyerek çizdiğini görüp neden böyle bir yol izlediğini sorduğunda Seda "Hocam daha birleştirmeme yardımcı oluyor. Yani bu şekilde yapınca, daha birleştirmede görüntü ortaya çıkıyor yani (Şekil 50). Öbür türlü biraz daha görüntü ortaya çıkmadığı için karışabiliyor bazen" şeklinde açıklamıştır. Şekil 50'de kullandığı bu jestede Seda eklediği birim küpleri tasvir ederken bu şekilde yapının daha belirgin hale gelerek çizilebildiğini ve işinin kolaylaştığını ifade etmiştir. Burada Şekil 50 (a) ve Şekil 50 (b)'de jestler aracılığıyla küpün şekil birimleri olan ayrıtlarını ifade etmeye çalışmıştır.

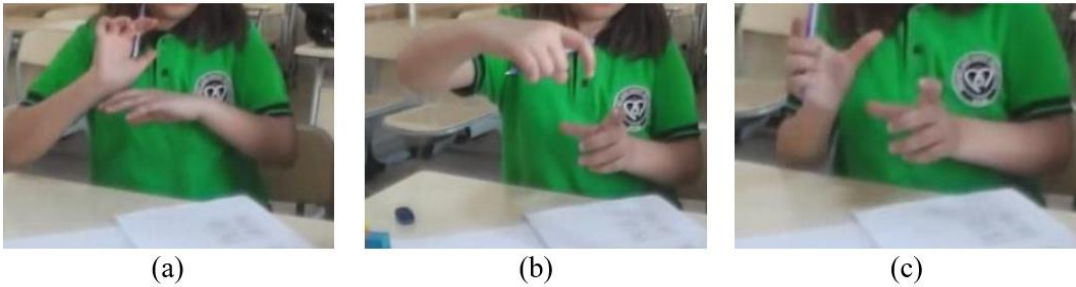


**Şekil 50.** Seda'nın çizimde netleşen yerleri tasvir ederken kullandığı jest.



**Şekil 51.** Farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizme etkinliği.

Farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimi etkinliklerindeki bir diğer problemde Seda'ya Şekil 51'de gösterilen etkinlik verilmiştir. Bu etkinlikte Seda'dan farklı yönlerden iki boyutlu görünümü verilen yapının üç boyutlu görünümünü izometrik kâğıtta çizmesi istenmiştir. Araştırmacı, Seda'ya bu etkinlikte nasıl bir çizim yöntemi kullanacağını sorduğunda Seda “Şimdi hocam, üstten görünümü biraz daha sona bırakmak istiyorum çünkü üstünü (Şekil 52 (a)) daha şey yapacağım. Önden görünümünden başlayacağım çünkü o üstü (Şekil 52 (b)) de hem de tamamlayacağım sonra, sonra sağdan (Şekil 52 (c)), tamam. Önden başlayacağım hocam.” şeklinde cevap vermiştir. Seda burada diyagramda verilen yönleri üç boyutlu düşünürken, bu düşüncelerini ifade edebilmek için jestlerden faydalanmıştır. Seda Şekil 52 (a)'da elini yukarıya doğru kaldırıp parmaklarını öne doğru bükerek yapının üstten görünümünü tasvir edip bu kısmı sona bırakacağını belirtmiştir. Daha sonra Şekil 52 (b)'de bir eliyle üst kısmı diğer eliyle de ön tarafı tasvir ederek, ön tarafa göre çizime başlayıp daha sonra üst yüzeyini tamamlayacağını belirtmiştir. Son olarak da Şekil 52 (c)'de elini sağ tarafı gösterecek şekilde açarak, sağdan görünümü tamamlayacağını belirtmiştir. Burada Seda yapıyı zihninde üç boyutlu olarak canlandırmış ve farklı yönleri düşünerek yapıyı çizime göre organize etmeye çalıştığı görülmektedir.



**Şekil 52.** Seda'nın yönleri belirtirken kullandığı jestler.

Seda çizimine belirttiği gibi ön taraftaki görünümünden adım adım ekleyerek başlamıştır. İlk olarak ön görünümde ortadaki iki küplük bloğu çizmiştir (Şekil 53 (a)). Daha sonra yanındaki birer tane küpleri eklemiştir (Şekil 53 (b-c)). Küp ekleme yaparken şeklin üzerine çizip daha global özellikleri düşünerek gerekli ayrıtları sildiği görülmektedir (Şekil 53 (b)). Bu aşamadan sonra sağ tarafa göre çizimi devam ettirmeyi denemiş ve sağ görünüme göre algıladığı küpleri yapıya teker teker eklemiştir (Şekil 53 (d)). Son olarak üst görünüme göre gördüğü eksikleri şekle bakarak tamamlamaya çalışmıştır (Şekil 53 (e)). Seda ilk çizimi bitirdikten sonra kendi kendine sesli düşünerek peş peşe açıklamalar yapıp hata yaptığını anlamıştır ve şu şekilde açıklamalar yapmıştır:

Seda: Üstten görünümü kontrol edeceğim. Yani sonra çünkü üst daha şey oluyor kontrol amaçlı.

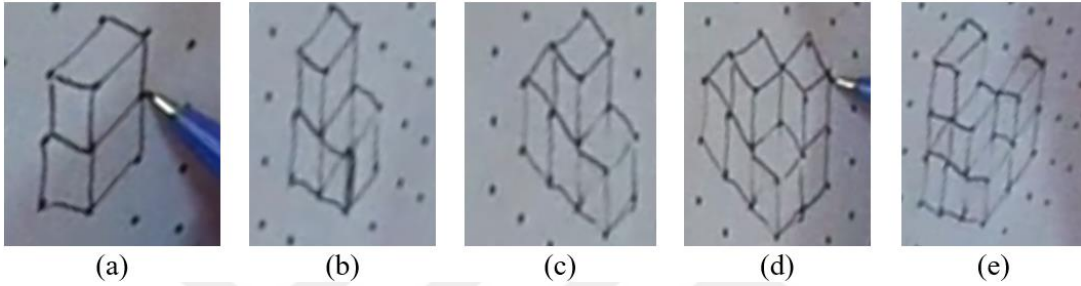
Seda: Şu arkada var mıydı yoktu, o zaman bu da burası.

Seda: Üstten görünümü kontrol edelim, ön üstten şöyle olacak tamam şurayı yanlış yaptım.

Seda: Yok o zaman şöyle olacak şuradan olacak.

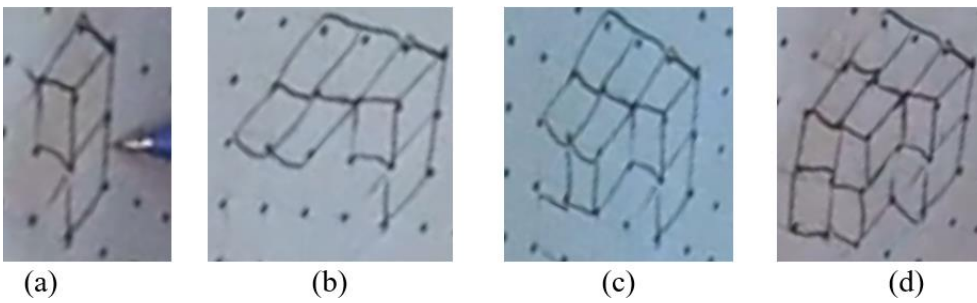
Seda: Ön üstten bakarsak şurası yanlış oluyor, evet yanlış oldu.

Seda: Şurası doğru, şuraya ekleyeceğim ben onu, yanlış oldu, şurası tamam da.



Şekil 53. Seda'nın etkinlikte ilk çizim denemesi.

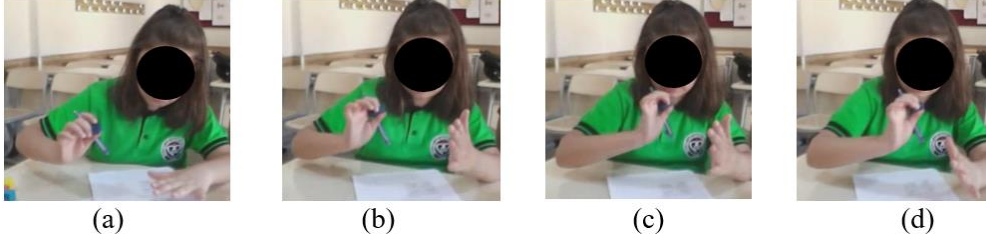
Seda sesli düşünmesinden sonra hata yaptığını anlamış ve tüm çizimini silmiştir. Araştırmacı, Seda'ya bir sonraki denemesinde çizime nasıl başlayacağını sorduğunda Seda “Üstü, ön üstü.” şeklinde cevap vermiştir. Seda bu sefer çizimini üst kısma göre ayarlayarak çizeceğini belirtmiştir. Seda bu denemesinde yapıyı iki katlı olarak üst görünümün üst yüzeyine göre ayarlamaya çalışmıştır ve çizimlerde bu görünümü dikkate alarak parça parça çizmiştir (Şekil 54 (a-b-c-d)).



Şekil 54. Seda'nın ikinci çizim denemesi.

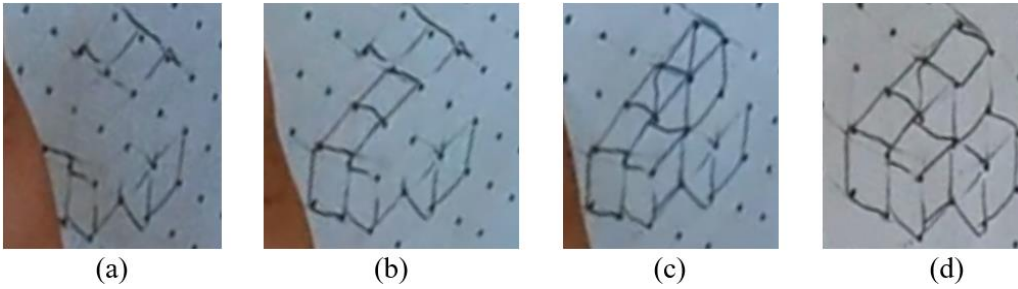
Seda çizdiği yapıyı kontrol ettiğinde yanlış yaptığını anlamış ancak nerede hata yaptığını bulamamıştır. Araştırmacı ona nerede hata yaptığını sorduğunda Seda “Evet şimdi burada önden görünürse o zaman burası böyle olacak, demin yaptığım gibi burası böyle oluyor yine ama işte demin yaptığım gibi oradan olursa burası boş kalmıyor. Orada bir yanlışlık yapıyorum ben. O zaman şunu bir kenara kaydıracağım ben (Şekil 55), bir kenara kaydırırsam olur galiba.” şeklinde açıklamıştır. Seda bu açıklamasında,

görünümleri hesaplarırken sağ tarafın eksik olduğunu düşünmüş ve eksikliği gidermek için ön tarafta bulunan iki küpe sola doğru bir birim kaydırma işlemi yapması gerektiğine karar vermiştir. Bu kaydırma işlemi kullandığı jestle somutlaştırarak desteklemiştir (Şekil 55).



**Şekil 55.** Seda'nın küpleri bir birim yana kaydırırken kullandığı jest.

Seda her ne kadar uğraşsa da farklı yönlerden görünümü organize edip çizememiştir. Diğer bir deyişle, Seda görünümü zihinde canlandırdığını söylemesine rağmen farklı yönlerin çiziminde, görünümü organize edip birleştiremediği anlaşılmıştır. Bu nedenle Seda etkinlik kâğıdının yanında bulunan birim küplerle bu yapıyı oluşturup nerede hata yaptığını anlaması sağlanmıştır. Daha sonra yaptığı hatalardan bir çıkarım yapıp son kez çizdiklerini silip yapıyı yeniden oluşturmaya başlamıştır (Şekil 56). Seda birim küplerden yardım aldığı son adımda ise çizimi için gerekli olmayan yerleri silip (Şekil 56 (a)), oluşturduğu yapıdan edindiği deneyimle eksik yerleri mevcut çizimin üzerine adım adım eklemiş (Şekil 56 (b-c-d)) ve şeklin lokal özelliklerini kullanıp gerekli ayrıntıları eklemiştir.



**Şekil 56.** Seda'nın üçüncü çizim denemesi.

Araştırmacı son etkinlikle alakalı Seda'ya neden zorlandığını sorduğunda Seda “hocam şimdi şu üst kısımda biraz takıldım, üst kısım beni şaşırttı. Üst kısımda (Şekil 57) şimdi şey o kısım uymayınca önden kısım ve üst kısım uymayınca normalde şunların ikisi uydu (Sağ ve ön görünümü ifade etmektedir). Bu önden ve üstten kısmı uymayınca o yüzden bana, o yüzden şaşırttı beni.” şeklinde ifade etmiştir. Seda burada yaptığı çizimlerin soruda verilen ön ve üst görünümlere uymadığını ifade etmiş, bu sorunu da sözel olarak anlatırken düşüncelerini daha anlaşılır kılmak amacıyla Şekil 57’de

gösterilen jesti kullanmıştır. Seda'nın farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimi etkinliklerinden elde edilen özet bulgular Tablo 7'de verilmiştir.



Şekil 57. Seda'nın çizimde zorlanmasını anlatırken kullandığı jest.

**Tablo 7.** Seda'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi

Seda'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi	
Farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimlerine başlama ve çizimini sürdürme biçimi	Yapı görünümü verilen şekli çizerken en fazla sayıda küpe sahip olan bloktan çizime başlayıp daha sonra yapının arka kısımlarını çizmeyi tercih etmiştir. Farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizerken önce ön görünüm ve sağ görünümü referans almış sonra fikir değiştirerek ön üst görünüme göre çizmeye çalışmıştır.
Global-lokal düşünme süreçleri	Yapı görünümü verilen şekli çizme etkinliğinde çoğunlukla global olarak düşünüp çizim yapmıştır. Yarım görünecek yerlerin çiziminde ve görünmemesi gereken yerleri belirlerken global düşünmüştür. Yalnızca yüzeylerin eksik ayrıtlarını şekil birimleri yardımıyla tamamlarken lokal düşündüğü görülmüştür. Farklı yönden görünümü verilen yapının şeklini çizerken global düşünemediği için zorlanmıştır. Dolayısıyla daha çok lokal düşünüp deneme yanılma ile çizmeye çalışmıştır.
Çizim üzerine eklemeler yapıp silme durumu	Yapı görünümü verilen şekli çizerken daha çok mevcut çizimlerin üzerine eklemeler yaparak diğer blokları çizmeye çalıştığı sonrasında ilgili ayrıtları silerek çizimini tamamladığı görülmüştür. Farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizerken de farklı yönlere göre eklemeler ve çıkarmalar yapıp çizimini oluşturmaya çalıştığı görülmüştür.
Çizim yapabilmek için materyalden yardım alma durumu	Yapı görünümü verilen şekli çizerken global olarak düşünerek destek almadan çizimini tamamlamıştır. Ancak farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizerken global olarak düşünüp farklı yönleri organize edemediği için küp bloklardan destek alarak çizimini tamamlayabilmiştir.
Jestlerle şekil birimlerini ifade etme durumları	Yapı görünümü verilen şekli çizerken ön kısımdan başlamanın kolay olduğu ve ayrıtları rahat çizebildiğini belirtirken jestlerden faydalanarak şekil birimlerini ifade etmeye çalışmıştır. Farklı yönlerden görünümü verilen yapının çiziminde ise yaptığı hataları düşünürken veya yapacağı kaydırmaları ifade etmeye çalışırken diyagramlardan faydalanarak şekil birimlerini jestlerle ifade etmeye çalışmıştır.
Küpleri birbirlerine göre konumlandırma biçimi	Yapı görünümü verilen şekli çiziminde ilk üçlü bloğu çizdikten sonra yanına çizmesi gereken bir tane küpü yönleri karıştırdığı için doğru konumlandıramayarak arka tarafa çizmiş ancak sonrasında hatasını anlayıp bunu telafi etmiştir. Farklı yönlerden görünümü verilen yapının çiziminde ise global düşünemediği küpleri fazlalık olacak şekilde veya yanlış yerlerde olacak şekilde çizerek küpleri hatalı konumlandığı görülmüştür.

### 3.3. Serdar'ın Çizim Süreçlerinden Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde Serdar'ın çizim deneyimleri sunulmuş olup her bölümün sonunda etkinlikler daha önceden belirlenen kriterlere göre bir tabloda özetlenmiştir.

#### 3.3.1. Serdar'ın Küp Çıkarma Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular

Küp çıkarma etkinliğinde Serdar'a Şekil 58 (a)'da gösterilen etkinlik verilmiştir. Burada Serdar'dan boyalı olan küpleri çıkarıp yapıyı izometrik kâğıda tekrar çizmesi istenmiştir. Serdar çizimine ilk olarak yapının sol kısmındaki üçlü bloğu çizerek başlamıştır (Şekil 58 (b)). Burada Serdar üçlü bloğu çizerken öncelikle global düşünerek üçlü bloğun dış yüzeyini çizip, daha sonra lokal özellikleri kullanarak iç kısımlardaki gerekli ayrıtları tamamladığı görülmüştür (Şekil 58 (c)). Bu adımdan sonra Serdar üçlü bloğun önündeki kısmı çizmek için ilk çizdiği kısmın üzerine ekleme yaptığı görülmüştür (Şekil 58 (d)). Ancak, Serdar burada yaptığı yanlış çizimden dolayı bir müddet duraksamıştır. Araştırmacı bu kısımda (Şekil 58 (d)) Serdar'a nasıl bir sıkıntı yaşadığını sorduğunda aralarında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Nasıl bir sıkıntı oldu burada Serdar?

Serdar: Yine ben burayı transparan düşündüğüm için.

Araştırmacı: Transparan düşünmek ne demek?

Serdar: Hocam yani içinde sanki, eee mühendis gibi yani her şeyin temelini atacak şekilde düşündüm.

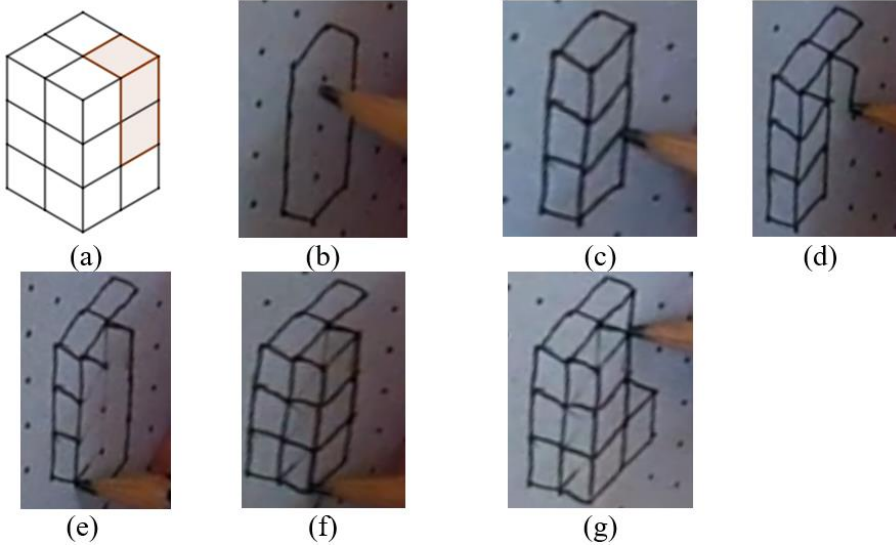
Araştırmacı: İlk sütunu çizdiğin zaman üzerine ekleyeceğini biliyor muydun?

Yoksa sonradan hata yapınca mı üzerine ekledin?

Serdar: Aslında biliyordum da sonra böyle olduğu için biraz kafam karıştı.

Sonra onu silmem gerektiğini anladım.

Verilen konuşmalarda Serdar'ın açıklamalarına bakıldığında küp yüzeylerini çizimde içleri boş gibi düşündüğü için bu şekilde üzerine ekleyerek çizmiştir (Şekil 58 (d)). Ancak çizimde karışıklık olunca hata yaptığını anlayıp duraksamış ve yapının global özelliklerini düşünüp, gereksiz kısımları silmiş ve ilgili ayrıtları çizerek yapının yan yüzeyini tamamlamıştır (Şekil 58 (e-f)). Serdar son olarak yapıyı zihninde global olarak düşünerek yarım görünecek yüzeyleri belirlemiş ve bu kısımları izometrik kâğıttaki şekil birimleri yardımıyla çizerek şeklin son halini tamamlamıştır (Şekil 58 (g)). Diğer bir deyişle, Serdar şeklin yarım görünmesine neden olan küpleri göz önüne alarak, ilgili yüzlerin parçalarını izometrik kâğıtta tamamlamıştır.



**Şekil 58.** Serdar'ın yapılardan küp çıkarma etkinliğinde yaptığı çizim.

Araştırmacı çizim bittikten sonra Serdar'a yapıda kaç tane yarım yüz görüldüğünü sorduğunda aralarında şu şekilde bir konuşma geçmiştir:

Araştırmacı: Burada yarım yüzü görünen kaç tane küp var Serdar?

Serdar: İki

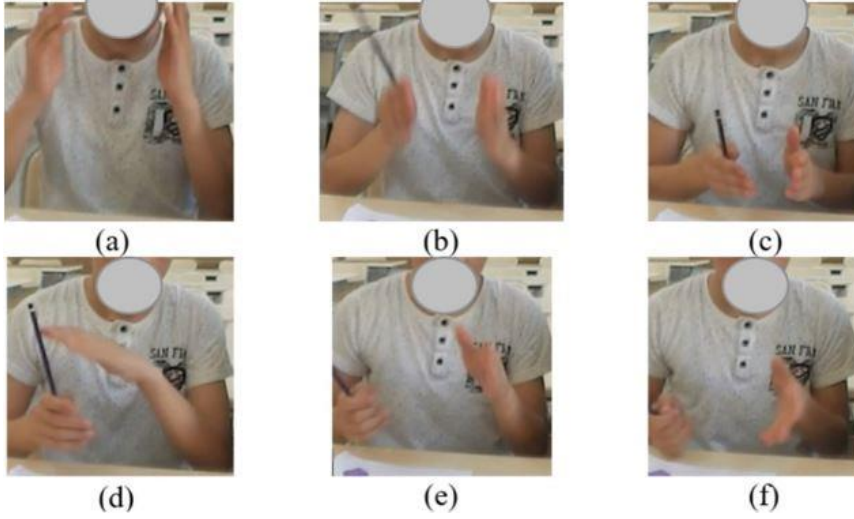
Araştırmacı: Peki neden böyle göründüler sence?

Serdar: Üstteki ve öndeki şeylerin onun birazını kapladığı için.

Araştırmacı: Hangisi kapladı?

Serdar: Bu ve bu.

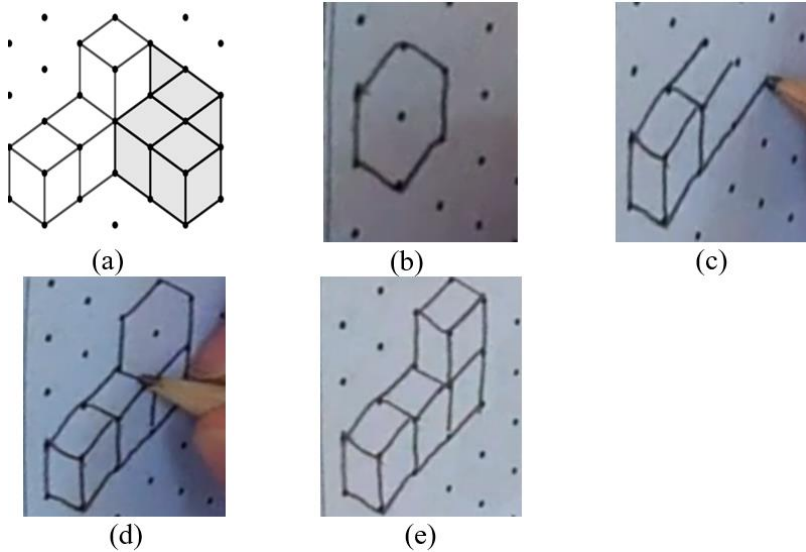
Serdar'ın yarım görünen yüzleri ifade ederken açıklamalarını destelemek amacıyla jestler kullandığı görülmüştür. Üst taraftaki yarım görünen yüzü ifade etmek için Şekil 59 (a-b-c)'deki jesti kullanmıştır. Burada elleriyle üst taraftaki küpün duruş açısıyla, arkada kalan küpün yarısının görünmesini engellediğini belirtmektedir (Şekil 58 (g)). Altta kalan yarım yüzü ifade etmek için de Şekil 59 (d-e-f)'deki jesti kullanmıştır. Sonrasında da elleriyle yukarıdan başlayıp yarım çember hareketi yaparak, alttaki küpün diğer yarım yüzü görünen küpü nasıl engellediğini tasvir etmektedir. Ayrıca Serdar burada hangi küplerin yarım yüzü görünen küpleri engellediğini de gösterebilmiştir. Bu da Serdar'ın sınırlı sayıdaki küpler arasındaki ilişkileri göz önüne alıp global olarak düşünebildiğini göstermektedir. Serdar küp çıkarma etkinliğinde şekil birimleriyle çıkan küplerin yerinde oluşan yüzeyleri hata yapmadan çizip etrafındaki küpleri de bu yüzeylere göre konumlandırabilmiştir. Ayrıca etkinlikte zorlanmadığı için çizim esnasında materyal kullanma gereksinimi duymamıştır. Çizimden sonra küplerle çizdiği yapıyı oluşturup çizimlerini teyit etmiştir.



**Şekil 59.** Serdar'ın küplerin yarım görünen yüzleri anlatırken kullandığı jest.

Bir diğer küp çıkarma probleminde Serdar'a Şekil 60 (a)'da verilen birleşik yapıları birbirinden ayırma etkinliği verilmiştir. Burada Serdar'dan siyah küplerden oluşan dördtlü blok ile beyaz küplerden oluşan dördtlü bloğu birbirinden ayırıp izometrik kâğıda ayrı ayrı çizmesi istenmiştir. Araştırmacı, Serdar'a dört tane beyaz küpü görüp göremediğini sorduğunda Serdar: “Burada, burada, yani fiziki anlamda havada kalamayacağı için bunun altında bir tane daha var.” şeklinde cevap vermiştir. Başka bir ifade ile Serdar şekli zihninde global düşünüp analiz etmiş ve şeklin altında bir tane daha beyaz küp olması gerektiği çıkarımını yapmıştır. Serdar çizime öncelikle beyaz küplerden oluşan bloğun ön tarafından başlamıştır. İlk olarak en öndeki küpü daha önceki çizimlerinde yaptığı gibi altıgen şeklinde izometrik kâğıda çizip daha sonra içerisini doğru parçalarıyla tamamlamıştır (Şekil 60 (b)). Bu adımdan sonra tabandaki küpleri çizmek üzere şeklini arkaya doğru çizerek ilerletmiştir (Şekil 60 (c)). Serdar bu adımdan sonra üstteki tek kalan beyaz küpü çizebilmek için önce izometrik kâğıtta bir tane altıgen oluşturup daha sonra şeklin lokal özelliklerini kullanarak küpün iç kısmındaki ayrıtları tamamlamış ve dört tane beyaz küpten oluşan bloğun çizimini tamamlamıştır (Şekil 60 (d-e)). Serdar beyaz küplerden oluşan bloğu çizerken uzamsal muhakeme yaparak altta görünmeyen bir tane beyaz küp olduğunu sezip küplerin birbirine göre olan ilişkilerini belirleyebilmiştir. Bu nedenle çizimde de zorlanmadığı için küp materyal kullanma gereksinimi duymadan beyaz küplerden oluşan bloğu oluşturmuştur. Son küpü eklerken de öncelikle şekil birimleri yardımıyla küpün dış ayrıtlarını çizerek küpü konumlandırmış ve sonrasında yüzeylerin iç kısımlarını (küplerin ayrıtlarını) oluşturmuştur. Çizim etkinliğinde şekil birimleriyle yapıyı oluştururken zorlanmadığı ve hata yapmadan çizimini sonlandırdığı görülmüştür. Çizimden sonra birim küpleri kullanarak çizdiği yapıyı oluşturmuş ve

çizimin doğruluğunu kontrol etmiştir. Hemen akabinde siyah küplerden oluşan bloğu çizmeye başlamıştır.



Şekil 60. Serdar'ın yapıları birbirinden ayırma etkinliği.

Bir sonraki adımda Serdar Şekil 61 (a)'da gösterilen siyah küplerden oluşan dörtlü bloğu çizmiştir. Burada ilk olarak arkada yarım görünen siyah küpü çizerek başlamıştır. Serdar arkada yarım görünen siyah küpü beyaz küpün engellediğini düşünerek, ayırdığında tam olarak gözükeceği çıkarımını yapıp o küpü bütün olarak kabul edip çizime başlamıştır (Şekil 61 (b)). Bu kısmı yaparken araştırmacıyla aralarında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Nereyi kurguluyorsun şimdi?

Serdar: Şu an üstünü. (Arkada yarım görünen siyahı kastediyor.)

Serdar: Gerçekten de yarım çıktı, bu yine yarım çıktı.

Araştırmacı: Neden böyle bir görünüm oluştu?

Serdar: Çünkü küp bunun önüne geçti.

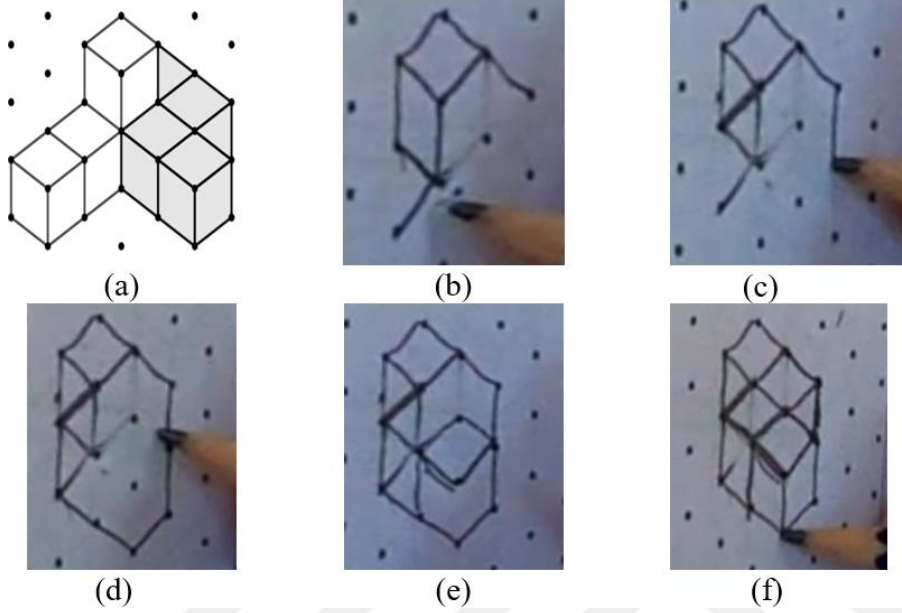
Serdar: Hayal ettiğimden biraz daha farklıydı.

Araştırmacı: Hayal ettiğinde nasıl bir şey düşünüyordun?

Serdar: Bunun tam çıkacağını düşünmüştüm. (Şekilde arkada yarım yüzü görünen siyah küpten bahsediyor.)

Bu konuşmalardan sonra arkadaki siyah küpün ayrıldığında da yarım görüneceğini anlayan Serdar izometrik kâğıttaki noktalardan yardım alarak şeklin üzerinde ekleme yapıp yarım görünecek şekilde bir çizim yapmıştır (Şekil 61 (c)). Bu adımdan sonra Serdar'ın şekli global düşünerek geriye kalan bölümünün dış yüzeyini çizdiği görülmektedir (Şekil 61 (d)). Hemen akabinde Serdar kalan kısmın yüzeylerini

oluşturmaya çalışmıştır (Şekil 61 (e)). Son olarak şekli lokal olarak düşünen Serdar içerisindeki gerekli ayrıtları tamamlayıp çizimini sonlandırmıştır. Serdar siyah küplerden oluşan bloğu çizerken küp materyallerden destek almamıştır. Çizimini tamamladıktan sonra birim küplerle yapıyı oluşturup çiziminin doğruluğunu kontrol etmiştir.



**Şekil 61.** Serdar'ın yapıları birbirinden ayırma etkinliği.

Serdar dört siyah küpten oluşan yapının çizimini tamamladıktan sonra çizimini kontrol etmek amacıyla hemen yandaki kâğıt üzerinde birim küpleri kullanarak çizdiği şekli oluşturmuştur. Serdar'a oluşturduğu yapıyı izometrik kâğıda çizdiği şekliyle görüp göremediği araştırmacı tarafından sorulunca vücudunun konumunu ayarlaması gerektiğini anlamış ve gerekli pozisyonu alıp şekli izometrik kâğıtta çizdiği gibi görebildiğini belirtmiştir (Şekil 62). Ayrıca burada çizimde yarım görünen yüzeyleri sözel olarak ifade etmeye çalışmıştır. Serdar'ın küp çıkarma etkinliklerinden elde edilen özet bulgular Tablo 8'de verilmiştir.



**Şekil 62.** Serdar'ın siyah küplere bakarken vücut konumunu ayarlaması.

**Tablo 8. Serdar'ın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi**

Küp çıkarma çizimlerine başlama ve çizimini sürdürme biçimi	Küp çıkarma etkinliğinde çıkarılan küplerin çaprazındaki bloktan başlamış ve adım adım çizerek aşağıya doğru ilerleyerek çizimini devam ettirmiştir. Sonrasında yan bloğun çizimine geçerek çıkarılan yerin çizimini en sona bırakmıştır. Yapıları ayırma etkinliğinde beyaz bloğu çizerken ön kısımdan başlayıp adım adım arkaya doğru ilerlemiştir. Siyah bloğu çizerken de öncelikle yarım görünen ayrılan bölgeden başlayıp aşağıya doğru yüzeyler çizerek yapının çizimini tamamlamıştır.
Global-lokal düşünme süreçleri	Küp çıkarma etkinliğinde çoğunlukla lokal düşünerek küçük adımlarla çizimini tamamlamıştır. Çıkan küpleri çizerken global düşünüp yarım görünecek yüzeyleri çizebilmiştir. Yapıları ayırma etkinliğinde ise beyaz kısmı çizerken lokal düşünerek şekil birimleri yardımıyla adım adım çizim yapmıştır. Siyah bloğu çizerken ise global düşünerek önce yarım yüzeyi çizmiştir. Sonra geriye kalan bölgeyi zihninde canlandırabildiği için kalan tüm yüzeylerin dış ayrıtlarını global düşünerek oluşturmuş ve sonrasında lokal düşünerek şekil birimleri yardımıyla yüzeylerin iç bölümlerini (küplerin ayrıtlarını) çizmiştir.
Çizim üzerine eklemeler yapıp silme durumu	Küp çıkarma etkinliklerinde lokal olarak düşündüğü için ilk çizdiği bloğun yanına yeni bloğu eklerken yapının üzerine ekleyerek çizim yapmış sonra gerekli ayrıtları silmiştir. Yapıları ayırma etkinliğinde ise beyaz bloğu şekil birimlerini etkili kullanarak hata yapmadan çizmiştir. Siyah bloğu çizerken ise yarım görünen yeri çizerken ilk anda tam çizmiş sonra hatasını anlayınca çizim üzerinden şekil birimleri yardımıyla yarısı görünecek biçimde çizip görünmemesi gereken ayrıtları silebilmiştir.
Çizim yapabilmek için materyalden yardım alma durumu	Küp çıkarma ve yapıları ayırma etkinliklerinde herhangi bir sorun yaşamadığı için küplerden yardım almamıştır. Çizimden sonra yapıları oluşturarak doğruluğunu kontrol etmiştir.
Jestlerle şekil birimlerini ifade etme durumları	Küp çıkarma etkinliğinde çıkan küplerin yerinde oluşan ayrıtları ifade ederken diyagramdan faydalanıp jestler aracılığıyla ilgili şekil birimlerini ifade etmeye çalışmıştır. Yapıları ayırma etkinliğinde ise daha çok diyagram üzerinden sözel açıklamalar yapmayı tercih etmiştir.
Küpleri birbirlerine göre konumlandırma biçimi	Küp çıkarma etkinliklerinin genelinde küp çıkarılan kısımları şekil birimleri yardımıyla doğru bir şekilde çizebilmiştir. Yapıları ayırma etkinliğinde beyaz blokta sıkıntı yaşamamış ancak siyah bloğun ayrılan kısmını konumlandırırken ilk başta yarım görüneceğini düşünemediği için tam çizmiş ancak sonrasında yaptığı hatayı anlayıp tüm küpleri doğru bir şekilde konumlandırmıştır.

### 3.3.2. Serdar'ın Küp Ekleme Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular

Küp ekleme etkinliklerinde Serdar'a Şekil 63 (a)'da gösterilen etkinlik sunulmuştur. Burada Serdar'dan boyalı kısımlara birer tane küp ekleyip şekli eklenmiş haliyle tekrar izometrik kâğıda çizmesi istenmiştir. Araştırmacı bu etkinlikte Serdar'a nasıl düşüneceğini sorduğunda aralarında şu şekilde bir konuşma geçmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda nasıl düşüneceksin Serdar?

Serdar: Hocam nasıl yani? Beynimde yarattım aslında nasıl bir şekil çıkabileceğini.

Araştırmacı: Ne yapman gerekiyor o zaman?

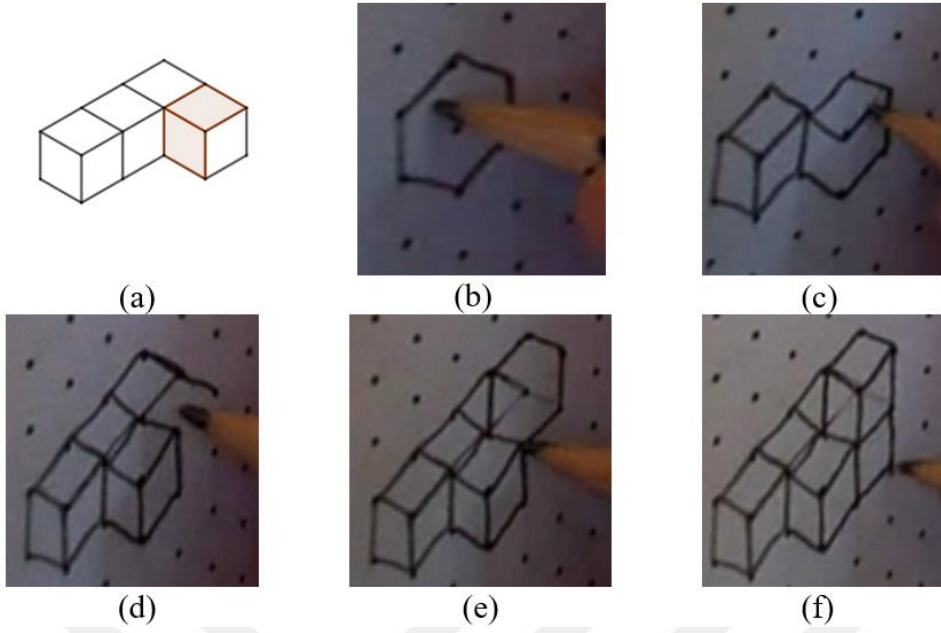
Serdar: Yani şunu önceden düşünmem gerek tabi burada bir küp olacak (Öne doğru eklenecek küpü kastediyor.), bunda üstünde bir küp olacak. Yani bunun yarım olacağını (Üzerine küp eklenince arkadakinin yarım görüneceğini belirtiyor) düşünebiliyorum.

...

Araştırmacı: Tamam nereden başlayacağız çizime?

Serdar: Ben yine soldan başlamayı düşünüyorum.

Serdar'ın açıklamalarına bakıldığında şekli zihninde canlandırabildiği ve global düşünüp hangi kısımların yarım görüneceğini belirleyebildiği anlaşılmaktadır. Serdar çizime en öndeki küpü çizerek başlamış (Şekil 63 (b)) ve küpü çizerken öncelikle izometrik kâğıda bir altıgen çizip daha sonra ilgili alt şekil birimlerini (ayrıt ve köşe noktaları) kullanarak küpün iç kısımlarını tamamlamıştır (Şekil 63 (b)). İlk küpü çizdikten sonra bu küpün yanına, öne doğru eklenecek olan küpü çizmiştir (Şekil 63 (c)). Serdar bu küpü çizerken önceki küpü çizdiği gibi önce izometrik kâğıtta şekil birimlerini kullanarak altıgen oluşturmuş daha sonra içerisini tamamlamıştır. Öğrenci bu kısımdan sonra şekli arkaya doğru ilerleterek çizime devam etmiştir (Şekil 63 (d)). Üste eklenecek küpü çizmeye sıra gelince Serdar'ın mevcut çizimin üzerine ekleme yaptığı görülmüştür (Şekil 63 (e)). Serdar mevcut şeklin üzerine ekleme yaparken öncelikle bir altıgen çizip daha sonra lokal özellikleri kullanarak küpün iç kısmını tamamlamış ve çizimini sonlandırmıştır (Şekil 63 (f)). Serdar'ın çizimlerine bakıldığında öncelikle yüzeyleri çizmeye odaklandığı, ayrıtları ise en son tamamlamayı tercih ettiği görülmektedir. Serdar küp ekleme etkinliğinde uzamsal muhakeme yaparak küplerin eklendikten sonraki konumlarının birbirlerine göre olan ilişkilerini belirledikten sonra çizimini bu durumu göz önüne alıp gerçekleştirdiği görülmüş ve eklenen küpleri doğru bir şekilde konumlandırabilmiştir. Serdar bu bölümde çizimlerini zorlanmadan sürdürebildiği için çizim esnasında birim küp materyalleri kullanmamıştır. Çizimden sonra birim küplerle çizdiği yapıyı oluşturup çiziminin doğru olduğunu teyit etmiştir. Ayrıca Serdar küp ekleme etkinliğinde açıklamalarını daha çok sözel olarak diyagram üzerinden yapmıştır. Dolayısıyla çizim esnasında düşüncelerini ifade etmek için jest kullanmamıştır.



**Şekil 63.** Serdar'ın yapılara küp ekleme yaparken çizim aşamaları.

Bir diğer küp ekleme probleminde Serdar'a Şekil 64 (a)'daki etkinlik verilmiştir. Araştırmacı, Serdar'a dört tane siyah küpten oluşan yapı ile dört tane beyaz küpten oluşan yapıyı Şekil 64 (a)'da ok yönünde belirtildiği şekilde birleştirip, yapıları birleşmiş haliyle izometrik kâğıda tekrar çizmesini istemiştir. Araştırmacı, Serdar'ın bu etkinlikte nasıl düşündüğünü sorduğunda aralarında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Nasıl bir şey tasarlıyorsun zihninde bu alıştırma için?

Serdar: Aklımda biraz var tabi.

Araştırmacı: Neler var aklında mesela?

Serdar: Şurası iki, burada iki olacak. Burasıda iki, burası bir. (Şeklin son halini global olarak düşünerek yüksekliğini ve enini küplerle hesaplıyor.)

Araştırmacı: Önce şeklin uzunluklarını mı hesapladın?

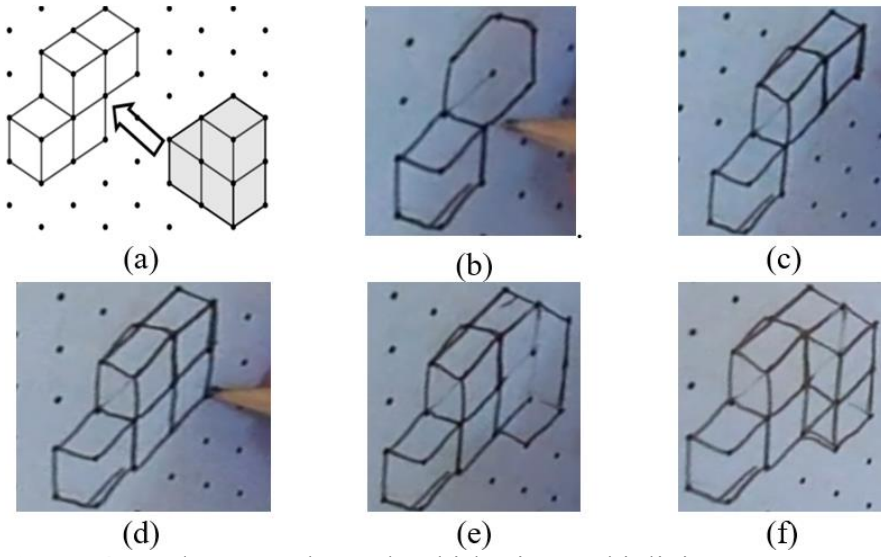
Serdar: Evet. Kaç küp olacağını hesapladım. Şekil aklımda çıktı biraz biraz.

