T.C.
RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ve FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

AKTİF ÖĞRENME ÇERÇEVESİNE DAYALI ÖĞRETİMİN 6. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN PROBLEM ÇÖZME VE KURMA PERFORMANSLARININ GELİŞİMİNE ETKİSİ

Abdullah TERZİ

TEZ DANIŞMANI
Doç. Dr. Tuğrul KAR
JÜRİ ÜYELERİ
Doç. Dr. Burçin GÖKKURT ÖZDEMİR
Dr. Öğr. Üyesi Nimet PIRASA

RİZE-2021

T.C.

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

AKTİF ÖĞRENME ÇERÇEVESİNE DAYALI ÖĞRETİMİN 6. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN PROBLEM ÇÖZME VE KURMA PERFORMANSLARININ GELİŞİMİNE ETKİSİ

Doç. Dr. Tuğrul KAR danışmanlığında, Abdullah TERZİ tarafından hazırlanan bu çalışma, Enstitü Yönetim Kurulu kararı ile oluşturulan jüri tarafından 30/06/2021 tarihinde Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS** tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri		**Unvanı, Adı Soyadı**	**İmza**
Başkan	:	Doç. Dr. Burçin GÖKKURT ÖZDEMİR	
Üye	:	Doç. Dr. Tuğrul KAR	
Üye	:	Dr. Öğr. Üyesi Nimet PIRASA	

Doç. Dr. Ahmet YANIK
ENSTİTÜ MÜDÜRÜ

ÖNSÖZ

Yüksek lisans ders döneminde ve bu araştırmanın her aşamasında zaman sınırlaması olmaksızın desteğini esirgemeyen, yol gösteren, danışmanım Sayın Doç. Dr. Tuğrul KAR’ a en içten teşekkürlerimi sunarım.

Tez savunmama jüri üyesi olarak katılan ve değerli görüşleriyle araştırmama katkıda bulunan kıymetli hocalarım Doç. Dr. Burçin GÖKKURT ÖZDEMİR’e ve Dr. Öğr. Üyesi Nimet PIRASA’ya teşekkürü bir borç bilirim.

Yüksek lisans süresince sabırla beni daima destekleyen, her zaman fedakârlıklarıyla bana yardımcı olan ve varlığıyla güç veren eşime, minicik yüreğiyle oyun zamanlarından fedakârlık eden biricik oğlum Şenol Buğra’ya en içten sevgilerimi sunarım.

Abdullah TERZİ

TEZ ETİK BEYANNAMESİ

Tarafımdan hazırlanan "Aktif öğrenme çerçevesine dayalı öğretimin 6. sınıf öğrencilerinin problem çözme ve kurma performanslarının gelişimine etkisi" başlıklı bu tezi, Yükseköğretim Kurulu Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesindeki hususlara uygun olarak hazırladığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal işlemi kabul ettiğimi beyan ederim. 30/06/2021

Abdullah TERZİ

Uyarı: *Bu tezde kullanılan özgün ve/veya başka kaynaklardan sunulan içeriğin kaynak olarak kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.*

ÖZET

AKTİF ÖĞRENME ÇERÇEVESİNE DAYALI ÖĞRETİMİN 6. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN PROBLEM ÇÖZME VE KURMA PERFORMANSLARININ GELİŞİMİNE ETKİSİ

Abdullah TERZİ

Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi
Danışmanı: Doç. Dr. Tuğrul KAR