Araştırmacı: Tamam. Çizime nereden başlayacaksın bu sefer?

Serdar: Soldan başlayacağım şu küpten. (En öndeki tek küpü kastediyor)

Araştırmacı: Bu sana nasıl bir kolaylık sağlayacak?

Serdar: Yani sol taraftan başlayınca çizimi oluşturmak daha kolay olacak diye düşünüyorum o yüzden.



**Şekil 64.** Serdar'ın ayrıık yapıları birleştirme etkinliği.

Serdar'ın açıklamalarına bakıldığında şekli son haliyle global olarak düşünebildiği ve zihninde yapıyı tasarladığı anlaşılmaktadır. Serdar şeklin son halini düşünüp açıklamasında belirttiği gibi en öndeki küpten çizime başlamıştır. Bu küpü çizdikten sonra hemen üzerindeki küpü daha önceden yaptığı gibi altıgen olarak çizip, daha sonra şeklin lokal özelliklerini kullanarak içini tamamlamış ve üzerine eklemiştir (Şekil 64 (b)). Bu adımdan sonra Serdar çizime üst bloklardan devam etmiş ve global düşünerek birleşen bölgeye doğru yüzeyleri oluşturup ilerlemiştir (Şekil 64 (c)). Serdar bu kısmı tamamladıktan sonra şeklin yan yüzeyini tamamlamayı tercih ettiği görülmektedir (Şekil 64 (d)). Daha sonra kendi deyimiyle “transparan” olarak görünen blok ekleyeceği en arka kısımdaki ikili blokta global özellikleri dikkate alarak, gereksiz kısımları silmiş ve ekleyeceği küplerin yüzeylerini oluşturmuştur (Şekil 64 (e)). Serdar son olarak şeklin lokal özelliklerini kullanıp iç kısımda eksik olan ayrıtları tamamlayarak çizimini bitirmiştir (Şekil 64 (f)). Serdar yapıları birleştirme etkinliğinde birleşen bölgedeki küplerin birbirlerine göre konumlarını uzamsal muhakeme yaparak belirleyebilmiş ve bu sayede yapının son halini çizerken küplerin konumlarını doğru bir şekilde oluşturabilmiştir. Ayrıca yan sıraya ekleyeceği siyah bloğu ekmeden önce siyah küpleri konumlandırabilmesi için gerekli olan şekil birimlerini hata yapmadan silerek yeni küpleri ekleyebilmiştir. Ayrıca Serdar çizim esnasında gerekli uzamsal muhakemeyi yapabildiği için birim küp materyalleri kullanma gereksinimi duymamıştır. Sadece çizimden sonra birim küplerle yapıyı oluşturup çizdiği şeklin doğruluğunu teyit etmiştir. Çizimler esnasında kendisine yöneltilen soruları cevaplarken veya çizimler esnasında açıklamalar yaparken daha çok diyagram üzerinden sözel ifadelerle çizimlerini açıklamış

ve jest kullanmamıştır. Serdar'ın küp ekleme etkinliklerinden elde edilen özet bulgular Tablo 9'da verilmiştir.

**Tablo 9.** Serdar'ın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi

Küp ekleme çizimlerine başlama ve çizimini sürdürme biçimi	Küp ekleme etkinliğinde çizime ön taraftan başlayarak küçük adımlarla arka tarafa doğru çizimini ilerletmiş ve son olarak küp eklenen kısmı çizdiği görülmüştür. Yapıları birleştirme etkinliğinde de öncekine benzer olarak çizime ön taraftan başlamış ve birleşecek gölgenin çizimini en sona bırakmıştır.
Global-lokal düşünme süreçleri	Küp ekleme etkinliklerinde daha çok adım adım çizerek lokal olarak düşünmüştür. Ekleyeceği küpü çizerken global olarak düşünüp önce küpün dış yüzeyini ve yarım görünecek yüzeyi oluşturmuş, sonrasında lokal olarak düşünüp şekil birimleri yardımıyla yüzeylerin iç kısımlarını, yani küplerin ayrıtlarını tamamlamıştır.
Çizim üzerine eklemeler yapıp silme durumu	Küp ekleme etkinliğinde son olarak üste eklenecek küpü çizerken mevcut çizimin üzerine bir altıgen çizerek ekleyeceği küpün taslağını oluşturmuş ve sonrasında küplerin ayrıtlarını tamamlayıp görünmemesi gereken ayrıtları silmiştir. Yapıları birleştirme etkinliğinde de en sona bıraktığı birleşen bölgenin çizimi esnasında eklenecek bloğu mevcut çizim üzerine ekleyerek çizmiş ve görünmemesi gereken ayrıtları silebilmiştir.
Çizim yapabilmek için materyalden yardım alma durumu	Küp ekleme ve yapıları birleştirme etkinliğinde küpleri kullanmadan rahatça çizimini tamamlamış ve çizim sonrasında kontrol amaçlı birim küplerle yapıları oluşturmuştur.
Jestlerle şekil birimlerini ifade etme durumları	Küp ekleme ve yapıları birleştirme etkinliklerinde düşüncelerini ifade ederken jest kullanmadığı daha çok diyagram üzerinden sözel ifadelerle açıklamalar yaptığı görülmüştür.
Küpleri birbirlerine göre konumlandırma biçimi	Küp ekleme etkinliklerinde küpleri konumlandırırken şekil birimlerini doğru bir şekilde kullanarak hata yapmamıştır. Etkinliklerde daha çok eklenecek kısımları mevcut çizimlerin üzerine şekil birimleriyle eklemeler yaparak konumlandığı görülmüştür.

### 3.3.3. Serdar'ın Farklı Yönlerden Görünümü Verilen Yapıların Çizimine Yönelik Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular

Bu kısımda yapılan etkinliklerde Serdar'a Şekil 66 (a)'de gösterilen üç boyutlu bir şeklin yapı görünümü verilmiştir. Araştırmacı, Serdar'a Şekil 66 (a)'da verilen sayıların o bloktaki üst üste duran küp sayıları olduğunu belirtmiştir. Daha sonra Araştırmacı, Serdar'dan bu yapının üç boyutlu görünümünü izometrik kâğıda çizmesini istemiştir. Bu etkinlikte Serdar'ın nasıl düşüneceğini sorduğunda araştırmacıyla aralarında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Bu etkinlikte nasıl düşünüyorsun Serdar?

Serdar: Aslında ileriye doğru ilerleyen bu sayıyı çapraza doğru ilerletmeyi düşünüyorum. Yani bu böyle ilerliyorsa bu da çapraza doğru ilerleyecek (Şekil 65)

Araştırmacı: Onu kurabildin yani zihninde rahatça hayal edebildin mi?

Serdar: Evet.

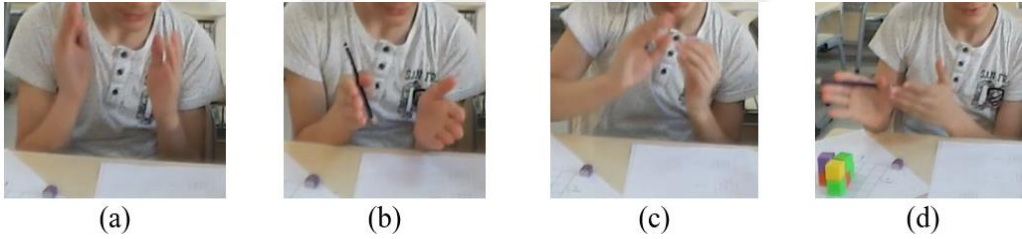
Araştırmacı: Çizime nereden başlayacaksın?

Serdar: Şu ikiden başlayacağım.

Araştırmacı: Nasıl bir kolaylık sağlayacak sana oradan başlamak?

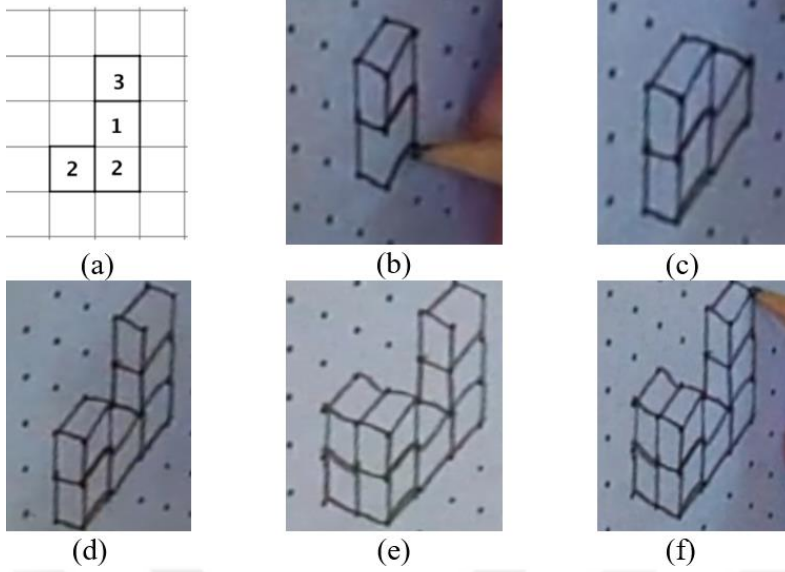
Serdar: Aslında pek de emin değilim ama iki tarafında ortası olduğu için, yani tam merkezi nokta orası olsun diye.

Serdar açıklamasında yapı görünümünde verilen sayıların düz olarak ilerlediğini ancak izometrik kâğıtta çaprazla doğru ilerleyeceğini global olarak düşünerek tahmin edebilmiştir. Bu düşüncelerini ifade ederken yönleri aktarabilmek için Şekil 65'te gösterilen jestleri kullanmıştır. İlk olarak yapı görünümünde arka arkaya gelen sayıların düz olduğunu belirtirken Şekil 65 (a-b)'de gösterilen jesti kullanmıştır. Daha sonra diyagramdan faydalanarak bu numaralandırılmış küpleri izometrik kâğıda çizerken çapraz olarak ilerlemesi gerektiğini de Şekil 65 (c-d)'de yaptığı jestle desteklemiştir.



**Şekil 65.** Serdar'ın küplerin çiziminde yönünü belirlerken kullandığı jest.

Açıklamalarında Serdar Şekil 66 (a)'da önde ikili olarak duran küplerin sağ tarafındaki ikili olanından başlamasının işini kolaylaştıracağı için çizime oradan başlamayı tercih etmiştir. Serdar o kısmı kendisine merkez olarak belirlemesinin çizimini daha kolay bir hale getireceğini ifade etmiştir. Açıkladığı gibi çizimine öndeki ikili bloktan başlayan Serdar yukarıdan aşağıya doğru küpleri ekleyerek ilk kısmı bitirmiştir (Şekil 66 (b)). Daha sonra şekilde yukarı doğru ilerleyen rakamların izometrik kâğıtta çapraz olarak ilerleyeceğini anladığı için ikili küpün yanına bir tane küp çizmiştir (Şekil 66 (c)). Burada şekli global olarak düşünebildiği için ikili küpün, yanındaki tek küpü engelleyeceğini hayal edip o küpü yarım çizmiştir. Serdar bu kısmı tamamladıktan sonra da hemen yanına gelecek olan üçlü bloğun önce dış yüzeyini çizip daha sonra lokal özellikleri kullanarak iç kısımlarını doğru parçalarıyla tamamlamıştır (Şekil 66 (d)). Bu adımdan sonra Serdar yapı görünümünde ön tarafta solda kalan son ikili bloğu çizmiş ve lokal olarak düşünüp eksik kalan yerleri tamamlayarak çizimini sonlandırmıştır (Şekil 66 (e-f)).



**Şekil 66.** Serdar'ın yapı görünümünü verilen şekli oluşturma etkinliği.

Farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimi etkinliklerindeki bir diğer problemde Serdar'a Şekil 68 (a)'da gösterilen üç boyutlu bir yapının farklı yönlerden görünümü verilmiş ve öğrenciden bu yapının üç boyutlu görünümünü izometrik kâğıda çizmesi istenmiştir. Bu etkinlikte araştırmacı Serdar'a nasıl düşündüğünü sorduğunda aralarında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Bu etkinlikte nasıl düşüneceksin Serdar?

Serdar: Üstten görünümü dediğine göre üstten, yani önün üstü böyleyse, yani şurada bir tane var demektir. Bu buna geliyor, bu ikisi buna geliyor galiba, demek ki bunda iki küp var, evet bunun altında bir küp daha var. (Bkz. Şekil 67)

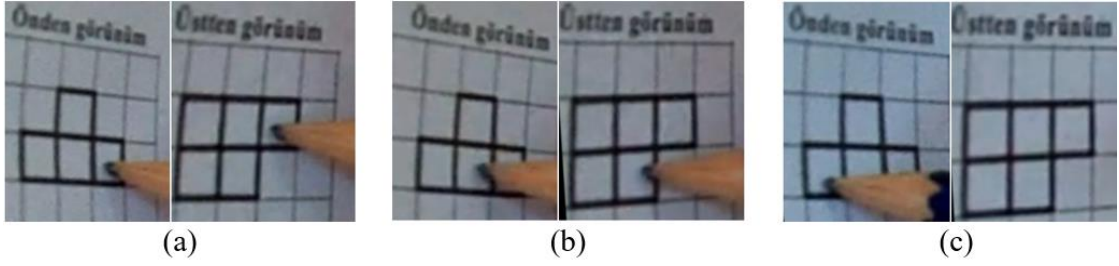
Araştırmacı: Öncelikle nasıl bir yöntem belirledin Serdar? Çizime nereden başlayacaksın?

Serdar: Ben şu soldan. (Üst görünümde en sol kısmı kastediyor)

Araştırmacı: İlk ayarlamak istediğin bir yer var mı? Mesela önce üstü, sağı, solu veya önü çizmem gerekir gibi bir yöntem belirledin mi zihninde?

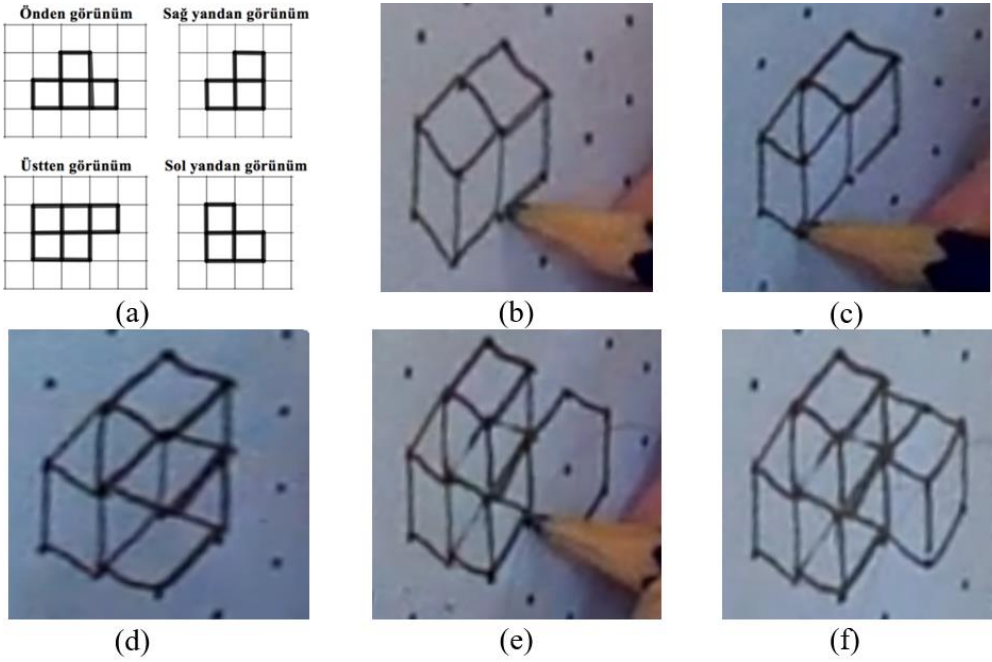
Serdar: Ya aslında, bilmiyorum düşüncem var da nasıl dile getireceğimi bilmiyorum.

Yukarıda verilen konuşmaya bakıldığında Serdar'ın farklı yönlerden görünümde küplerin yerlerini koordineli bir şekilde gösterebildiği bir başka deyişle farklı görünümde hangi küpün nerede olacağına karar verebildiği anlaşılmıştır (Şekil 67 (a-b-c)). Şekil 67'ye bakıldığında Serdar kalemını kullanarak şekiller üzerinde hangi kısmın nereye denk geleceğini gösterebilmiştir.



**Şekil 67.** Serdar'ın farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı koordine edebilmesi.

Serdar yapının çizimine üst görünümün sol kısmından başlamayı tercih etmiş ve öncelikle arka arkaya iki tane küp çizmiştir (Şekil 68 (b)). Serdar daha sonra üst görünümde ortada iki sıra ve ön görünümde ortada iki küp yüksekliği gördüğü için ortaya iki küp çizmek istemiştir ancak global olarak düşündüğünde bu iki küpün arkada kalanı kapatacağını düşünerek bu iki küpü şeklin üzerine ekleyerek çizip, yarım görünecek yerleri belirlemiştir (Şekil 68 (c-d)). Üst ve ön görünüme göre çizimini devam ettiren Serdar daha sonra bu iki görünüme göre en sonda bir tane küp olacağına karar vererek arka sıraya bir küp çizmeye başlamıştır (Şekil 68 (e)). Bu küpü çizerken daha önceden yaptığı gibi bir altıgen çizip daha sonra şeklin lokal özelliklerini kullanarak içerisini doğru parçalarıyla tamamlamıştır (Şekil 68 (e-f)). Serdar son küpü eklediğinde şeklin global özelliklerini düşünüp arkada bir küpün yarım görüneceğini sezip son olarak bu kısmı çizip ilk denemesini tamamlamıştır (Şekil 68 (f)).



**Şekil 68.** Serdar'ın farklı yönden görünümü verilen yapıyı çizim aşamaları.

Serdar çizdiği şekli kontrol ettiğinde sol ve sağ görünümün kabul ettiği yönlere göre olmadığını yani ters olduğunu anlamıştır. Bu sorunu gidermek için Serdar şekli silip

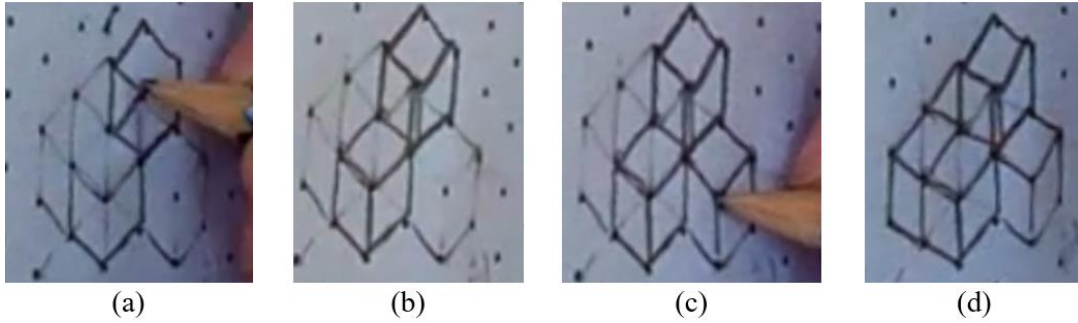
yeniden çizmeye karar vermiştir. İzometrik kâğıtta önceden kalan izlerden de yardım olarak ilk olarak bu sefer arkada yükselen küpü çizerek sağ tarafın görünümünü çizimine yansıtmıştır (Şekil 69 (a)). Bu ayrıntıyı fark eden araştırmacı Serdar'a bu soruyu sorduğunda Serdar şu şekilde cevap vermiştir: “Çünkü sol, sağa geliyorsa önde, arkaya gelir”. Serdar'ın açıklamalarına bakıldığına global düşünüp farklı yönlerden görünümü koordine edebildiği ve farklı yönlere göre küpleri konumlandırabildiği görülmektedir. Bu adımdan sonra Serdar Şekil 69 (c)'de en sağda tek olan küpün varlığından şüpheye düşüp olup olmadığını düşünürken kararlı bir şekilde var olduğunu belirtince Araştırmacı öğrenciye nedenini sormuş ve şu cevabı almıştır:

Serdar: Bu küp var mı yok mu? Ondan... Ha tamam varmış.

Araştırmacı: Nasıl bir çıkarım yaptın var olduğunu anlamak için?

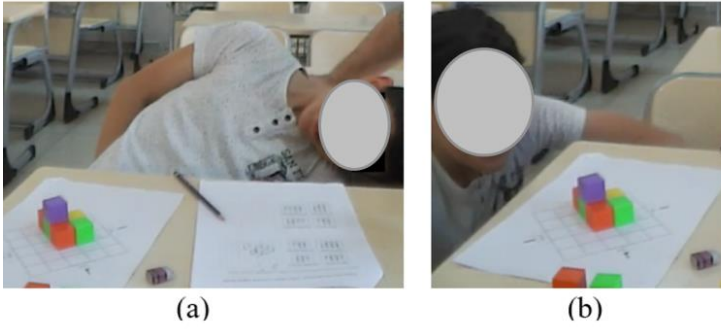
Serdar: Şu üstten görünümünden.

Bu açıklamalarından sonra Serdar üst görünümde sol tarafta kalan kısımları da şeklin global özelliklerini düşünerek oluşturmuş çizimini doğru bir şekilde tamamlamıştır (Şekil 69 (d)).



**Şekil 69.** Serdar'ın çizimde hatalarını düzeltmesi.

Yapının çizimini bitirdikten sonra kontrol amaçlı yapıyı birim küplerden oluşturan Serdar çizdiği yapının doğruluğunu bu şekilde teyit etmiştir. Araştırmacı, Serdar'dan sağdan ve önden görünümü birim küplerden oluşturduğu yapıda görüp göremediğini sorduğunda Serdar Şekil 70'te vücudunun farklı pozisyonlarını kullanarak çizdiği şekilde gibi bu açıları yakalamıştır. Şekil 70 (a)'da Serdar yana doğru eğilerek önden görünümü yakaladığını ve doğru olduğunu belirtmiştir. Daha sonra sırasından kalkıp yana doğru geçtikten sonra eğilip baktığında ise sağdan görünümünün de doğru olduğunu söylemiştir (Şekil 70 (b)). Serdar'ın farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimi etkinliklerinden elde edilen özet bulgular Tablo 10'da verilmiştir.



**Şekil 70.** Serdar'ın farklı yönden görünümlere göre vücudunun konumunu ayarlaması.

**Tablo 10.** Serdar'ın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi

Farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimlerine başlama ve çizimini sürdürme biçimi	Yapı görünümü verilen şekli çizerken sağ tarafta arka arkaya ilerleyen sırayı önden arkaya doğru adım adım çizerek yapıyı oluşturmaya başlamış ve ön solda tek kalan ikili bloğun çizimini ise en sona bırakmıştır. Farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizerken de ilk başta ön ve üst görünüme göre çizmek istemiş ancak hata yaptığını anlayınca üst ve sağ görünüme göre başlayıp ön görünüme göre yapıyı çizimini adım adım çizerek tamamlamıştır.
Global-lokal düşünme süreçleri	Yapı görünümü verilen şekli çizerken çoğunlukla lokal olarak düşünüp şekil birimleri yardımıyla adım adım çizmiş sadece yarım görünmesi gereken yüzeyi çizerken global olarak düşünmüştür. Farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizerken; yarım görünecek yerleri çiziminde, çizimde yüzeyler oluştururken ve yönleri organize etmeye çalışırken global olarak düşünmüş ancak çizimleri daha çok lokal özellikleri kullanarak küçük adımlarla ilerletmiştir.
Çizim üzerine eklemeler yapıp silme durumu	Yapı görünümü verilen şekli oluştururken çizimde herhangi bir hata yapmamıştır. Farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı oluştururken ise farklı yönleri organize edemediği için bazı kısımları silip farklı yerlere taşıdığı veya eklemeler yaptığı bazen de silinen yerlerden yardım alarak çizimine devam ettiği görülmüştür.
Çizim yapabilmek için materyalden yardım alma durumu	Serdar bu bölümdeki etkinliklerde bazı kısımlarda zorlansa da çizimlerini destek almadan bitirmeyi başarabilmiştir. Sadece nihai çizimlerinden sonra kontrol amaçlı birim küpleri kullanarak yapıları oluşturmuştur.
Jestlerle şekil birimlerini ifade etme durumları	Serdar yapı görünümü verilen şeklin çizimlerinde verilen diyagramdan faydalanarak çizimin izometrik kâğıtta nasıl ilerleyeceğini araştırmacıya açıklamak amacıyla yönü ifade etmek için jest kullanmıştır. Farklı yönden görünümü verilen yapıların çizimlerinde ise verilen görünümleri eşleştiren kalemle diyagramdan faydalanmış ve jestler aracılığıyla çizimde eşleşen bölgeleri belirleyebildiğini ifade etmiştir.
Küpleri birbirlerine göre konumlandırma biçimi	Serdar yapı görünümü verilen şekli çizerken izometrik kâğıtta belirttiği yönlerde şekil birimlerini kullanarak küpleri doğru bir şekilde konumlandırabilmiştir. Farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizerken de ilk denemesinde farklı görünümleri tam olarak zihninde organize edemediği için fazlalık küpler çizdiği veya yanlış yerlerde küpler konumlandığı ancak sonrasında muhakeme yaparak doğru bir şekilde yapıyı oluşturabildiği görülmüştür.

### 3.4. Berk'in Çizim Süreçlerinden Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde Berk'in çizim deneyimleri sunulmuş olup her bölümün sonunda etkinlikler daha önceden belirlenen kriterlere göre bir tabloda özetlenmiştir.

### 3.4.1. Berk'in Küp Çıkarma Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular

Görüşmenin küp çıkarma etkinlikleri bölümünde Berk'e Şekil 71 (a)'da gösterilen etkinlik sunulmuştur. Burada Berk'ten boyalı olan küpü, yapıdan çıkardıktan sonra, yapıyı izometrik kâğıda tekrar çizmesi istenmiştir. Berk çiziminde öncelikle çıkarılan küpün olduğu kısımdan başlamayı tercih etmiştir. Çizimine başlamadan önce Berk ile araştırmacı arasında şu şekilde bir konuşma geçmiştir:

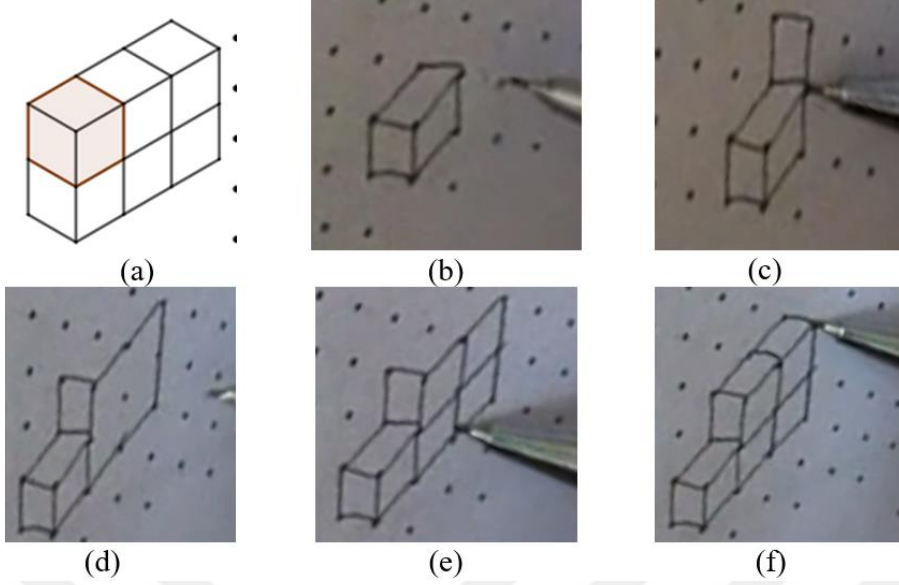
Araştırmacı: Bu etkinlikte çizime nereden başlamayı düşünüyorsun?

Berk: Çizime öncelikle buradan (ön tarafta çıkarılacak küpün olduğu tarafı gösteriyor.) başlayacağım.

Araştırmacı: Nasıl bir kolaylık sağlayacak sana ön taraftan başlamak?

Berk: Önden bakış açısında burayı (çıkarılan küpün yerinden bahsediyor) çizmeyi kolaylaştırır.

Berk'in yukarıda verilen açıklamalarına bakıldığında çizime çıkarılan kısımdan başlamasının kendisine şekli daha kolay çizebilmesi için kolaylık sağlayacağı yönünde düşüncesi olduğunu göstermektedir. Bu nedenle Berk yapıyı oluşturmaya çıkarılan küpün altındaki küpü çizerek yapıyı oluşturmaya başlamıştır (Şekil 71 (b)). Daha sonra yapının global özelliklerini düşünerek, küp çıkarıldığında nasıl bir şekil ortaya çıkacağını hayal etmiş ve çıkarılan küpün yerini çizerek yapıyı oluşturmaya devam etmiştir (Şekil 71 (c)). Berk bu adımın devamında yapının yan yüzeyini global olarak düşünerek, zihninde canlandığı yan yüzeyin dış hatlarını çizdiği görülmüştür (Şekil 71 (d)). Sonrasında ise Berk lokal olarak düşünüp yan yüzeyin iç bölümünde kalan ayrıtları gerekli şekil birimlerini kullanarak (doğru parçaları) tamamlamıştır (Şekil 71 (e)). Berk son olarak da çizimde kalan belirtilmemiş olan ayrıtları lokal düşünerek şekil birimleriyle tamamlayıp çizimini sonlandırmıştır. Berk küp çıkarma etkinliğinde yapıdan küp çıktıktan sonra küplerin birbirine göre konumuna yönelik uzamsal muhakeme yapabilmiş ve buna göre kalan şekli global düşünüp çizimde küpleri doğru bir şekilde konumlandırabilmiştir. Ayrıca etkinlikte gerekli muhakemeleri yapabildiği için çizim esnasında materyal kullanma ihtiyacı duymamıştır. Çizimden sonra birim küplerle çizdiği şekli oluşturup doğruluğunu teyit etmiştir. Berk küp çıkarma çizimlerinde açıklamalarını diyagram üzerinde sözel olarak yapmış ve genellikle jest kullanmamıştır.



**Şekil 71.** Berk'in küp çıkarma etkinliği.

Görüşmenin bir sonraki aşamasında Berk'e Şekil 72 (a)'da gösterilen etkinlik sunulmuştur. Araştırmacı, Berk'e Şekil 72 (a)'da verilen yapıda dört tane beyaz küp, üç tane de siyah küp olduğunu belirtmiştir. Daha sonra Berk'ten beyaz küplerden oluşan ve siyah küplerden oluşan yapıları birbirinden ayırıp, sırasıyla izometrik kâğıtta yeniden çizerek oluşturması istenmiştir. Çizime başlamadan önce araştırmacı tarafından Berk'e Şekil 72 (a)'da verilen yapıda dört tane beyaz küpün ve üç tane siyah küpün nerede bulunduğu sorulduğunda aralarında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Berk bana burada dört tane beyaz küpün ve üç tane siyah küpün nerede olduğunu açıklayabilir misin?

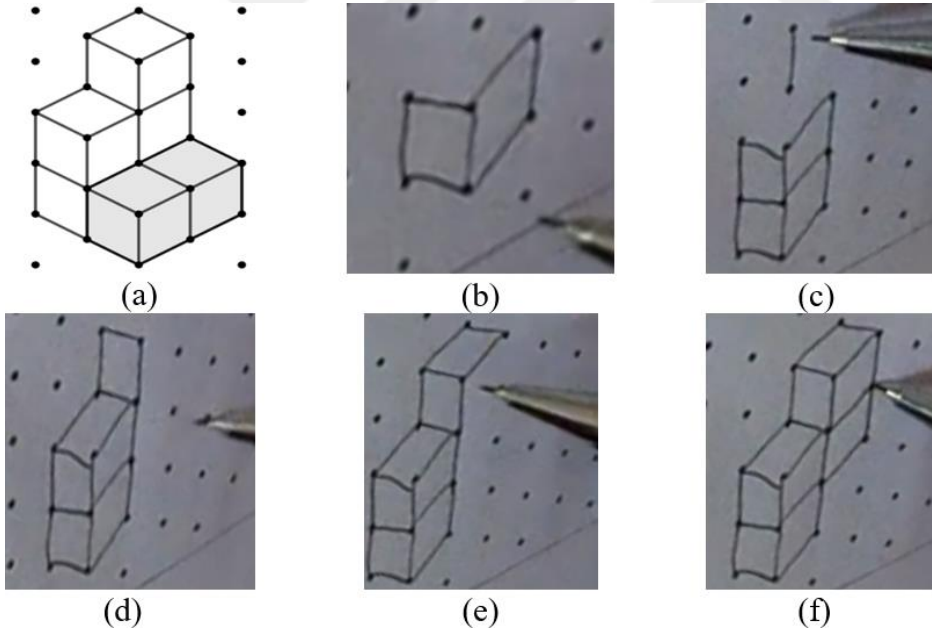
Berk: Burada iki tane siyah var, bir iki üç dört tane beyaz var, diğer siyah şu küpün altında (Şekil 72 (a)).

Araştırmacı: Nasıl böyle bir çıkarıma varabildin?

Berk: Şimdi burası beyaz görüldüğünden, bunun arka tarafı beyaz görünür. Burada da zaten dört tane beyaz var, kalan şey de bunun altındaki siyah küp.

Berk'in yukarıda yaptığı açıklamalara bakıldığında şekli global olarak düşünüp hangi küpün nerede olduğu ve görünmeyen siyah küpün nerede olması gerektiğiyle alakalı uzamsal muhakeme yapabildiği anlaşılmaktadır. Bu açıklamalarından sonra Berk dört tane beyaz küpten oluşan bloğu çizmek için hazır olduğunu belirtip çizimine başlamak istemiştir. Bu noktada araştırmacı Berk'e beyaz küpleri hangi kısımdan itibaren çizmeye başlayacağını sorduğunda şöyle bir cevap vermiştir: "Beyaza önce buradan

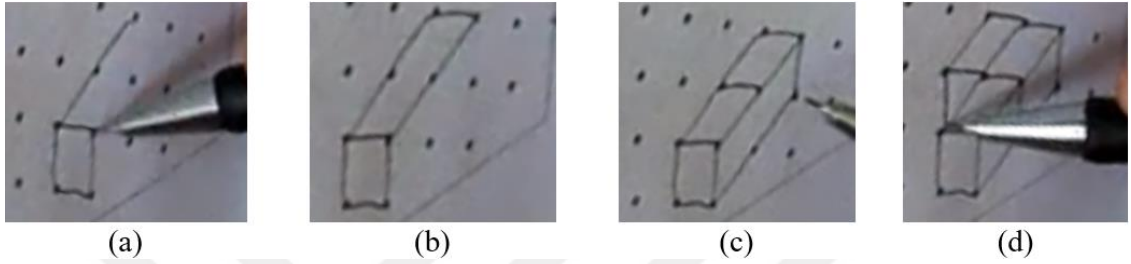
(Şekil 72 (a)'da görünen kısımda alttaki sadece yan yüzü görünen beyaz küpü kastediyor) başlayacağım, bu yüzünü tam olarak çizeceğim, burası boş kalacak, burası dolu, böyle olacak". Berk'in açıklamalarına bakıldığında yapıyı global düşünüp zihninde boyutsal olarak parçalayabildiği görülmektedir. Bir başka ifade ile Berk yapıda bulunan beyaz ve siyah küplerin konumunu zihinde tasarlayıp, ayrıldıklarında hangi şekilde görüneceklerini tahmin edebildiği anlaşılmaktadır. Bu aşamadan sonra Berk beyaz küplerden oluşan bloğu çizmeye, açıklamalarında da belirttiği gibi en alttaki beyaz küpten başlamıştır (Şekil 72 (b)). Bir sonraki aşamada hemen üzerindeki beyaz küpü çizerek yapıyı oluşturmaya devam etmiştir (Şekil 72 (c)). Berk bu kısmı oluşturduktan sonra lokal olarak düşünüp şekil birimleri yardımıyla çizdiği iki katlı bloğun üst yüzeyini oluşturup bir doğru parçası yardımıyla yapının üst kısmını oluşturmaya başlamıştır (Şekil 72 (c-d-e)). En son aşamada ise Berk ilgili şekil birimleri yardımıyla lokal olarak düşünüp kalan yan yüzeyi oluşturmuş ve dört beyaz küpten oluşan yapının çizimini tamamlamıştır (Şekil 72 (f)).



**Şekil 72.** Berk'in birleşik yapıları ayırma etkinliğindeki ilk kısmın çizim aşamaları.

Berk beyaz küplerden oluşan bloğu çizdikten sonra siyah küpü nasıl çizeceğini planlamış ve araştırmacıya bu kısmın çizimine ön taraftan başlamayı tercih ettiğini belirtmiştir. Berk, üç siyah küpten oluşan yapının çizimine öncelikle önden arkaya doğru peş peşe duran ikili kısmından başlamıştır (Şekil 73 (a)). Sonrasında ön yüzünü oluşturduğu bu kısmın üst yüzeyini ve yan yüzeyini şeklin lokal özelliklerini kullanarak şekil birimleri yardımıyla oluşturup tamamlamıştır (Şekil 73 (b-c)). Son olarak zihninde

boyutsal olarak parçaladığı siyah bloklardan oluşan yapıda yarım görünecek yüz olduğunu bildiği için bu kısmı gerekli ayrıtları kullanarak çizip, yapının son halini tamamlamıştır (Şekil 73 (d)). Berk çizimleri esnasında zorlanmadığı için birim küp materyallerini kullanmadan çizimini başarılı bir şekilde tamamlayabilmiştir. Çizimden sonra birim küplerle çizdiği yapıyı oluşturup çiziminin doğruluğunu teyit etmiştir. Yapıları zihninde boyutsal parçalayıp oluşan parçaları da şekil birimleri yardımıyla doğru bir şekilde çizmiş ve küpleri konumlandırırken sıkıntı yaşamamıştır.



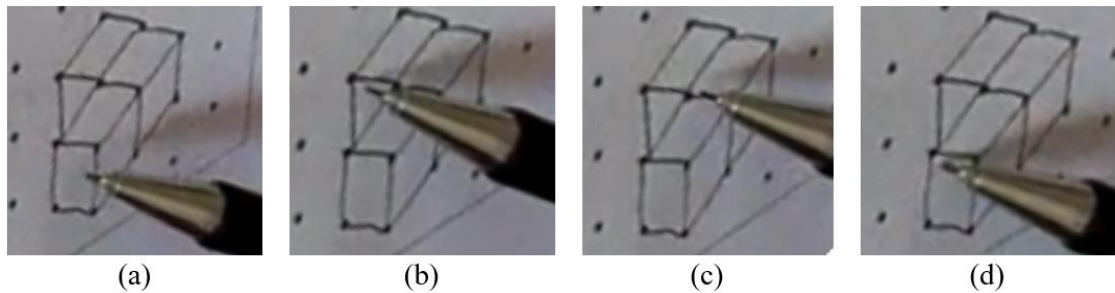
**Şekil 73.** Berk'in yapıları ayırma etkinliğindeki siyah bloğun çizim aşamaları.

Araştırmacı çizim esnasında Berk'e Şekil 73 (d)'deki yarım görünen yüzü çizerken bu kısmın böyle görüneceğini nasıl anladığını sorduğunda aralarında aşağıdaki gibi bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Orayı neden yarım çizdin, yarım yüzeyi?

Berk: Burayı yarım çizmemizin sebebi buradakinin (Şekil 74 (a)) olması, buranın (Şekil 74 (b)) yarısını göstermiyor.

Üst kısımda yaptığı açıklamada da belirttiği gibi, Berk yarım yüzü görünen yüzü göstermek için çizmiş olduğu şekil üzerinde kalem yardımıyla yarım görünen yüzü ve yarım görünmesine neden olan küpü kalemle işaretleyerek gösterebilmiştir. Sonrasında yarım görünen yüzdeki ayrıtı araştırmacıya göstermek amacıyla kalemini küpün üst köşesine koyup iziyle sağdan sola doğru bu şekil biriminin üzerinden geçerek göstermiştir (Şekil 74 (c-d)). Berk'in küp çıkarma etkinliklerinden elde edilen özet bulgular Tablo 11'de verilmiştir.



**Şekil 74.** Berk'in yarım görünen yüzeyi belirtirken kalemle ilgili yerleri işaretlemesi.

**Tablo 11. Berk'in Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi**

Küp çıkarma çizimlerine başlama ve çizimini sürdürme biçimi	Küp çıkarma etkinliğinde öncelikle çıkarılan küpün olduğu kısımdan başlamış ve önden arkaya doğru yapıyı küçük adımlarla çizerek oluşturmuştur. Yapıları ayırma etkinliğinde ise beyaz kısmı çizerken önden arkaya doğru küçük adımlarla çizmiştir. Siyah bloğu çizerken ise görünen kısmın ön tarafından başlamayı tercih edip en son görünmeyen bölgeyi çizmiştir. Siyah bloğu çizerken yüzeyler oluşturarak çizmeyi tercih etmiştir.
Global-lokal düşünme süreçleri	Küp çıkarma etkinliğini daha çok lokal düşünerek çizimlerini tamamladığı görülmüş ancak çıkarılan küpün olduğu bölgeyi çizerken global düşünmüştür. Yapıları ayırma etkinliğinde beyaz bloğu çizerken lokal düşünerek çizim yapmıştır. Siyah bloğun ayrıldığına nasıl görüneceğini global olarak düşünebilmiş ve çizimi de birden fazla yüzeyler oluşturup çizmiş ve çizimde eksik olan ayrıtları lokal düşünerek tamamlamıştır. Ayrıca siyah kısımda yarım görünecek yüzeyi de global olarak düşünerek çizebilmiştir.
Çizim üzerine eklemeler yapıp silme durumu	Bu bölümdeki etkinliklerde şekil birimlerini etkili bir biçimde kullanıp hata yapmadan çizimlerini tamamlayabildiği görülmüştür.
Çizim yapabilmek için materyalden yardım alma durumu	Küp çıkarma etkinliklerini rahat bir şekilde çizebildiği için materyallerden yardım almaya gerek duymamıştır. Sadece çizimden sonra çizdiği yapıları kontrol etmek amacıyla birim küp materyallerden faydalanmıştır.
Jestlerle şekil birimlerini ifade etme durumları	Küp çıkarma etkinliklerine açıklamalarını daha çok sözel olarak yapmıştır. Yapıları ayırma etkinliğinde ise siyah blokta yarım görünen yüzeyi nasıl düşündüğünü ifade edebilmek için diyagramdan faydalanıp yaptığı jestle yarım görünen yüzeyi açıklamaya çalışmıştır.
Küpleri birbirlerine göre konumlandırma biçimi	Küp çıkarma etkinliklerinde çıkarılan küpün yerinde oluşacak yüzeyleri doğru bir şekilde belirleyip etrafındaki küpleri buna göre konumlandırmıştır. Yapıları ayırma etkinliğinde beyaz ve siyah küplerden oluşan blokları izometrik kâğıda çizerken şekil birimleri yardımıyla parçaları doğru bir şekilde oluşturabilmiştir.

### 3.4.2. Berk'in Küp Ekleme Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular

Küp ekleme problemlerinde Berk'e Şekil 75 (a)'da gösterilen etkinlik verilmiştir. Bu etkinlikte Berk'ten şekildeki boyalı kısma bir tane daha küp ekleyip, yapıyı eklenmiş haliyle yeniden izometrik kâğıda çizmesi istenmiştir. Bu etkinlikte araştırmacı Berk'e nasıl düşüneceğini sorduğunda aralarında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Bu etkinlikte çizimde ekleme yaparken nasıl düşüneceksin ve çizime nereden başlayacaksın Berk?

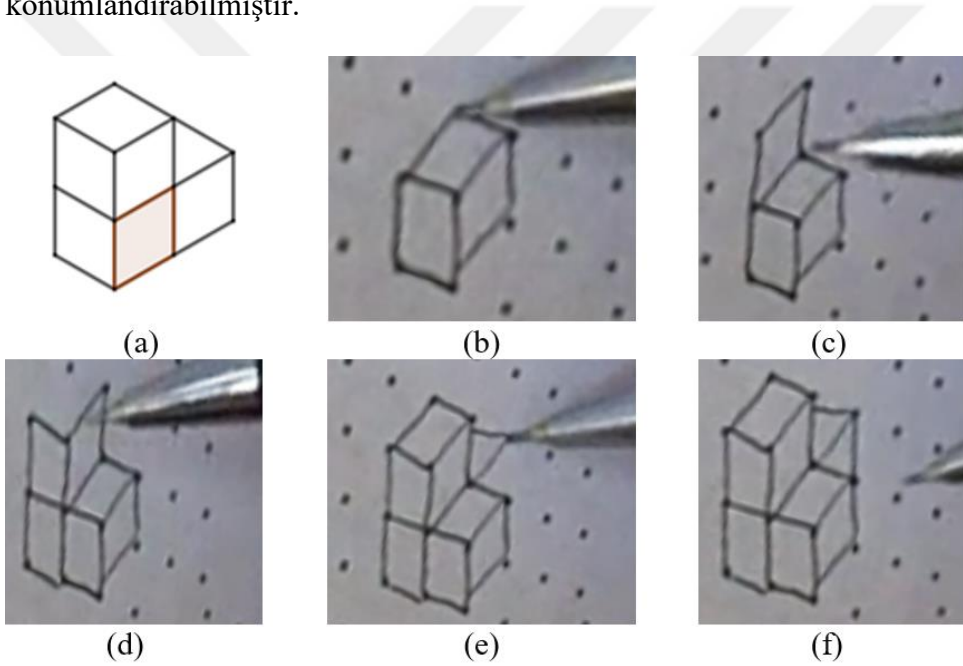
Berk: Çizime ekleyeceğim küpten başlayacağım.

Araştırmacı: Sana nasıl bir kolaylık sağlar ekleyeceğin küpü çizerek başlamak?

Berk: O ekleyeceğim küpü çizdiğimde öncelikle diğer küplerde çizimim kolaylaşacak. Yani nasıl görüldüğünü daha kolay sağlayacak.

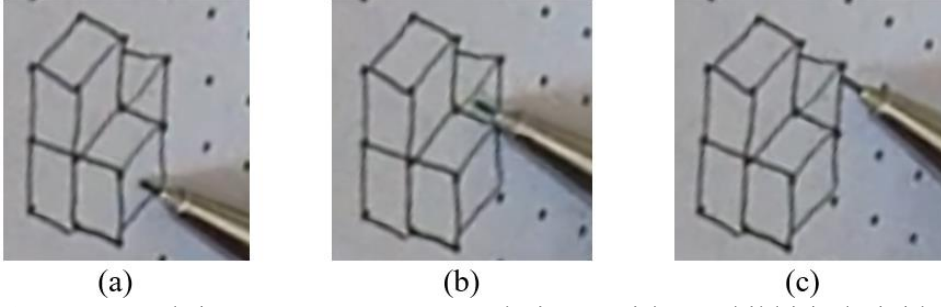
Berk'in yukarıda verilen açıklamalarına bakıldığında eklenen küpten çizime başlamanın işini daha çok kolaylaştıracağını düşündüğü ön plana çıkmaktadır. Bu nedenle Berk çizime ilk olarak eklenen küpten başlamayı tercih etmiştir (Şekil 75 (b)).

Bu adımdan sonra eklenen küpün arkasındaki bloğu çizmek amacıyla üst tarafa doğru şekil birimlerini kullanarak öğrencinin bir yüzey oluşturduğu görülmektedir (Şekil 75 (c)). Berk çiziminde bu kısmı tamamladıktan sonra üst üste duran ikili bloğu şekil birimleri yardımıyla çizdiği belirlenmiştir (Şekil 75 (d)). Son olarak yapının global özelliklerini düşünerek yarım görünecek yüzeyleri belirleyip eksik olan kısımları tamamlamış ve çizimini sonlandırmıştır (Şekil 75 (e-f)). Berk küp ekleme etkinliğini zorlanmadığı için materyal kullanmadan tamamlamış ve süreçte çizimlerini hata yapmadan tamamlayabilmiştir. Etkinliği bitirdikten birim küplerle çizdiği yapıyı oluşturmuş ve doğru bir şekilde çizdiğini kontrol etmiştir. Ayrıca eklenen küple birlikte oluşacak yeni şekli global olarak düşünüp küpleri doğru bir şekilde konumlandırabilmiştir.



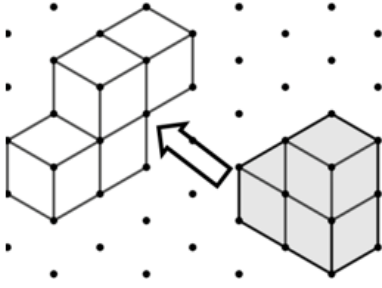
**Şekil 75.** Berk'in küp ekleme etkinliği.

Yukarıda verilen etkinlikte yarım görünen yüzü çizerken Berk'e nasıl düşündüğü sorulduğunda şöyle bir cevap vermiştir: “Burada, bu küpü çizdiğimizde (Şekil 76 (a)) mesela yarım yüzü kalıyor onu öncelikle hayal ederek yaptım”. Berk düşüncesini ifade ederken Şekil 76 (a)'da eklediği küpü kalemle işaretleyip, yarım görünen yüze bu küpün sebep olduğunu belirtmektedir. Sonrasında ise Berk kalemiyle Şekil 76 (b-c)'de görüldüğü gibi kalemini yarım görünen kısım üzerinde doğrusal bir şekilde ilerleterek, önündeki küpün kapattığı açıdan itibaren yarım görünen yüzeyi tasvir ettiği anlaşılmaktadır.



**Şekil 76.** Berk'in yarım görünen yüzeyleri gösterirken şekil birimlerini kullanışı.

Bir diğer küp ekleme etkinliğinde Berk'e Şekil 77'de verilen yapılar sunulmuştur. Araştırmacı bu etkinlikte Berk'ten dört beyaz küpten oluşan yapı ile üç siyah küpten oluşan yapıyı Şekil 77'de görülen ok yönüne doğru birleştirip, oluşan yapıyı izometrik kâğıtta son haliyle çizmesini istemiştir. Çizim kısmına geçmeden önce araştırmacı tarafından Berk'e bu yapının oluşturulması ile alakalı bazı sorular sorulmuş ve aralarında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:



**Şekil 77.** Yapıları birleştirme etkinliği.

Araştırmacı: Bu iki yapı birleşince nasıl bir şekil oluşur ve çizmeye nereden başlayacaksın Berk?

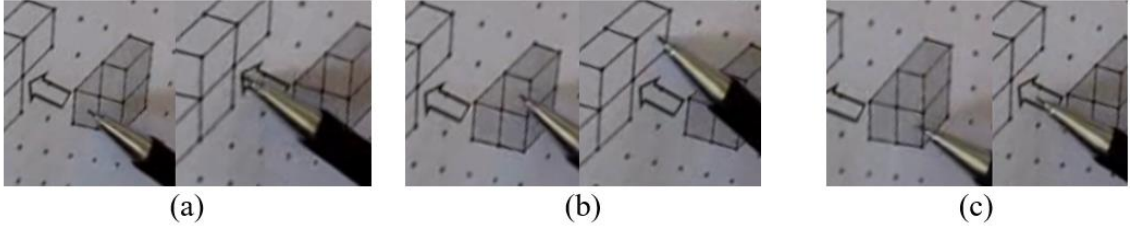
Berk: Öncelikle bu siyah küp bu beyaz küpün altına gelir (Şekil 78 (a)).

Araştırmacı: Gelirse nasıl bir yapı çıkar ortaya hayal edebiliyor musun?

Berk: Burası onun altına gelirse bu da buraya yapışık olur (Şekil 78 (b)), burası da burada olur (Şekil 78 (c)). Çizmeye de önce bu ikisinden (Görünecek olan ikili siyah bloğu kastediyor) başlayacağım evet, sonra buralar.

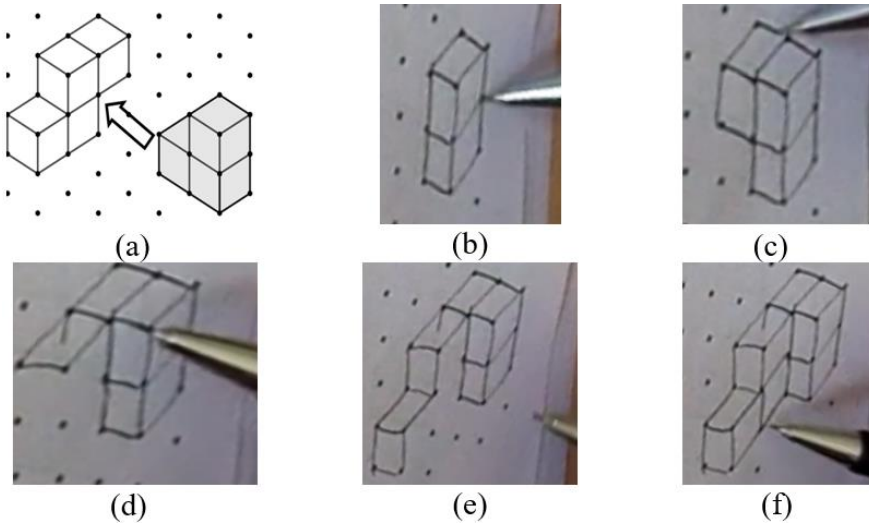
Araştırmacı: İlk bu kısmı çizmen nasıl bir kolaylık sağlar sana?

Berk: Önce burayı (ilk çizeceği arkadaki ikili siyah bloktan bahsediyor) çizdiğimde burası (altta kalıp görünmeyecek olan siyah küp) olmayacak, sonra buraları (eklenen beyaz küpleri kastediyor) ekleyince bu (görünmeyecek siyah küp) da bunun altında kalacak.



**Şekil 78.** Berk'in yapının son halini tasvir ederken kalemle ilgili kısımları işaretlemesi.

Berk'in yukarıdaki diyalogda yaptığı açıklamalara bakıldığında oluşacak şekli zihninde hayal edebildiğini ve küplerin nerede olacağını şekil üzerinde de koordine edebildiği anlaşılmaktadır. Açıklamaları incelendiğinde bazı küpleri birleştirirken renklerine göre eşleştirdiği anlaşılmış ve birleşecek yerleri kaleminin ucuyla işaretleyerek belirtebilmiştir. Berk gerekli açıklamalarını yaptıktan sonra çizime bahsettiği gibi arka tarafta görünecek olan ikili siyah küp bloklarını çizerek başlamıştır (Şekil 79 (b)). Bu adımdan sonra Berk yan taraftaki birleşecek olan beyaz küp bloklara geçiş yapmak için bir küp çizmiş ancak yanlış olduğunu anlayınca bu kısmı silip yapıyı şekil birimleri yardımıyla bu kısmı ileriye doğru taşıyarak üst yüzeyi oluşturmaya başlamıştır (Şekil 79 (c-d)). Üst yüzeyi oluşturan Berk sonrasında yapının ön tarafını oluşturacak şekilde yüzeylerini şekil birimleri yardımıyla tamamlamıştır (Şekil 79 (e)). Son olarak eksik kalan yan yüzey kısımlarını şeklin lokal özelliklerini düşünüp gerekli ayrıtlarla tamamlayarak çizimini sonlandırmıştır (Şekil 79 (f)). Berk'in küp ekleme etkinliklerinden elde edilen özet bulgular Tablo 8'de verilmiştir.



**Şekil 79.** Berk'in ayırık yapıları birleştirme etkinliğindeki çizim aşamaları.

**Tablo 12. Berk'in Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi**

Küp ekleme çizimlerine başlama ve çizimini sürdürme biçimi	Küp ekleme etkinliğine eklenecek küpü çizerek başlamış ve akabinde bitişik olan küp blokları çizip son olarak da arkada kalan tek küpün çizimini yapmıştır. Yapıları birleştirme etkinliğinde ise yapının birleşen bölgesinden çizimine başlamış sonrasında küçük adımlarla yapıyı ön tarafa doğru ilerleterek çizimini sonlandırmıştır.
Global-lokal düşünme süreçleri	Küp ekleme etkinliğine öncelikle eklenen küpü global olarak düşünüp bu kısımdan başlamış sonrasında lokal düşünerek kalan kısımları şekil birimleri yardımıyla küçük adımlarla çizmiştir. Son olarak arkadaki tek küpü çizerken de global olarak düşünerek yarım yüzeyi oluşturabilmiştir. Yapıları birleştirme etkinliğinde önce global olarak düşünüp yapıyı birleşmiş haliyle çizerek oluşturmaya başlamış, sonrasında ön tarafa doğru çizimini lokal düşünerek şekil birimleri yardımıyla ilerletmiştir.
Çizim üzerine eklemeler yapıp silme durumu	Küp ekleme etkinliğinde şekil birimlerini hata yapmadan oluşturabilmiştir. Yapıları birleştirme etkinliğinde birleşen bölgeyi çizerken hata yaptığını anlayınca görünmemesi gereken ayrıtları silip sonrasında şekil birimleri yardımıyla doğru bir biçimde kalan kısımları çizebilmiştir.
Çizim yapabilmek için materyalden yardım alma durumu	Küp ekleme çizimlerinde materyal kullanmaya ihtiyaç duymamıştır. Çizimlerini sonlandırdıktan sonra kontrol amaçlı çizdiği şekilleri birim küplerle oluşturmuştur.
Jestlerle şekil birimlerini ifade etme durumları	Küp ekleme etkinliklerinde yarım görünecek yeri belirtirken diyagramdan faydalarından kalemiyle yarım görünen yeri ifade ederken jest kullanmıştır. Yapıları birleştirme etkinlerinde ise birleşen kısımları ifade etmek için diyagramdan faydalanarak kalemiyle hangi kısmın hangi bölgeye denk geleceğini araştırmacıya jestlerle ifade etmiştir.
Küpleri birbirlerine göre konumlandırma biçimi	Küp ekleme etkinliklerinde küpleri doğru biçimde konumlandırıp çizebilmiştir. Yapıları birleştirme etkinliğinde ise birleşen bölgeyi çizdikten sonra şekil birimlerini uzatmadan geride kalan küpleri konumlandıramayacağını anlayıp ilgili ayrıtları oluşturmuş ve yapıyı uygun bir şekilde konumlandırmıştır.

### 3.4.3. Berk'in Farklı Yönlerden Görünümü Verilen Yapıların Çizimine Yönelik Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular

Bu kısımda Berk'e ilk olarak Şekil 80 (a)'da verilen bir yapının anahat görünümü verilmiştir. Araştırmacı burada Berk'e şekil üzerinde yazılı olan sayıların o sütundaki üst üste duran küp sayıları olduğunu belirtmiştir. Daha sonra Berk'ten anahat görünümü verilen bu iki boyutlu yapının üç boyutlu görünümünü izometrik kâğıtta çizmesi istenmiştir. Araştırmacı gerekli açıklamaları yaptıktan sonra Berk'e bu etkinlikteki yapıyı nasıl çizeceğini sorduğunda aralarında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

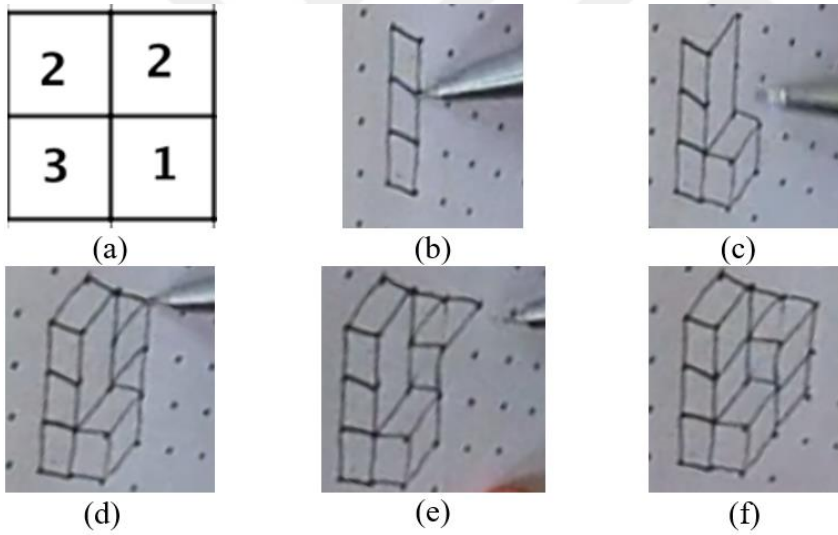
Araştırmacı: Burada nasıl düşüneceksin ve nasıl bir çizim yapacaksın Berk?

Berk: Şu an nasıl olacağını aklımda hayal ettim, üç tane burada olacak küp, bir tane burada, arkada iki tane olacak ama görünmeyebilir, burada da iki tane olacak.

Araştırmacı: Tamam. Nereden başlayacaksın çizime?

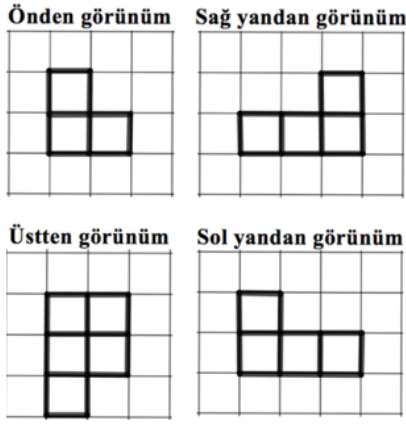
Berk: Üç taneden.

Berk çizimle alakalı açıklamalarını yaptıktan sonra bahsettiği gibi öndeki üç tane küpten oluşan bloğu çizmeye çalışarak yapıyı oluşturmaya başlamıştır (Şekil 80 (b)). Bu kısımda global düşünüp öndeki üçlü bloğun önce ön yüzünü çizmiş daha sonra yan yüzeyin dış hatlarını oluşturup buradan da üçlü bloğun yanındaki tek küpü çizdiği görülmektedir (Şekil 80 (c)). Berk bu adımdan sonra üçlü bloğun arkasındaki ikili bloğu çizmeyi tercih etmiştir (Şekil 80 (d)). Ancak öndeki tek küpün arkasındaki ikili bloğu çizmeye sıra gelince hata yaptığının farkına varmıştır. Berk burada global olarak düşünüp son çizeceği ikili bloğun, üçlü bloğun arkasındaki ikili bloğu kapatacağı çıkarımını yaparak gerekli yerleri silmiş ve yan yana duracak ikili blokların üst kısımlarını şekil birimleri yardımıyla tamamlamıştır (Şekil 80 (e)). Berk son olarak lokal olarak düşünüp yapının yan yüzeyini ilgili şekil birimleri yardımıyla oluşturup çizimini tamamlamıştır (Şekil 80 (f)).



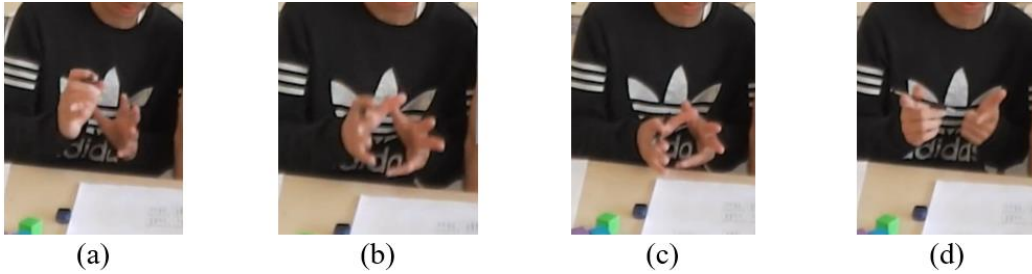
**Şekil 80.** Berk'in yapı görünümü verilen şekli üç boyutlu çizim aşamaları.

Farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimi etkinliklerindeki bir diğer problemde Berk'e Şekil 81'de gösterilen etkinlik verilmiştir. Bu etkinlikte Berk'e bir yapının farklı yönlerden iki boyutlu görünümü verilmiş ve ondan bu yapının üç boyutlu görünümünü izometrik kâğıtta çizmesi istenmiştir. Araştırmacı etkinlikle alakalı bilgileri Berk'e sunduktan sonra öğrenciye bu etkinlikteki çizime nasıl başlayacağını sorduğunda Berk şu şekilde bir cevap vermiştir:” Önce buradan üstten hayal edeceğim (Şekil 82 (a-b-c)), sonra gene ön taraftan başlayıp, evet üstten önce hayalini kurdum şimdi aklımda canlandırdım şekli, şimdi ön taraftan (Şekil 82 (d)) çizeceğim”.



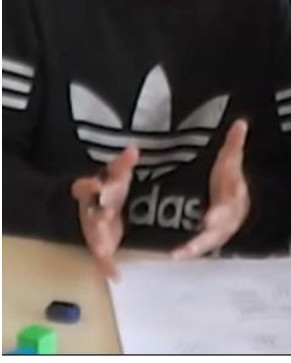
**Şekil 81.** Farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı oluşturma etkinliği.

Berk'in ifadelerine bakıldığında hangi yönden çizeceğine dair açıklama yaparken anlattıklarını daha net aktarabilmek amacıyla jest kullandığı görülmektedir. İlk önce üst kısma göre çizeceğini belirtirken Berk Şekil 82 (a-b-c)'deki jestleri kullanmıştır. Burada ellerini havada yana doğru açarak yapıyı üstten oluşturuyormuş gibi tasvir etmektedir. Sonrasında ön taraftan başlayacağını belirtirken de bu yönü belirtmek için parmaklarıyla ön tarafı temsil edecek şekilde ileriye göstermektedir (Şekil 82 (d)). Berk'in burada diyagramdan faydalanıp jestler aracılığıyla küpün şekil birimlerini ellerini kullanarak tasvir ettiği gözlemlenmiştir.



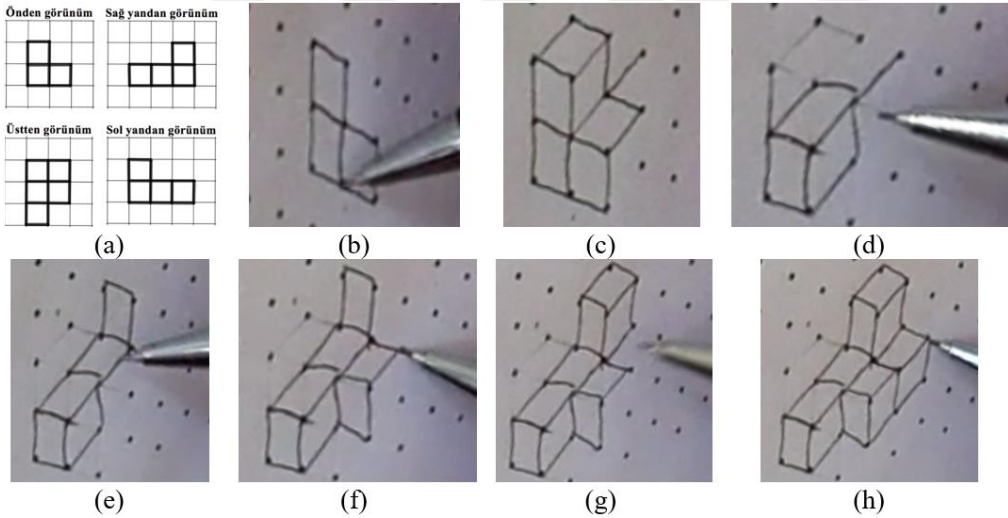
**Şekil 82.** Berk'in çizimi yapacağı yönü seçerken kullandığı jest.

Berk yapının çizimine açıklamalarında da bahsettiği gibi ilk önce önden görünümü referans olarak başlamıştır (Şekil 84 (a-b)). Daha sonra ön görünüme göre çizdiği bu yüzeyi şekil birimleri yardımıyla tamamlayıp (Şekil 84 (c)) sonrasında sağ ve sol görünümde bir sıkıntı olduğunu fark edip gerekli gördüğü yerleri silmiştir (Şekil 84 (d)). Araştırmacı ilgili kısımları neden silme gereksinimi duyduğunu Berk'e şöyle bir cevap vermiştir: "Sağ ve solu birleştirdim (Şekil 83), aklımda hayal ettim. Üst tarafa koyduğum küpü yanlış tarafa çizmişim". Berk yaptığı hatayı anlayınca sağ ve sol kısmı düşünüp hayal ettiğini ve bu nedenle hatasının farkına varabildiğini belirttiği sırada farklı yönlerden görünümünü tasvir ederken jest kullanmıştır (Şekil 83). Burada ellerini karşılıklı açarak bir tanesiyle sağ görünümü diğeriyle de sol görünümü belirtmiştir.



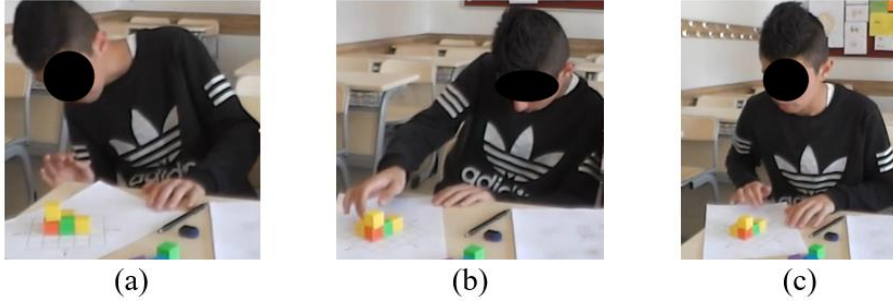
**Şekil 83.** Berk'in kullanması gerektiği yönü anlatırken kullandığı jest.

Çizimde yapmış olduğu hatayı anlayan Berk bu adımdan sonra sildiği yerden itibaren yapıyı arka tarafa doğru, üst görünümü referans alarak ilerletmiştir (Şekil 84 (e)). Şekil 84 (e)'de sağ ve sol görünümde üst tarafta tek kalan küpün yerini de belirleyebildiği ve bu nedenle ön yüzeyini çizdiği görülmüştür. Bu kısım tamamlandıktan sonra Berk'in yan tarafı ve üstteki küpün gerekli ayrıtlarını şeklin lokal özelliklerini kullanarak çizmiştir (Şekil 84 (f-g)). Berk son olarak en arkada kalan küpü gerekli şekil birimleri (doğru parçaları) yardımıyla çizip yapının son halini tamamlamıştır (Şekil 84 (h)).



**Şekil 84.** Berk'in farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizim aşamaları.

Berk yapının çizimini tamamladıktan sonra doğruluğunu kontrol etmek amacıyla birim küplerle çizdiği yapıyı oluşturup farklı yönlerden görünümünü kontrol etmiştir. Bu sırada sağdan, önden ve üstten görünümde ilgili açılarını izometrik kâğıtta yapıyı çizdiği gibi görebilmek amacıyla vücudunu Şekil 85'te gösterildiği gibi konumlandırmıştır. Bu bağlamda Şekil 85 (a)'da yapının sağdan görünümü, Şekil 85 (b)'de yapının üstten görünümü ve Şekil 85 (c)'de de yapının önden görünümü kontrol edilmiştir. Berk'in farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimi etkinliklerinden elde edilen özet bulgular Tablo 13'te verilmiştir.



**Şekil 85.** Berk'in yapıya farklı yönlerden bakarken vücut pozisyonunu ayarlayışı.

**Tablo 13.** Berk'in Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi

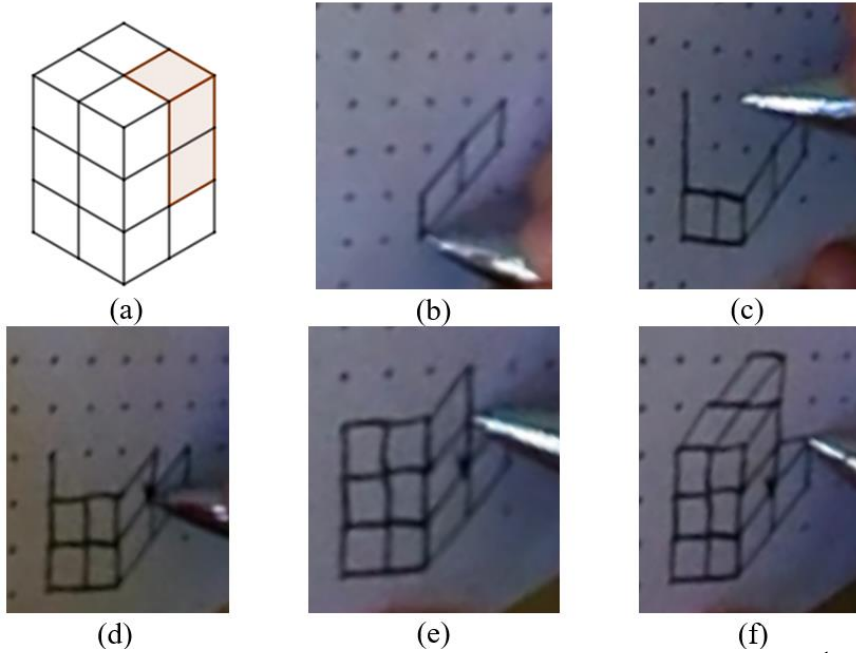
Farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimlerine başlama ve çizimini sürdürme biçimi	Yapı görünümü verilen şeklin çizimine ön taraftan ve çok sayıda küpe sahip olan bloktan başlamıştır. Akabinde hemen yan tarafa geçip oradan arka tarafa doğru adım adım çizerek yapıyı oluşturmuştur. Farklı yönlerden görünümü verilen yapıda ise çizimi ön görünümüne göre ayarlayıp sonra sağ ve sol görünümü birleştirmeyi en son olarak da üst görünümüne bakıp hatalı yerlere çizdiği küplerin yerini değiştirerek yapıyı oluşturmuştur.
Global-lokal düşünme süreçleri	Yapı görünümü verilen şekli oluştururken global olarak düşünüp yüzeyler oluşturarak blokları çizip daha sonra lokal olarak düşünüp çizimde eksik olan ayrıtları tamamlamıştır. Ayrıca yarım görünecek yerleri çizerken de global olarak düşünüp ilgili ayrıtları izometrik kâğıttaki noktalar yardımıyla çizebilmiştir.
Çizim üzerine eklemeler yapıp silme durumu	Yapı görünümü verilen şekli çizerken ön taraftaki kısmı çizdikten sonra üçlü bloğun arkasındaki ikili bloğu çizmiş ancak ayrıtları küpe eklenecek biçimde bırakmadığı için son ikili bloğu çizememiştir. Bu nedenle hatalı bölgeleri silerek yapının çizimini tamamlamıştır. Farklı yönlerden görünümü verilen yapının çizimini yaparken farklı görümlere göre küplerin yerini birkaç kez değiştirmiştir. Sonrasında hatalı çizdiği kısımlardaki ilgili şekil birimlerini doğru bir şekilde silerek küpleri yeniden oluşturmuştur.
Çizim yapabilmek için materyalden yardım alma durumu	Berk her ne kadar bu bölümdeki etkinliklerde diğerlerine göre daha çok zorlansa da birim küp materyallerden yardım almamıştır. Sadece çizimlerden sonra kontrol etmek amaçlı yapıları oluşturup çizimlerin doğruluğunu onaylamıştır.
Jestlerle şekil birimlerini ifade etme durumları	Yapı görünümü verilen şekli çizerken daha çok sözel açıklamalar yapmayı tercih etmiştir. Farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizerken ise yapıyı hangi yönlere göre oluşturacağını belirtirken jest kullanmıştır. Farklı yönlerdeki yüzeyleri elleriyle diyagramdan faydalanarak oluşturup tasvir etmeye çalışmıştır.
Küpleri birbirlerine göre konumlandırma biçimi	Yapı görünümü verilen şekli çizerken ön taraftaki küpleri doğru bir şekilde konumlandırmıştır. Ancak arka kısımda son ikili bloğu çizerken son blok yapıya eklenecek şekilde şekil birimlerini uzatamadığı için küpleri konumlandırmada sıkıntı yaşamıştır. Farklı yönlerden görünümde de yönleri tam olarak organize edemediği için ilk anlarda yanlış konumlarda küpler çizdiği görülmüştür. Sonrasında farklı görünümleri düşündüğünde doğru bir şekilde ilgili küpleri ekleyip şekil birimleri yardımıyla yerlerini değiştirebildiği görülmüştür.

### 3.5. Zehra'nın Çizim Süreçlerinden Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde Zehra'nın çizim deneyimleri sunulmuş olup her bölümün sonunda etkinlikler daha önceden belirlenen kriterlere göre bir tabloda özetlenmiştir.

### 3.5.1. Zehra'nın Küp Çıkarma Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular

Küp çıkarma etkinliklerinde Zehra'ya Şekil 86 (a)'da gösterilen küp çıkarma etkinliği verilmiştir. Araştırmacı etkinliği sesli bir şekilde okuyup daha sonra Zehra'dan Şekil 86 (a)'da gösterilen yapı üzerinde boyalı olan küpleri çıkarıp, yapıyı son haliyle izometrik kâğıda çizmesini istemiştir. Zehra bir müddet düşündükten sonra çizimine yapının taban yüzeyini oluşturarak başlamış ve daha sonra yapıyı yukarı doğru çizerek oluşturmak istediği anlaşılmıştır (Şekil 86 (b-c)). Sonrasında bu yöntem ile çizimine devam eden Zehra diğer üst katmanları da yüzey olarak çizerek en üst yüzeyin çizimine gelmiştir (Şekil 86 (d-e)). Bu adımdan sonra Zehra yapının lokal özelliklerini düşünerek üst yüzeyini çizmiş ve son olarak yapıyı global olarak düşünerek hangi yüzeylerin yarım görüneceğini sezip ilgili şekil birimleri yardımıyla o kısımları da tamamlayarak yapının çizimini sonlandırmıştır (Şekil 86 (f)).

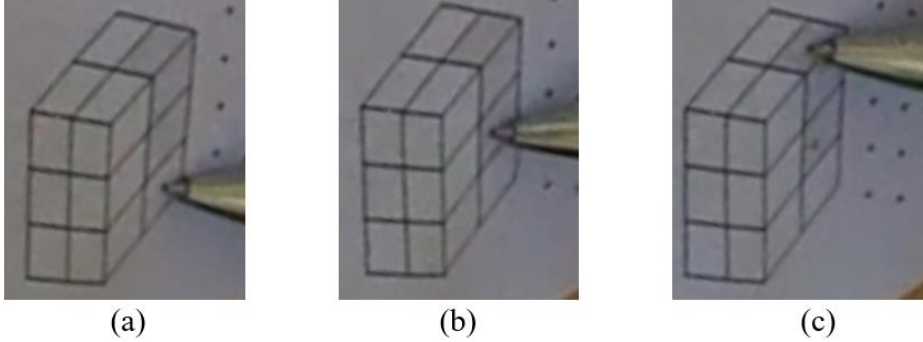


**Şekil 86.** Zehra'nın küp çıkarma etkinliğindeki çizim aşamaları.<sup>1</sup>

Araştırmacı Şekil 86 (a)'daki yapıda Zehra'ya şekli çizerken nasıl düşüneceğini ve hangi kısımdan başlayacağını sorduğunda Zehra şu şekilde cevap vermiştir: “Buradan başlayacağım (Şekil 87 (a)), bu sefer gene sadece buradaki (Şekil 87 (b)) gözükecek, bir de buranın (Şekil 87 (c)) küçük bir yanı gözükecek”. Zehra'nın açıklamalarına

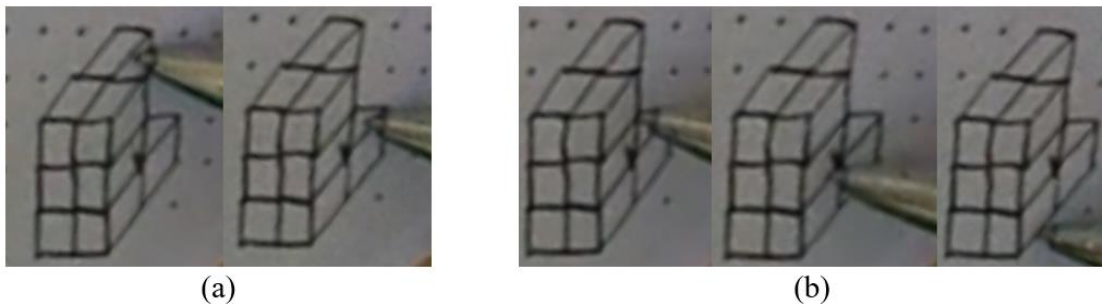
<sup>1</sup> Her ne kadar çizimler izometrik kâğıt üzerinde yapılmış olsa da video kameranın eğik olarak konumlandırılmasından ötürü Zehra'nın çizimleri noktalı kâğıt üzerinde yapılmış gibi görünmektedir. Burada kamera açısına bağlı olarak algıda yanılğı ile karşılaşmıştır.

bakıldığında yapıyı global olarak düşünüp, hangi kısımların nasıl görüneceğini düşünebildiği anlaşılmaktadır. Zehra burada diyagramdan faydalanıp jestler aracılığıyla yarım görünmesi gereken yeri kalemle işaretlemiştir.



**Şekil 87.** Zehra'nın diyagramdan faydalanarak muhakeme yapması.

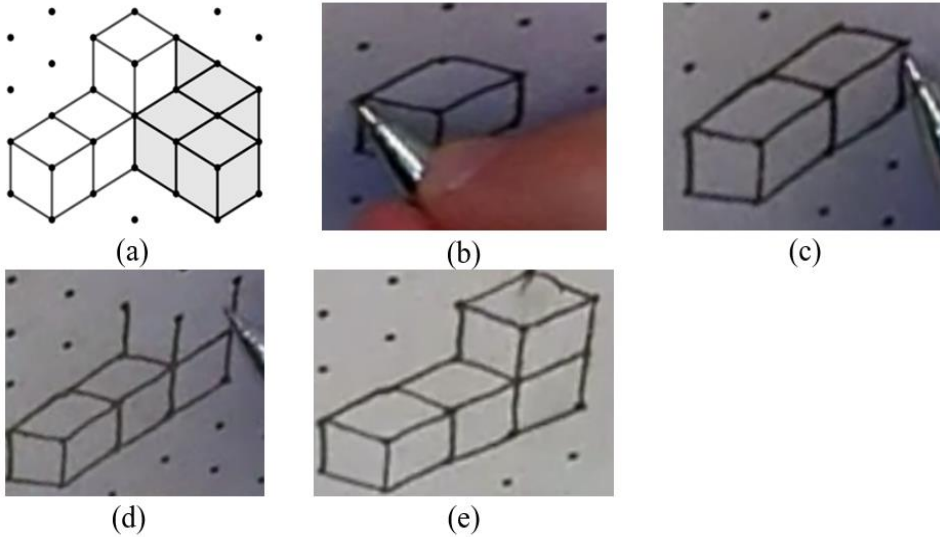
Yapının çizimi tamamlandıktan sonra araştırmacı, Zehra'ya Şekil 86 (f)'de kaç tane yarım yüzü görünen küp olduğu ve ilgili ayrıtları neden bu şekilde çizdiği sorulduğunda Zehra şu şekilde cevap vermiştir: “Yarım yüzü görünen, bir tane, bir tane (Şekil 88 (a)). Çünkü bu sefer burası (Şekil 88 (b)) onların önünü kesiyor. Tamamı gözüküyor o yüzden, daha yüksek olduğu için”. Zehra'nın açıklamalarına bakıldığında Şekil 88 (a)'da kalemin ucuyla yarım görünen yüzeyleri işaretleyerek araştırmacıya açıklama yaptığı görülmektedir. Benzer şekilde Zehra açıklamasının devamında Şekil 88 (b)'de yarım görünen yüzlere sebep olan küpleri belirtmeye çalışırken kaleminin ucuyla ilgili bloğu yukarıdan aşağıya doğru dinamik bir hareketle işaretleyerek hangi bloğun ilgili küpü engellediğini ifade etmiştir.



**Şekil 88.** Zehra'nın yarım görünen yüzlere sebep olan yüzeyleri kalemle işaretlemesi.

Görüşmedeki bir diğer küp çıkarma probleminde Zehra'ya araştırmacı tarafından Şekil 89 (a)'da verilen etkinlik sunulmuştur. Araştırmacı Şekil 89 (a)'daki yapının dört tane beyaz küp ve dört tane de siyah küpten oluştuğunu belirtip, Zehra'dan beyaz ve siyah küplerden oluşan blokları izometrik kâğıda ayrı ayrı çizmesini istemiştir. Araştırmacı bu etkinlikte Zehra'ya nasıl bir yol izleyeceğini sorduğunda Zehra şu şekilde bir cevap

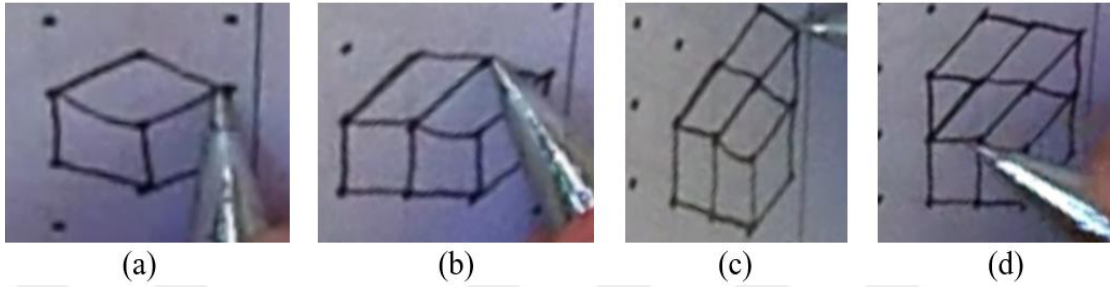
vermiştir: “Önce aklımdan siyahları kaldıracam, yani buradakileri kaldırıp oluşan şekli çizeceğim”. Zehra bu açıklamasından sonra araştırmacıya beyaz küplerin çizimine en ön kısımdan başlayacağını belirtip ilk olarak en öndeki beyaz küpü çizmiştir (Şekil 89 (b)). Bu adımdan sonra çizimde ön kısımdan başlayıp arkaya doğru ilerleyerek giden Zehra hemen çizdiği küpün arkasına bir tane daha küp çizmiştir (Şekil 89 (c)). Bu kısmı bitirdikten sonra en arkadaki küpün yan yüzünü çizip akabinde şekil birimleri yardımıyla bir üst katına ekleyeceği küp için bağlantıları çizdiği görülmüştür (Şekil 89 (d)). Zehra bu kısma geldikten sonra yapının lokal özelliklerini düşünüp üst yüzeyini tamamlamış ve çizimini sonlandırmıştır (Şekil 89 (e)). Zehra beyaz küplerden oluşan bloğu çizerken materyal kullanma ihtiyacı hissetmemiştir. Çizimlerden sonra birim küplerle çizdiği yapıyı oluşturup çiziminin doğruluğunu kontrol etmiştir. Zehra verilen yapıyı zihninde parçalayarak oluşan parçaları global düşünebilmiş ve uzamsal muhakeme yaparak çizimde bu parçaları doğru bir şekilde konumlandırmıştır. Ayrıca beyaz küplerden oluşan bloğu çizerken herhangi bir hata yapmadan çizimini tamamlamıştır.