Bu araştırmada, Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi'ne (Xie & Masingila, 2017) dayalı öğretimin ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla işlemlere yönelik problem çözme ve kurma performanslarının gelişimi üzerindeki etkisi incelenmiştir. Karma yöntem yaklaşımlarından eş zamanlı iç içe geçmiş desenin kullanıldığı araştırmanın örneklemini bir devlet okulunun altıncı sınıfında öğrenim gören 19 öğrenci oluşturmuştur. Problem Kurma Testi'nde yedi etkinlik yer almış ve öğrencilerden toplam 13 problem kurmaları istenmiştir. Problem Çözme Testi'nde ise 12 sözel probleme yer verilmiştir. Aktif öğrenme, problem çözme ve kurmayı birleştiren öğretim, yedi hafta toplam 13 ders saatinde tamamlanmıştır. Öğrencilerin kurdukları problemler matematiksel geçerliği ve semantik karmaşıklığına göre; problem çözümleri ise dört aşamalı bir rubrik yardımıyla analiz edilmiştir. Ayrıca uygulama süreci kamera ile kayıt altına alınmış, öğrencilerin öğretim sürecinde kurmuş oldukları problemler ve yaptıkları çözümlere ilişkin dokümanlar toplanmıştır.

Araştırmanın sonuçlarına göre, öğrencilerin problem çözme ve kurma performansları ön-teste göre son-test aşamasında istatistiksel olarak anlamlı düzeyde gelişim göstermiştir. Öğrenciler semantik yapı sayısı ve türü yönünden karmaşık problemler yazma performanslarını da ön-test aşamasına göre son-test aşamasında istatistiksel olarak anlamlı düzeyde geliştirmişlerdir. Öğretim sürecinin video kayıtları ve öğretim sürecini yürüten araştırmacının gözlemleri, öğrencilerin öğretim boyunca aktif katılım sergilediklerini, kurdukları problemleri arkadaşlarıyla paylaşmada ve problemler üzerine yapılan tartışmalara katılmada istekli olduklarını ortaya koymuştur. Araştırmanın sonuçlarına dayalı olarak matematik eğitimcileri ve öğretmenler için önerilere yer verilmiştir.

2021, 246 sayfa

Anahtar Kelimeler: Problem çözme, Problem kurma, Aktif öğrenme, Doğal sayılarla işlemler

ABSTRACT

THE EFFECT OF ACTIVE LEARNING FRAMEWORK-BASED TEACHING ON THE DEVELOPMENT OF PROBLEM SOLVING AND POSİNG PERFORMANCE OF 6TH GRADE STUDENTS

Abdullah TERZİ

Recep Tayyip Erdogan University
Graduate Education Institute
Department of Mathematics and Science Education
Master Thesis
Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Tuğrul KAR

In this study, the effect of instruction based on Extended Active Learning Framework (Xie & Masingila, 2017) on the development of middle school sixth grade students' problem solving and posing performances for operations with whole numbers was investigated. The sample of the study, in which the concurrent embedded design, one of the mixed method approaches, was used, consisted of 19 students studying in the sixth grade of a public school. There were seven activities in the Problem Posing Test and students were asked to pose a total of 13 problems. In the Problem Solving Test, 12 word problems were included. The teaching, which combines active learning, problem solving and posing, was completed in a total of 13 lesson hours in seven weeks. According to the mathematical validity and semantic complexity of the problems posed by the students; problem solutions were analyzed with the help of a four-stage rubric. In addition, the application process was recorded with a camera, and the documents related to the problems that the students posed during the teaching process and the solutions they made were collected.

According to the results of the research, the problem solving and posing performances of the students showed statistically significant improvement in the post-test stage compared to the pre-test. Students also improved their performance of writing complex problems in terms of the number and type of semantic structures at a statistically significant level in the post-test stage compared to the pre-test stage. The video recordings of the teaching process and the observations of the researcher who conducted the teaching process revealed that the students participated actively throughout teaching process, were willing to share their posed problems with their friends and participate in the discussions on the problems. Based on the results of the research, suggestions for mathematics educators and teachers are included.