**Şekil 89.** Yapıları birbirinden ayırma etkinliğinde beyaz renkli bloğun çizimi.

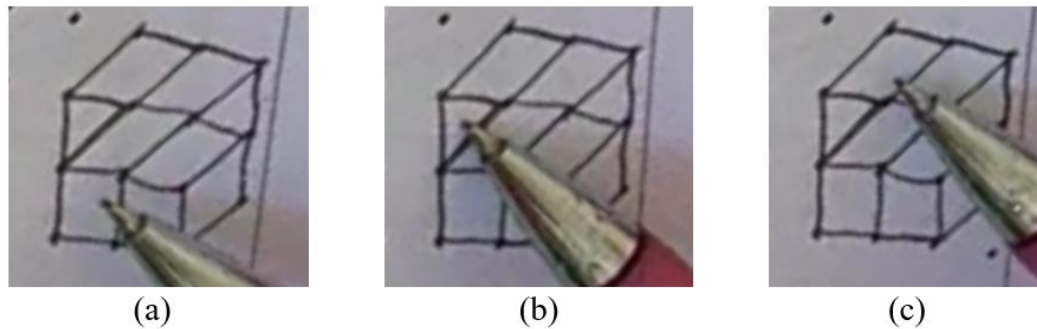
Beyaz küp bloğun çizimini bitiren Zehra kalan dört siyah küpten oluşan bloğu düşünerek çizime hazırlık yapmıştır. Araştırmacı siyah küplerin çizimine hangi kısımdan başlayacağını sorduğunda Zehra şu şekilde bir cevap vermiştir: “Yine en önden başlayacağım”. Akabinde çizimine başlayan Zehra ilk olarak açıklamalarında belirttiği gibi öndeki siyah küpü izometrik kâğıtta oluşturarak çizimine başlamıştır (Şekil 90 (a)). Devamında hemen yanındaki küpü çizen Zehra oradan arkaya doğru devam ederek üçüncü küpün çizimini de tamamlamıştır (Şekil 90 (b-c)). Son olarak yapının global özelliklerini düşünüp arkada yarım görünen siyah küpün yapı ayrıldığı da yarım

görüneceğini sezdiği için, o kısmı yarım görünecek şekilde tamamlamış ve çizimini sonlandırmıştır (Şekil 90 (d)). Zehra siyah küplerden oluşan bloğu çizerken de zorlanmamış ve çizimini hata yapmadan tamamlamıştır. Yapı ayrıldıktan sonra siyah bloğun nasıl görüneceğine dair uzamsal muhakeme yapabilmiş ve ilgili ayrıtları doğru bir şekilde çizip yapıyı izometrik kâğıtta hata yapmadan konumlandırmıştır.



**Şekil 90.** Yapıları birbirinden ayırma etkinliğinde siyah renkli bloğun çizimi.

Araştırmacı Şekil 90 (d)'de en son çizilen küpün neden yarım çizildiğini sorduğunda Zehra şu şekilde bir cevap vermiştir: “Çünkü şu kare (Şekil 91 (a)) burayı (Şekil 91 (b)) kapatıyor yarısını, burası (Şekil 91 (c)) da yüksek olmadığı için gözüküyor”. Zehra yarım görünen yüzeyleri araştırmacıya daha net tasvir edebilmek amacıyla kalemin ucunu kullanarak ilgili küpleri teker teker işaretlemiştir (Şekil 91). Şekil 91 (a)'da öncelikle arkadaki küpün yarım görünmesine sebep olan küpü işaretlemiştir. Daha sonra Şekil 91 (b)'de bu nedenle yarısı gözükcek kısmı kalemlle işaretlemiştir. Son olarak da Zehra Şekil 91 (c)'de arkadaki küpü kaleminin ucuyla işaretleyip, önündeki küpten daha yukarıda olmadığını belirtmiş ve aynı bakış açısında olduğundan dolayı yarım görüldüğünü ifade etmiştir. Zehra bu şekilde diyagramdan faydalanarak jestler aracılığıyla yarım görünen yüzeyleri kalemlle işaretleyip ilgili yüzeylerin neden bu şekilde görüldüğünü ifade edebilmiştir. Zehra'nın küp çıkarma etkinliklerinden elde edilen özet bulgular Tablo 14'te verilmiştir.



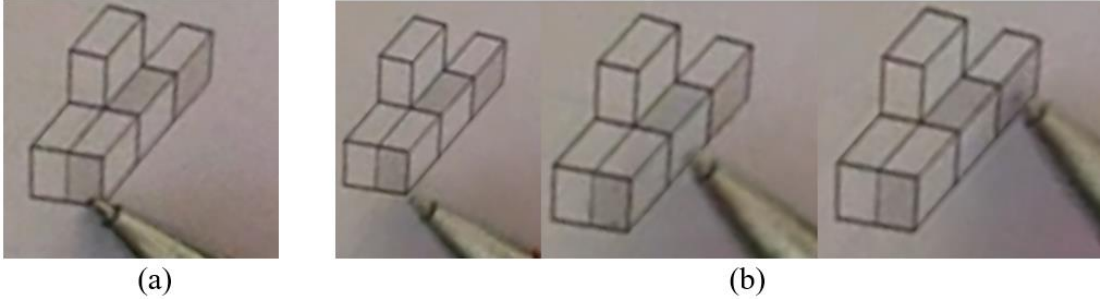
**Şekil 91.** Zehra'nın yarım görünen yüzeyin nedenini açıklarken kullandığı jest.

**Tablo 14. Zehra'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi**

Küp çıkarma çizimlerine başlama ve çizimini sürdürme biçimi	Küp çıkarma etkinliğinde çizime yapının tabanından yüzeyleri katman katman oluşturarak başlamış ve çizimini yukarıya doğru ilerletmiştir. Çıkarılan küplerin olduğu yüzeylerin çizimini ise en sona bırakmıştır. Yapıları ayırma etkinliğinde ise ilk önce beyaz bloğu ön kısımdan başlayarak arka tarafa doğru küçük adımlarla çizerek oluşturmuştur. Siyah bloğu çizerken de görünen ön taraftan başlayıp en son ayrılan arka kısımdaki yarım yüzeyi çizecek şekilde çizimini sürdürmüştür.
Global-lokal düşünme süreçleri	Küp çıkarma etkinliklerinde çoğunlukla global olarak düşünüp çizimini birden fazla yüzeyi aynı anda oluşturarak belirli parçalar halinde oluşturmuştur. En sona bıraktığı çıkarılan yeri de global olarak düşünerek yarım görünecek şekilde çizmiştir. Oluşturduğu yüzeylerin eksik ayrıtlarını izometrik kâğıttaki noktalardan yararlanarak tamamlarken lokal olarak düşünmüştür. Yapıları ayırma etkinliğinde iki farklı bloğu global olarak düşünerek ayırabilmiş ancak çizimlerini yaparken lokal düşünerek şekil birimleriyle küçük adımlarla ilerlemiştir. Siyah bloğun arka kısmında yarısı görünecek yüzeyi çizerken global olarak düşünmüştür.
Çizim üzerine eklemeler yapıp silme durumu	Gerek küp çıkarma etkinliği gerekse yapıları ayırma etkinliğinde şekil birimlerini uygun bir şekilde kullanarak yapıların nihai halini hata yapmadan çizebilmiştir.
Çizim yapabilmek için materyalden yardım alma durumu	Küp çıkarma çizimlerinde somut materyal kullanmaya gereksinim duymadan çizimlerini başarıyla tamamlamıştır. Çizimlerden kontrol amaçlı birim küplerle çizdiği yapıları oluşturmuştur.
Jestlerle şekil birimlerini ifade etme durumları	Küp çıkarma etkinliklerinde ve yapıları ayırma etkinliklerinde diyagramlardan faydalanarak jestler aracılığıyla yarım görünecek yüzeyleri kalemiyle işaretleyip araştırmacıya nedenlerini ifade etmiştir.
Küpleri birbirlerine göre konumlandırma biçimi	Küp çıkarma etkinliklerinde çıkarılan küpün yerinde kalan yüzeyleri düşünüp etrafındaki küpleri şekil birimleri yardımıyla doğru bir şekilde konumlandırmıştır. Yapıları ayırma etkinliğinde oluşan yeni parçaları görünen ve görünmeyen kısımlarını da dikkate alarak uygun bir şekilde çizebilmiştir.

### 3.5.2. Zehra'nın Küp Ekleme Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular

Küp ekleme problemlerinde Zehra'ya araştırmacı tarafından Şekil 92'deki etkinlik sunulmuştur. Burada Zehra'dan Şekil 92'deki boyalı kısımlara birer tane küp ekleyip oluşan yapıyı izometrik kâğıda çizmesi istenmiştir. Araştırmacı bu etkinlikte Zehra'ya nasıl bir yol izleyeceğini sorduğunda Zehra: "En alttan önce öndekini yapacağım, yani bunu (Şekil 92 (a)), bu sırayı (Şekil 92 (b)) yapacağım sonra diğer sıraya geçeceğim" şeklinde cevap vermiştir. Zehra Şekil 92 (a)'da en önde eklenecek olan küpten başlayacağını belirtirken kaleminin ucuyla bu küpü işaret etmektedir. Devamında ise Şekil 92 (b)'de gösterilen şekilde yan sıranın çizimini nasıl yapacağını açıklarken kaleminin ucunu yan yüzey boyunca sürükleyerek çizeceği kısmı araştırmacıya tasvir etmiştir. Zehra burada çizimini nasıl yapacağını belirtirken diyagramdan faydalanıp jest kullanmış ve bu şekilde ekleyeceği küpleri kalemini kâğıtta sürükleyerek belirtmiştir.



**Şekil 92.** Zehra'nın yapının çizimini nasıl yapacağını kalemle şekil üzerinde gösterişi.

Çizimine açıklamalarında belirttiği gibi önden başlamayı tercih eden Zehra, ilk olarak şekli global olarak düşünüp Şekil 93 (a)'da en öndeki boyalı kısma küpü eklenmiş olarak düşünüp çizimine başlamıştır (Şekil 93 (b)). Bu adımın arkasından açıklamalarında da belirttiği gibi yan sırayı tamamlamaya başlayarak önden arkaya doğru çizimini sürdürmüştür (Şekil 93 (c)). Sonrasında yana doğru eklenecek olan küpü çizmiş ve şeklin global özelliklerini düşünerek yarım görünecek yüzeyi de şekil birimleri yardımıyla tamamlamıştır (Şekil 93 (d)). Ayrıca bu kısımda (Şekil 93 (d)) Zehra, global düşünüp üste doğru eklenen küpün de arkadaki küpün yarısını kapatacağını düşünebilmiştir. Araştırmacı öğrenciye bu kısmı neden yarım çizdiğini sorduğunda şu şekilde bir cevap vermiştir: “Çünkü yine buradaki burayı engelleyecek, yan yana geldiği için (Şekil 94 (a))”. Zehra kalemin ucunu kullanarak hangi kısımların yarım görüneceğini ve çizimde buna neden olacak küpü tasvir ederek gösterebilmiştir. Bir adım sonra Zehra en öndeki küpün yanına bir tane daha çizmiş ve bir müddet duraksamıştır (Şekil 93 (e)). Hemen silgisini eline alıp en son eklemiş olduğu küpü silip arkasına yarım görünecek şekilde bir küp daha eklemiştir (Şekil 93 (f-g)). Araştırmacı ile Zehra arasında bu esnada şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Neden sildin o kısmı?

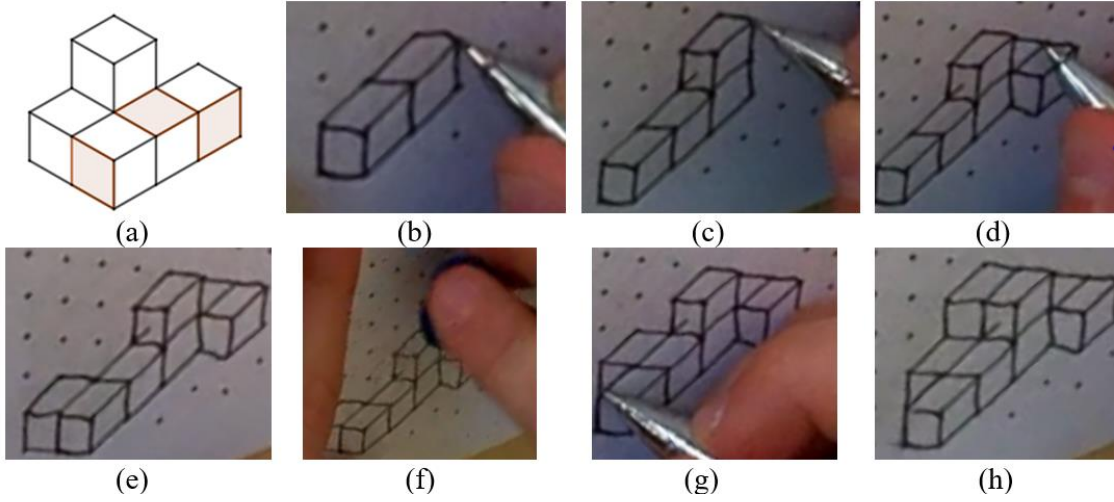
Zehra: Çünkü eklenen kısmın yanında bir tane fazlalık oldu.(Şekil 94 (b))

...

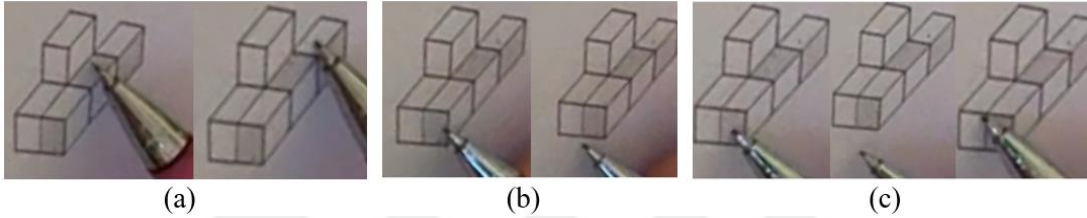
Araştırmacı: Orası neden yarım göründü?

Zehra: Çünkü burası eklenen kısım gene orayı kapatıyor önünde olduğu için.(Şekil 94 (c))

Bu diyalogdan sonra Zehra kalan kısmı yapının lokal özelliklerini düşünerek tamamlamış ve çizimini sonlandırmıştır (Şekil 93 (h)).



**Şekil 93.** Zehra'nın küp ekleme etkinliğindeki çizim aşamaları.



**Şekil 94.** Zehra'nın çizimde yarım görünen yüzeyleri kalemle işaretlemesi.

Bir diğer küp ekleme etkinliğinde araştırmacı tarafından Zehra'ya Şekil 96 (a)'da verilen etkinlik sunulmuştur. Araştırmacı bu etkinlikte Zehra'ya şekilde gördüğü gibi dört adet beyaz küp ve üç adet siyah küpten oluşan iki farklı yapı olduğunu ve şekildeki gibi ok yönünde bu iki yapıyı birleştirip çizmesini istemiştir. Araştırmacı bu etkinlikte Zehra'nın nasıl bir yöntem izleyeceğini anlamak için öğrenciye bazı sorular sormuş ve aralarında aşağıdaki gibi bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Yapılar birleşince nasıl bir şekil oluşur hayal edebiliyor musun?

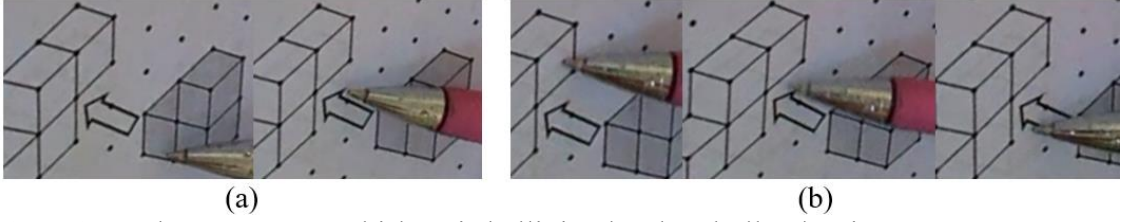
Zehra: Bu şekil gene kaybolacak, bunun altına girecek (Şekil 95 (a)), gözükmeyecek. İlk olarak buraya iki, birer tane blok gelecek (Şekil 95 (b)).

Araştırmacı: Çizime nereden başlayacaksın Zehra?

Zehra: En uçtan başlayacağım. (En öndeki küpten bahsediyor.)

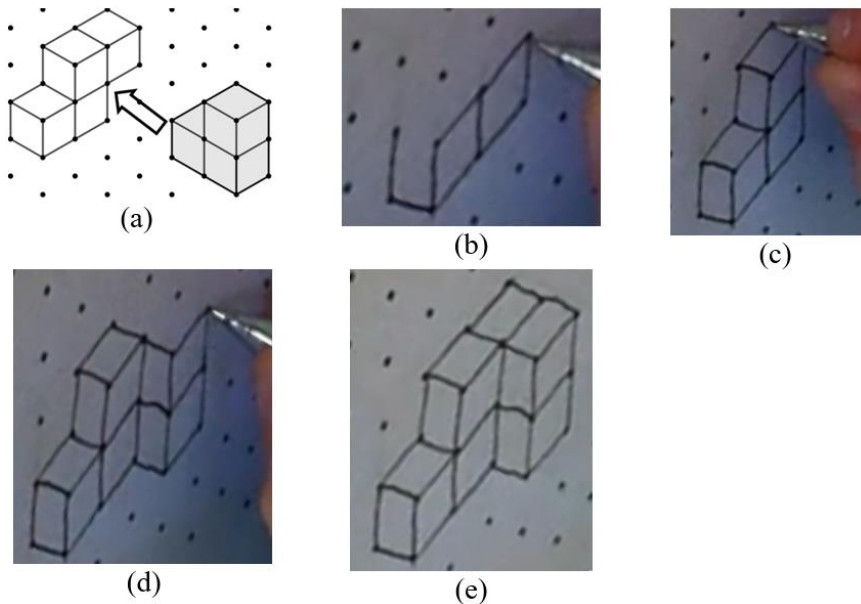
Araştırmacı: Peki ön taraftan başlamak sana nasıl bir kolaylık sağlayacak?

Zehra: En ön taraftan çizime başlarsam birleşen yerleri çizmek benim için daha kolay olabilir sanırım.



**Şekil 95.** Zehra'nın yapının birleşmiş halini anlatırken kullandığı jest.

Zehra'nın yukarıdaki diyalogda yaptığı açıklamalara bakıldığında yapıları zihinde üç boyutlu olarak düşünüp organize edebildiği anlaşılmaktadır. Ayrıca Şekil 95'teki kısımlarda görüldüğü gibi düşüncelerini somutlaştırmak amacıyla kaleminin ucuyla hangi kısımların nereye denk geleceğini araştırmacıya göstererek, yapının son halini zihninde düşündüğü şekliyle tasvir edebildiği anlaşılmaktadır. Zehra bu açıklamalarından sonra kendisinin belirttiği gibi çizime öncelikle beyaz küp bloğun en ön tarafından başlamış ve öncelikle iki küpün yan yüzeyini oluşturmuştur (Şekil 96 (b)). Bu adımdan sonra yapının lokal özelliklerini düşünerek şekil birimleri yardımıyla eksik olan yüzleri tamamlayıp arkadaki küpün üzerine bir tane daha küp inşa etmiştir (Şekil 96 (c)). Zehra daha önceden zihninde oluşturduğu gibi yapıyı düşünerek, öncelikle eklenen siyah bloğun görünen yan yüzünü çizmiştir (Şekil 96 (d)). Son olarak da yapının lokal özelliklerini düşünerek eksik olan üst yüzeyini tamamlamış ve yapının çizimini sonlandırmıştır (Şekil 96 (e)). Zehra yapıları birleştirme etkinliğinde şekil birimleriyle bu iki yapıyı hata yapmadan çizerek küpleri doğru bir şekilde konumlandırabilmiştir. Ayrıca çizimde zorlanmadığı için materyal kullanmaya ihtiyaç duymamıştır. Zehra'nın küp ekleme etkinliklerinden elde edilen özet bulgular Tablo 15'te verilmiştir.



**Şekil 96.** Zehra'nın yapıları birleştirme etkinliğindeki çizim aşamaları.

**Tablo 15. Zehra'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi**

Küp ekleme çizimlerine başlama ve çizimini sürdürme biçimi	Küp ekleme etkinliğinde öncelikle ön tarafta eklenen küpten başlamış ve o sıradan arka tarafa doğru küçük adımlarla diğer küpleri ekleyerek devam etmiştir. Sonrasında yan bloğun çizimine geçip yapıyı tamamlamıştır. Yapıları birleştirme etkinliğinde öncelikle ön kısımdan arka tarafa doğru küçük adımlarla çizimini ilerletmiş ve birleşen bölgenin çizimini en sona bırakmıştır.
Global-lokal düşünme süreçleri	Küp ekleme etkinliklerinde çizimlerini daha çok lokal düşünerek küçük adımlarla ilerletmiştir. Eklenen küplerden sonra yarım görünecek yerleri çizerken global düşünmüştür. Yapıları birleştirme etkinliğinde çoğunlukla lokal düşünerek çizimini şekil birimleri yardımıyla küçük adımlarla ilerletmiş ve birleşen bölgenin nasıl olacağı çıkarımını yaparken global düşünmüştür.
Çizim üzerine eklemeler yapıp silme durumu	Zehra küp ekleme etkinliklerinde eklenen bazı küplerden sonra bazı bölgeleri şekil birimleriyle fazla çizdiği için hata yaptığını anlayınca bu kısımları silip doğru bir şekilde tamamlamıştır. Yapıları birleştirme etkinliğinde hata yapmadan çizimini sonlandırmıştır.
Çizim yapabilmek için materyalden yardım alma durumu	Bu bölümdeki etkinliklerde materyal kullanmaya ihtiyaç duymamıştır. Çizimlerden sonra kontrol amaçlı yapıları oluşturup çizimlerin doğruluğunu onaylamıştır.
Jestlerle şekil birimlerini ifade etme durumları	Küp ekleme ve yapıları birleştirme etkinliklerinde diyagram üzerinde jestler aracılığıyla yarım görünen yerleri, birleşecek bölgeleri kalemle belirterek araştırmacıya düşüncelerini ifade etmiştir.
Küpleri birbirlerine göre konumlandırma biçimi	Küp ekleme etkinliklerinde birden fazla küp eklediğinden dolayı bazı yerlerde küpleri olması gereken konumlarında çizememiştir ancak hatasını anlayınca bu kısımları doğru bir şekilde düzeltmiştir. Yapıları birleştirme etkinliğinde ise herhangi bir sıkıntı yaşamamıştır.

### 3.5.3. Zehra'nın Farklı Yönlerden Görünümü Verilen Yapıların Çizimine Yönelik Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular

Bu kısımda Zehra'ya Şekil 97 (a)'da sunulan etkinlik verilmiştir. Bu etkinlikte araştırmacı Şekil 97 (a)'da verilen diyagramın üç boyutlu bir şeklin yapı görünümü olduğu belirtilip, diyagramda kutuların içerisinde bulunan sayıların da o sütundaki üst üste duran küp sayıları olduğu ifade edilmiştir. Araştırmacı bu etkinlikle alakalı yapı görünümü verilen bir şeklin izometrik kâğıttaki üç boyutlu halini gösteren bir örneği çalışma kâğıdına ekleyip, çizimden önce Zehra'ya göstermiştir. Bu adımdan sonra araştırmacı Zehra'nın nasıl bir yöntem izleyeceğini anlayabilmek adına aralarında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

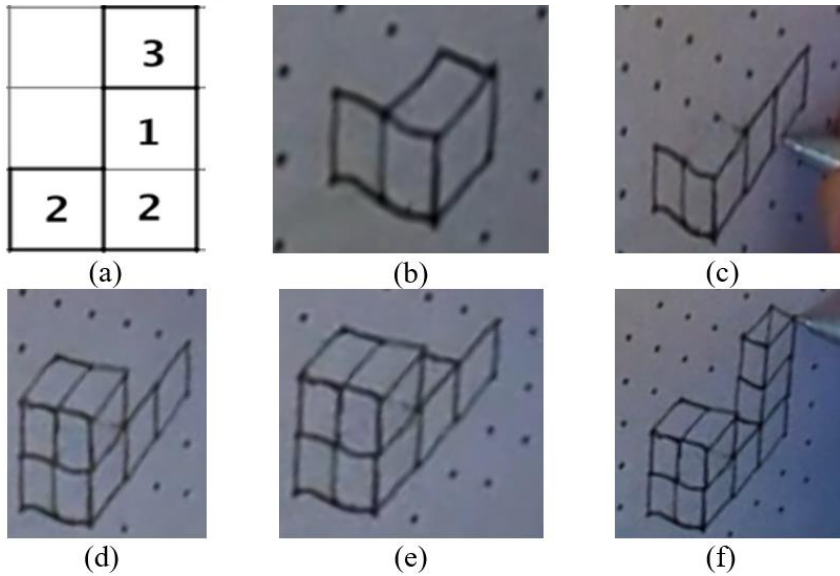
Araştırmacı: Bu etkinlikte çizim yaparken nasıl bir yol izleyeceksin?

Zehra: Yandan görünüm olacağından dolayı bu taraftan bakıp çizeceğim şekilleri yani şuradaki ikilikten (yapı görünümünde ön sağ taraftaki 2 küpün olduğu kısmı kastediyor.) başlayıp arkaya doğru ilerleyeceğim.

Araştırmacı: Nasıl bir kolaylık sağlayacak sana ön taraftaki ikili bloktan başlamak?

Zehra: Eğer arkadan başlarsam sürekli çizgileri silmek zorunda kalacağım ama önden başlarsam her şeyi ayarlamış olacağım.

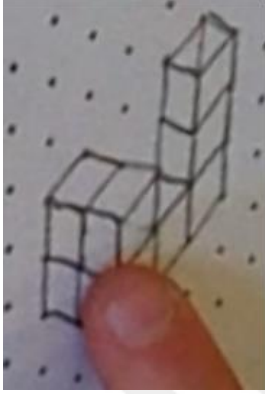
Zehra'nın yukarıda verilen diyalogdaki açıklamalarına bakıldığında şekli üç boyutlu olarak düşünüp kendine göre bir çizim yöntemi belirlediği anlaşılmaktadır. Bu nedenle yapıyı izometrik kâğıda çizerken ön taraftan başlayıp arkaya doğru ilerletmenin işini daha çok kolaylaştıracağını düşünmektedir. Zehra çizime açıklamalarında belirttiği gibi ön taraftaki küplerden başlamıştır (Şekil 97 (b)). Sonrasında bir müddet düşünerek iki katlı olması gereken yeri tek kat olarak çizdiğini anlayınca, hatalı gördüğü silmiş ve öncelikle yapının tabanını oluşturmuştur (Şekil 97 (c)). Bu esnada çizim yaparken kendisi araştırmacıya açıklama gereksinimi duyarak şu şekilde bir açıklama yapmıştır: “Önce altı çizdim şimdi üst blokları ekleyeceğim. En baştaki şeyi ayarlamış oldum, nerelere kadar çizeceğimi”. Bu adımdan sonra Zehra işini daha kolaylaştıracağını düşündüğü ön kısımdaki ikili blokları tamamlamıştır (Şekil 97 (d)). İkili blokları çizdikten sonra yapının global özelliklerini düşünerek bir sonraki çizeceği tek küplük bloğun yarım görüneceğini sezmiş ve şekil birimleri yardımıyla bu yüzeyi tamamlamıştır (Şekil 97 (e)). Son olarak Zehra en arka kısımda olan üç küplük bloğu çizerek yapının çizimini sonlandırmıştır (Şekil 97 (f)).



**Şekil 97.** Zehra'nın anahat görünümü verilen yapının üç boyutlu çizim aşamaları.

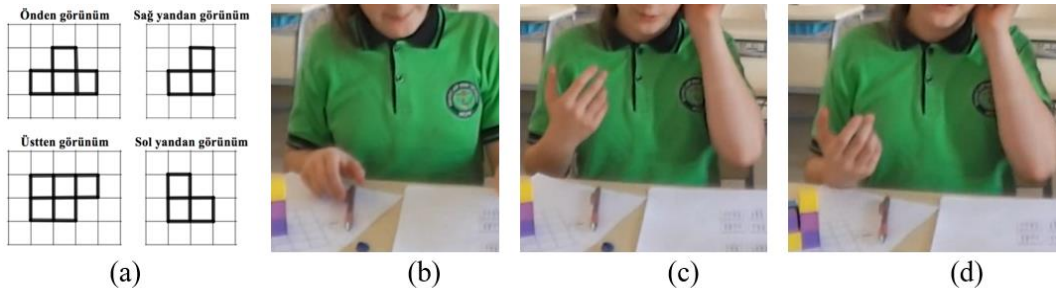
Zehra Şekil 97 (a)'nın çizimi esnasında yapı görünümündeki tek küplük bloğun yarım görüneceğini sezmiş ve bu doğrultuda bir çizim yapmıştır. Araştırmacı neden çizimindeki küpün yarım göründüğünü sorduğunda Zehra parmağıyla çizdiği şekil üzerinde ilgili küpleri kapatarak şu şekilde bir cevap vermiştir: “Çünkü önünde ondan

daha uzun bir nesne var” (Şekil 98). Zehra'nın açıklamalarına bakıldığında küplerin birbirine göre konumlarını zihninde organize edip buna göre karar verebildiği anlaşılmaktadır. Zehra burada diyagramdan faydalanarak uzamsal muhakeme yapmıştır. Ayrıca kullandığı jestle parmağıyla ilgili bloğu işaretleyip arkadaki küpün neden yarım görüldüğünü açıklamıştır.



**Şekil 98.** Zehra'nın küpün yarım görünmesine neden olan bloğu işaretlemesi.

Farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimi etkinliklerindeki bir diğer problemde Zehra'ya görüşmede son olarak Şekil 99 (a)'da verilen etkinlik sunulmuştur. Bu etkinlikte Zehra'ya üç boyutlu bir yapının farklı yönlerden iki boyutlu görünümü verilmiş ve Zehra'dan bu görünümü kullanarak ilgili yapının üç boyutlu görünümünü izometrik kâğıda çizmesi istenmiştir. Araştırmacı bu etkinlikte Zehra'ya nasıl bir yol izleyeceğini sorduğunda Zehra şu şekilde cevap vermiştir: “Önden (Şekil 99 (a)) başlayıp diğer şeyleri oturtmak (Şekil 99 (b-c)) yerine, önce ön görünümü çizip mesela sonra üstten orda bir blok olduğunu söylüyor, ona göre önden kontrol ederek çizmek”. Zehra'nın açıklamalarına bakıldığında çizimine ön görünümünden başlamayı tercih ettiği, ön görünüme göre diğer yönleri koordine etmeyi planladığı anlaşılmaktadır.

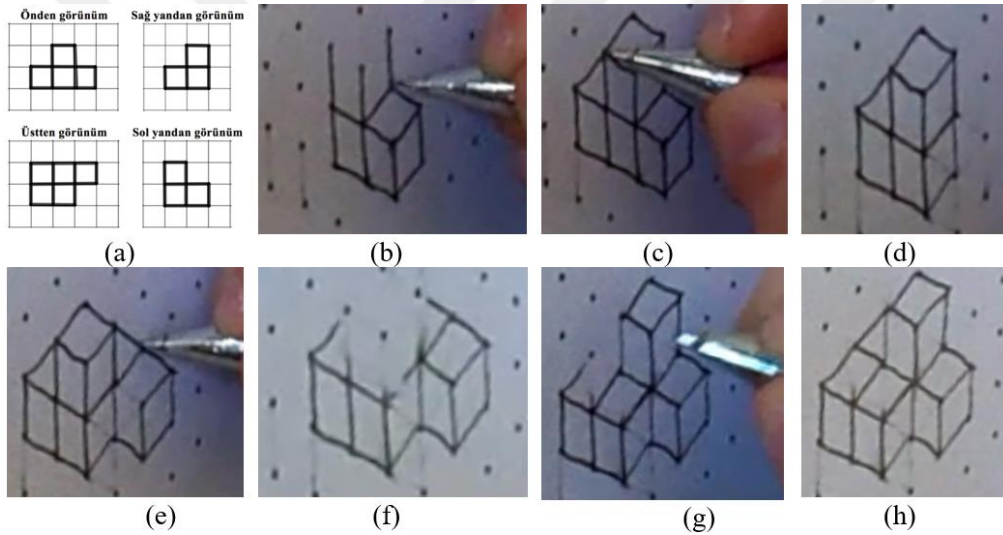


**Şekil 99.** Zehra'nın yapıyı farklı yönlerden zihninde koordine ederken kullandığı jest.

Zehra açıklamalarında da belirttiği üzere çizimine ön taraftan görünümü referans alarak başlamıştır. Zehra ön görünümde ilk olarak sağ alt köşedeki küpten başlamış ve hemen ardından da yanındaki küpü çizip şekil birimleri yardımıyla önden görünümde

üstte tek kalan küpün ayrıtlarını oluşturmaya başlamıştır (Şekil 100 (b)). Akabinde üstteki tek küpü tamamlayıp yapının global özelliklerini düşünerek en soldaki küpün yarım görüneceğini anlamış ve şeklin bu kısmını oluşturmuştur (Şekil 100 (c)). Zehra bu esnada farklı yönlerden görünümlere bakarken üstten görünümde (Şekil 100 (a)) sağ alt köşenin boş olduğunu ancak kendisinin çiziminde önden görünümde bu kısma denk gelen yerin dolu olduğunu fark edince bir hata yaptığını anlamıştır.

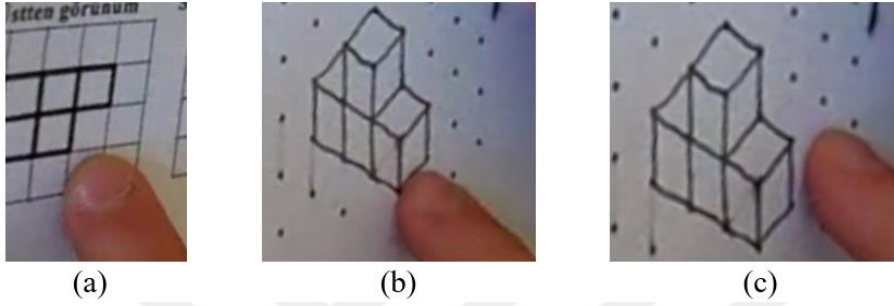
Bu nedenle kendi kendine şu açıklamayı sesli bir şekilde söylemiştir: “Üstten görüldüğü zaman burası (Şekil 101 (a)) yok diyor o yüzden bu (Şekil 101 (b)) bloğu arkaya (Şekil 101 (c)) almam gerekecek. Çünkü burayı göstermiyor önden bakıldığında, üstten bakıldığında”. Zehra’nın açıklamalarına bakıldığında farklı yönlerden görünümleri organize edip bunu şekil üzerinde uygulayabildiği anlaşılmaktadır.



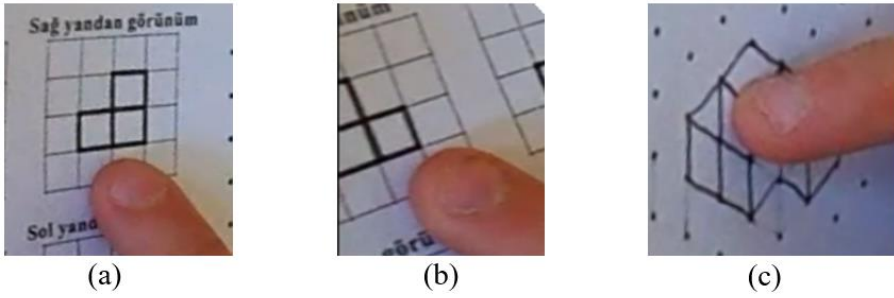
**Şekil 100.** Zehra’nın farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizim aşamaları.

Zehra bu düşünceleri araştırmacıya aktarırken Şekil 101’de verilen adımlarda çizimi üzerinde parmağıyla küpün yerini belirleyip nerede olması gerektiğini işaretleyerek açıklamıştır. Bu açıklamadan sonra Zehra ilgili küpü silip, üst görünüme göre şekli arka tarafa doğru ilerleterek çizmiştir (Şekil 100 (d-e)). Bu kısmı tamamlayan Zehra bu sefer de üstte çizdiği küpün yeri konusunda tereddüt yaşamıştır. Bir süre düşündükten sonra yine kendi kendine sesli bir şekilde düşünüp şu şekilde bir açıklama yapmıştır: “Burada (Şekil 102 (a)) böyle gösteriyor ama öyle değil çünkü burada (Şekil 102 (b)) da şey gösteriyor ama burada (Şekil 102 (a)) bu şekilde gösterdiğine göre buradaki (Şekil 102 (c)) bloğun bir tane olacak yani başka olmayacak orada sadece bir blok arkasında iki tane olacak”. Zehra’nın açıklamalarında Şekil 102 (a-b)’de sağdan ve soldan görünümü karşılaştırarak küpün yerini belirlemek istediği ve yaptığı muhakeme

sonucunda izometrik kâğıtta küpleri nasıl konumlandıracağına karar verdiği anlaşılmaktadır. Devamında Zehra Şekil 102 (c)'de de parmağıyla arka tarafa taşıyacağı küpü araştırmacıya işaret etmiştir. Tam olarak ne yapacağına karar veren Zehra öncelikle üst kısma çizdiği küpü silip (Şekil 100 (f)) sonrasında bu küpü bir arka tarafa çizmiştir (Şekil 100 (g)). Son olarak yapının global özelliklerini dikkate alan Zehra arka kısımda yarım görünecek kısmı ayrıtlar yardımıyla oluşturup yapının çizimini tamamlamıştır (Şekil 100 (h)).

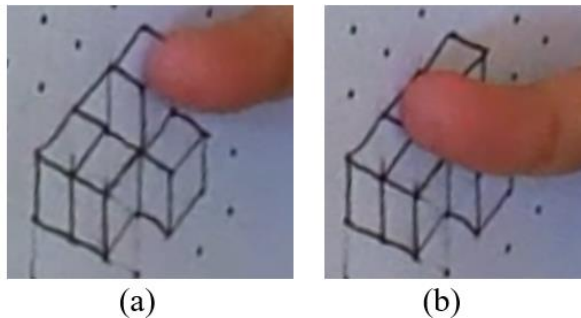


**Şekil 101.** Zehra'nın ön görünüm ve üst görünümüne göre yapıyı koordine edişi.



**Şekil 102.** Zehra'nın farklı görünümleri kullanarak küpü belirleyişi.

Araştırmacı yapı tamamlandıktan sonra Zehra'ya arka kısımdaki küpü neden yarım çizdiğini sorduğunda Zehra bunu parmağıyla engel olan küpü gösterip (Şekil 103 (a)) sonrasında "Bu onun önünü kapattığı için" şeklinde cevap vermiştir. Bu esnada hemen yarım görünen kısmı da parmağıyla kapatarak araştırmacıya düşüncesini bu şekilde ifade etmiştir (Şekil 103 (b)). Zehra'nın farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimi etkinliklerinden elde edilen özet bulgular Tablo 16'da verilmiştir.



**Şekil 103.** Zehra'nın çizdiği küp üzerinde kullandığı jest.

**Tablo 16. Zehra'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi**

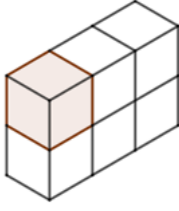
Farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimlerine başlama ve çizimini sürdürme biçimi	Yapı görünümü verilen şekli çizerken öncelikle ön taraftan arka tarafa doğru yapının tabanını oluşturmaya çalışmış ve sonrasında önden arkaya doğru küpleri adım adım ekleyerek nihai çizimini tamamlamıştır. Farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizerken de öncelikle önden görünümü referans almıştır. Sonrasında üst görünüme göre bazı küplerin yerini ayarlayıp son olarak sağ görünüme göre nihai çizimini tamamlamıştır.
Global-lokal düşünme süreçleri	Yapı görünümü verilen şekli nasıl çizeceğini belirlerken global olarak düşünüp çizimi planlayabilmiş ancak çizimi daha çok lokal özellikleri kullanarak küçük adımlarla yapmayı tercih etmiştir. Ön taraftaki blokların çizimde arkadaki bloğu kapatıp yarım görüneceğini belirlerken global düşünmüştür. Farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizerken farklı yönleri çizimde organize etmeyi planlarken global düşünmüş ancak çizimlerini lokal düşünerek küçük adımlarla ilerletmiştir. Ayrıca üst katmana eklediği küpün yerini belirlerken ve bu küpten dolayı yarım görünecek yüzeyi çizerken global düşünmüştür.
Çizim üzerine eklemeler yapıp silme durumu	Yapı görünümü verilen şekli çizerken bazı bölgelere küp ekleyebilmek için gerekli şekil birimlerini silip küpleri üst üste ekleyebilmiştir. Farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimini yaparken de farklı yönleri çizimde birleştirirken bazı küpleri silip ilgili ayrıtları şekil birimleriyle tamamlamış ve doğru yerlere küplere eklemiştir.
Çizim yapabilmek için materyalden yardım alma durumu	Bu bölümdeki etkinliklerde diğerlerine göre daha çok zorlansa da çizimlerini somut materyal desteği olmadan tamamlayabilmiştir. Çizimlerden sonra yapıları birim küplerle oluşturup çizdiği şekillerin doğruluğunu kontrol etmiştir.
Jestlerle şekil birimlerini ifade etme durumları	Zehra bu bölümdeki çizimlerde düşüncelerini ifade edebilmek için daha çok diyagramlardan faydalanarak şekil üzerinde kalemiyle veya parmağıyla gerekli açıklamaları yapmayı tercih etmiştir. Farklı yönlerden görünümü nasıl birleştireceğini anlatırken bazı kısımlarda elleriyle ilgili görünümü tasvir ederken jest kullanmıştır.
Küpleri birbirlerine göre konumlandırma biçimi	Yapı görünümü verilen şekli çizerken öncelikle öndeki küplerin yerini belirleyip diğerlerini bu küplere göre doğru bir şekilde konumlandırmıştır. Farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizerken bazı görünümün kafasını karıştırdığı için ilk başta bazı küpleri yanlış konumlara çizse de sonrasında muhakeme yaparak küpleri görünümü doğrulayacak bir şekilde konumlandırabilmiştir.

### 3.6. Esra'nın Çizim Süreçlerinden Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde Esra'nın çizim deneyimleri sunulmuş olup her bölümün sonunda etkinlikler daha önceden belirlenen kriterlere göre bir tabloda özetlenmiştir.

#### 3.6.1. Esra'nın Küp Çıkarma Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular

Küp çıkarma etkinliklerinde Esra'ya Şekil 104'te gösterilen etkinlik verilmiştir. Araştırmacı, Esra'dan boyalı küpün yapıdan çıkarılmış haliyle şekli izometrik kâğıda yeniden çizmesini istemiştir. Araştırmacı bu etkinlikte Esra'ya nasıl düşüneceğini sorduğunda Esra “Şuradan, alt taraftan (Çıkarılan küpün altını kastediyor). Kalan dördü bir kare olduğu için en baştan başlamam daha kolay olacak.” şeklinde cevap vermiştir.



**Şekil 104.** Küp çıkarma etkinliği.

Çizimine araştırmacıya belirttiği gibi ön taraftan başlayan Esra ilk olarak bir tane küp çizip onu arka tarafa doğru ilerletmiştir (Şekil 105 (a)). Sonrasında yapının lokal özelliklerini düşünerek şekil birimleri yardımıyla çizdiği yapının içerisindeki ilgili ayrıtları tamamlamıştır (Şekil 105 (b)). Sıradaki adımda üst kısma küp eklemesi gerektiği zaman yön karmaşası yaşadığı anlaşılan Esra, yapıyı üst tarafa doğru ilerletmesi gerekirken yan tarafa doğru ilerleterek çizimini tamamlamıştır (Şekil 105 (c)). Yaptığı çizimi etkinlikteki şekille karşılaştırdığında hata yaptığını anlayınca Araştırmacı ile aralarında aşağıdaki gibi bir diyalog geçmiştir:

Esra: Bunun üstüne? (Üst kısımdaki küpleri nasıl çizeceği konusunda tereddüt yaşıyor.)

Araştırmacı: Nasıl bir sıkıntı oldu neden duraksadın Esra?

Esra: Şu üzerindeki nasıl çizeceğim? Nasıl çizecektim?

Araştırmacı: Şeklin aynısını çizmen isteniyor Esra sadece boyalı küpü çizmeyeceksin.