2021, 246 pages

Keywords: Problem solving, Problem poing, Active learning, Operations with whole number

İÇİNDEKİLER

ŞEKİLLER DİZİNİ

TABLOLAR DİZİNİ

SEMBOLLER ve KISALTMALAR DİZİNİ

AÖÇ	Aktif Öğrenme Çerçevesi
B/GYİD	Problem Yazılmamış ya da Günlük Yaşamla İlişkilendirilmemiş
ÇrMP	Çözülebilir Matematik Problemi
ÇzMP	Çözülemez Matematik Problemi
GAÖÇ	Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi
MEB	Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
PÇT	Problem Çözme Testi
PKT	Problem Kurma Testi
TIMSS	Trends in International Mathematics and Science Study
VSUD	Veri Setine Uygun Değil
CCSS-M	Common Core State Standards for Mathematics

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Araştırmanın Önemi

Problem çözme, matematiksel aktivitelerin önemli bir unsuru olarak görülmekte ve dünya çapındaki eğitim araştırmaları ve reform çabalarında yer almaktadır (Paolucci ve Wessels, 2017). Örneğin, Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) problem çözmeyi matematik öğreniminin ayrılmaz bir parçası olarak vurgulamakta ve bu nedenle matematik programlarının izole edilmiş bir parçası olarak görülmemesi gerektiğine işaret etmektedir. Son 30 yıl içerisinde gerek öğretim dokümanlarında gerekse matematik eğitimcileri arasında önemini belirgin bir şekilde artıran diğer bir beceri ise problem kurmadır (Chen, Dooren ve Verschaffel, 2015; Silver, 2013). Stoyanova ve Ellerton (1996) problem kurmayı, "matematiksel deneyime dayalı olarak öğrencilerin somut durumları kendi yorumlamalarına göre yapılandıracakları ve anlamlı matematik problemlerini biçimlendirecekleri bir süreç" (s. 518) şeklinde tanımlamıştır.

Einstein ve Infeld (1967) problem kurmaya atfedilen önemi, "bir problemin biçimlendirilmesi, çözümünden daha önemlidir" (s. 95) ifadesiyle açıklamıştır. Kilpatrick (1987) ise, problem kurmayı "matematik öğretiminin sadece amacı değil aynı zamanda anlamıdır" (s.123) şeklinde ifade etmiştir. Bu açıklamaya göre, problem kurma becerisinin geliştirilmesi bizzat bir hedef haline gelmiştir. Bu görüşlere paralel olarak, Silver ve Cai (2005) ister öğrencilerin problem çözme yetkinliklerini isterse de problem kurma yetkinliklerini geliştirmek için düşünülsün, her durumda problem kurmanın değerlendirme aktivitelerine dâhil edilmesi gerektiğine işaret etmişlerdir. Nitekim bu görüşler öğretim dokümanlarında da karşılık bulmuştur. NCTM (2000) "öğrencilerin matematiksel durumları dikkatli bir şekilde analiz ederek gördüklerine yönelik yeni problemler üretmelerini" (s. 53) desteklemenin yanında, "öğretmenlerin düzenli olarak öğrencilerden matematiğin içinden ve dışından çeşitli durumlara yönelik ilginç problemler oluşturmalarını istemesini" (s. 257) tavsiye etmektedir. Benzer şekilde, Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018) problem kurma, problem çözme sürecinin bir parçası olarak görülmekte ve kurma ve çözme faaliyetlerine birlikte yer verilmesi tavsiye edilmektedir.

Öğrencilerin problem kurma performanslarının araştırılması yeni bir fikir değildir. Bu kapsamda son 30 yıl içerisinde birçok çalışma yürütülmüştür (Cai, 1998; Cai ve Hwang, 2002; Chen, Dooren, Chen ve Verschaffel, 2007; English, 1998; Kar, 2015; Kılıç, 2013; Özgen, Aydın, Geçici ve Bayram, 2017; Silver ve Cai, 1996). Bu çalışmalar, öğrencilerin problem kurmada güçlükler yaşadıklarına (matematiksel geçerli, aritmetiksel veya semantik olarak karmaşık problemler yazma, işlemlerin farklı semantik anlamlarını yansıtma) işaret etmektedir. Örneğin, Cai (1998) Çinli ve Amerikalı altıncı sınıf öğrencilerinden şekil örüntüsüne (matematiksel yapısı 6, 9, 12, … şeklindedir.) problemler kurmalarını istemiştir. Öğrencilerin yazdıkları problemlerin beşte dördünün etkinlikte sunulan ilk dört şekle yönelik olduğu tespit edilmiştir. Bunun yanında, öğrencilerin üçte ikisinden fazlası şekillerdeki nokta sayılarını karşılaştıran problemler yazmışlardır. Kar (2015) ise ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama işlemine yönelik kurdukları problemlerde toplamanın parça-parça bütün anlamını yansıtan problemlere diğer anlamlarına göre oransal olarak daha fazla yer verdiklerini tespit etmiştir.

Problem kurmada yaşanılan güçlüklerin önemli nedenlerinden birisi olarak öğrencilerin problem kurma deneyimi eksikliği gösterilmektedir (Kar, 2015; Kwek, 2015; Özgen vd., 2017). Örneğin, Kwek (2015) yedinci sınıf öğrencilerinin problem kurmak ve çözmek için benimsenen matematiksel yazımlar arasındaki farktan haberdar olmadıklarına işaret etmiştir. Araştırmacı eşitsizlikler konusunda çözümü olmayan problemler yazılmasını ve problemdeki varsayımların göz ardı edilmesini bu sonucun güçlü işaretleri olarak vurgulamıştır. Bunun yanında, ders kitapları (Bütüner, 2019; Cai ve Jiang, 2017; Çimen ve Yıldız, 2017; Kar, Güler, Şen ve Özdemir, 2018; Kar ve Işık, 2015) ve matematik öğretmenleri (Cai vd., 2020) üzerine yapılan araştırmalar problem kurmanın gerek ders kitaplarında gerekse sınıf içi öğretim faaliyetlerinde çok fazla yer almadığına işaret etmektedir. Cai ve Jiang (2017) Çin'deki bir ders kitabının (People's Education Press) 2010 yılındaki basımında dört, beş ve altıncı sınıf kademelerinde problemlerin %3'ünden daha azının problem kurma etkinlikleri olduğunu tespit etmişlerdir. Benzer şekilde, Amerikan ders kitaplarında da (Everyday Mathematics ve Investigations in Number, Data, and Space) problem kurma etkinliklerinin oranlarının %3'ün altında olduğunu ve bazı kademelerde (Everyday Mathematics ders kitabı birinci sınıf, Investigations in Number, Data, and Space ders kitabı altıncı sınıf) problem kurma etkinliklerine yer verilmediğini belirlemişlerdir. Cai vd. (2020) ise 50 ilköğretim matematik öğretmeninin problem kurma becerisini geliştirmeyi amaçladıkları çalışmasında, öğretmenlerin %8'inin problem kurmaya yönelik deneyim sahip olduğunu, buna karşın öğretmenlerin büyük bir çoğunluğunun ise çok az veya hiç deneyimi olmadığını vurgulamıştır.

Problem kurmayı matematik öğretiminin önemli bir bileşeni yapmaya yönelik matematik eğitimcileri arasında yüksek bir ilgi bulunsa da (Cai ve Leikin, 2020; Cai vd., 2013), yukarıda yer verilen sonuçlar problem kurmanın henüz matematik öğretiminin önemli bileşenlerinden birisi olmadığına işaret etmektedir. Bu noktada Leung (2013) problem kurmaya atfedilen önemin uygulamadaki faaliyetlerle orantılı olmadığına vurgu yapmıştır. Benzer şekilde farklı araştırmacılar da (Cai ve Hwang, 2020; Ellerton, 2013) okullarda, problem çözme becerisini geliştirmenin program ve sınıf uygulamalarının merkezine yerleştirildiğini, buna karşın problem kurmanın çok dikkat çekmediğini vurgulamıştır. Bu kapsamda problem kurmayı matematik öğretimine dahil eden araştırmalara daha fazla ihtiyaç bulunmaktadır (Cai, Hwang, Jiang ve Silber, 2015; Lavy, 2015; Singer, Ellerton ve Cai, 2013).