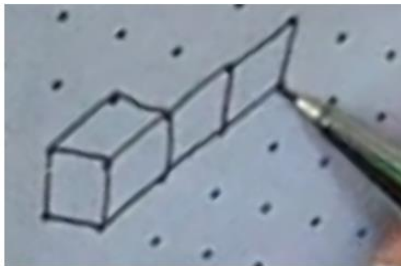
Esra: Bunu üste nasıl çıkaracağım kâğıtta? (Üste çizmesi gereken kısmı kastediyor)

Araştırmacı: Sana verilen şekilden yardım alarak çizebilirsin. Daha önceden kopyalama yapmıştın aynı oradaki gibi.

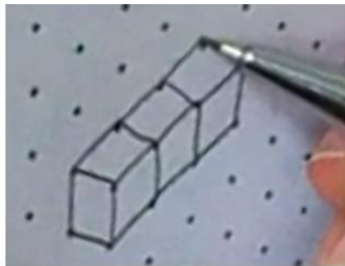
Esra: Çizerim aslında da burada yapamam.

Araştırmacı: Şu an nerede zorlanıyorsun?

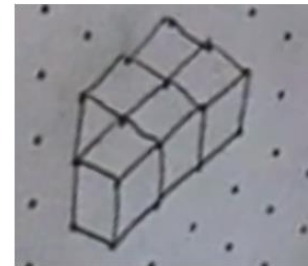
Esra: Yukarıya doğru çıkmayı hayal edemiyorum.



(a)



(b)



(c)

**Şekil 105.** Esra'nın küp çıkarma etkinliğinde ilk denemesi.

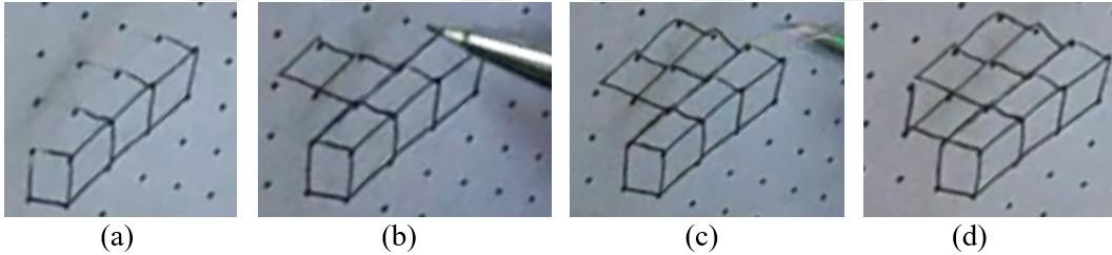
Yukarıda verilen diyalogdan sonra kafasının karışmaması için şeklin yanlış olduğunu düşündüğü yerlerini silen Esra ikinci çizim denemesine başlamıştır (Şekil 106 (a)). Esra sonrasında yanda verilen ilk şekle bakıp kopyalayarak tamamlamak istemiş ancak yön karmaşası yaşayarak şekli yana doğru ilerlettiği gözlemlenmiştir (Şekil 106 (b)). Akabinde yana doğru çizdiği şekilde ilgili kısımları arkaya doğru ilerleterek yapıyı çizmeye devam etmiştir (Şekil 106 (c-d)). Ancak Esra çizimini soruda verilen şekille tekrar mukayese ettiğinde hatalı çizdiğini anlamıştır. Bu esnada kendi kendine söylenirken araştırmacı ile aralarında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

Esra: Olmuyor.

Araştırmacı: Biraz da heyecanlanmış olabilirsin Esra istersen şeklin hepsini tekrar sil, daha sonra önceden yapmış olduğun ilk kısımdaki etkinliklerdeki gibi sadece kopyalamayı dene.

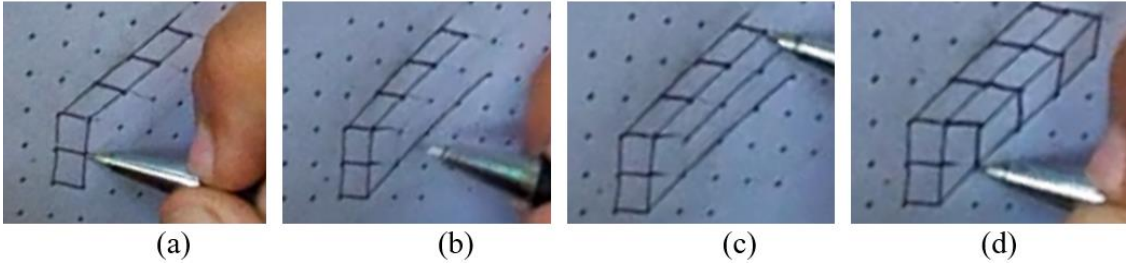
Esra: Bunu işte nasıl aşağı doğru yapacağım, üstünü çizdim ama altını nasıl yapacağım?

Araştırmacı: Şekilden yardım alabilirsin.

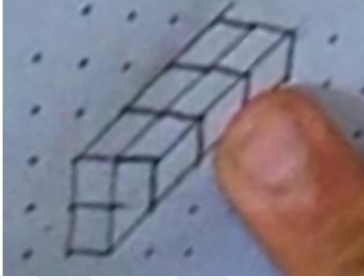


Şekil 106. Esra'nın küp çıkarma etkinliğinde ikinci denemesi.

Soruda referans olarak verilen şekli dikkatle inceleyen Esra tekrar kalemını eline alıp üçüncü denemesine başlamıştır. Esra bu sefer yandaki şekilden yardım alarak şekli kopyalamaya çalıştığı görülmüştür. İlk olarak şeklin dış yüzeyini oluşturmaya çalışmıştır (Şekil 107 (a)). Bu adımdan sonra yan yüzeyi oluşturmaya çalıştığı anlaşılmıştır (Şekil 107 (b)). Bu kısmı tamamlayan Esra akabinde şeklin ortasından şekil birimleri yardımıyla ileriye doğru bir çizgi oluşturmuştur (Şekil 107 (c)). En son olarak yapıyı lokal olarak düşünüp izometrik kâğıttaki noktalar yardımıyla ilgili kısımları tamamlamıştır (Şekil 107 (d)). Ancak Esra en son aşamada şeklini kontrol ettiğinde fazladan bir sıra çizdiğini fark etmiştir. Araştırmacı ona nasıl bir sıkıntı yaşadığını sorduğunda Esra “Bunun kalkması gerekiyor. (Şekil 108)” şeklinde cevap vermiştir. Şekil 108’de Esra’nın çizimde fazlalık olan kısımları belirleyebildiği anlaşılmıştır.



**Şekil 107.** Esra'nın küp çıkarma etkinliğinde üçüncü denemesi.



**Şekil 108.** Esra'nın fazlalık kısmı gösterirken kullandığı jest.

Son denemesine başlamadan önce Esra Şekil 108'de gösterildiği gibi parmağıyla izometrik kâğıt üzerindeki şekilde fazlalık olarak ifade ettiği kısımları silmiştir (Şekil 109 (a)). Sonrasında şekli lokal olarak düşünüp yan kısımdaki ilgili yerleri şekil birimleri yardımıyla çizmeye devam etmiştir (Şekil 109 (a-b-c)). Soruda referans olarak verilen şekilden yardım alarak çizimi tamamlayan Esra sonrasında izometrik kâğıt üzerinde yaptığı çizimde çıkarması gereken yeri global olarak düşünerek bu kısımda gerekli yerleri silmiştir (Şekil 109 (d)). Son olarak küpün çıktığı yerdeki ayrıtları lokal olarak düşünüp şekil birimleri yardımıyla ilgili ayrıtları oluşturarak yapının çizimini tamamlamıştır (Şekil 109 (e)). Araştırmacı bu etkinlikte Esra'nın neden zorlandığını anlamak amacıyla çizimini tamamladıktan sonra Esra'ya bununla alakalı aşağıdaki diyalogda verilen bazı sorular sormuştur:

Araştırmacı: Az önce yaptığım çizimlerde dikey olan yerleri neden yatay çizme gereksinimi duydun? Başka bir çizimde de tek sıra olan yeri iki sıra çizmiştin neden böyle düşündün?

Esra: Dik çizemediğim için öyle, iki tane gözükür diye, benziyor diye çizdim. Baktığım gibi nasıl çizeceğimi anlamadım.

Araştırmacı: Seni zorlayan şey neydi bu etkinlikte Esra?

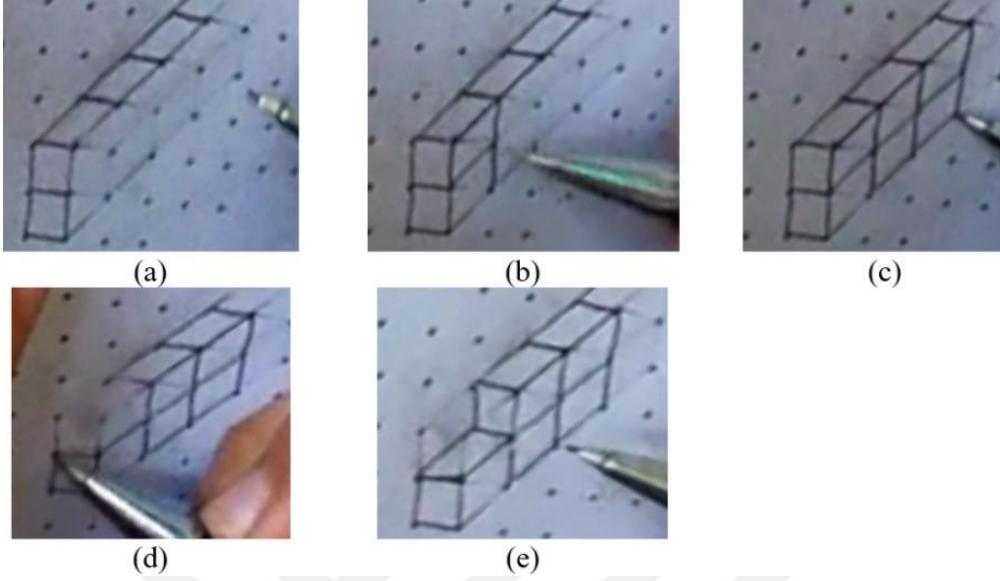
Esra: Üç boyutlu çizmekte zorlandım.

Araştırmacı: Peki nasıl çizmeye çalıştın o halde bir yöntemin var mıydı?

Esra: Yani, deneyerek yapıyorum.

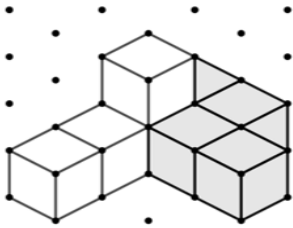
Araştırmacı: Peki yanlış yapıp yapmadığına nasıl karar veriyorsun?

Esra: Bakıyorum, baktığımda nasıl gözükiyorsa, benziyorsa oluyor, benzemiyorsa tekrar yapıyorum.

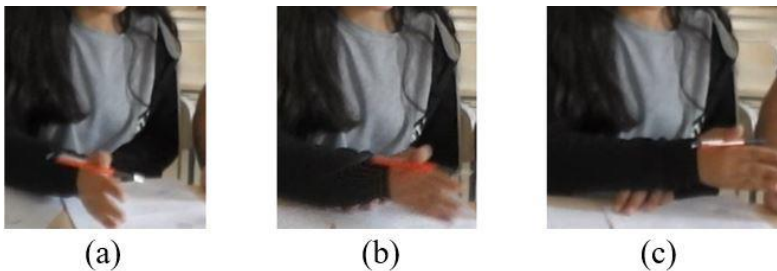


Şekil 109. Esra'nın küp çıkarma etkinliği çizim aşamaları.

Bir diğer küp çıkarma etkinliğinde Esra'ya birleşik duran yapıları parçalayarak çizme etkinliği verilmiştir. Araştırmacı Şekil 110'da verilen etkinlikte Esra'ya yapıdaki siyah küplerden oluşan blok ile beyaz küplerden oluşan bloğu birbirinden ayırıp izometrik kâğıda ayrı ayrı çizmesi gerektiğini belirtmiştir. Araştırmacı bu etkinlikte Esra'ya nasıl düşüneceğini sorduğunda Esra "İki tane küpü çizeceğim, sonra bu tarafa doğru çekeceğim." şeklinde cevap vermiştir. Esra bu açıklamayı izometrik kâğıt üzerinde gösterirken eliyle noktalar arasında sürükleme hareketi yaparak araştırmacıya açıklamaya çalışmıştır (Şekil 111 (a-b-c)).

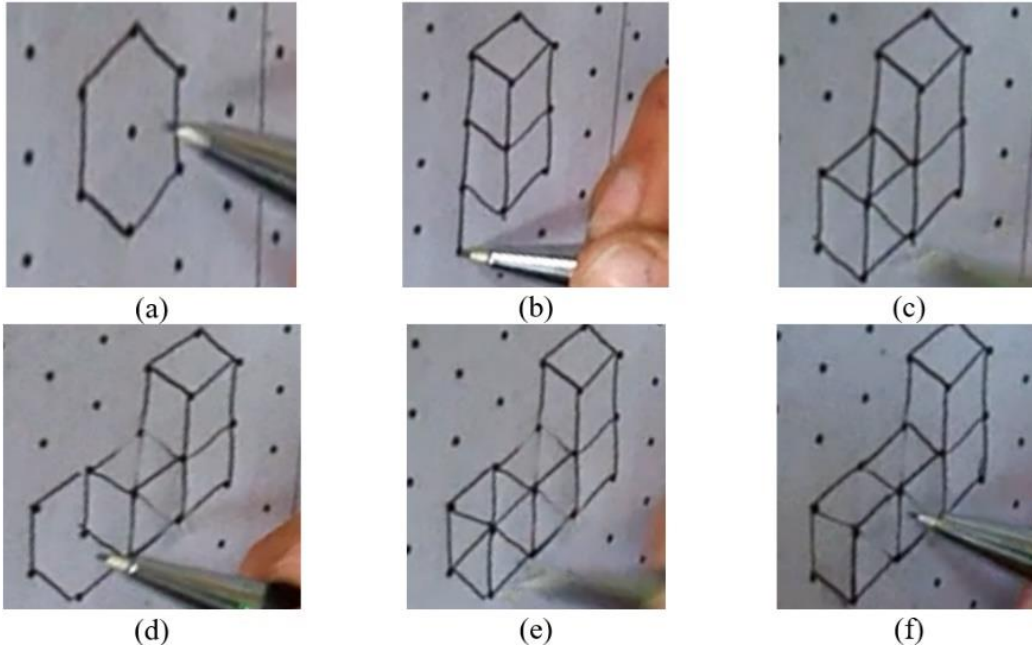


Şekil 110. Birleşik yapıları ayırma etkinliği.



Şekil 111. Esra'nın küpleri yana doğru çizeceğini belirtirken kullandığı jest.

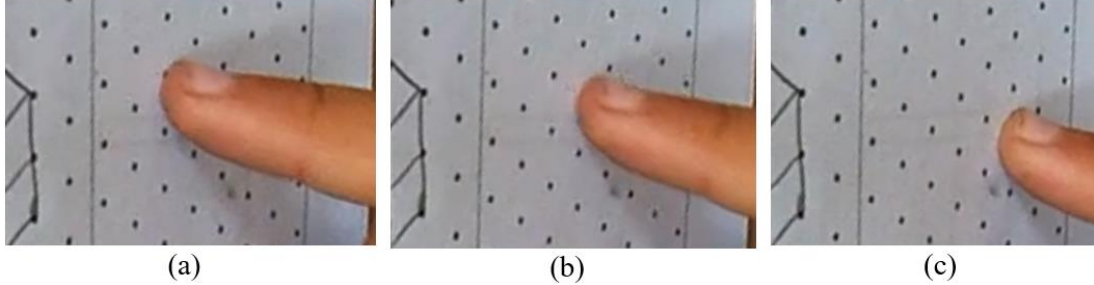
Yaptığı açıklamada belirttiği gibi beyaz küp bloğun çizimine öncelikle beyaz küplerin arka kısmının üst tarafından başlamayı tercih etmiştir (Şekil 112 (a)). Esra burada ilk küpü çizerken önce bir altıgen oluşturup daha sonra şeklin lokal özelliklerini düşünerek şekil birimleri yardımıyla ilgili ayrıtları tamamlamıştır. Sonrasında bu kısmı yukarıdan aşağı doğru küpleri çizerek yapıyı oluşturmaya devam etmiştir (Şekil 112 (b)). Esra bu esnada “İki tane olması gerekiyor, iki tane de bu tarafa doğru çıkması gerekiyor” şeklinde sesli düşünürken hata yaptığını anlayıp Şekil 112 (b)’de aşağıya doğru fazlalık çizdiği bir birim uzunluğu silmiştir. Sonrasında alttaki küpün önüne eklemeye çalışmıştır (Şekil 112 (c)). Ardından son çizdiği küpün önüne de önce bir altıgen çizerek, son küpü de eklemeye çalışmıştır (Şekil 112 (d)). Esra bu son küpü de ilgili şekil birimleri yardımıyla oluşturduktan sonra (Şekil 112 (e)), yapının son halini global olarak düşünmüş ve çiziminde yer alan gereksiz ayrıtları silerek yapının çizimini tamamlamıştır (Şekil 112 (f)).



**Şekil 112.** Beyaz küplerden oluşan bloğun çizim aşamaları.

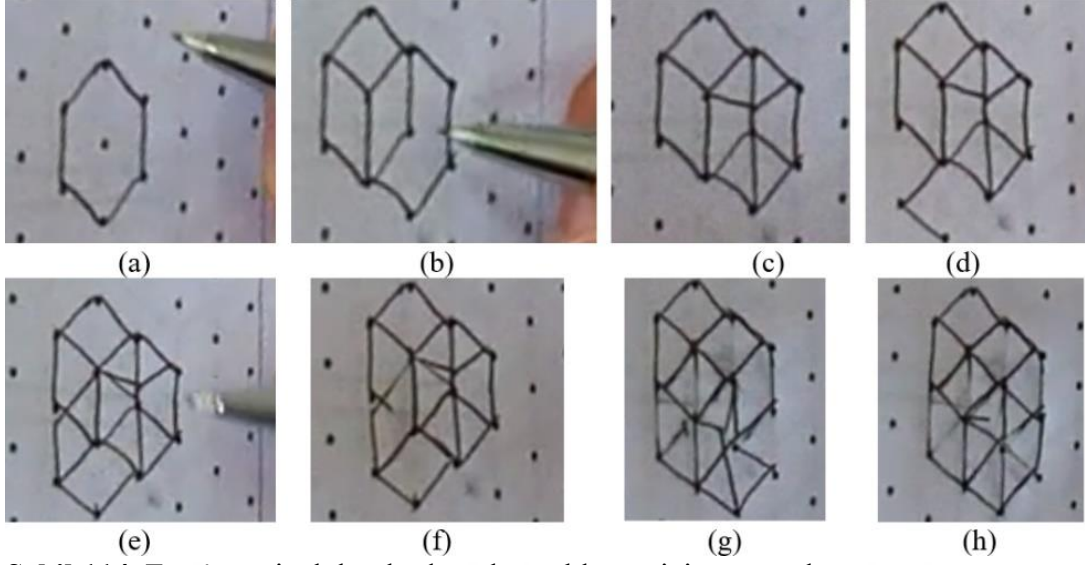
Beyaz küp bloklardan oluşan yapının çizimini tamamlayan Esra bu sefer siyah küp blokların çizimini yapmak için bir müddet düşünmüştür. Araştırmacı öğrenciye siyah küp bloklardan oluşan yapıyı nasıl çizeceğini sorduğunda Esra “Siyahları, ilk önce iki tane blok çizeceğim yan tarafa doğru (Şekil 113 (a-b)). Ondan sonra en sondaki bloğun yanına iki tane daha çizeceğim (113 (c)).” şeklinde cevap vermiştir. Esra çizim yöntemini izometrik kâğıt üzerinde araştırmacıya açıklarken düşüncelerini daha açık bir şekilde ifade edebilme amacıyla jest kullanmıştır. Esra parmağını izometrik kâğıt üzerinde

noktalar arasında sürükleyerek araştırmacıya açıkladığı yöntemi ifade etmiştir. (şekil 113). Esra burada diyagramdan faydalanıp jestler aracılığıyla çizimde şekil birimlerini nasıl kullanacağını daha somut bir şekilde tasvir etmiştir.



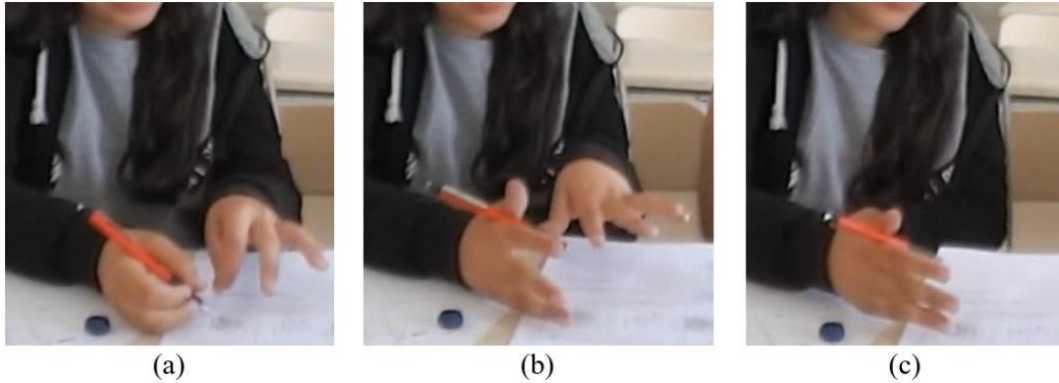
**şekil 113.** Esra'nın siyah blokları nasıl çizeceğini gösterirken kullandığı jest.

Yaptığı açıklamalardan sonra siyah küplerden oluşan bloğun çizimine başlayan Esra ilk olarak bir altıgen çizip şekil birimleri yardımıyla içinde ilgili ayrıtları tamamlamış ve ardından ekleyeceği ikinci küp için bir altıgen daha çizmiştir (şekil 114 (a-b)). İkinci küpü eklerken küpün içerisindeki ayrıtları Esra'nın hatalı bir şekilde birleştirdiği anlaşılmıştır (şekil 114 (c)). Bu adımıñ sonrasında Esra öne doğru bir küp eklemek için bir alt yüzey çizmiştir (şekil 114 (d)). Ancak bu esnada da yine zorluk yaşadığı için kendi kendine şu şekilde sesli düşünmüştür “Yine her zamanki gibi yukarı çıkamıyorum”. Bu açıklamadan sonra cesaretini toplayıp ilgili şekil birimleri yardımıyla küpü oluşurmaya çalışmıştır (şekil 114 (e)). Sonrasında Esra yapıyı global olarak düşünüp yarım görünecek yüzleri tahmin edebilmiş ve ilgili yerleri silmiştir (şekil 114 (f)). Bu esnada araştırmacı neden o kısmı yarım görünecek şekilde çizdiğini sorduğunda Esra “Bu buradan şurası kapattığı için orası gözükmeyecek” şeklinde cevap vermiştir. Sıra son küpü eklemeye gelince Esra'nın benzer zorluluklar yaşadığı gözlemlenmiş ve yanlış çizim yaptığı görülmüştür (şekil 114 (g)). Sonrasında Esra yapının global özelliklerini göz önüne alarak yaptığı hatayı anlayıp ilgili yerleri sildikten sonra hatasını düzeltilmiş ve çizimini tamamlamıştır (şekil 114 (h)). Esra küp çıkarma etkinliğinde uzamsal muhakeme yapmakta zorlandığı için çizeceği parçaları oluşurmaya çalışırken sıklıkla hata yaptığı görülmüş ve bu nedenle ilgili parçaları izometrik kâğıtta çizerken küpleri konumlandırmada sıkıntı yaşamıştır. Esra bu bölümde her ne kadar zorlansa da çizimlerini birim küp materyal kullanmadan sonlandırabilmiştir. Etkinlikten sonra birim küpleri kullanarak çizdiği yapıyı oluşurmuş ve çizimin doğruluğunu oluşturduğu yapıyla karşılaştırarak teyit etmiştir.



**Şekil 114.** Esra'nın siyah küplerden oluşan bloğu çizim aşamaları.

Yapıları parçalama etkinliğinde de zorluk yaşayan Esra'ya araştırmacı nedenini sorduğunda Esra “Buradaki çizgiler kafamı karıştırdı yani kare farklı yönlerden gördüm mesela, yan yana duruyordu ama mesela böyle bakınca üst üste duruyor” şeklinde cevap vermiştir. Bu esnada araştırmacıya açıklama yaparken öğrenci jest kullanma gereksinimi duymuştur (Şekil 115). Esra kullandığı jestle yan yana görünümü ve üst üste görünümü izometrik kâğıt üzerinde araştırmacıya el hareketleriyle tasvir etmeye çalışmıştır. Esra Şekil 115 (a)'da kullandığı jestte eliyle kafasını karıştıran çizgileri işaret etmiştir. Daha sonra ise Şekil 115 (b)'de eliyle gösterdiği açıdan bakıldığında küplerin yan yana görüldüğünü tasvir etmektedir. Esra son olarak da Şekil 115 (c)'de sağ elini açarak o yöndeki bakış açısından da üst üste gibi görüldüğünü araştırmacıya ifade etmiştir. Esra'nın küp çıkarma etkinliklerinden elde edilen özet bulgular Tablo 17'de verilmiştir.



**Şekil 115.** Esra'nın yaşadığı zorluğu ifade ederken kullandığı jestler.

**Tablo 17. Esra'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi**

Küp çıkarma çizimlerine başlama ve çizimini sürdürme biçimi	Küp çıkarma etkinliğinde uzamsal muhakeme yapmakta zorlandığı için en son olarak yapıyı birebir kopyalamıştır. Sonrasında çıkan küpün yerini silip ilgili ayrıtları şekil birimleri yardımıyla tamamlayarak çizimini tamamlamıştır. Yapıları ayırma etkinliğinde de beyaz ve siyah bloğu ayrılan bölgelerden başlayıp ön tarafa doğru küçük adımlarla çizerek oluşturmuştur.
Global-lokal düşünme süreçleri	Yapıları çizmekte zorlandığı için çizimlerde lokal düşünerek küçük adımlarla yapıları çizmiştir. Yapıları ayırma etkinliğinde küp bloklarının birbirlerinden ayrıştırıldığında nasıl görüneceklerini global olarak düşünmüş ve tahminlerde bulunmuştur. Sonrasında lokal düşünerek çizimini küçük adımlarla oluşturmuştur.
Çizim üzerine eklemeler yapıp silme durumu	Küp çıkarma bölümünde son olarak kopyalama yapıp çıkan küpün yerini silerek şekil birimleriyle ilgili ayrıtları çizmiştir. Yapıları ayırma etkinliğinde ise daha çok çizdiği küpler üzerine eklemeler yaparak parçaları oluşturmaya çalışmış sonrasında görünmemesi gereken ayrıtları silmiştir.
Çizim yapabilmek için materyalden yardım alma durumu	Küp çıkarma etkinliklerinde oldukça zorlanmasına rağmen çizimde deneme yanılmalar yaparak yapıların çizimini materyal desteği almadan tamamlayabilmiştir. Çizimlerden sonra kontrol amaçlı birim küpleri kullanmıştır.
Jestlerle şekil birimlerini ifade etme durumları	Bu bölümde çizmekte zorlandığı şekil birimlerini veya çizgileri uzatmakta zorlandığı yönleri araştırmacıya açıklayabilmek için jest kullanmıştır. Bazı kısımlarda diyagram üzerinde kalemle yapacağı çizimleri açıklamaya çalışmıştır.
Küpleri birbirlerine göre konumlandırma biçimi	Küp çıkarma ve yapıları ayırma etkinliklerinde yapının son halini çizerken eksilen küplerden dolayı yapıda oluşan boşluklarda meydana gelen ara yüzleri başarılı bir şekilde çizdiği görülmüştür.

### 3.6.2. Esra'nın Küp Ekleme Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular

Küp ekleme problemlerinde Esra'ya Şekil 116 (a)'da görseli verilen etkinlik sunulmuştur. Araştırmacı bu etkinlikte Esra'dan Şekil 116 (a)'da verilen yapıdaki kahverengiye boyalı bölgenin önüne bir tane daha küp eklenmiş haliyle izometrik kâğıda çizmesini istemiştir. Esra'ya bu etkinlikte nasıl düşüneceği ve çizime nereden başlayacağı sorulduğunda Esra "Bir tane daha varmış gibi hayal edeceğim. Şu üstten (Eklenecek kısmın üstünü kastediyor.)" şeklinde araştırmacıya cevap vermiştir. İlk olarak çizimine yapının ön kısmından başlayan Esra öncelikle yan yüzeyi oluşturarak çizimine başlamıştır (Şekil 116 (b)). Bu kısımda fazladan bir birim uzunluk çizdiği anlaşılan Esra ile Araştırmacı arasında çizim esnasında aşağıdaki gibi bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Şeklin boyu kaç birim Esra?

Esra: İki birim var, şu fazlalık oldu. (Aşağıya doğru üç birim çizmişti.)

Araştırmacı: Çizerken rastgele mi çiziyorsun yoksa hesaplama yapıyor musun?

Esra: Şeyleri hesaplayamıyorum, noktaları.

Bu kısa konuşma sırasında hatasını anlayan Esra silgisini eline alıp gerekli kısımları silerek çizimine devam etmiştir. Oluşturduğu yan yüzeyden sonra bloğun üst yüzeyini

oluşturmuş (Şekil 116 (c)), sonrasında şekle hiçbir ekleme yapmadan olduğu gibi kopyalamıştır (Şekil 116 (d)). Burada Esra'nın çizimde zorlandığı için öncelikle yapıyı kopyalama yoluna gittiği anlaşılmıştır. Esra yapıyı kopyaladıktan sonra ilk olarak ekleyeceği küpün alt yüzünü çizmeyi tercih etmiştir (Şekil 116 (e)). Ekleyeceği küpün tabanını çizdikten sonra tekrar zorlandığı anlaşılan Esra kendi kendine sesli düşünmeye başlayınca araştırmacı arasında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

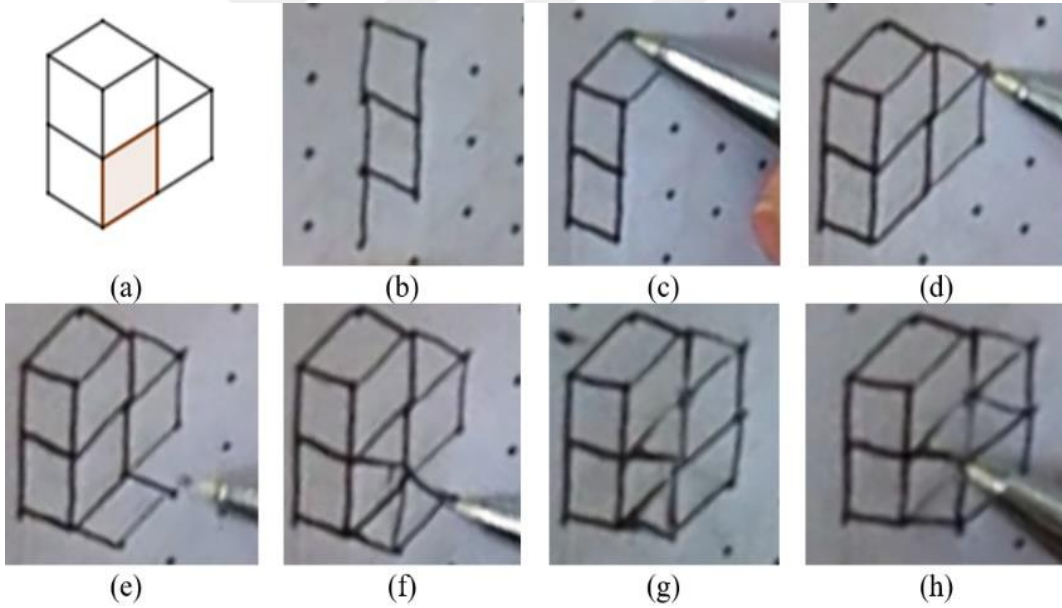
Esra: Bunu yukarı nasıl çıkartacağım (Şekil 116 (e))? (Ekleyeceği küpün önce tabanını çizince sonrasında yukarıya doğru küpü tamamlamakta zorluk çekti.)

Araştırmacı: Çizim yaparak deneyebilirsin.

Esra: Üçgene benzedi. Burada bir tane daha küp... (Şekil 116 (f))

Araştırmacı: Şu an nerede sıkıntı yaşıyorsun düşünürken?

Esra: Küpün altını çiziyorum ya, yukarı nasıl çıkaracağımı. Ama nasıl yukarı çıkacak.



**Şekil 116.** Esra'nın küp ekleme etkinliği çizim aşamaları.

Yukarıda verilen diyalogdan sonra küpü çizmekte zorlanan Esra küp bloklardan destek alarak yapıyı oluşturabilmiştir. Burada yapıyı gördükten sonra izometrik kâğıtta hatalı çizdiği yeri silip ilk kısmın üzerine ekleyerek çizimine devam etmiştir (Şekil 116 (g)). Son olarak şekil birimleri yardımıyla oluşturduğu yapıyı lokal olarak düşünüp ilgili ayrıtları tamamlamış ve çizimini sonlandırmıştır (116 (h)). Bu etkinliğin sonunda Esra'nın neden zorlandığını anlamak amacıyla araştırmacı Esra'ya aşağıda diyalogda verilen birkaç soru sormuştur:

Araştırmacı: Bu etkinlikteki şekli çizirken hangi kısımları oluşturmakta zorlandın  
Esra?

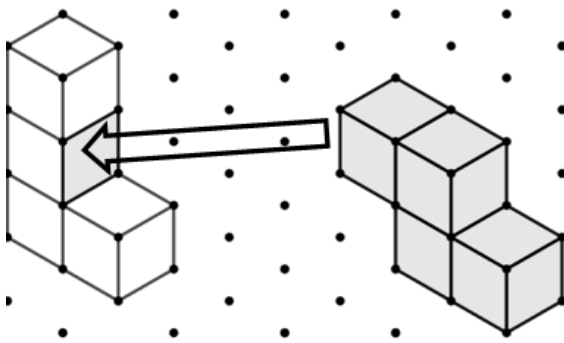
Esra: Yarımaların nasıl çizileceği, bir de bunun ön tarafa nasıl geleceği.

Araştırmacı: Peki ön tarafa gelmekte seni zorlayan ne oldu?

Esra: Bir tane daha küp çizecektim ama burada yan duruyor ben düz küp  
çizdim o yüzden.

Esra'nın yukarıda verilen açıklamalarına bakıldığında yarım görünen yüzeylerin çiziminde zorlandığı ve eklenecek küpü çizirken uzamsal muhakeme yapmakta sıkıntı çektiği görülmektedir. Ayrıca Esra'nın izometrik kâğıttaki çizimlerinde şekil birimlerini küpü oluşturacak şekilde nasıl uzatıp birleştireceği konusunda zorluk yaşadığı anlaşılmaktadır. Esra yapıları küp ekleme etkinliğinde zorlandığından dolayı eklenecek küpü çizebilmek için birim küp materyallerini kullanmak istemiştir. Yapıyı birim küplerle oluşturduktan sonra bakarak çizmeye çalışmıştır. Esra'nın birim küp materyalleriyle oluşturduğu geometrik cisimlere bakarak izometrik kâğıda yapıyı çizirken dahi zorlandığı gözlemlenmiştir. Esra bu nedenle çizimini yaparken daha çok yapıya benzetmeye çalışarak çizim yapmayı tercih etmiş ve çizim esnasında deneme yanılma yaparak ilgili küpü eklemiştir.

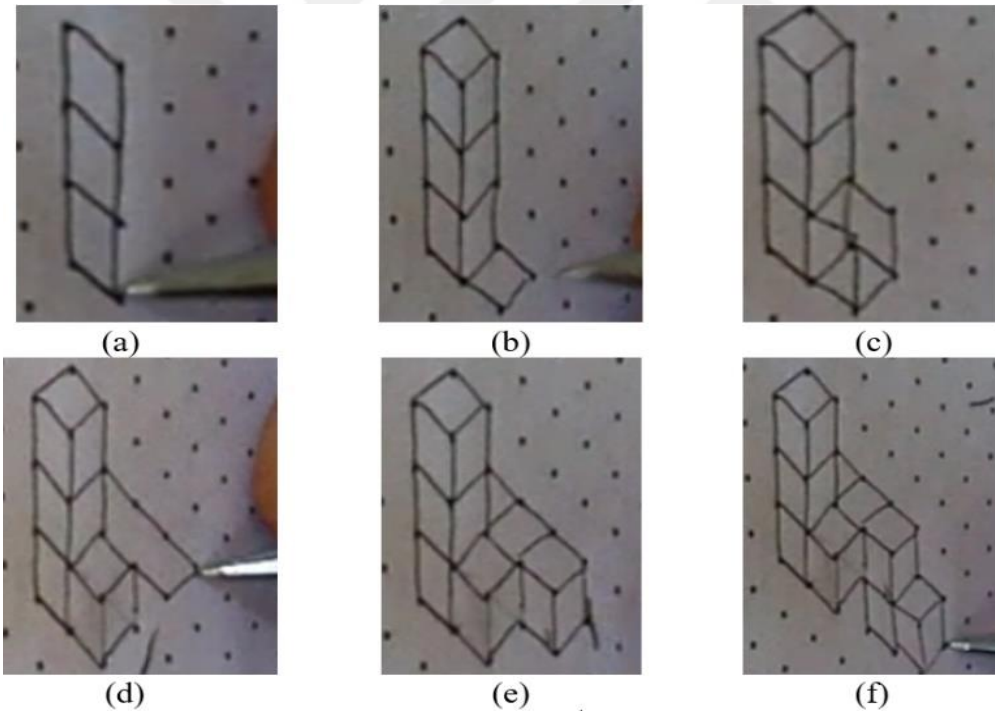
Görüşmedeki bir diğer küp ekleme probleminde Esra'ya şekil 117'de verilen ayrıık yapıları birleştirme etkinliği verilmiştir. Araştırmacı bu etkinlikte dört beyaz küpten oluşan blok ile dört siyah küpten oluşan bloğu şekil 117'de belirtilen ok yönünde birleştirilmesi gerektiğini Esra'ya açıklamış ve Esra'dan bu yapıları birleştirilmiş haliyle düşünüp izometrik kâğıda çizmesini istemiştir. Araştırmacı bu etkinlikte Esra'ya nasıl bir yol izleyeceğini sorduğunda Esra "İlk önce bunu çizeceğim (Beyaz blok), sonra şunu ekleyeceğim (Siyah blok). Yani beyazlardan başlayacağım." şeklinde bir cevap vermiştir.



Şekil 117. Küplerden oluşan blokları birleştirme etkinliği.

Esra yapının çizimine açıklamasında belirttiği gibi beyaz küplerden oluşan bloktan

başlamayı tercih etmiştir ve ilk olarak beyaz küplerden oluşan bloğun yan yüzeyini çizmiştir (Şekil 118 (a)). Beyaz bloğun yan yüzeyini oluşturan Esra bu adımdan sonra yapının lokal özelliklerini düşünüp şekil birimleri yardımıyla ilgili ayrıtları birleştirerek üst üste duran üç küp görünümünü elde etmiştir (Şekil 118 (b)). Ayrıca Şekil 118 (b)'de altta tek kalan son beyaz küpün alt yüzeyini de oluşturduğu görülmektedir. Hemen bu adımın arkasından alt yüzeyini oluşturduğu küpü zorlanarak tamamlamaya çalıştığı görülmektedir (Şekil 118 (c)). Esra bu esnada birleştirilecek şeklin son halini global olarak zihninde hayal edemediği için beyaz küplerden oluşan bloğun yan tarafından bir sıra daha eklenmiş gibi çizime devam etmiş ve öncelikle siyah küp bloğun üst yüzeyini oluşturmaya çalıştığı gözlemlenmiştir (Şekil 118 (d)). Bir sonraki adımda Esra üst yüzeyini oluşturduğu küpün ilgili ayrıtlarını şekil birimleri yardımıyla tamamlamıştır (Şekil 118 (e)). Bu kısmı tamamlayan Esra sonrasında siyah küpün alta doğru ilerleyen parçalarını oluşturmaya çalıştığı anlaşılmaktadır (Şekil 118 (f)).



**Şekil 118.** Esra'nın ayrıık yapıları birleştirme etkinliğindeki çizim aşamaları.

Son adımdaki çizimini bitiren Esra (Şekil 118 (f)) bir müddet düşününce kendi kendine “Bu olmadı ya galiba” şeklinde söylenmiş ve fazladan çizdiği yan sırayı silip beyaz küp bloğun sonuna iki tane daha küp eklemiştir (Şekil 119 (a)). Bu esnada araştırmacı Esra'nın yanlış çizdiği yeri sildiğini görünce ona neden yapının yanına bir sıra daha çizdiğini sormuş ve Esra'da Araştırmacıya “Birleştirince o şekilde görünecek diye düşündüm.” şeklinde bir cevap vermiştir. Şekil 119 (a)'yı çizen Esra sonrasında

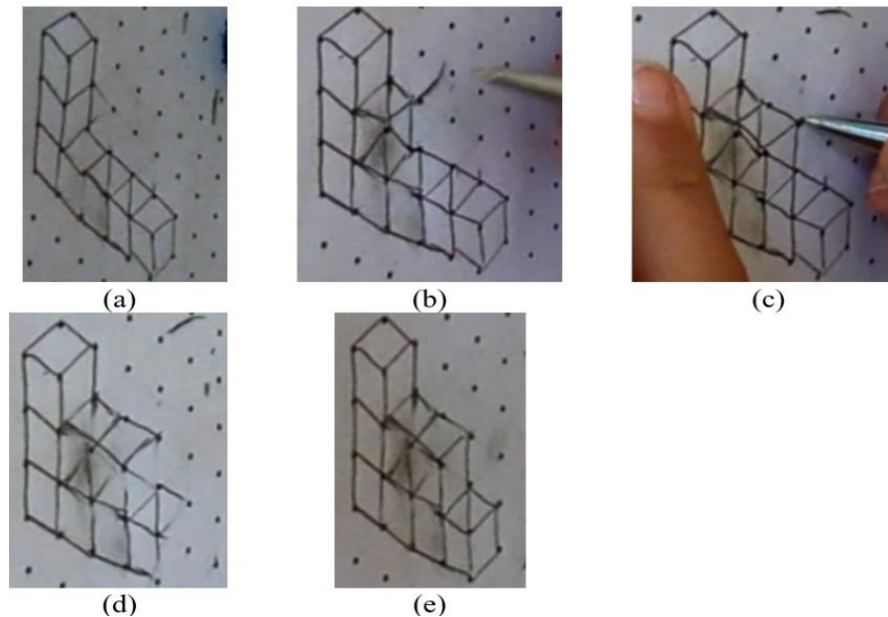
tekrar çizimde sıkıntı yaşamış ve araştırmacıyla aralarında aşağıdaki gibi bir diyalog geçmiştir:

Esra: Üstünde bunların iki küp daha olması lazım ama nasıl ekleyeceğim şimdi? Olmuyor.

Araştırmacı: Olmuyor deyip bırakma, dene istersen yapabilirsin, çünkü daha önce de deneyerek doğrusunu çizmiştin.

Esra: Burada iki tane küp çizmem gerekiyor da çizemiyorum.

Yukarıda verilen konuşmadan sonra Esra cesaretini topladıktan sonra çizimde zorlandığı yukarıya doğru küpleri eklemiştir. Ancak, Esra'nın iki tane daha küp eklediği görülmüştür (Şekil 119 (b-c)). Esra üst sıradaki çizimi tamamladıktan sonra kendi kendine "Alt tarafta dört tane olacaktı o zaman bu fazlalık oldu" şeklinde sesli düşünmüş ve alt sırada fazlalık olarak çizdiği beşinci küpü silmiştir (Şekil 119 (d)). Yapıyı birim küplerle de oluşturarak gören Esra çiziminin doğruluğundan emin olunca son olarak yapının global özelliklerini düşünerek yapıdaki gereksiz ayrıtları silmiş, ardından şekil birimleri yardımıyla da ilgili eksik olan kısımları birleştirerek çizimini sonlandırmıştır (Şekil 119 (e)). Esra ayrıık yapıları birleştirme etkinliğinde zorlanmış ve küplerin birleşince nasıl görüneceğini birbirlerine konumlarının nasıl olacağı hususunda uzamsal muhakeme yapmada güçlük yaşamıştır. Dolayısıyla çizimini yapabilmek için birim küplerden destek alarak önce yapıyı oluşturmuştur. Sonrasında oluşturduğu bu yapıya bakarak çizimini tamamlayabilmiştir. Esra'nın küp ekleme etkinliklerinden elde edilen özet bulgular Tablo 18'de verilmiştir.



**Şekil 119.** Esra'nın ayrıık yapıları birleştirme etkinliğindeki çizim aşamaları.

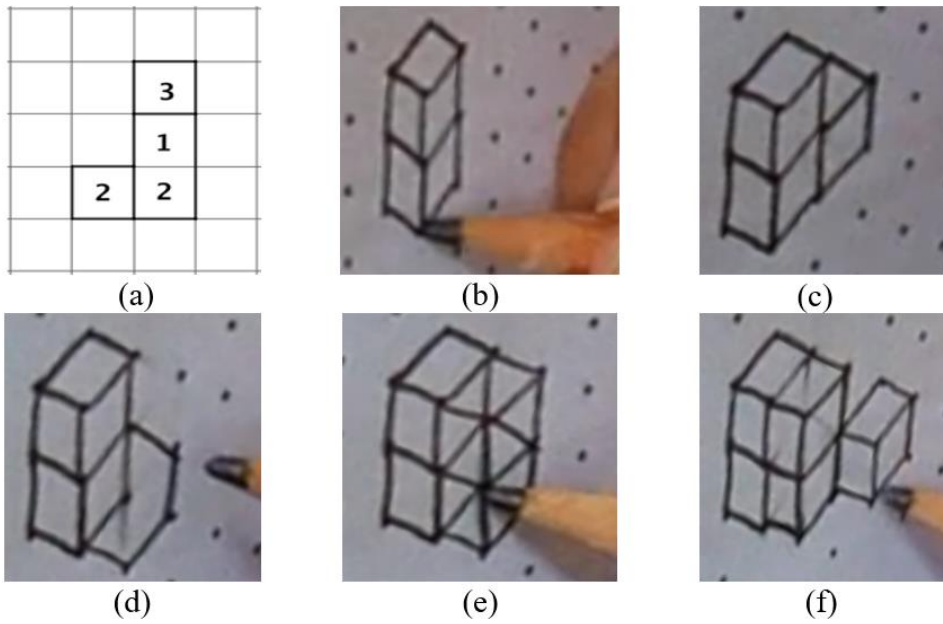
**Tablo 18. Esra'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi**

Küp ekleme çizimlerine başlama ve çizimini sürdürme biçimi	Küp ekleme etkinliklerinde oldukça zorlanan Esra öncelikle yapıyı şekilde gördüğü gibi kopyalayıp son olarak eklenecek küpü çizdiği görülmüştür. Yapıları birleştirme etkinliğinde de beyaz bloğun ön kısmından başlayarak çizmeyi denemiş ama oldukça zorlanmıştır. Etkinliğin sonuna doğru birim küp materyallerinden destek alarak küçük adımlarla arkadan öne doğru küpleri birleştirerek oluşturmuş ve çizimini tamamlayabilmiştir.
Global-lokal düşünme süreçleri	Küp ekleme etkinliklerinde yapıları eklenmiş haliyle global olarak düşünemediği için daha çok lokal düşünerek deneme yanılgılar yapıp çizim yapmaya çalışmıştır. Yapıları birleştirme etkinliğinde global olarak düşünemediği için birleşmiş şekliyle çizim yapmada oldukça zorlanmıştır.
Çizim üzerine eklemeler yapıp silme durumu	Etkinliklerde işaretlenen eklenecek veya birleşecek bölgeleri düşünmede zorlandığı için küpleri çizim üzerine ekleyip deneme yanılma yaparak çizmeye çalışmış ve sonrasında görünmemesi gereken ayrıtları silmiştir.
Çizim yapabilmek için materyalden yardım alma durumu	Bu bölümdeki çizimlerde zorlandığı için birim küp materyallerden yardım almış ve oluşturduğu yapılara benzetmeye çalışarak deneme yanılma yoluyla çizimlerini tamamlamaya çalışmıştır.
Jestlerle şekil birimlerini ifade etme durumları	Etkinliklerin tamamlanması sürecinde düşüncelerini daha ziyade sözel olarak ifade etmeye çalışmış ve jest kullanmaya çoğunlukla başvurmamıştır.
Küpleri birbirlerine göre konumlandırma biçimi	Global düşünmede zorlandığı için küplerin çizilmesinde oldukça zorlanmıştır. Küp ekleme etkinliğinde eklenecek küpü konumlandırmak için şekil birimlerini küpü oluşturacak şekilde birer birim uzatma konusunda yön karmaşası yaşadığı gözlenmiştir. Yapıları birleştirme etkinliğinde de birleşik olarak çizmesi gereken blokları yanlış konumlandırarak yan yana çizmiştir. Sonrasında birim küp materyalleri kullanmış ve birim küplerden oluşturduğu bloklara bakarak çiziminde deneme yanılma yöntemi kullanmıştır. Devamında, çizimini oluşturduğu bloklara benzetmeye çalışıp etkinliği tamamlamıştır.

### 3.6.3. Esra'nın Farklı Yönlerden Görünümü Verilen Yapıların Çizimine Yönelik Etkinliklerinden Elde Edilen Bulgular

Farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimi etkinliklerinde Esra'ya Şekil 120 (a)'da yapı görünümü verilen şeklin üç boyutlu görünümünü izometrik kâğıt üzerinde çizme görevi sunulmuştur. Araştırmacı bu etkinlikte Esra'ya etkinlik kâğıdı üzerinde bir örnek vermiş ve ona nasıl yapması gerektiğini açıklamıştır. Araştırmacı bu açıklamadan sonra Esra'ya nasıl bir yöntem izleyeceğini sorduğunda Esra “Şuradan, iki tane küpü çizeceğim” yanıtını vermiştir. Esra açıklamasında belirttiği gibi ön taraftaki ikili bloklardan başlamayı tercih etmiştir. İlk olarak yapı görünümünde ön sol tarafta kalan ikili bloğu çizerek yapıyı oluşturmaya başlamıştır (Şekil 120 (b)). Esra sonrasında diğer ikili blok için bir tane küp çizmek istemiş ancak yönleri koordine edemediği için yanına çizmeyi düşündüğü küpü arkaya çizmiştir (Şekil 120 (c)). Araştırmacı neden bu şekilde düşündüğünü sorduğunda Esra “Üst üste nasıl ekleyeceğimi o sıra anlayamadım, arkadan

ekleyince oluyor diye düşündüm” şeklinde cevap vermiştir. Bu ifadesinden sonra hatasını anlayan Esra arkaya eklediği küpü silip bir tane yanına çizmiştir (Şekil 120 (d)). Şekil 120 (d)’de küpü çizerken öncelikle bir altıgen oluşturmuştur. Esra bu yöntemi çizimlerinde nadiren de olsa kullanmıştır. Daha sonra yapının lokal özelliklerini düşünerek gerekli ayrıtlarla tamamlamış ve hemen akabinde çizdiği küpün üzerine ekleme yaparak ikinci küpü de çizmiştir (Şekil 120 (e)). Bu adımdan sonra arkadaki tek küpü çizmeye sıra gelince, Esra daha önceden de yaşadığı yön karmaşasından dolayı arkaya çizmesi gerektiği küpü yapının yanına eklediği görülmüştür (Şekil 120 (f)).



**Şekil 120.** Esra’nın yapı görünümü şekli izometrik kâğıda üç boyutlu çizme aşamaları.

Araştırmacı son adımda (Şekil 120 (f)) Esra’nın çizdiği küpü fark edince Esra ile aralarında aşağıdaki gibi bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Çizdiğin küp hangi kısma ait Esra?

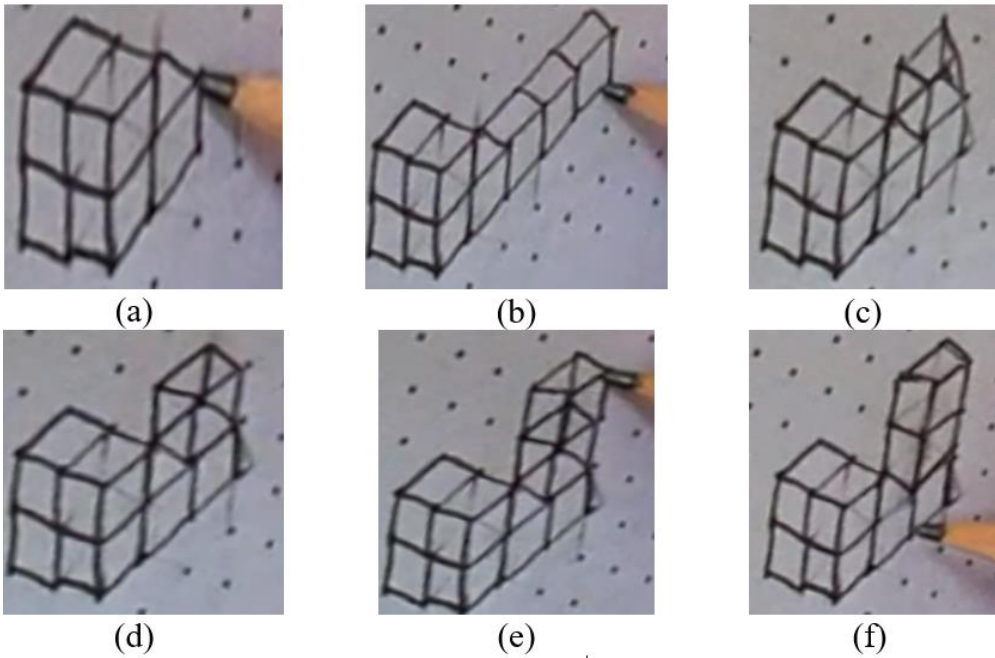
Esra: Olmadı mı? Arkasına eklemem gerekiyordu yanı oldu.

Araştırmacı: Yönleri koordine etmede sıkıntı yaşıyor musun?

Esra: Yani sağ tarafta olunca arkadadır diye düşündüm.

Yukarıda verilen diyalogdan sonra hatasını anlayan Esra küpü yandan silip ilgili bloğun arkasına çizmiştir (Şekil 121 (a)). Sıra son üçlü bloğu çizmeye geldiğinde tekrar yön karmaşası yaşadığı anlaşılan Esra üst üste çizmesi gereken küpleri yan yana çizmiştir (Şekil 121 (b)). Araştırmacı, Esra’dan yapıyı küplerle oluşturmasını isteyince hatasını anlayan Esra kendi kendine “Üst üste çizmeliydim. Ama ben yan yana çizdim. Bunun üstüne çizmem gerekiyordu” şeklinde sesli düşünmüştür. Sonrasında hatalı çizdiği yerleri

silgiyle silen Esra, son küpün üzerine, çizim üzerine ekleme yöntemiyle bir tane daha küp eklemiş ancak noktaları şekil birimleri yardımıyla uygun bir şekilde birleştirememiştir (Şekil 121 (c)). Sonrasında yapının çiziminde hatalı yerleri gerekli ayrıtlar yardımıyla düzelten Esra kalan son küpü de aynı yöntemle ikinci küpün üzerine eklemiştir (Şekil 121 (d-e)). En son aşamada da yapının global özelliklerini düşünüp gereksiz ayrıtları silgisiyle silerek çizimini tamamlamıştır (Şekil 121 (f)). Esra çizimini bitirdikten sonra küplerle oluşturduğu yapıya bakıp doğru olup olmadığını teyit ettikten sonra Şekil 122'deki gibi vücudunu konumlandırıp yapıyı aynen izometrik kâğıt üzerinde çizdiği gibi gördüğünü söylemiştir.



**Şekil 121.** Esra'nın ayırık yapıları birleştirme etkinliğindeki çizim aşamaları.



**Şekil 122.** Esra'nın oluşturduğu yapıya bakarken vücudunu konumunu ayarlayışı.

Farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimi etkinliklerindeki bir diğer problemde araştırmacı, Esra'dan Şekil 123'teki farklı yönlerden görünümü verilmiş üç

boyutlu bir yapının görünümünü izometrik kâğıda çizmesini istemiştir. Araştırmacı bu etkinlikle alakalı Esra'nın nasıl bir yöntem izleyeceğini sorduğunda aralarında aşağıdaki gibi bir diyalog geçmiştir:

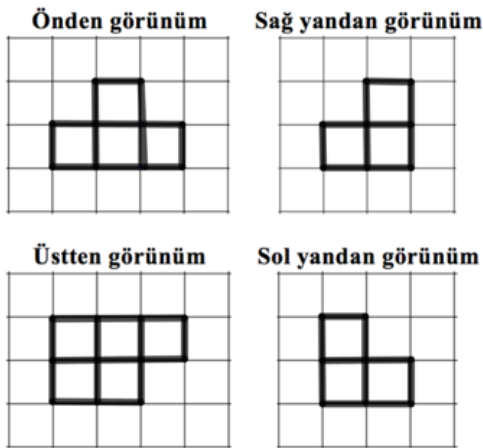
Araştırmacı: Bu etkinlikte nasıl düşüneceksin bir yöntemin var mı çizim yapmak için?

Esra: İlk önce önden çizerim şu ortaya.

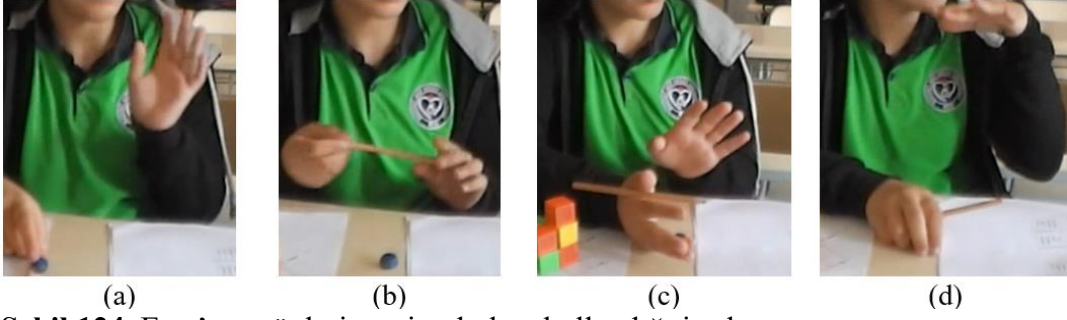
Araştırmacı: İlk önce önden görünüme göre çizmenin bir nedeni var mı Esra?

Esra: Çünkü önden bakmak istiyorum, arkadan da çizebilirim aslında. Sonra önün bittiği kutucuktan sol tarafı çizerim. Sonra sağdan ve üstü de en son toparlarım.

Yukarıda verilen diyalogda Esra izleyeceği yöntemi ifade ederken aynı zamanda düşüncelerini daha iyi açıklayabilmek amacıyla Şekil 124'teki gibi jestler kullanmıştır. Şekil 124 (a)'da sol elini düz bir şekilde kaldırarak yapının önden görünümünü tasvir etmiştir. Akabinde yapının arkadan da çizebileceğini belirtmiş ve bunu Şekil 124 (b)'deki gibi sağ eliyle kalemi tutup sol el avuç içine doğru iterek tasvir etmiştir. Açıklamasının devamında ön çizimden sonra önce sol sonra sağ taraftan nasıl çizeceğini anlatırken Şekil 124 (c)'de ellerini birbirine doğru doksan dereceye yakın açmış sağ ve sol görünümü bu şekilde ifade etmiştir. Son olarak açıklamasında en son üstten toparlayacağını belirtmiş ve bunu araştırmacıya daha iyi açıklamak için Şekil 124 (d)'de gösterildiği gibi elini, avuç içi aşağı bakacak şekilde kaldırarak üstten görünümü canlandırmıştır. Esra burada diyagramdan faydalanıp kullandığı jestlerle küpün şekil birimi olan yüzeylerini tasvir etmektedir.



Şekil 123. Farklı yönlerden görünümü verilen üç boyutlu yapıyı çizme etkinliği.



**Şekil 124.** Esra'nın yönleri tasvir ederken kullandığı jestler.

Yukarıda yaptığı açıklamalardan sonra, Esra ilk olarak önden görünümde altta yana yana duran üç küpü çizmek istemiştir ancak yön karmaşası yaşadığı için yana doğru değil arkaya doğru çizmiştir (Şekil 125 (a)). Sonrasında yaptığı hatayı fark edince hemen silgisiyle çizimini silip yana doğru çizmiştir (Şekil 125 (b)). Esra önden görünümde üstte tek kalan küpü yaşadığı yön karmaşasından dolayı arkaya doğru çizmeye başlamışken hemen hatasının farkına varmış ve o kısmı silip şeklin üzerine ekleme yöntemiyle bir küp oluşturmuştur (Şekil 125 (c-d)). Ancak Şekil 125 (d)'de şekil birimleriyle noktaları koordine edemeyince küpü yanlış çizmiştir. Esra sonrasında yanlış yeri silip hatasının farkına varmış ve çizimini düzeltmiştir (Şekil 125 (e)). Bu esnada araştırmacı ile aralarında aşağıdaki gibi bir konuşma geçmiştir:

Araştırmacı: Burası neden yarım görünüyor Esra? (Şekil 125 (e))

Esra: Çünkü bu onu kapattığı için yarım görünüyor.

.....

Araştırmacı: Şimdi hangi görünümü oluşturmuş oldun?

Esra: Önden.

Araştırmacı: Şimdi hangi kısmı tamamlayacaksın?

Esra: Sağ tarafı.

Araştırmacı: Sağ görünümün şekildeki gibi olması için nasıl bir çizim yapacaksın?

Esra: Şu taraftan iki tane küp çizmem gerekiyor bir tane üstüne eklemem lazım.

Araştırmacı: Dediğin şekilde eklemeler yaptığında sağ taraftan görünümü şekildeki gibi görünür mü?

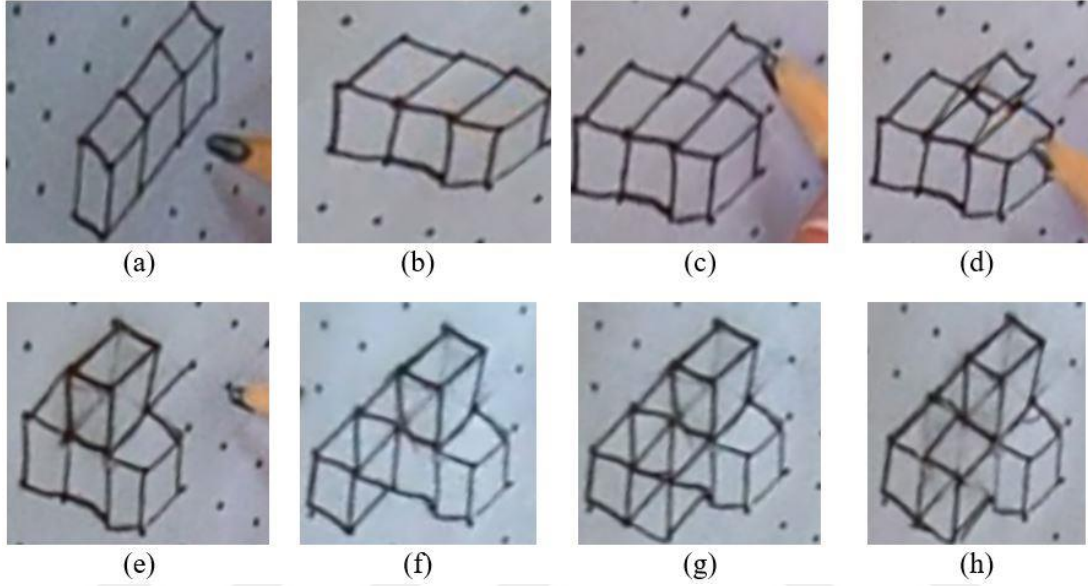
Esra: Görünür ki.

Araştırmacı: Tamam o zaman Esra hemen devam edelim çizime.

Esra: Ama yan yön burası o zaman böyle görünmez ki of.

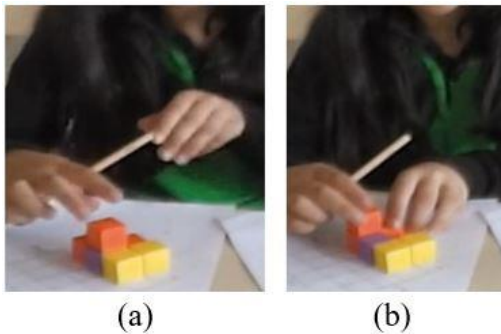
Yukarıdaki diyalogdan sonra sağdan görünüm için oldukça zorlanan Esra birim

küplerden yardım almak istemiştir. Birim küplerle yapıyı oluşturunca sıkıntı yaşadığı yerlerin farkına vardığını belirtmiştir. Araştırmacı ona sağdan görünümü nasıl çizeceğini sorduğunda Esra “Evet, Şunların önüne iki tane daha çizeceğim” şeklinde cevap vermiştir. Esra söylediği gibi çizimlerin üzerine ekleyerek ön tarafa iki tane daha küp eklemiştir (Şekil 125 (f-g)). Son olarak da yapının global özelliklerini düşünüp şekilde gereksiz olan ayrıtları silip çizimini tamamlamıştır (Şekil 125 (h)).



**Şekil 125.** Esra'nın çizim etkinliğindeki çizim aşamaları.

Esra'nın son etkinlikte sağdan ve soldan görünümü oluşturmada oldukça sıkıntı yaşadığını anlayan araştırmacı ona neden zorlandığını sorduğuna Esra “Esra: Çünkü “L” şeklinde görünüyor öyle olunca benim aklıma şu geliyor (Şekil 126)” şeklinde cevap vermiştir. Esra neden zorlandığını araştırmacıya birim küpler ile oluşturduğu model üzerinde açıklamıştır. Şekil 126 (a)'da üstte ve ortada duran küpün sürekli Şekil 126 (b)'deki gibi kenarda olması gerektiğini düşündüğü için çok zorlandığını ve bunu çizimle koordine edemediğini belirtmiştir. Esra'nın farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimi etkinliklerinden elde edilen özet bulgular Tablo 19'da verilmiştir.



**Şekil 126.** Yan görünümü oluştururken yaşadığı sıkıntıyı küp bloklarla tasvir edişi.

**Tablo 19.** Esra'nın Çizim Süreçlerinin Belirlenen Kriterlere Göre İncelenmesi

Farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimlerine başlama ve çizimini sürdürme biçimi	Yapı görünümü verilen şekli çizerken ön kısımdan başlayan Esra birkaç denemeden sonra arka tarafa doğru çizimini ilerletip en son akada kalan üçlü bloğu çizmiştir. Farklı yönlerden görünümde de ön görünümünden başlamayı tercih edip sonrasında küplerden destek alarak küçük adımlarla yapıyı deneme yanılma yaparak oluşturmaya çalışmıştır.
Global-lokal düşünme süreçleri	Bu bölümdeki çizimlerde oldukça zorlandığı için yapıları global düşünmede zorluk yaşamıştır. Bu nedenle materyallerden destek alarak deneme yanılma yöntemiyle lokal özellikleri kullanıp şekil birimlerini oluşturmaya çalışmıştır.
Çizim üzerine eklemeler yapıp silme durumu	Esra bu kısımdaki etkinliklerde çoğunlukla deneme yanılma yapıp birçok kez küp ekleyip silerek çizimlerini nihai haline getirmeye çalışmıştır. Sürekli karışan çizimlerini materyalden destek alarak benzetmeye çalışmış ve görünmemesi gereken ayrıtları bu şekilde silmiştir.
Çizim yapabilmek için materyalden yardım alma durumu	Esra yapı görünümü verilen şekli çizerken ve farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı oluştururken materyallerden destek almadan çizim yapamamıştır. Bu nedenle yapıları oluşturduktan sonra oluşan yapılara bakıp çizimlerini deneme yanılma yöntemi ile bu yapılara benzetmeye çalışarak sürdürmüştür.
Jestlerle şekil birimlerini ifade etme durumları	Bu kısımda daha çok oluşturamadığı şekil birimlerini ifade etmek için elleriyle ayırt, yüzey veya farklı görünümü ifade etmek için jestlere başvurmuştur.
Küpleri birbirlerine göre konumlandırma biçimi	Esra yapıları global düşünemediği için şekil birimlerini çoğu yerde doğru bir şekilde kullanamadığı için yön karmaşası yaşamıştır. Yan tarafa eklenmesi gereken küpü arkaya veya üste eklenmesi gereken küpü yana doğru ekleme gibi sorunlarla karşılaşmıştır. Bu bölümde çoğu yerde küpleri yanlış bir biçimde konumlandığı ancak oluşturduğu yapılara baktıktan sonra hatalarını çizimde deneme ve yanılma yöntemi ile düzeltebildiği görülmüştür.

### 3.7. Öğrenci Çizimlerinin Karşılaştırılması

Bu kısımda katılımcıların çizim süreçlerindeki genel eğilimleri araştırma sorularına bağlı olarak ele alınan kriterlere göre birbirleriyle karşılaştırılmıştır.

#### 3.7.1. Küp Çıkarma Etkinliklerine Yönelik Öğrenci Çizimlerinin Karşılaştırılması

Küp çıkarma etkinliklerinde Bora ve Berk öncelikle küpün çıkarıldığı yerden çizime başlamayı tercih edip sonrasında yapının kalan bölümlerini oluşturmuştur. Bu kısımda üç öğrenci de öncelikle küp çıkarılan bölgenin etrafını çizip en sonda küpün çıkarıldığı bölgeyi çizmeyi tercih etmiştir. Küp çıkarma etkinliğinde Esra zorlandığı için verilen şekli kopyalayıp çıkan yeri silerek yapıyı oluşturmaya çalışmıştır. Yapıları ayırma etkinliğinde beyaz küplerden oluşan bloğun çiziminde Esra haricinde öğrencilerin tamamı görünen ön taraftan başlayıp arka tarafa doğru ilerleyerek ayrılan bölgenin çizimini en sona bırakmıştır. Esra beyaz bloğu çizerken ayrılan bölgenin en üstünden başlayarak ön tarafa doğru çizmeye çalışmıştır. Siyah küplerden oluşan bloğu çizerken öğrencilerin üçü (Bora, Serdar ve Esra) ayrılan bölgeden başlayıp ön tarafa doğru çizmeyi

tercih ederken kalan üçü de görünen ön tarafından başlayıp ayrılan yerin çizimini en sona bırakmıştır.

Küp çıkarma ve yapıları ayırma etkinliklerinde öğrencilerden üçü (Bora, Berk, Zehra) çizimlerinde daha çok global olarak düşünerek ilerlemiş ve bu bağlamda çizimlerde küp çıkarılan yeri direkt çizerek, birden fazla yüzeyi aynı oluşturarak ve yarım görünecek yerleri çizerek yapıyı oluşturmuşlardır. Bu öğrenciler sadece yapıların ayrıtlarını izometrik kâğıttaki noktalar yardımıyla tamamlarken lokal olarak düşünmüştür. Diğer üç öğrenci ise çizimlerini daha çok lokal düşünerek şekil birimleri yardımıyla küçük adımlarla ilerleterek oluşturmaya çalışmıştır. Bu üç öğrenci de sadece yarım görünecek yüzeyleri çizerken global olarak düşünmüştür.

Küp çıkarma ve yapıları ayırma etkinliklerinde Serdar ve Esra haricindeki öğrenciler şekil birimlerini ekleyecekleri küpleri oluşturacak şekilde düzenleyerek çizimlerini bitirebilmiştir. Serdar ve Esra ise daha kolayına geldikleri için bazı yerlerde küp eklerken veya çizimi devam ettirirken çizimlerinin üzerine eklemeler yapıp sonrasında görünmemesi gereken ayrıtları silip çizimlerini tamamlamıştır. Küp çıkarma ve yapıları ayırma etkinliklerinde öğrenciler materyal kullanma gereksinimi duymamıştır. Esra bu bölümde zorlansa da en sonunda şekilde verilen yapıyı kopyalayıp çizimini tamamlamıştır.

Bu bölümde yer alan etkinliklerde Bora ve Berk çizimlerini açıklarken diğer arkadaşlarına göre daha az jest kullanmıştır. Bu öğrenciler sorulan sorulara cevap verirken veya kendi düşüncelerini ifade ederken daha çok sözel açıklamalar yaparak kendilerini ifade etmiştir. Diğer dört öğrenci ise çizimler esnasında ayrıtları ifade edebilmek, yarım görünen yüzlerinin nedenini açıklamak veya çıkarılan küpleri ifade edebilmek için diyagramlardan yararlanarak jestler aracılığıyla düşüncülerini açıklamaya çalışmıştır. Küp çıkarma ve yapıları ayırma etkinliklerinde Esra haricindeki öğrenciler şekil birimleriyle çıkarılan küplerin boşalan yerlerini doğru bir şekilde konumlandırabildiği ve yarım görünecek yüzeyleri oluşturabildiği görülmüştür. Esra ise çıkarılan küplerden sonra yapıların son halini düşünmede sıkıntı yaşadığı için bazı küplerin konumunu yanlış çizdiği gibi bazı bölümlerde küpleri çizerken şekil birimlerini farklı yönlere ilerletecek şekilde çizdiği için yanlış yapılar oluşturduğu görülmüştür.

### **3.7.2. Küp Ekleme Etkinliklerine Yönelik Öğrenci Çizimlerinin Karşılaştırılması**

Küp ekleme çizimi etkinliklerinde Berk ve Zehra haricindeki öğrenciler çizime öncelikle yapının ön kısmından başlamayı tercih edip daha sonra süreçte küpleri eklemeyi

tercih etmiştir. Berk ve Zehra ise çizimlerine öncelikle eklenen küpü çizerek başlamış ve sonrasında çizimi devam ettirdiği görülmüştür. Küplerden oluşan yapıları birleştirme etkinliklerinde ise Serdar ve Zehra öncelikle çizime ön kısımdan başlayıp birleşen bölgelerin çizimini en sona bırakmıştır. Bunun yanında öğrencilerden üçü (Bora, Berk ve Seda) öncelikle birleşen bölgeyi çizip daha sonra diğer kısımları oluşturmuştur. Son olarak Esra öncelikle yapıyı arka taraftan çizime başlamış ve en son birleşen bölgeyi çizmiştir.

Küp ekleme etkinlikleri sürecinde öğrencilerden beşi genel olarak lokal düşünme ağırlıklı çizimlerini tamamlarken bir öğrenci daha çok global düşünme ağırlıklı çizimini sürdürmüştür. Yani sadece Bora çiziminde yapıyı birden fazla yüzey oluşturarak belirli kısımlar halinde çizdiği görülmüş ve sonrasında lokal özellikleri kullanarak geometrik cisimlerin gerekli ayrıtlarını tamamlamıştır. Diğer öğrenciler ise daha çok şekil birimleri yardımıyla küpleri tek tek oluşturarak çizimlerini ilerletmiştir. Tüm öğrenciler ortak olarak eklenen küp veya küplerden sonra yarım görünecek kısımları global düşünerek ilgili kısımları yarım görünecek şekilde çizebilmiştir.

Küp ekleme etkinliklerinin geneline bakıldığında öğrencilerden üçü (Seda, Serdar ve Esra) bazı kısımlarda eklenecek küplerde daha kolay olduğunu düşündüklerinden dolayı öncelikle o bölümü şekle bakıp kopyalamış sonrasında çizimin üzerine eklenecek yeni küpü çizerek görünmemesi gereken ayrıtları silmiştir. Etkinliklerde diğer üç öğrenci ise her herhangi bir hata yapmadan çizimlerini tamamlayabilmiştir. Küp ekleme etkinliklerinin ilk kısmında öğrenciler yapıları çizerken birim küp materyallerini kullanmadan çizimlerini tamamlamıştır. Öğrenciler bu bölümde sadece çizimlerden sonra kontrol amaçlı birim küplerle yapıları oluşturarak çizdikleri şeklin doğruluğunu teyit etmiştir. Yapıları birleştirme etkinliğinde ise beş öğrenci önceki etkinlikte olduğu gibi birim küp materyallerinden yardım almadan çizimlerini gerçekleştirmiştir. Esra ise bu etkinlikte yapıyı zihninde canlandıramadığı için birim küp materyallerini kullanarak önce yapıyı oluşturmuş, daha sonra bu yapıya bakarak çizimini tamamlamıştır.

Küp ekleme etkinliklerinin geneline bakıldığında Serdar haricindeki öğrencilerin genellikle jestler yardımıyla şekil birimlerini ifade ettiği veya jestler aracılığıyla diyagramdan faydalanarak muhakeme yaptığı görülmüştür. Örneğin küp ekleme etkinliklerinde eklenecek küpü ifade ederken jest kullandıkları, bazı öğrencilerin yapıları birleştirme etkinliğinde jest yardımıyla diyagramdan faydalanarak muhakeme yaptığı veya yarım görünecek kısımları ifade ederken kalem yardımıyla diyagram üzerinde jest

kullanarak yarım görünen yüzeyleri ifade ettikleri görülmüştür. Serdar'ın ise çizim etkinlikleri esnasında daha çok sözel ifadeler kullanarak çizimlerini açıklamaya çalıştığı görülmüştür. Küp ekleme etkinliklerinin geneline bakıldığında Esra haricindeki öğrencilerin küpleri eklerken veya yapıları birleştirirken yeni küpleri şekil birimleri yardımıyla doğru bir şekilde oluşturduğu ve herhangi bir hata yapmadığı görülmüştür. Ancak Esra bu etkinliklerde küpleri eklemeye çalışırken üst üste çizmesi gereken küpleri yan yana çizerek küpleri yanlış bir şekilde konumlandığı görülmüştür.

### **3.7.3. Farklı Yönlerden Görünümü Verilen Yapıların Çizimine Yönelik Öğrenci Çizimlerinin Karşılaştırılması**

Yapı görünümü verilen şeklin çiziminde öğrencilerin üçü (Bora, Seda ve Berk) öncelikle ön kısımda en çok sayıya sahip küpün olduğu bloktan başlamayı tercih etmiştir. Bir diğer grupta iki öğrenci (Serdar ve Esra) ise sadece ön kısımdan başlayıp arka tarafa doğru çizmeyi tercih etmiştir. Öğrencilerden Zehra diğer arkadaşlarından farklı düşünerek önce yapının tabanını oluşturarak çizime başlayıp sonrasında küpleri çizerek yukarı doğru yapıyı oluşturmaya çalışmıştır. Farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizerken öğrencilerin üçü (Seda, Serdar ve Zehra) ön görünüme göre başlayıp sonrasında üst görünüme göre yapıyı oluşturmaya çalışmıştır. Aynı etkinlikte öğrencilerden ikisi (Bora ve Berk) ise ön görünüme göre başlayıp sağ ve sol görünüme göre yapıyı çizmeye başlamıştır. Bu etkinlikte oldukça zorlanan Esra ise ön görünüme göre başlayıp deneme yanılma yaparak yapıyı çizmeye çalışmıştır.

Yapı görünümü ve farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimi etkinliğinde Bora haricindeki öğrenciler çoğunlukla lokal düşünüp yapıları küçük adımlarla şekil birimlerini kullanarak tamamladığı görülmüştür. Bu öğrenciler sadece yarım görünecek yüzeyleri çizerken global düşünmüştür. Bora ise bu iki etkinlikte çoğunlukla global düşünmüştür. Her iki etkinlikte de yapıları birden fazla yüzey çizerek belirli parçalar halinde çizdiği, bazı yerlerde oluşabilecek arayüzü düşünüp oradan çizime başlayabildiği görülmüştür. Bora sadece oluşturulan geometrik cisimlerin eksik ayrıtlarını şekil birimleri yardımıyla tamamlarken lokal olarak düşünmüştür.

Yapı görünümü verilen şeklin çiziminde öğrencilerden üçü (Bora, Serdar ve Zehra) şekil birimleriyle yapıları hata yapmadan oluşturabilmiştir. Geriye kalan üç öğrenci ise çizdikleri küplerin yanına bitişik olarak küp eklemeleri gerektiğini anlayınca daha farklı bir yöntem kullanmıştır. Bu öğrenciler mevcut çizim üzerine yeni küpleri eklemiş ve sonrasında görünmemesi gereken ayrıtları silerek çizimini tamamlamıştır. Bazı

bölümlerde de bu üç öğrenci ilgili ayrıtları silip şekil birimlerini uygun bir şekilde uzatarak küpleri oluşturabilmiştir. Farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimde ise Esra haricindeki tüm öğrenciler muhakeme yaptıktan sonra hata yaptıklarını anlayınca çizimlerin üzerine uygun gördükleri konumlara küpleri ekleyebilmiştir. Bu beş öğrenci daha sonra çizimde fazlalık olduğunu düşündükleri küpleri ve görünmemesi gereken ayrıtları silerek yapıları doğru bir şekilde oluşturabilmiştir. Esra ise muhakeme yapmada zorlandığı için çoğunlukla deneme yanılma yöntemi kullanmış, küpleri ekleyerek verilen görünümlere benzetmeye çalışmış ve en son görünmemesi gereken ayrıtları silerek yapıyı oluşturmaya çalışmıştır.

Yapı görünümü verilen şeklin çiziminde Esra haricindeki tüm öğrenciler materyal kullanmaya gerek duymadan çizimlerini tamamlayabilmiştir. Bu öğrenciler çizimden sonra kontrol amaçlı küpleri kullanarak çizdikleri şekillerin doğruluğundan emin olmuştur. Etkinliklerde oldukça zorlanan Esra ise küplerin konumlarını belirlemede güçlük yaşadığını ve yapıları çizemeyeceğini anladığında birim küpleri kullanarak geometrik cisimler oluşturmuş ve bu yapıya bakarak deneme yanılma yöntemi ile yapıyı tamamlamaya çalışmıştır. Öğrencilerin en çok zorlandığı bölüm olan farklı yönlerden görünümü verilen yapının çizme etkinliğinde ise Seda ve Esra haricindeki öğrenciler birim küp materyallerinden yardım almadan çizimleri tamamlayabilmiştir. Seda ve Esra ise bu bölümde verilen çizimleri tamamlayamayacaklarını anladıklarında birim küplerle yapıyı oluşturup yaptıkları hataların farkına varmıştır. Sonrasında hatalı çizimlerini düzeltmeye çalışmış ve bu şekilde yapıyı tamamlayabilmiştir.

Öğrencilerin tamamının yapı görünümü verilerin şeklin çizimi ve farklı yönlerden görünümü verilen yapının çizimi etkinliklerinde diyagramlardan faydalanıp düşüncelerini jestler aracılığıyla ifade etmeye çalıştığı görülmüştür. Özellikle öğrenciler en çok zorlandığı farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimi etkinliğinde daha yoğun olarak jest kullandığı görülmüştür. Bu bölümde öğrenciler farklı yönleri ifade edebilmek için daha çok ellerini kullanarak dikkate aldıkları yönlere göre çizecekleri yüzeyleri ifade etmeye çalışmıştır. Ayrıca diyagram üzerinde farklı görünümlerde çizecekleri küplerin yerlerini belirleyebilmişlerdir.

Yapı görünümü verilen şeklin çiziminde Esra haricindeki tüm öğrenciler blokları doğru bir şekilde konumlandırabilmiştir. Ancak Esra çizmekte zorlandığı için yanlış yönlerde doğru küpleri ilerlettiği ve farklı bölgelere küpler eklediği görülmüştür. Esra bu nedenle oluşturduğu küplere bakıp deneme yanılma yoluyla çizim yapmaya çalışmıştır.

Farklı yönlerden görünümü verilen yapıda öğrenciler farklı yönleri aynı anda çizimde organize edemediği için fazlalık veya yanlış konumda olan küpler çizmiştir. Sonrasında muhakeme yaparak görünümleri dikkate alıp gerekli düzeltmeleri yaparak şekil birimleri yardımıyla nihai çizimlerini oluşturabilmiştir. Esra bu bölümde diğer arkadaşlarından farklı olarak sıklıkla yön karmaşası yaşamıştır. Örneğin, üste eklemesi gereken küpü yan tarafa ve yanına eklemesi gereken küpü arkaya ekleme gibi yönleri karıştırmamasından dolayı hatalı çizimler yapmıştır.



## 4. TARTIŞMA ve SONUÇLAR

### 4.1. Tartışma

Bu araştırmanın amacı 7. sınıf öğrencilerinin birim küplerden oluşan yapıları izometrik kâğıtta çizme durumlarının incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda öğrencilerle yapılan klinik mülakatlarda, öğrencilerin çizimlerinden elde edilen yazılı dokümanlar ve video kayıtları detaylı bir şekilde bütüncül olarak analiz edilerek sonuçlar tartışılmıştır. Araştırmaya katılan tüm öğrencilerin çizimleri incelediğinde çoğu öğrencinin yapıları küp ekleme ve yapılardan küp çıkarma çizimlerde genel olarak başarılı olduğu söylenebilir. Yalnızca bir öğrencinin (Esra) yapıları global olarak düşünmede zorluk yaşadığı ve ilgili şekil birimlerini (yüz ve ayrıt) kullanmada sıkıntı yaşadığı gözlemlenmiştir.

Katılımcılardan Bora, çizim etkinliklerinin genelinde ağırlıklı olarak global düşünmüş ve çoklu yüzeyler oluşturarak çizimlerini tamamlamıştır. Küp ekleme ve çıkarma etkinliklerinde direkt olarak küpün eklendiği veya çıkarıldığı bölgeden çizimine başlaması, farklı yönlerden görünümü verilen yapıları çizerken farklı görünümü aynı anda koordine edebilmesi, yarım görünecek yüzeyleri çizebilmesi Bora'nın yapıları global düşünebildiğini göstermektedir. Çizimlerinde oluşturduğu çoklu yüzeylerdeki eksik olan ayrıtları şekil birimleri yardımıyla tamamlayabilmesi de Bora'nın çizimlerde lokal düşünebildiğini göstermektedir. Bora ayrıca tüm çizim etkinliklerini diğer katılımcılara göre daha kısa bir sürede başarıyla tamamlayabilmiştir. Bu durum Bora'nın resim yapabilme becerisi ve uzamsal muhakemesinin gelişmiş olması ile açıklanabilir. Bora çizim etkinlikleri esnasında araştırmacıya resim çizmeyi sevdiğini belirtip özellikle harflerin üç boyutlu görünümünü kâğıt üzerine yazarak şekiller oluşturmayı sevdiğini belirtmiştir. Bora ayrıca küçükken çok fazla Minecraft adlı bilgisayar oyununu oynadığını ve bu oyunda etkinlikte çizdiği üç boyutlu görünümlere benzer yapılar olduğunu söylemiştir. Bora'nın ön deneyimlerinin çizim etkinliklerinde başarılı olmasına olumlu yönde katkı sağladığı savunulabilir.

Katılımcılardan Seda çizimlerinde daha çok lokal özellikleri kullanarak çizimlerini tamamlamıştır. Seda'nın şekil birimleriyle izometrik kâğıtta birer birimlik doğru parçalarıyla küpleri oluşturarak yapıları adım adım oluşturmayı tercih ettiği gözlemlenmiştir. Çizimlerinde yarım görünecek yüzeyleri çizerken, çizim üzerine eklemeler yapıp görünmemesi gereken ayrıtları silerken, yapı görünümü ve farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimi etkinliğinde küplerin konumlarına dair

uzamsal çıkarımlarda bulunabilmesi öğrencinin global düşünebildiğini göstermektedir. Serdar'ın çizim süreçlerine bakıldığında ise düşünce ve yöntem yönüyle Seda ile benzerlik gösterdiği görülmektedir. Serdar, çizimlerinin genelinde lokal düşünmüş ve küçük adımlarla ilerlemeyi tercih etmiştir. Ayrıca küp ekleme-çıkarma ve farklı yönlerden görünümü verilen yapıları çizerken uzamsal muhakeme yapabildiği ve çoğunlukla global düşündüğü görülmüştür.

Çizim etkinliklerinin geneline bakıldığında Berk'in çizim süreçlerinin Bora'nın çizim süreçleriyle benzerlik gösterdiği bulunmuştur. Berk de çizimlerinin genelinde global düşündüğünü göstermiş ancak onu Bora'dan ayıran temel farklılık çizimlerini ilerletirken lokal özellikleri kullanarak yapıları tamamlaması olmuştur. Yani Bora çizimlerinde yapıların üç boyutlu görünümünü oluştururken birden fazla yüzeyi aynı anda çizmeyi tercih ederken Berk ise bu yapıları daha küçük şekil birimlerine parçalayıp çizimlerinde küçük adımlarla ilerlemeyi tercih etmiştir. Buna bireysel farklılıklardan kaynaklı seçimlerinin sebep olduğu söylenebilir. Bir diğer katılımcı Zehra ise bazı küp çıkarma etkinliğinde global düşünerek çizim yapmıştır. Çıkarılacak küpler hakkında muhakeme yapabilmesi ve çizimlerini birden fazla yüzey oluşturarak tamamlamaya çalışması bu görüşü desteklemektedir. Zehra küp ekleme ve farklı yönlerden görünümü verilen yapılan etkinliklerinde de global düşünüp muhakeme yapmış ancak çizimlerinde daha çok lokal özellikleri kullanmıştır. Zehra'nın çizim süreçlerindeki bu farklılığın küp çıkarma etkinliklerinin küp ekleme ve farklı yönlerden görünümü verilen yapının çizimi etkinliklerine göre ona daha kolay gelmesiyle açıklanabilir.

Son katılımcı Esra ise yapıların çiziminde oldukça zorlanarak etkinlikleri tamamlamış ve çoğunlukla lokal özellikleri kullanarak çizimlerini ilerletmiştir. Esra'nın çizimlerinde oldukça zorlanmasının nedeni çizimlerini yaparken uzamsal muhakeme yapmada zorlandığından dolayı global düşünememesi olabilir. Bu bağlamda küpleri çıkarırken, eklerken veya farklı yönlerden görünümü verilen yapıları çizerken çoğunlukla yön karmaşası yaşamış ve global düşünemediği için şekilleri kopyalamaya çalışıp çizim üzerinde eklemeler yaparak çizimlerini oluşturmaya çalışmıştır. Bu bağlamda ilgili alanyazın incelendiğinde Sinclair vd. (2018)'in yaptığı çalışmada öğrencilere herhangi bir talimat verilmeden çizdirilen şekilden sonra yapıda neler gördüğü sorulduğunda sadece global düşünebildiği ancak belirli talimatlar verilerek çizimler yaptırıldığında ise lokal ve global düşünebildiği görülmüştür. Bu çalışmada Sinclair vd. (2018)'den farklı olarak öğrencilere herhangi bir talimat verilmeden yapıları çizdirirken öğrencilerin farklı

boyutlarda global veya lokal düşünebildikleri görülmüştür. Bu duruma neden olarak yapılan bu çalışmada geometrik cisimlerin üç boyutlu görünümünün izometrik kâğıda çizilmesinden dolayı öğrencilerin daha gelişmiş düzeyde uzamsal muhakeme yapması gösterilebilir. Yani öğrencilerin çizimlerini tamamlayabilmesi için geometrik cisimleri çizerken global ve lokal özellikleri düşünmek zorunda oldukları söylenebilir. Tüm öğrencilerin çizim süreçleri incelendiğinde Esra haricindeki diğer öğrencilerin Duval (2002)'nin belirtmiş olduğu şekilde yapıların şekil birimleri arasında global ve lokal düşünüp gerekli dönüşümleri yapabildiği görülmüştür. Bunun yanında Bora ve Berk çizim etkinliklerinde diğer arkadaşlarına göre daha başarılı bir performans sergilemiştir.

Çalışmada öğrenciler sıklıkla diyagramlar üzerinden çizimlerini açıklamaya çalıştığı görülmüştür. Bu bağlamda öğrencilerin diyagram üzerinde kullandıkları jestlere bakıldığında daha çok küp birleştirme ve ayırma etkinliğinde yoğun olarak diyagramdan faydalandığı görülmüştür. Ayrık olan yapıları nasıl birleştireceklerini ifade ederken öğrenciler diyagram üzerinde parmaklarını izometrik kâğıtta sürükleyerek küpleri birleştirmiş gibi düşünerek muhakeme yapıp bu şekilde düşüncelerini ifade etmeye çalışmıştır. Ya da küplerden oluşan yapıları ayırma etkinliğinde diyagramda birbirinden ayrılacak bölümün üzerine parmağını koyarak nasıl çizim yapılması gerektiğine dair öğrenciler çıkarım yapmıştır. Benzer şekilde katılımcılar yarım görünmesi gereken yerleri ifade ederken parmağıyla diyagram üzerinde ilgili küpleri kapatıp ilgili yüzeyin nasıl görüneceğini diyagram üzerinden muhakeme yaparak tasarlayabilmiştir. Farklı yönlerden görünümde ise öğrenciler verilen diyagramlar üzerinde çizecekleri küplerin konumlarını ve hangi küplerin ne tarafa denk gelmesi gerektiğini kalemleriyle işaretleyerek belirtebilmiştir. Alanyazında Chen ve Herbst (2013) yaptıkları çalışmada öğrencilere diyagramda sınırlı veriler sunulduğunda öğrencilerin muhakeme yaparken diyagram üzerinde olmayan hayali şekil elemanlarını jestlerle ifade etmeye çalıştıklarını belirtmiştir. Bu bağlamda çalışmada elde edilen verilere bakılarak öğrencilerin Chen ve Herbst'in yaptığı araştırmaya benzer olarak çizimler esnasında düşüncelerini açıklamak için diyagramdan faydalanıp jestler aracılığıyla şekil birimlerini tasvir etmeye çalıştıkları görülmüştür.

Öğrenciler etkinlik sürecinde yaptıkları çizimlerini açıklamak için kullandıkları şekil birimlerini sözel olarak ifade etmekte zorlandıklarında çeşitli jestler kullanarak düşüncelerini açıklamaya çalışmıştır. Çalışmada bazı öğrenciler daha fazla jest kullanırken bazıları ise çizimlerini daha çok sözel olarak ifade etmeyi yeterli bulmuştur.

Çizim süreçlerinin geneline bakıldığında Bora, Berk, Serdar ve Zehra'nın, Seda ve Esra'ya kıyasla daha az jest kullandığı görülmüştür. Çizim etkinliklerinin genelinde Bora diğer arkadaşlarına göre daha az jest kullanırken, Seda diğer arkadaşlarından daha çok jest kullanarak düşüncelerini açıklamaya çalışmıştır. Bora çizimlerin çoğunda jest kullanmaya gerek duymadan çizimlerini sözel olarak açıklamaya çalışmıştır. Burada Seda ve Esra'nın çizim süreçlerinin genelinde diğer arkadaşlarına kıyasla daha fazla zorlandıkları düşünüldüğünde uzamsal muhakeme yapmada zorlanan öğrencilerin çizim yaparken düşüncelerini daha açık bir şekilde ifade edebilmek amacıyla jestlerden daha çok yararlanma gereksinimi duyduğu söylenebilir. Ayrıca öğrencilerinin tamamının en çok farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimi etkinliklerinde zorlandığı ve öğrenciler tarafından en çok bu bölümde jest kullanılması bu görüşü desteklemektedir. Okumuş ve Hollebrands (2019) yaptıkları çalışmada jestlerin şekil birimlerinin ifadesinde kullanabileceğini belirtmiştir. Öğrenciler Okumuş ve Hollebrands (2019)'un çalışmasına benzer şekilde farklı boyutlardaki şekil birimlerini jestlerle tasvir etmeye çalışmıştır. Bu bağlamda katılımcılar eklenecek veya çıkarılacak küpleri jestle ifade ederken üç boyutlu cisimleri tasvir etmeye çalışmıştır. Ayrıca, yapıları birleştirirken oluşan ara yüzleri göstermek için birden fazla yüzey oluşturacak şekilde ifade etmek istedikleri bölgeleri öğrenciler jestle anlatmaya çalışmıştır. Farklı yönlerden görünümleri çizimlerde oluşturmaya çalışırken öğrenciler ilgili yönden görünümdeki kısmı çizdiği esnada o yüzeyleri jestle ifade etmeye çalışmıştır. Öğrenciler yarım görünecek yüzeyleri açıklarken çizecekleri köşegeni ifade etmek için benzer şekilde jestlerden faydalandıkları görülmüştür.

Alanyazında yapılan çalışmalarda öğrencilerin izometrik çizimlerde zorlandığı ve çeşitli kavram yanılgılarına sahip oldukları belirtilmiştir (Boz Yaman, 2020; Duatepe Paksu, 2013). Bu çalışmalarda öğrencilerin çizimleri değerlendirilirken öğrenci çizimlerinin son hali üzerinden bu çıkarımlar yapılmıştır. Yapılan bu çalışmada ise alanyazındaki çalışmalardan farklı olarak öğrencilerin çizim süreçleri incelendiği için öğrenciler süreçte bazı hatalar yapsa da öğrencilerin çizimlerini tamamlaması sağlanmış ve öğrencinin yapıyı çizemeyecek kadar zorlandığı anlaşıldığında ise küp bloklardan destek alması sağlanmıştır. Dolayısıyla çalışmada öğrencilerin yaptıkları hatalar süreçte yer almış ve sonuç olarak çizimler başarılı bir şekilde sonlandırılmıştır. Bu bağlamda katılımcılardan Bora'nın çizim süreçlerine genel olarak bakıldığında şekil birimlerini kullanırken etkinliklerde son bölüme kadar başarılı bir şekilde gelebilmiştir. Son bölümde

ise farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizerken etkinlikte sunulan görünümleri ilk anda zihninde birleştiremediği için küpleri konumlandırmada bazı hatalar yapmıştır. Yaptığı hataları çizimden sonra farklı görünümlere bakarak anlayan Bora bu esnada yapıyı nasıl çizmesi gerektiği ile alakalı çıkarımlar yapmıştır. Sonrasında tüm çizimlerini silmek yerine sadece hatalı gördüğü ayrıtları global düşünerek silmiş ve doğru düşündüğü yerlere küpleri konumlandırmıştır. Bora'nın ilk etkinlikte yaptığı hatalardan ders alarak kendine bir yöntem geliştirdiği söylenebilir. Çünkü bir sonraki etkinlikte çizime başlarken belirleyeceği yönleri değiştirmesi ve aynı hatalara düşmemesi buna kanıt olarak sunulabilir. Öğrencilerin bu şekilde çizim esnasında hata yaparak yeni yöntemler geliştirdiği ve bu deneyimleri sonraki çizimlere aktardığı söylenebilir.

Katılımcılardan Seda çizimlerinde çoğunlukla şekil birimleriyle küçük adımlarla giderek yapıları oluşturmaya çalışmıştır. Küp ekleme etkinliklerinde eklenecek küpü çizmek için hata yaptığını anlayınca çizimin üzerine eklemeler yapıp hatalı çizdiği ayrıtları silmiştir. Seda'da farkına vardığı bu yöntemle çizmekte zorlandığı bölümleri bu şekilde tamamlamaya çalıştığı söylenebilir. Örneğin yapı görünümü verilen şekli ve farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizerken sıklıkla çizim üzerine eklemeler yapıp silmesi bu düşünceyi desteklemektedir. Seda en fazla hatayı farklı yönlerden görünümü verilen yapının çizimi etkinliğinde yapmıştır. Buna neden olarak bu bölümde uzamsal muhakeme yapmada daha çok zorlanması gösterilebilir. Katılımcılardan Serdar çizimlerinde genellikle çizdiği kısımlar üzerine eklemeler yaparak çizimlerini ilerletmiş ve görünmemesi gereken ayrıtları silmiştir. Serdar'ın bu şekilde çizim yapmasına küplerin içini boş düşünmesi sebep olmuş olabilir. Yan taraflara ekleyeceği küpleri içleri boş gibi düşünerek sıkıntı oluşmayacağını sanmış ancak çizim yaptıktan sonra şekil birimlerinin karıştığını görünce hata yaptığını anlayıp ilgili ayrıtları silmiştir. Ayrıca Serdar diğer arkadaşlarından farklı olarak küp eklerken izometrik kâğıtta önce bir altıgen oluşturup sonra içerisini tamamlamanın daha kolay bir yöntem olduğunu düşünmüş ve çizimleri boyunca ekleyeceği küpleri bu şekilde oluşturmaya çalışmıştır. Farklı yönlerden görünümü verilen yapının çiziminde ilk denemesinde görünümü organize edememiş sonrasında yaptığı hatalardan sonuçlar çıkararak doğru çizim yöntemi belirlemiştir.

Bir diğer katılımcı Berk ise çizimlerini şekil birimleriyle küçük adımlarla ilerleterek diğer arkadaşlarına göre daha başarılı çizimler yapmıştır. Bu bağlamda son bölüme kadar hatasız net çizimler yaparak gelmiştir. Yapı görünümü verilen şeklin çiziminde ise blokları çizerken çizim üzerine eklemeler yapıp görünmeyen ayrıtları silmiştir. Farklı

yönlerden görünümü verilen yapıyı çizerken de diğer arkadaşlarına göre daha az sürede yapıyı oluşturmuştur. Bu esnada küpleri silip doğru konumlara yerleştirirken şekil birimlerini hata yapmadan silip yeniden oluşturabilmiştir. Berk'in bu şekilde çizim yapabilmesinde resim yapma yeteneği ve uzamsal muhakemesinin gelişmiş olması etkili olmuş olabilir.

Görüşülen öğrencilerden Zehra'nın ise çizimlerinde oldukça başarılı olduğu ve çok nadir hatalar yaptığı görülmüştür. Son bölümde farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı çizerken de fazla zorlanmadan birkaç denemede doğru çizimin nasıl yapılacağını keşfedebilmiş ve hatalı yerleri dikkatli bir şekilde silerek küpleri doğru konumlarda çizmiştir. Zehra çizimler esnasında araştırmacıya daha önceki yıllarda kendisinden yaşça büyük kardeşinin ödevlerine bakarken yapıların üç boyutlu görünümünün çizimleriyle alakalı etkinlikler içerdiğini belirtmiştir. Zehra da bu yapıları çizmeye çalıştığını ve çizim yapmanın hoşuna gittiğini söylemiştir. Bu nedenle Zehra'nın çizimlerde başarılı olmasında daha önceki deneyimlerinin katkısı olduğu düşünülmektedir. Son katılımcı Esra ise çizimlerinde uzamsal düşünmede sıkıntı yaşadığı için oldukça zorlanmıştır. Öğrencinin yaşadığı bu zorluk, izometrik kâğıt kullanımı ile ilgili deneyim eksikliğinin yanı sıra üç boyutlu düşünebilmede anahtar role sahip olan uzamsal düşünebilme deneyiminin yeterince olmaması ile açıklanabilir. Esra'nın tüm etkinliklerde küpleri çizerken şekil birimlerini oluşturmada zorlanması, küpleri konumlandırırken yön karmaşası yaşaması, yapıları birleştirmede ve ayırmada zorluk çekmesi gibi detaylar araştırmacının bu yönde olan görüşünü destekler niteliktedir. Çizimler boyunca Esra'nın şekilleri kopyalayarak çizmesi, küpleri çizim üzerine ekleyerek deneme yanılma ile çizimleri ilerletmesi ve yapıları çizebilmek için küpleri kullanması Esra'nın uzamsal muhakeme yapmada zorlandığını göstermektedir.

Çalışmada öğrenciler küplerin çiziminde Brink (1993)'in yapmış olduğu çalışmada ortaya çıkan benzer hatalara rastlanılmamıştır. Burada çizimlerin izometrik kâğıt üzerinde yapılmasının hataların en aza indirilmesinde etkili olduğu söylenebilir. Öğrencilerden sadece Esra çizim esnasında uzamsal muhakeme yapmada sıkıntı yaşadığı için bazı çizimler esnasında küpleri oluşturmakta zorluk yaşamış ancak süreç sonucunda hatalarını düzeltmiştir. Lehrer vd. (1998)'nin yaptığı çalışmada ele alınan seviyelere bakıldığında bu çalışmada hem yaş grubundan kaynaklanan farklılık hem de çizimlerin izometrik kâğıtta yapılmasından ötürü tüm öğrencilerin Lehrer vd.'nin yaptığı çalışmadaki beşinci seviye içerisinde yer aldığı küpleri gerçek perspektifle oluşturabildikleri gözlenmiştir.

Süreçte Esra gibi öğrenciler bazı hatalar yapsa da sonuç olarak çizimlerinde küpün üç boyutlu perspektifini oluşturabilmiştir.

Öğrencilerin çizim deneyimleri ve açıklamaları incelendiğinde yapılardan küp çıkarma ve yapılara küp ekleme etkinliklerinin, farklı yönlerden görünümü verilen yapıların üç boyutlu görünümünü çizme etkinliklerine göre daha kolay olduğu anlaşılmıştır. Öğrencilerin genelinde küp ekleme ve çıkarma etkinliklerinde şekil birimlerini oluştururken daha rahat düşünüp muhakeme yapabildiği, çizimlerini daha hızlı bir şekilde oluşturup açıklayabildiği ve çizimde yapılan hataların bu etkinliklerde daha az olması bu görüşe kanıt olarak sunulabilir. Buradan hareketle farklı yönlerden görünümü verilen yapıların muhakeme edilmesi ve izometrik kâğıt üzerinde üç boyutlu görünümünün çizilmesi etkinliklerinin, diğerlerine göre daha üst düzey zihinsel düşünme faaliyetleri içerdiği söylenebilir.

Öğrenciler farklı yönlerden görünümü verilen yapıları çizerken farklı bakış açılarından elde edilen görüntüleri (ön, üst, sağ ve sol) birleştirmede zorlandıkları sıklıkla karşılaşılan bir durum olmuştur. Çizimler esnasında öğrencilerin sık sık yöntem değiştirdiği, bir başka deyişle hatalarını gördükçe yapıların çizimlerini zihinlerinde organize edebilmek için farklı şekilde düşünmeye çalıştıkları görülmüştür. Öğrenciler çizimler esnasında hata yaptıklarını anladıklarında farklı görünümleri daha analitik inceleyerek çizecekleri küplerin birlerine göre konumlarıyla alakalı muhakeme yapıp belirli sonuçlara varabilmiştir. Örneğin öğrenciler diyagramlardan faydalanıp global düşünerek hangi küplerin çizimde aynı yerde olması gerektiğini belirleyebilmiştir. Ya da öğrenciler sağ ve sol görünümün çizimde aynı yapıya ait olacağı gibi çıkarımları yapıp fazlalık olan küpleri silebilmiştir. Alanyazında bu konuda yapılan araştırmalarda öğrencilerin farklı yönlerden görünümü verilen yapıların çizimlerinde oldukça zorlandıkları, uzamsal muhakeme yapmada zorlanan öğrencilerin bu konuda başarısız olduğu, bazılarında teknolojik yazılım desteği veya somut materyallerle desteklenerek öğrencilerin uzamsal muhakemelerinin geliştiği ve çizimlerin yapılabildiği ifade edilmiştir. Alanyazın incelediğinde de benzer etkinlikleri içeren araştırmalarda da öğrencilerin farklı yönlerden görünümü verilen yapıların üç boyutlu görünümünün çizimlerinde zorlandıkları sonucuyla bu çalışmadaki sonuçlar örtüşmektedir (Ada, 2016; Ben-Chaim vd., 1989; Duatepe Paksu, 2013; Jehkins ve Osana 1998; Kösa, 2011; Lehrer vd., 1998; Yolcu, 2008; Yue, 2006).

Öğrencilerin çizim süreçleri boyunca yaptığı hatalar incelendiğinde Boz Yaman (2020)'ın yaptığı araştırmayla benzer sonuçlar elde edilmiştir. Öğrencilerin çizimler esnasında görünmesi gereken bazı ayrıtları çizmemesi veya görünmemesi gereken ayrıtları çizmesi, küplerin yanlış konumlandırılması, ayrıtların paralel çizilmemesi, üç boyutlu görünümünün çizilememesi gibi benzer hatalar çizimler esnasında bazı öğrencilerde görülmüştür. Ayrıca bu araştırmadan farklı olarak bazı öğrencilerin izometrik kâğıtta çizim esnasında yön karmaşası yaşadığı belirlenmiştir.

Çizim etkinlikleri boyunca tüm katılımcılardan elde edilen veriler ışığında akademik anlamda daha başarılı olan öğrencilerin akademik başarısı düşük olan öğrencilere göre daha iyi bir performans göstereceği varsayımına karşıt örneklerle karşılaşılmıştır. Örneğin akademik ortalaması katılımcılar arasında en düşük olan Bora, çizim etkinliklerinin geneline bakıldığında diğer arkadaşlarına göre uzamsal muhakemesinin daha gelişmiş olduğu, çizimlerinde global düşünme süreçlerinin daha ağırlıklı olduğu ve diğer arkadaşlarına oranla daha az hata yaptığı görülmüştür. Ayrıca Bora'nın çizim etkinliklerinin tamamını diğer arkadaşlarından daha kısa sürede bitirebilmesi de bu görüşü desteklemektedir. Wheatley ve Wheatley (1979), bu durumu bilginin beynin hangi tarafında işlendiğine bağlı olarak değişebileceğini belirtmiştir. Üç boyutlu düşünmede cinsiyet, video-bilgisayar oyunları oynama, resim yapma gibi özel ilgi alanları gibi birçok etkenin uzamsal muhakemede önemli rol oynadığı ifade edilmektedir (Cherney ve London, 2006). Dolayısıyla öğrenciler arasındaki bireysel farklılıklar, öğrencilerin ilgili alanları ve deneyimleri ile ilgili olabileceği düşünülmektedir.

Araştırmadaki çizim etkinliklerinde öğrencilerin çizim esnasında yeni yöntemler geliştirdiği bu yeni çizim yöntemleri sayesinde sonraki etkinlikleri daha pratik bir şekilde tamamlayabildikleri gözlemlenmiştir. Örneğin küp çizmekte zorlanan bazı öğrenciler zamanla izometrik kâğıtta noktaları kullanarak altıgen oluşturup sonrasında şekil birimleriyle iç kısımlardaki ayrıtlarını tamamlayarak daha kolay küp çizilebileceğini keşfetmiştir. Ya da küp eklemede veya birleştirmede zorlanan öğrenciler ekleyecekleri küpleri mevcut çizimin üzerine ekleyip sonrasında görünmemesi gereken ayrıtları silerek yapıları daha kolay bir şekilde oluşturabilmiş ve sonraki çizimlerinde de bu yöntemi kullanmıştır. Buradan diyagramlarla olan etkileşimlerin öğrencilerin uzamsal muhakemelerini geliştirmelerine olanak sağladığı söylenebilir. Ancak, çizimler esnasında bu etkileşimlerin olabilmesi için öğrencilere onları düşündürmeye yönelik etkinlikler

sunulmasının ve matematiksel düşüncelerini ifade etmelerini istemenin önemli bir yere sahip olduğu söylenebilir. Bu şekilde öğrenciler olası durumları muhakeme ederek çizimle alakalı zihinsel karmaşalarını azaltıp yeni fikirler üretebileceği düşünülmektedir.

Çalışmada öğrencilerin araştırmacıya çizimler esnasında sözel olarak yapmış olduğu açıklamaların önemli bir yere sahip olduğu görülmüştür. Öğrencilerin sorulan soruları cevaplamaya çalıştıkça diyagram üzerinde mantık yürüttüğü açıklayamadığı veya ifade etmede güçlük çektiği kısımlarda ise jestlere başvurduğu görülmüştür. Öğrencilerin çizimler esnasında yaptığı muhakemeler dikkate alındığında diyagramlar üzerinde düşünüp zihninde çizecekleri yapıları tasarlayabildiği görülmüştür. Benzer şekilde çizecekleri yapılarla alakalı ikilem yaşadıklarında diyagramlar üzerinde jestler kullanarak düşüncelerini netleştirebildikleri anlaşılmıştır. Buradan hareketle jestlerin ve diyagramların karşılıklı bir etkileşim içerisinde olup öğrencileri düşünmeye ve muhakemeye etmeye sevk ettiği düşünülebilir. Öğrenciler bu şekilde jestler aracılığıyla diyagramlardan faydalanarak araştırmacıya matematiksel düşüncelerini ifade edebildikleri görülmüştür. Ayrıca öğrenciler araştırmacıya çizim üzerinde oluşturdukları şekil birimlerini ifade etmek için de sıklıkla diyagram üzerinde şekil birimlerine yönelik jestlere başvurmuştur. Bu sonuçlar alan yazında benzer çalışmalarla bu yönüyle paralellik göstermektedir. Alanyazında belirtilen çalışmalarda da öğrencilerin kullandığı sözel ifadelerin düşüncelerini açığa çıkarmada önemli bir yere sahip olduğu belirtilmiş ve jestlerin bu düşünceleri karşı tarafa aktarırken muhakeme yapmayı olumlu yönde etkilediği belirtilmiştir (Chen ve Herbst, 2013; Macbeth, 2012; Nathan, 2008; Okumus ve Hollebrands 2019; Pratt, 2008; Thom, 2018; Tversky, 2011).

Öğrenciler böylece diyagram üzerindeki şekil birimlerini jestler yardımıyla ele alarak düşüncelerini farklı boyutlara taşıdıkları ifade edilebilir. Bu şekilde öğrencilerin iki boyutlu şekiller yardımıyla üç boyutlu yapılar hakkında muhakeme yapabildiği görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin üç boyutlu yapıları düşünürken de yapıları zihninde bozup iki veya bir boyutlu şekiller üzerine geçiş yaparak, farklı boyutlar arasında çıkarımlar yapıp çizim hakkında karar verebildiği gözlemlenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin lokal ve global özellikleri kullanarak bu özelliklerin arasında dönüşümlü bir şekilde ilişki kurabildiği ve çizimlerinde de bu özelliklerden yararlanarak muhakeme kabiliyetlerini geliştirdikleri söylenebilir. Araştırma bu açıdan ele alındığında alanyazındaki çalışmalarla örtüşmektedir (Chen ve Herbst, 2013; Châtelet, 1993; Duval, 2017; Sinclair vd., 2018). Örneğin, Sinclair vd.'nin yaptığı çalışmada öğrencilerden,

kendilerine verilen şekli belirli talimatlara göre aynısını çizmeleri istendikten sonra öğrencilere yaptıkları çizimde neler gördüğü sorulmuştur. Öğrenciler burada öncelikle çizdiği bir boyutlu şekil birimlerini (köşegen, doğru parçası) ifade etmiş daha sonra da buradan hareketle muhakeme yaparak çizdikleri iki boyutlu şekil birimlerini (üçgen, kare) de söyleyebilmiştir. Öğrenciler lokal özellikleri kullanarak muhakeme yapmış ve iki boyutlu şekil birimleri arasındaki bağlantıyı düşünerek yapıyı hem global hem de lokal olarak ele alabilmiştir.

Çizim etkinliklerinde öğrenciler araştırmacıya çizdiği şekil birimlerinin nedenini ifade etmeye çalışırken diyagramlardan faydalanıp çeşitli jestler kullanmıştır. Örneğin öğrenciler yarım çizilen ayrıtları açıklarken elini dikey bir şekilde diyagramdaki küpün üzerine yarısını kapatacak şekilde yerleştirerek ilgili şekil birimini açıklamaya çalışmıştır. Başka bir kısımda diğer öğrenci çıkaracağı bir küpü araştırmacıya açıklamak için eliyle hayali bir şekilde küpü kaldırıp tutar gibi yaparak alttan yukarıya doğru sürükleyip bir dinamik jest kullanmıştır. Öğrencilerin bu şekilde jestlerden faydalanarak şekil birimlerini daha fazla ön plana çıkarabildikleri söylenebilir. Bu yönüyle araştırmanın, jestlerin kullanılmasıyla birlikte şekil birimlerine vurgu yapan ilgili çalışmalarla benzer sonuca ulaştığı söylenebilir (Okumus ve Hollebrands, 2019; Pier vd., 2014; Sinclair vd., 2018; Walkington, 2014). Örneğin Sinclair vd. (2018) yaptıkları çalışmada öğrenciler çizdikleri şekillerin simetri eksenini ifade etmek için elini dik bir şekilde diyagramın ortasına koyarak jestle şekil birimini (köşegen) ifade etmeye çalışmıştır.

## 4.2. Sonuçlar

Bu b3l3mde 7. Sınıf 3ğrencilerinin izometrik kâğıtta birim k3plerden oluşan yapıları çizme durumlarının incelenmesinden elde edilen sonuçlara yer verilmiştir. İlgili sonuçlar, araştırma kapsamında ele alınan alt problemlerin, b3t3nc3l olarak bir arada değerlendirilmesiyle oluşturulmuştur. 3ğrencilerin farklı y3nlerden g3r3n3m3 verilen yapıların izometrik kâğıtta 3 boyutlu g3r3n3m3n3n çiziminde, k3p ekleme ve k3p çıkarma etkinliklerinde yapılan çizimlere g3re daha çok zorlandığı sonucuna ulaşılmıştır. Farklı y3nlerden g3r3n3m3 verilen yapıların izometrik kâğıtta çiziminde 3ğrencilerin daha çok zihinsel karmaşa yaşadığı g3r3lm3řt3r. Araştırmaya dahil 3ğrencilerden bazıları etkinliklerde global olarak d3ř3nemediği için yapıları zihninde hayal edememiş ve bu nedenle çoğu etkinlikle k3p blokları kullanıp, k3plere bakarak çizmeye çalışmıştır. Buna karşın çoğu 3ğrenci çizimleri yaparken somut materyal kullanmaya ihtiyaç duymamıştır. Çalışmaya katılan 3ğrencilerin çizimlerine ve açıklamalarına bakılarak uzamsal muhakemesi gelişmiş olan 3ğrencilerin 3 boyutlu yapıları belirli parçalar halinde çizdiği veya birkaç y3zeyi aynı anda oluşturabildiği anlaşılmıştır. Katılımcıların izometrik kâğıtta yaptıkları çizimlerde, yapıları oluştururken perspektiften dolayı çizim esnasında y3n karmaşası yaşadıkları g3r3lm3řt3r.

Katılımcıların izim s3recinde yapmış oldukları muhakemeler sayesinde daha 3nceden 3ğrenmedikleri çizim tekniklerini keşfedebilecekleri ve bu deneyimlerini yeni çizimlerde kullanabilecekleri anlaşılmıştır. Ayrıca 3ğrencilerden çizim esnasında d3ř3ncelerini açıklamalarının istenmesi sonucunda 3ğrencilerin çizimlerini ifade ederken farklı ayrıntıları da dikkate alarak yeni çıkarımlar 3retebildikleri anlaşılmıştır.

G3r3şmeye katılan 3ğrencilerin çizimle alakalı muhakeme yaparken, d3ř3ncelerini karşı tarafa aktarmakta zorlandığı bazı yerlerde çeşitli jestler kullanarak d3ř3ncelerini daha anlaşılır hale getirebildiği tespit edilmiştir. Bu kısımlarda jestlerin çizimler esnasında diyagramlarla karşılıklı bir etkileşim içerisinde olduğu ve 3ğrencilerin jestler yardımıyla Şekil birimlerini daha fazla 3n plana çıkarabildikleri g3r3lm3řt3r. Aynı zamanda 3ğrencilerin iki boyutlu olarak verilen diyagramlardan yararlanarak zihinlerinde tasarladığı 3 boyutlu yapılar hakkında çıkarımlar yapabildiği ve bu sayede 3ğrencilerin d3ř3nmekte zorlandığı kısımlarda diyagramlardan faydalanabildiği belirlenmiştir. Araştırmanın genelinde t3m 3ğrencilerin çizim s3releri incelendiğinde 3ğrencilerin en çok farklı y3nlerden g3r3n3m3 verilen yapılarını çizimi etkinliğinde zorlandığı g3r3lm3řt3r. Ayrıca 3ğrencilerin hepsi bu etkinliklerde Şekil birimlerini ifade etmeye

çalışırken diğer etkinliklere kıyasla jestleri daha yoğun olarak kullandıkları görülmüştür. Dolayısıyla ğrencilerin bilişsel olarak zorlandıkları etkinliklerde diğer etkinliklere kıyasla daha fazla jest kullanma eğiliminde olduğu bulunmuştur.



## 5. ÖNERİLER

Araştırmadan elde edilen sonuçlar ışığında ve benzer araştırmalara yönelik öneriler sunulabilir.

### 5.1. Öğretmenlere Yönelik Öğretimsel Öneriler

Bu çalışmada her ne kadar öğrencilerden çizimlerini birim küpler kullanmadan izometrik kâğıtta tamamlamaları hedeflense de ihtiyaç halinde öğrencilerin birim küpleri kullanmalarına izin verilmiştir. Bu şekilde, her bir öğrencinin çizimlerini tamamlamasına fırsat verilmiş olmakla birlikte araştırmanın sonuçlarına yönelik olarak gerçek sınıf ortamlarında birim küplerin kullanıldığı veya kullanılmadığı ortamlarda öğrencilerin karşılaşabilecekleri durumlar hakkında olası fikirler edinildiği düşünülmektedir. Araştırmada elde edilen verilerden yola çıkarak bazı öğrencilerin izometrik kâğıtla olan deneyimlerinin yetersiz olabileceği düşünüldüğünde, öğretmenlerin bu kazanımların öğretimine başlamadan önce öğrencileri izometrik kâğıda alıştırmak için bu araştırmada olduğu gibi benzer tarzda ön hazırlık etkinlikleri yaptırarak öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeyi artırılabilir. Bu şekilde öğrencilerin çizim etkinlikleri esnasında zorlanmadan kendilerine sunulan yeni kavramları daha kolay içselleştirip öğrenebilmelerine olanak sağlanabilir.

Yapılan araştırmada çizimler esnasında öğrencilere diyagram hakkında muhakeme yapabilmelerine olanak sağlayan sorular sorulduğunda, öğrencilerin diyagram üzerinde muhakeme yaparak çizimle alakalı yeni yöntemler geliştirebildiği ve bu deneyimlerini sonraki çizimlere aktarabildiği görülmüştür. Bu bağlamda öğretmenlerin çizim etkinlikleri esnasında öğrencilere kilit sorular yönelterek onları muhakeme yapmaya yönlendirecek öğretim ortamları oluşturması önerilmektedir. Böylece öğrenciler kendilerine sorulan sonda veya alternatif sorularla diyagram üzerinde muhakeme yapmaya teşvik edilerek daha önce farkına varamadığı veya düşünmekte zorlandığı bazı önemli noktaları kendilerinin yakalayabilecekleri düşünülmektedir.

Araştırmada öğrencilerin izometrik kâğıtta deneyimledikleri çizim süreçleri dikkate alındığında öğretmenler derste bu etkinlikleri öğrencilere sunarken öncelikle küp çıkarma etkinliklerini, sonrasında küp ekleme etkinlikleri ve en son farklı yönlerden görünümü verilen yapıları çizme etkinliklerini sunmaları önerilmektedir. Öğrencilere basit bir şekilde küp çıkarma ve ekleme etkinlikleri yaptırıldıktan sonra önce küplerden oluşan blokları ayırma ve sonrasında birleştirme etkinlikleri verilebilir. Bu bölümlerde bazı deneyimleri edinen öğrencilerin sonrasında yapı görünümü verilen şekli çizme farklı

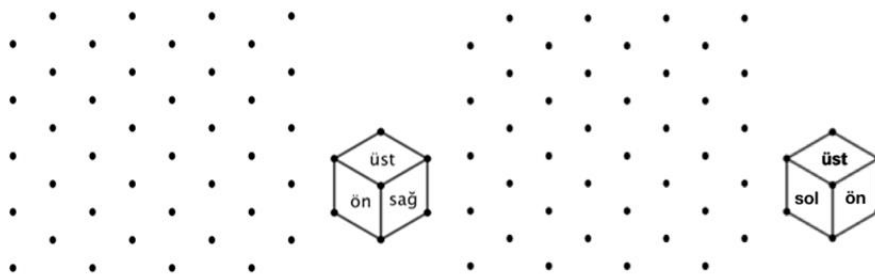
yönlerden görünümü verilen yapıları oluşturma etkinliklerinde daha az sıkıntı yaşayacakları ön görülmektedir.

Araştırmada öğrencileri en çok zorlayan bölümün farklı yönlerden görünümü verilen yapıları çizme etkinlikleri olduğu görülmüştür. Bu bağlamda derslerde bu tür etkinlikler sunulmadan önce öğrencilerin birim küp materyalleriyle veya teknoloji destekli olarak farklı yapıları oluşturmaları sağlanıp, onlardan bu yapıların farklı yönlerden görünümelerini incelemeleri istenebilir. Böylece öğrencilerin çizimler esnasında yapıları zihninde daha rahat canlandırabilecekleri düşünüldüğünden çizimlerde onlara kolaylık sağlayabilir.

## 5.2. Matematik Eğitimi Araştırmacılarına Yönelik Öneriler

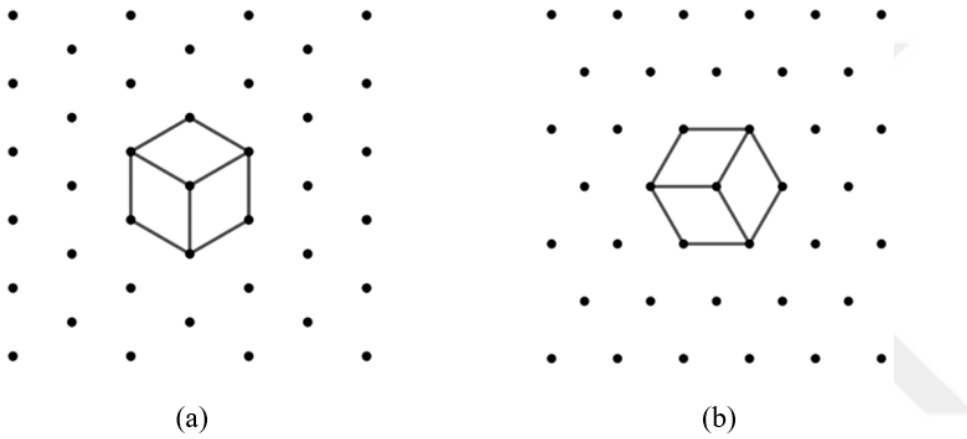
Erdoğan vd. (2019)'ın belirttiği gibi perspektif çizimleriyle alakalı konuların programdaki (MEB, 2018) yeri oldukça daraldığından veya bazı kısımları tamamen çıkarıldığı için öğrencilerin uzamsal muhakeme yapmasını gerektiren bu konularda daha çok sıkıntı yaşaması tahmin edilebilen bir durumdur. Bu konuların ders kitaplarında son kısımlara konması, öğretmenlerin bu konuları üstünkörü geçmesi, derslerde izometrik kâğıt veya noktalı kâğıt kullanmadan çizimler yapılması gibi durumlarla karşılaşmaktadır. Dolayısıyla bu tür konuların öğrenciler tarafından yeterince içselleştirilememesi sorunu ile karşılaşılabilir. İlerleyen zamanlarda araştırmacılar bu durumlara neden olan farklı etmenleri de araştırabilmek için öğretmenleri ve öğrencileri de içerisine alan farklı çalışmalar yapabilir.

Araştırmada bazı öğrencilerin izometrik kâğıtta çizim yaparken kabul edilen referans yönleri dikkate alsalar dahi çizimlerde bazen karışıklık yaşayabildikleri görülmüştür. Bu bağlamda yeni yapılacak çalışmalarda öğrencilere Şekil 127'de görüldüğü gibi referans kabul edilen yönlerin değiştirilmesine bağlı olarak öğrencilerin çizim deneyimleri daha detaylı incelenebilir. Böylece öğrencilerin uzamsal muhakeme yapma süreçleri ile alakalı daha farklı durumlar ortaya çıkarılıp bu durumlar karşılaştırılabilir.



Şekil 127. İzometrik kâğıtta farklı yönlerin referans alınmasına yönelik örnekler

İzometrik kâğıtta yapılan çizim etkinlerinin öğrencilerin uzamsal muhakemelerini geliştirdiği bilinmektedir (Ben Chaim vd., 1989; Kösa, 2011; Yue, 2006). Dolayısıyla izometrik kâğıtta öğrenciye sunulan etkinlikler onları farklı şekillerde düşünmeye sevk edici nitelikte olduğunda daha faydalı olabilir. Bu nedenle Şekil 128’de verilen görselden de görülebileceği üzere izometrik kâğıdın kullanım yönüne bağlı olarak çizimlerin farklılaşacağı anlaşılmaktadır. Bu durumda öğrencilerin aynı çizimi farklı yönlü bir izometrik kâğıtta yaptığında önceki bilgisini yeni duruma nasıl aktaracağı araştırılabilir. Böylece farklı çizim süreçleri karşılaştırılarak öğrencilerin uzamsal muhakemeleri hakkında daha derinlemesine bilgiler elde edilebilir.



**Şekil 128.** İzometrik kâğıdın kullanılış yönüyle alakalı görseller.

Yapılan çalışmada bazı öğrencilerin küpleri sıradan bir şekilde çizerken bazılarının izometrik kâğıtta öncelikle bir altıgen çizip sonra iç bölgelerini oluşturduğu görülmüştür. Ya da çizimler esnasında global düşünen öğrencilerin yapıları yüzeyler oluşturarak çizdiği bazılarının ise küçük adımlarla çizmeyi tercih ettiği görülmüştür. Küp ekleme veya çıkarma etkinliklerinde çizime başlarken bazı öğrencilerin eklenen veya çıkarılan bölümlerden bazı öğrencilerin ise ön veya arka kısımdan başladığı görülmüştür. Benzer şekilde yapıları ayırma ve birleştirme etkinliğinde de bazı öğrencilerin ayrılan veya birleşen bölgeden bazılarının da ön taraftan çizime başladığı görülmüştür. Bu bağlamda ilerleyen süreçte yapılacak çalışmalarda belirlenen kriterlere göre öğrencilerin çizim süreçlerinde kullandıkları yöntemler farklı seviyelere göre kategorize edilebilir. Öğrencilerin seviyelerini belirlemeye yönelik dereceli puanlama anahtarları geliştirilerek öğrencilerin uzamsal muhakeme seviyeleri karşılaştırılabilir.

## KAYNAKLAR

- Ada, K. (2016). Beyin temelli öğrenme kuramına yönelik tasarlanan eğitim ortamında 7. sınıf öğrencilerinin uzamsal becerilerinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Rize, Türkiye, 290 s.
- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S., ve Halıcıoğlu, S. (2014). Temel matematik kavramların künyesi. Gazi Kitabevi, 2. Baskı, ISBN: 9786053441373, 620s, 551.
- Baki, A. (2020). Matematiği öğretme bilgisi. Pegem Akademi, 3. Baskı, ISBN: 9786052410318, 779s, 626.
- Baykul, Y. (2009). Ortaokulda matematik öğretimi (5-8. sınıflar). Pegem Akademi, 1. Baskı, 669s., 94.
- Boz Yaman, B. (2020). Geometri ve ölçme öğretimi: tanımlar, kavramlar ve etkinlikler. Pegem Akademi, 1. Baskı, ISBN 978-625-7880-72-5, 716s., Ertekin, E., Ünlü, M., (Ed.), 509-511.
- Ben Chaim, D., Lappan, G., and Houang, R. T. (1989). Adolescents' ability to communicate spatial information: Analyzing and effecting students' performance. *Educational Studies in Mathematics*, 20(2), 121-146. <https://doi.org/10.1007/BF00579459>
- Cain, P. (2010). Drawing: the enactive evolution of the practitioner. Chicago: University of Chicago Press.
- Châtelet, G. (2000). Figuring space: Philosophy, mathematics and physics (R. Shore and M. Zagha, Trans.). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Chen, C. L., and Herbst, P. (2012). The interplay among gestures, discourse, and diagrams in students' geometrical reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 83, 285–307. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9454-2>
- Cherney, I. D., and London, K. (2006). Gender linked differences in the toys, television shows, computer games, and outdoor activities of 5-to 13-year-old children. *Sex Roles*, 54(9-10), 717-726. <https://doi.org/10.1007/s11199-006-9037-8>
- Davis, B., (2015). Spatial reasoning in the early years: Principles, assertions, and speculations. New York, NY: Routledge.
- Duatepe Paksu, A., (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik yapılara ilişkin çizim becerilerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 21(3), 827-840.
- Dursun, Ö. (2010). The relationships among preservice teachers' spatial visualization ability, geometry self-efficacy, and spatial anxiety. Unpublished Masters' Thesis. Middle East Technical University, Ankara, Türkiye, 154 s.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. In C. Mammana and V. Villani (Eds.), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century*, 37–52. Dordrecht: Kluwer.

- Duval, R. (2002). Proof understanding in mathematics: What ways for students? Proceedings of 2002 International Conference on Mathematics: Understanding Proving and Proving to Understand, 61-77.
- Duval, R. (2014). Commentary: Linking epistemology and semio-cognitive modeling in visualization. *ZDM Mathematics Education*, 46(1), 159–170.
- Duval, R. (2017). Understanding the mathematical way of thinking-The registers of semiotic representations. *Springer International Publishing*.
- De Freitas, E., and Sinclair, N. (2013). New materialist ontologies in mathematics education: The body in/of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 83(3), 453-470. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9465-z>
- Erdoğan, A., Denizli, Z. A., ve Çoban, F. N. (2019). Niçin Bazı Kavramlar Matematik Dersi Öğretim Programlarında Tutunamıyor? Perspektif Çizimler Örneği. *Elementary Education Online*, 18(4).
- Eryaman, Z. (2009). A study on sixth grade students' spatial reasoning regarding 2D representations of 3d objects. Unpublished Masters' Thesis. Middle East Technical University, Ankara, Türkiye, 107 s.
- Ginsburg, H. P., Jacobs, S. F., and Lopez, L. S. (1998). The teacher's guide to flexible interviewing in the classroom: Learning what children know about math. Boston, MA: Allyn & Bacon.
- Ginsburg, H. P., and Dolan, A. O. (2011). Assessment. In F. Fennell (Ed.), *Achieving fluency: Special education and mathematics*, 85–104. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Glenberg, A. M. (2010). Embodiment as a unifying perspective for psychology. *Wiley Interdisciplinary Reviews*, 1(4), 586–596. <https://doi.org/10.1002/wcs.55>
- Gutiérrez, A. (1996). Children's ability for using different plane representations of space figures. *New directions in geometry education*, 33-42.
- Hunting, R. P. (1997). Clinical interview methods in mathematics education research and practice. *Journal of Mathematical Behavior*, 16, 145–165.
- Jacobs, V. R., Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., and Battey, D. (2007). Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary School. *Journal for Researching Mathematics Education*, 38, 258–288. <https://doi.org/10.2307/30034868>
- Kalay, H. (2015). 7. sınıf öğrencilerinin uzamsal yönelim becerilerini geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi. Yüksek lisans tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye, 170 s.

- Kakmacı, Ö. (2009). Altıncı sınıf öğrencilerinin uzamsal görselleştirme başarılarının bazı değişkenler açısından incelenmesi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Osman Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, Türkiye, 63 s.
- Kirk, J., Miller, M. L., and Miller, M. L. (1986). Reliability and validity in qualitative research. Beverly Hills, CA:Sage.
- Knoespel, K. (2000). Diagrammatic writing and the configuration of space. Introduction to Gilles Châtelet, *Figuring Space: Philosophy, Mathematics, and Physics*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Kösa, T. (2011). Ortaöğretim öğrencilerinin uzamsal becerilerinin incelenmesi. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye, 363 s.
- Kösa, T. (2016). Matematik Eğitiminde Teoriler. Pegem Akademi, 1. Baskı, ISBN: 9786053183808, 1017s., Bingölbali, Aslan, E., S., Zembat, İ. Ö., (Ed.), 329.
- Lakoff, G., ve Núñez, R. E. (2000). Where mathematics comes from: how the embodied mind brings mathematics into being. New York: Basic Books.
- Lappan, G., Fey, J. T., and Phillips, E. D. (1998). Ruins of Montarek: Spatial Visualization (Vol. 8). Dale Seymour Publication.
- Lehrer, R., Jenkins, M., and Osana, H. (1998). Longitudinal study of children's reasoning about space and geometry. In R. Lehrer and D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 137–167). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- MEB (2018). İlköğretim matematik dersi (1-8.sınıflar) öğretim programı. Ankara Devlet Kitapları Basımevi.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2014). İlköğretim matematik 7 ders kitabı. Ankara: Devlet Kitapları, 3.Basım, 283s., Sezer, R. (Ed.), 234-235.
- Macbeth, D. (2012). Seeing how it goes: Paper-and-pencil reasoning in mathematical practice. *Philosophia Mathematica*, 20(1), 58-85.
- Merriam, S. B. (2013). Nitel araştırma: desen ve uygulama için bir rehber (S. Turan, Çev.). Nobel Akademi Yayıncılık, 3. Basım, ISBN : 978-605-133-250-5, 292s., 41.
- Nathan, M. J. (2008). An embodied cognition perspective on symbols, gesture, and grounding instruction. *Symbols and embodiment: Debates on meaning and cognition*, 18, 375-396.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.
- Okumus, S., and Hollebrands, K. (2019). Middle school students' employments of gestures for forming three-dimensional objects using an extrusion or spinning

- method. *The Journal of Mathematical Behavior*, 56, 100737. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.100737>
- Olkun, S. ve Altun, A., (2003). İlköğretim Öğrencilerinin bilgisayar deneyimleri ile uzamsal düşünme ve geometri başarıları arasındaki ilişki. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 2(4), 1-7.
- Patton, M. Q. (2018). Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri. Pegem Akademi, 2. Baskı, ISBN: 9786053649335, 680s., Bütün, M., Demir, S., B., (Ç. Ed.), 238.
- Pietarinen, A. V. (2015). Two papers on existential graphs by Charles Peirce. *Synthese*, 192(4), 881-922. <https://doi.org/10.1007/s11229-014-0498-y>
- Pratt, D., Johnston-Wilder, P., Ainley, J., and Mason, J. (2008). Local and Global Thinking in Statistical Inference. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 107-129.
- Sarı, M. H. (2016). Uzamsal Beceri ve Uzamsal Kaygı Arasındaki İlişki: Sınıf Öğretmeni Adayları Üzerine Bir Araştırma. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(3), 646-658.
- Sinclair, N., Moss, J., Hawes, Z., and Stephenson, C. (2018). Learning through and from drawing in early years geometry. In *Visualizing Mathematics*, Springer, Cham. 229-252. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-98767-5\\_11](https://doi.org/10.1007/978-3-319-98767-5_11)
- Smith, S., (1998). An introduction to geometry through shape, vision and position. Unpublished manuscript. University of Stellenbosch, Stellenbosch, South Africa.
- Sullivan, P., Mousley, J., and Zevenbergen, R. (2006). Teacher actions to maximize mathematics learning opportunities in heterogeneous classrooms. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4(1), 117-143.
- Stake, R. E. (2006). Multiple case study analysis. New York, NY. Guilford Press.
- Şahin, H. B., Akar, N. ve Fidan, Ü. (2016). Temel matematiksel kavramlar ve uygulamaları. Pegem Akademi, 1. Baskı, ISBN: 9786053187554, 624s., Elçi, A., N., Bukova Güzel, E., Ev Çimen, E., (Ed.), 603.
- Şimşek, E., B. (2012). Dinamik geometri yazılımı kullanmanın ilköğretim 6. Sınıf öğrencilerinin matematik dersindeki akademik başarılarına ve uzamsal yeteneklerine etkisi. Yüksek Lisans Tezi. Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Rize, Türkiye, 227 s.
- Thom, J. S. (2018). (Re)(con)figuring space: Three children's geometric reasonings. In I. Elia, J. Mulligan, A. Anderson, A. Baccaglioni-Frank and C. Benz (Eds.), *Contemporary research and perspectives on early childhood mathematics education*.
- Toptaş, V., and Karaca, E. T. (2017). An Analysis of Pre-service Elementary School Teachers' Skills in Geometrical Drawing Using Isometric Paper. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 10(2), 309-314.

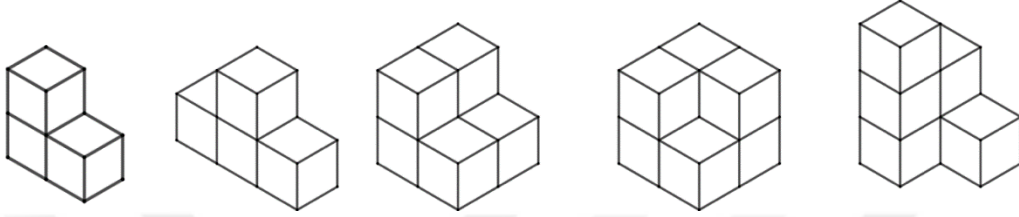
- Turğut, M. (2007). İlköğretim ikinci kademedeki öğrencilerin uzamsal yeteneklerinin incelenmesi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir, Türkiye, 184 s.
- Tversky, B. (2011). Tools for thought. In B. Benedetti ve V. Cook, Editors, *Language and bilingual cognition*. Pp. 131-139. New York: Psychology Press.
- Tversky, B., Jamalain, A., Giardino, V., Kang, S., and Kessell, A. (2013). Comparing gestures and diagrams. In Proceedings of the 10th International Gesture Workshop. Tilburg, The Netherlands: Tilburg Center for Cognition and Communication, Tilburg University.
- Uzun, N. (2013). Dinamik geometri yazılımlarının bilgisayar destekli öğretim ve akıllı tahta ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarında kullanımının öğrencilerin akademik başarısına, uzamsal görselleştirme becerisine ve uzamsal düşünme becerisine ilişkin tutumlarına etkisi. Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara, Türkiye, 160 s.
- Brink, J. (1993). Different aspects in designing mathematics education: Three examples from the Freudenthal Institute. *Educational Studies in Mathematics*, 24(1), 35-64.
- Walkington, C., Boncoddò, R., Williams, C., Nathan, M. J., Alibali, M. W., Simon, E., and Pier, E. L. (2014). Being mathematical relations: Dynamic gestures support mathematical reasoning. Boulder, CO: University of Colorado.
- Wheatley, C. & Wheatley, G. (1979). Developing spatial ability. *Mathematics in Schools*, 8(1), 10-11.
- Yıldız, B. (2009). Üç boyutlu sanal ortam ve somut materyal kullanımının uzamsal görselleştirme ve zihinsel döndürme becerilerine etkileri. Yüksek Lisans Tezi. Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara, Türkiye, 99 s.
- Yıldız, B., ve Tüzün, H. (2011). Üç boyutlu sanal ortam ve somut materyal kullanımının uzamsal yeteneğe etkileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41(41).
- Yildirim, A., ve Şimşek, H. (2016). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. Seçkin Yayıncılık, 10. Baskı, ISBN: 9789750239991, 432s., 118.
- Yin, R. (1984). Case study research: design and methods. (3. Edition). California: Sage Publications.
- Yue, J. (2006). Spatial visualization by isometric drawing. In Proceedings of the 2006 Ijmeintertech Conference, Union, New Jersey.
- Yolcu, B. (2008). Altıncı sınıf öğrencilerinin uzamsal yeteneklerini somut modeller ve bilgisayar uygulamaları ile geliştirme çalışmaları. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, Türkiye, 165 s.

## EKLER

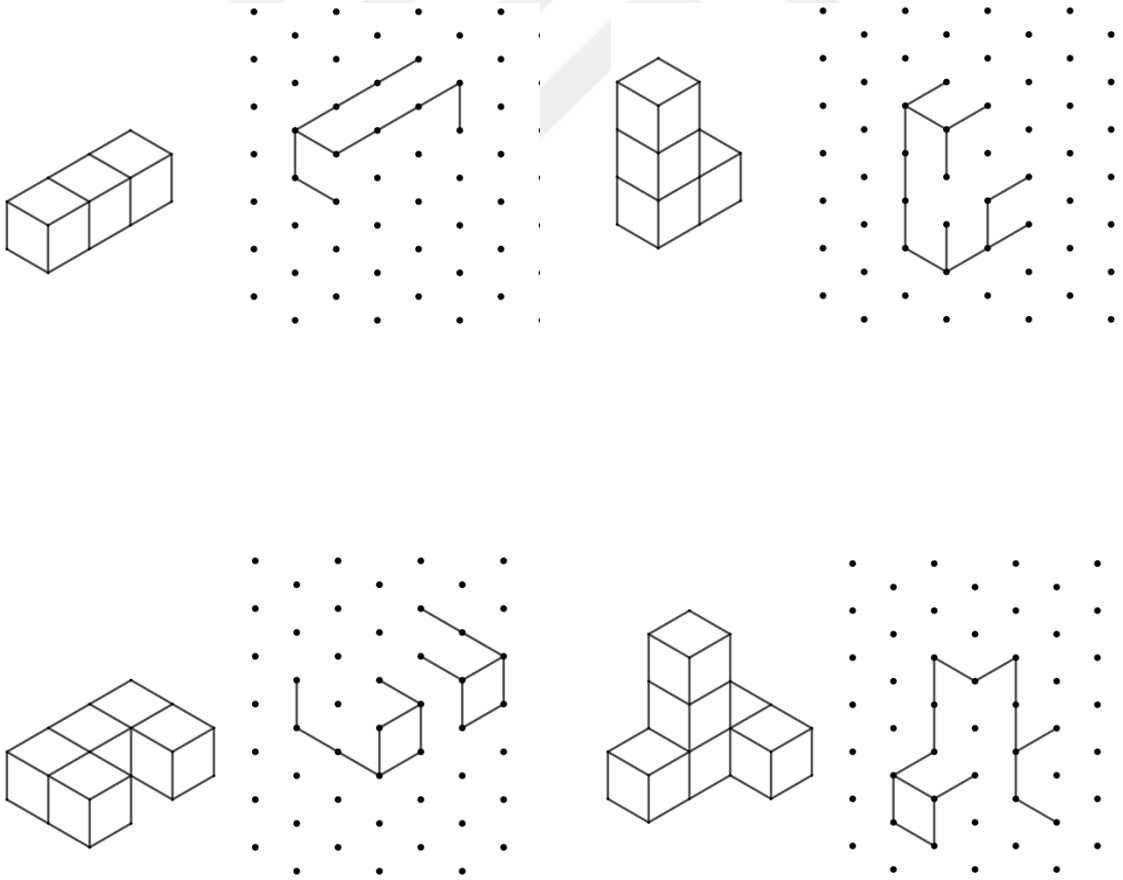
### Ek 1. Ön Hazırlık Çalışma Yaprakları

#### Birim küpler kullanalım ve yapılar oluşturalım

Aşağıda verilen birim küplerden oluşan yapıların aynısını küpler kullanarak oluşturalım.



Aşağıda verilen yapıları aynısını izometrik kâğıtta çizilen yerden itibaren tamamlayalım ve sonrasında yapıları birim küplerle oluşturalım.



**Ek 1. (Devamı)**

**Birim küplerden oluşan yapıların farklı yönlerden görünümlerini çizelim**

Aşağıda verilen birim küplerden oluşan yapıların önden, sağ yandan ve üstten görünümlerini kareli kâğıda çizelim.



**Önden görünüm**      **Sağ yandan görünüm**      **Üstten görünüm**






**Önden görünüm**      **Sağ yandan görünüm**      **Üstten görünüm**






**Önden görünüm**      **Sağ yandan görünüm**      **Üstten görünüm**



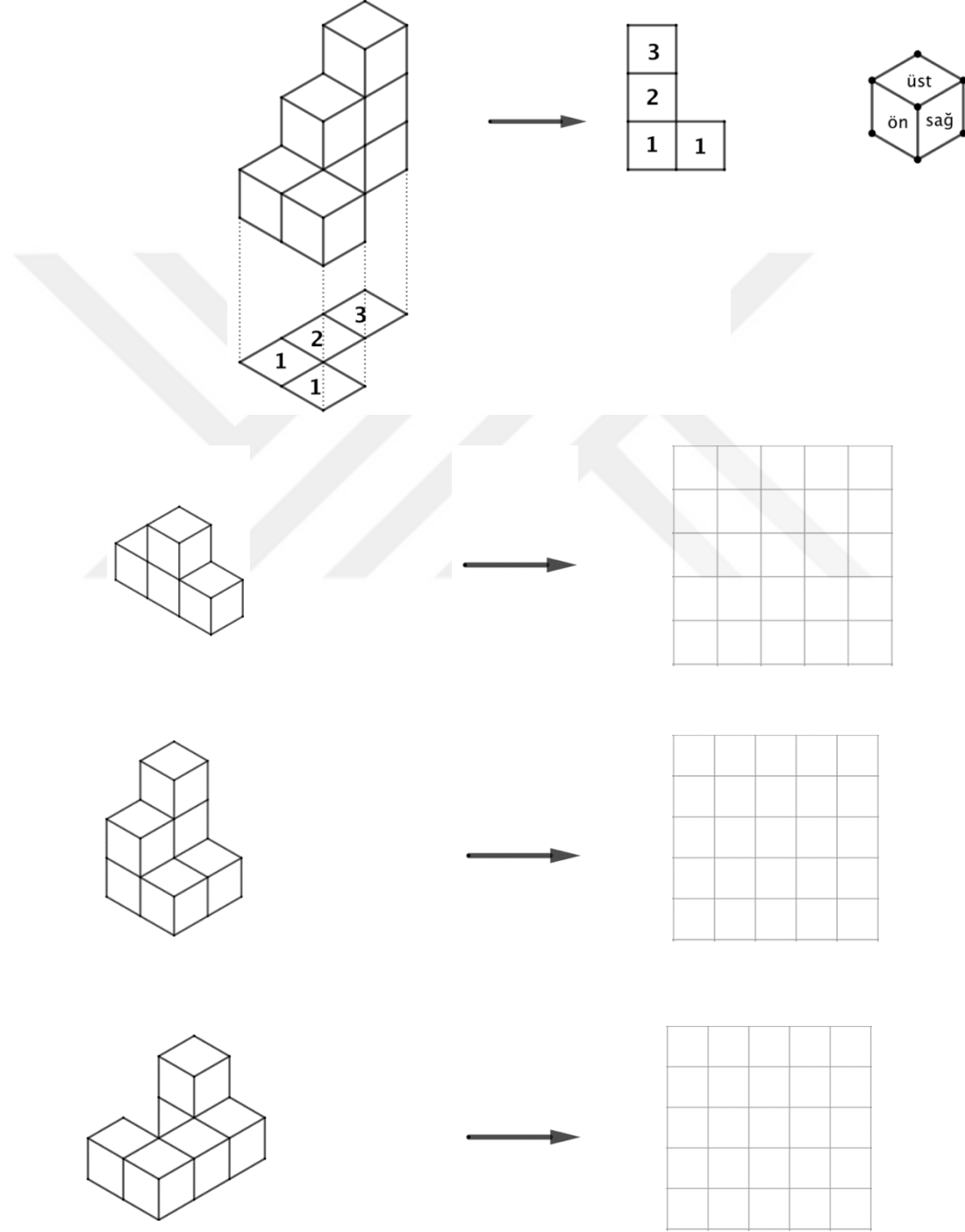



Birim küpler kullanarak cevaplarımızı kontrol edelim.

## Ek 1. (Devamı)

### Birim küplerden oluşan yapıları tabanlarına göre inceleyelim

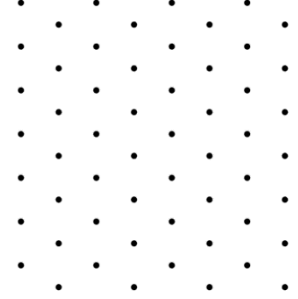
Verilen yapıların üstten görünümünü örnekte verildiği gibi kâğıda çizelim.  
(Üstten görünümde verilen karelerin içerisindeki sayılar o sütunda üst üste yükselen birim küp sayısını göstermektedir.)



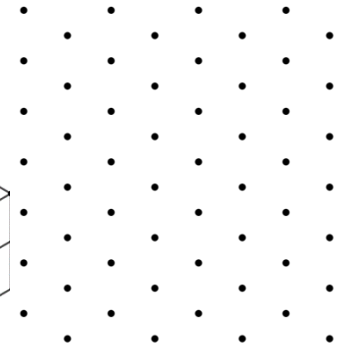
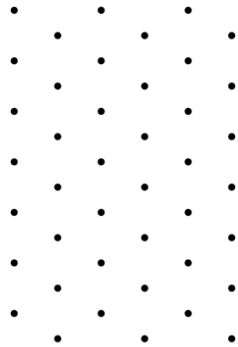
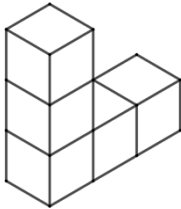
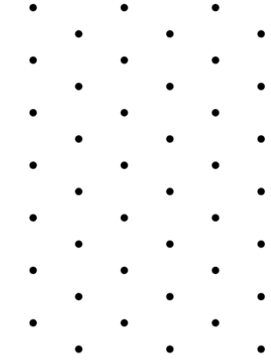
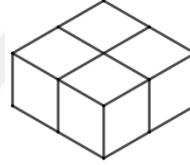
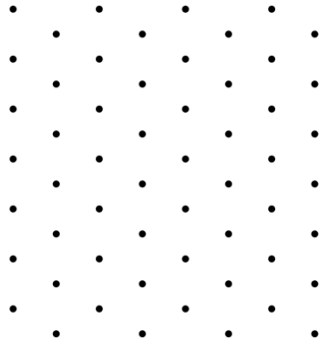
**Ek 1. (Devamı)**

**Çalışma Yaprağı 1 (Birim küplerden oluşan yapıları izometrik kâğıtta çizelim)**

Yandaki izometrik kâğıda bir tane birim küp çizelim.



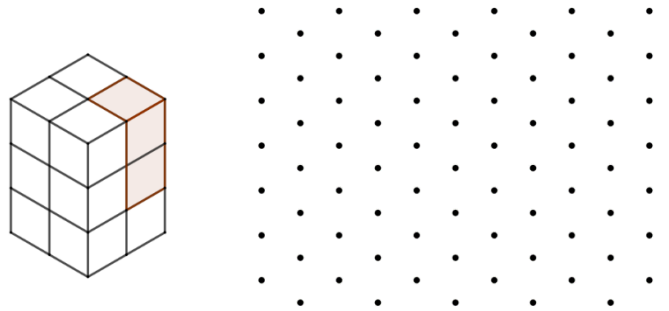
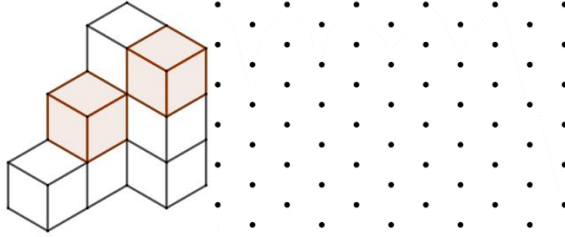
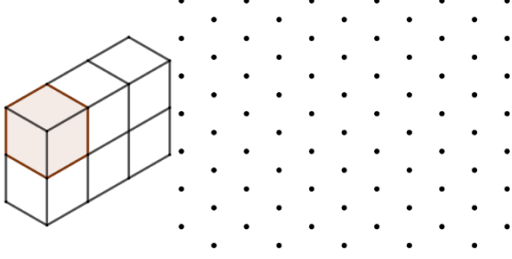
Verilerin yapıların aynılarını izometrik kâğıda çizelim ve sonrasında yapıları birim küplerle oluşturalım.



## Ek 2. Araştırmada Kullanılan Etkinlikler

### Birim küplerden oluşan yapılardan küpler çıkartalım

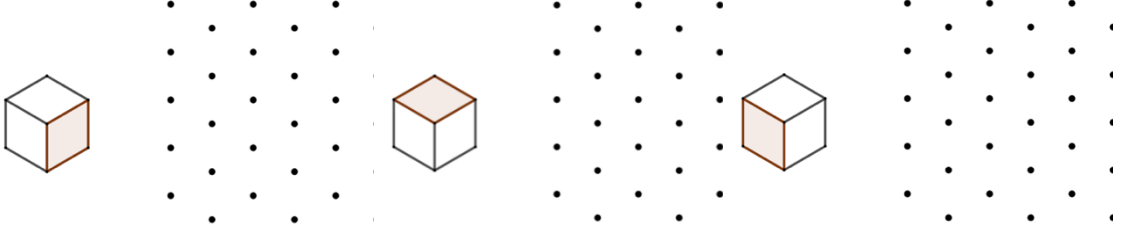
Verilen yapıardan taralı olan kısımlardaki küpleri çıkararak yapıyı izometrik kâğıda yeniden çizelim.



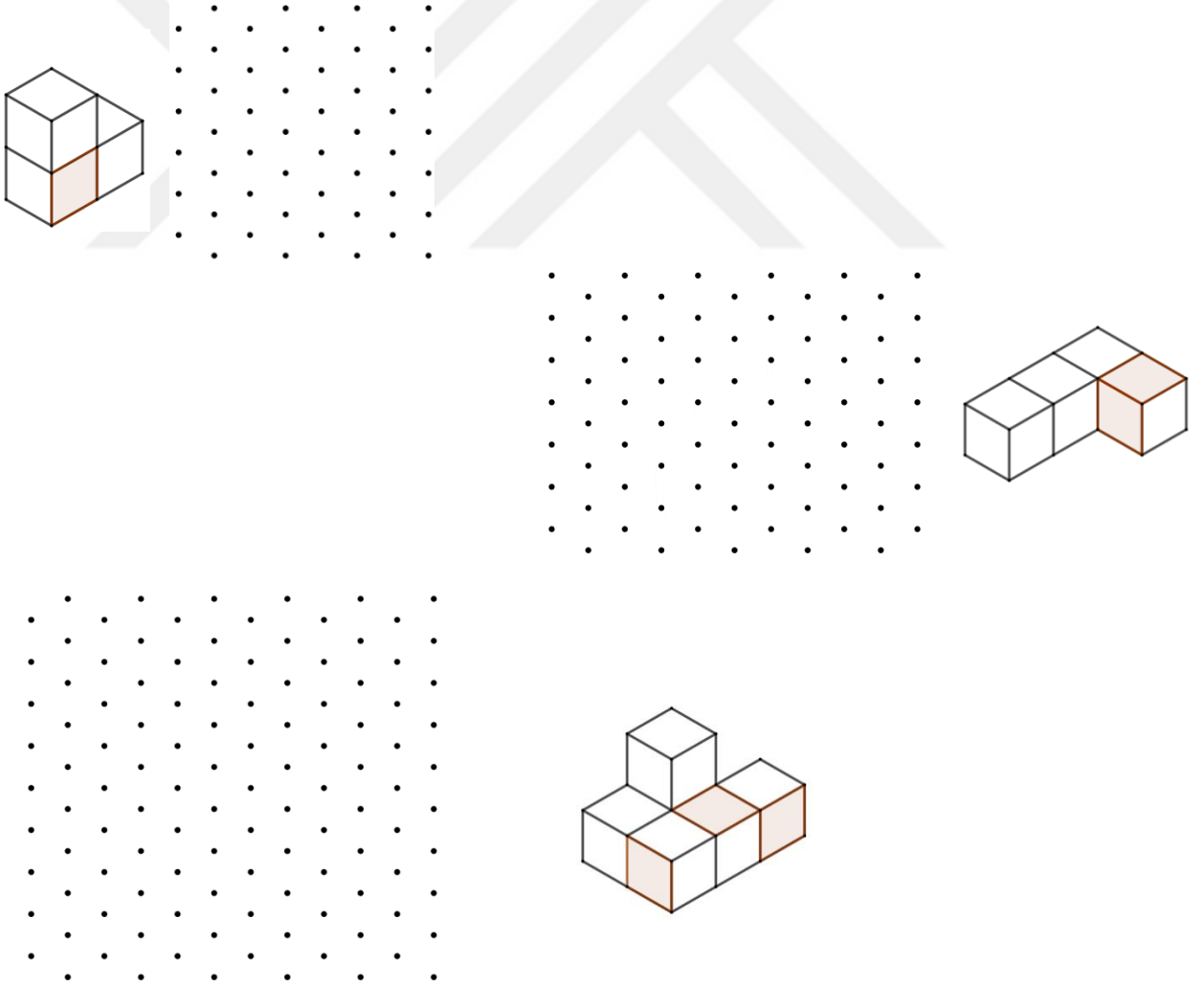
## Ek 2. (Devamı)

### Birim küplerden oluşan yapılara küpler ekleyelim

Aşağıda verilen küplerin boyalı yüzü yerlerine temas eden bir tane küp ekleyerek yeni oluşan şekli izometrik kâğıda çizelim.



Verilen yapıların taralı bölgelerine birer tane daha küp ekleyerek oluşacak yeni yapıyı izometrik kâğıda çizelim.



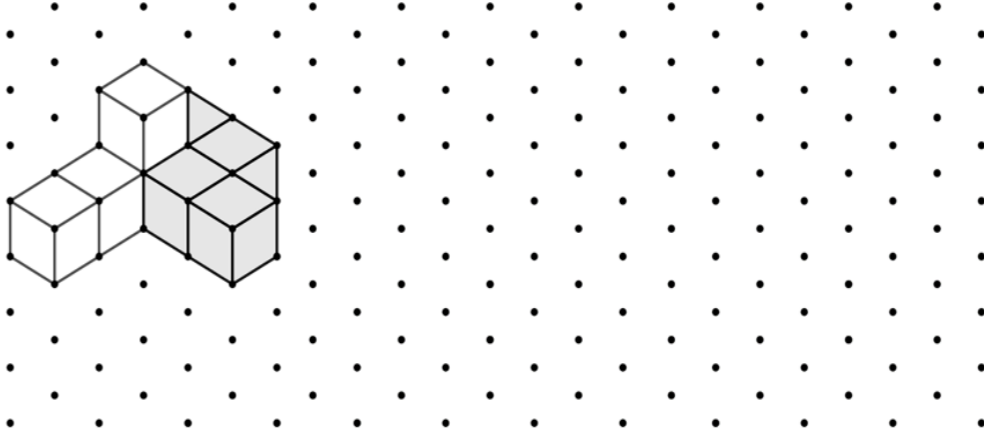
## Ek 2. (Devamı)

### Birim küplerden oluşan blokları birbirinden ayırılım

Aşağıdaki birim küplerden oluşan yapıda 4 tane beyaz küp ve 4 tane siyah küp kullanılmıştır. Buna göre bu yapıdaki beyaz küplerden ve siyah küplerden oluşan blokları birbirinden ayırarak oluşan yeni yapıları aşağıda verilen yerlere çiziniz.

4 tane beyaz küpten oluşan blok

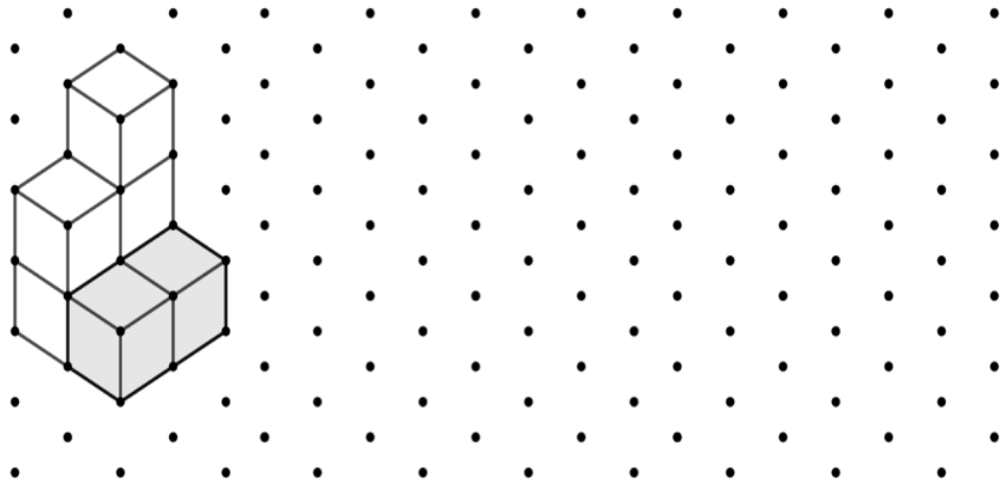
4 tane siyah küpten oluşan blok



Aşağıdaki birim küplerden oluşan yapıda 4 tane beyaz küp ve 3 tane siyah küp kullanılmıştır. Buna göre bu yapıdaki beyaz küplerden ve siyah küplerden oluşan blokları birbirinden ayırarak oluşan yeni yapıları aşağıda verilen yerlere çiziniz

4 tane beyaz küpten oluşan blok

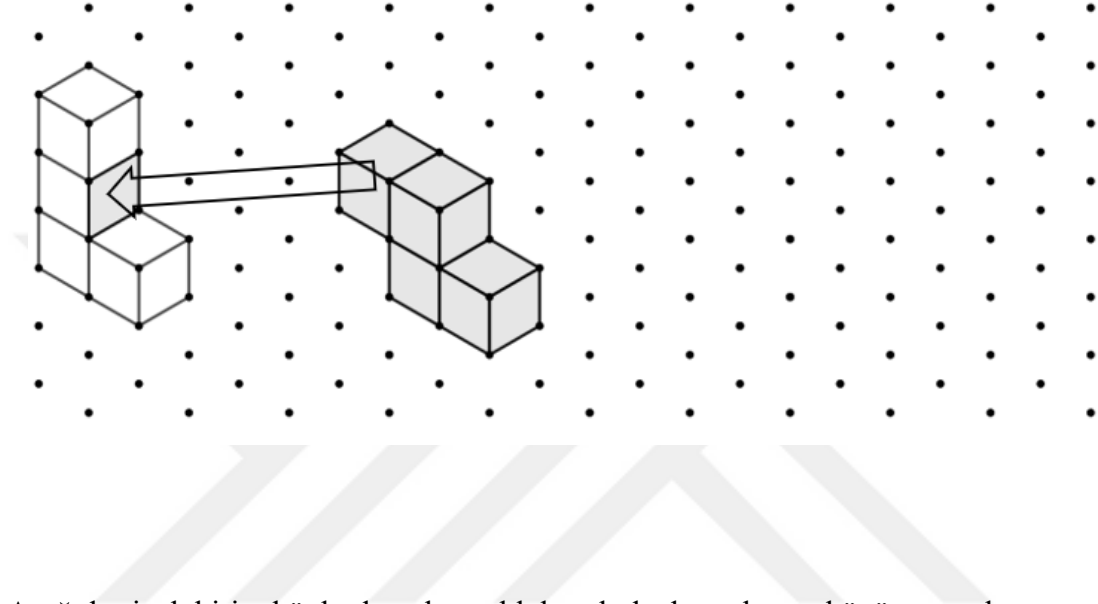
3 tane siyah küpten oluşan blok



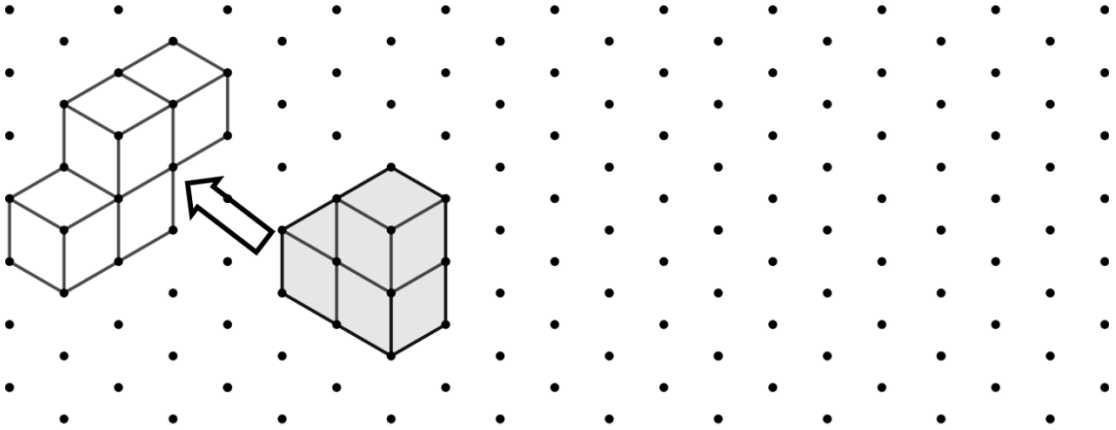
## Ek 2. (Devamı)

### Birim küplerden oluşan blokları birbirine ekleyip çizelim

Aşağıdaki siyah birim küplerden oluşan blok, beyaz küpün taralı kısmına denk gelecek şekilde birleştiriliyor. Bu iki bloğun birleşmesiyle oluşan yapıyı izometrik kâğıda çiziniz.



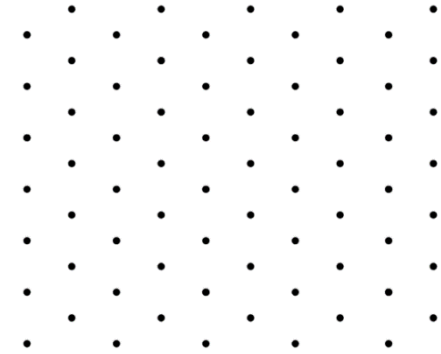
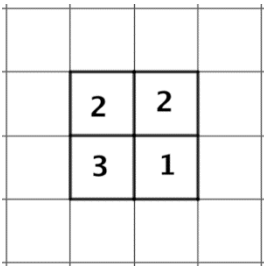
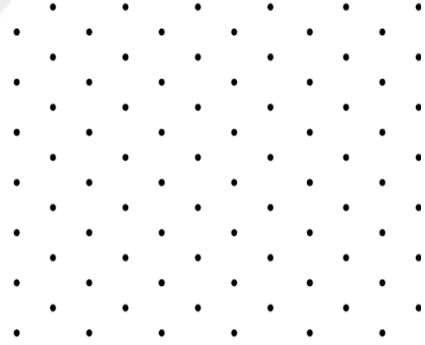
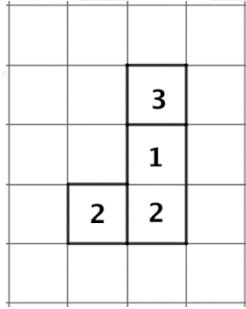
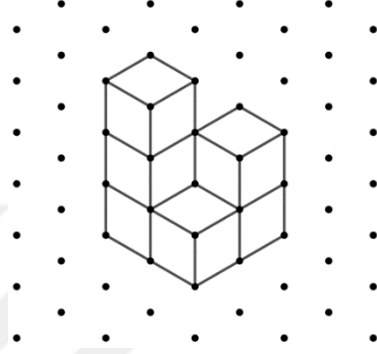
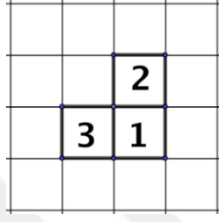
Aşağıda siyah birim küplerden oluşan blok, askıda duran beyaz küpün tam altına gelecek şekilde kaydırılıyor .Bu iki küplerin birleştirilmesinden oluşan yapıyı izometrik kâğıda çiziniz.



## Ek 2. (Devamı)

### Tabanındaki küp sayısı verilen yapıları izometrik kâğıda çizelim

Tabanı üzerindeki birim küp sayısı verilen yapıları izometrik kâğıda çizelim.  
(Üstten görünümde verilen karelerin içerisindeki sayılar o sütunda üst üste yükselen birim küp sayısını göstermektedir. )



## Ek 2. (Devamı)

### Farklı yönlerden görüntüsü verilen yapıları izometrik kâğıtta çizelim


Aşağıda farklı yönlerden görüntüleri verilen yapıları izometrik kâğıt üzerinde çizelim.

**Önden görünüm** **Sağ yandan görünüm**

**Üstten görünüm** **Sol yandan görünüm**

**Önden görünüm** **Sağ yandan görünüm**

**Üstten görünüm** **Sol yandan görünüm**



The image displays two sets of orthographic projections on 5x5 grids, each followed by a 7x7 grid of dots for isometric drawing. The first set shows a 3D object with a front view (Önden görünüm) of a 3x3 grid with a central square, a top view (Üstten görünüm) of a 3x3 grid with a central square, a right side view (Sağ yandan görünüm) of a 3x3 grid with a central square, and a left side view (Sol yandan görünüm) of a 3x3 grid with a central square. The second set shows a 3D object with a front view (Önden görünüm) of a 3x3 grid with a central square, a top view (Üstten görünüm) of a 3x3 grid with a central square, a right side view (Sağ yandan görünüm) of a 3x3 grid with a central square, and a left side view (Sol yandan görünüm) of a 3x3 grid with a central square. The 7x7 grid of dots is positioned to the right of the first set of views.

### Ek 3. Araştırma İzni



T.C.  
RİZE VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 57774812-42-E.10421706  
Konu : Tez Çalışması İzni ( Hikmet AL )

28.05.2019

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE  
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)

İlgi : 27.05.2019 tarihli ve 877 sayılı yazı.

İlgi yazınız doğrultusunda, Üniversiteniz Fen Bilimler Enstitüsü İlköğretim Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Programı Öğrencisi Hikmet AL 'ın araştırma izni talebi ile ilgili alınan Valilik Oluru ekte gönderilmiştir.  
Bilgilerinize arz ederim.

Selçuk TORPİL  
Müdür a.  
Şube Müdürü

Ek: Valilik Oluru (1 sayfa)



Adres: Rize Valiliği Hizmet Binası Kat:1

Elektronik Ağ: www.rize.meb.gov.tr  
e-posta: arpe53@meb.gov.tr

Bilgi için: Strateji Geliştirme Şubesi Ar-Ge Birimi

Tel: 0 (464) 280 53 77  
Faks: 0 (464) 280 53 16

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır, <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 03b1•5516•3410•9ce8•a704 kodu ile teyit edilebilir.

### Ek 3. (Devamı)



T.C.  
RİZE VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 57774812-42-E.10394455  
Konu : Tez Çalışması İzni ( Hikmet AL )

27.05.2019

#### VALİLİK MAKAMINA

İlgi :Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Rektörlüğü Öğrenci İşleri Daire Başkanlığının  
22.05.2019 tarihli ve 877 sayılı yazısı.

Rize Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Programı Öğrencisi Hikmet AL'ın, "7.Sınıf Öğrencilerinin İzometrik Kağıtta Birim Küplerden Oluşan Yapılan Çizme Durumlarının İncelenmesi" adlı yüksek lisans çalışması kapsamında ekte sunulan ölçme aracını 2018-2019 Eğitim Öğretim Yılında, Rize Merkez Mehmet Akif Ersoy Ortaokulu 7/D şubesi öğrencilerine uygulama isteği ilgi yazı ile bildirilmektedir.

Söz konusu ölçme aracının, 2018-2019 Eğitim Öğretim yılında Rize Merkez Mehmet Akif Ersoy Ortaokulu 7/D şubesi öğrencilerine uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Selçuk TORPİL  
Müdür a.  
Şube Müdürü

OLUR  
27.05.2019

Mustafa KALENDER  
Vali a.  
Millî Eğitim Müdür V.

Adres: Rize Valiliği Hizmet Binası Kat:3

Bilgi için: Strateji Geliştirme Şubesi Ar-Ge Birimi

Elektronik Ağ: www.rize.meb.gov.tr  
e-posta: arge53@meb.gov.tr

Tel: 0 (464) 280 53 77  
Faks: 0 (464) 280 53 16

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 06f1-3ba6-38fd-9b58-5604 kodu ile teyit edilebilir.

## ÖZGEÇMİŞ

Hikmet AL

İlk ve orta öğrenimini Samsun Mustafa

Kemal İlköğretim Okulu'nda, lise öğrenimini Samsun Atatürk Anadolu Lisesi'nde tamamladı. Lisans eğitimini 2013 yılında Samsun 19 Mayıs Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümünde tamamladı. Aynı yıl göreve başlayarak Rize'nin Pazar ilçesinde İmam Hatip Ortaokuluna atanmıştır. Burada dört yıl çalıştıktan sonra 2017'de Rize Merkez Mehmet Akif Ersoy Ortaokulu'na tayin olarak halen orada görevini sürdürmektedir. 2018 yılında Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda başlayan tezli yüksek lisans öğrenciliği başlamıştır. Düşük düzeyde İngilizce ve Almanca bilmektedir.