Öğrencilere, herhangi bir destekleyici program sunulmaksızın sadece problem kurmalarının istenmesi durumunda, problem kurmadan faydalanacakları kapsamlı bir süre ya da beceri repertuarından mahrum kalmaktadırlar (Lowrie, 2002). Öğrencilerin problem kurma becerilerinin geliştirilmesi ve problem kurmayı matematik öğreniminin önemli bir bileşeni yapmak için birçok öğretim tasarlanmış, uygulanmış ve değerlendirilmiştir (Cankoy, 2014; Cankoy ve Darbaz, 2010; Chen vd., 2015; English, 1997a, 1997b, 1998; Kopparla vd., 2019; Rudnitsky, Etheredge, Freeman ve Gilbert, 1995; Winograd, 1997; Xia, Lu ve Wang, 2008). Tasarlanan öğretim yaklaşımları yaygın şekilde etkinliklerin sunulması, bireysel veya gruplar halinde katılımcılar tarafından problemler kurulması ve yine bireysel, grupla veya toplu sınıf tartışması yoluyla analiz edilerek çözülmesi adımlarını takip etmektedir. Bu çalışmalar, tasarlanan öğretim yaklaşımlarının öğrencilerin problem kurma (Chen vd., 2015; English, 1997a, 1997b, 1998; Kopparla vd., 2019), problem çözme (Chen vd.., 2015; Kopparla vd., 2019; Rudnisky vd., 1995) ve problem kurmaya yönelik inançları (Chen vd., 2015; Winograd, 1997) üzerinde olumlu etkiye sahip olduğuna işaret etmektedir. Fakat bu çalışmalar bazı sınırlılıklara da sahiptir; (1) sınıfın tamamı yerine seçilen alt gruplarla (English, 1997a, 1997b, 1998) ya da farklı öğrenim kademelerden öğrencileri barındıran (Kopparla vd., 2019; Rudnitsky vd., 1995) örneklemlerle çalışılmaktadır, (2) tasarlanan bazı öğretim yaklaşımlarında sınırlı sayıda problem kurma etkinlik türlerine yer verilmektedir (Cankoy, 2014; English, 1998; Rudnitsky vd., 1995), (3) tasarlanan öğretim yaklaşımlarında yaygın şekilde problem kurma becerilerinin gelişimi üzerindeki etkisi (Cankoy, 2014; English, 1997a, 1997b, 1998; Rudnitsky vd., 1995; Xia vd., 2008) ya da süreçteki davranışları (Winograd, 1997) incelenmiştir.

Matematik eğitimi araştırmacıları (Artigue ve Blomhøj, 2013; Engeln, Euler ve Maass, 2013; Maab ve Artigue, 2013; Silver, 1997; Yoshinobu ve Jones, 2013) öğrencilerin yeni bilgiyi mevcut bilgi ve deneyimlerinin üzerine inşa ettikleri öğrenme yaklaşımını sorgulamaya-dayalı öğrenme şeklinde ifade etmektedirler. Sorgulamaya-dayalı öğrenme yaklaşımını karakterize eden sınıf ortamlarında öğrencilerden problemler üretmeleri, keşfetme, açıklama, genişletme, değerlendirme ve varsayımda bulunma gibi sorgulamalar yapması ve bunları işbirliği içinde gerçekleştirmesi beklenmektedir (Artigue ve Blombhoj, 2013; Engeln vd., 2013; Maab ve Artigue, 2013).

Silver (1994) problem kurma ve çözme etkinliklerini sorgulamaya-dayalı öğrenmeyi hedefleyen öğrenme yaklaşımının önemli bileşenleri olarak tanımlamıştır. Bu kapsamda Ellerton (2013) matematiksel kavramların öğretiminde problem kurma, problem çözme ve aktif öğrenmeyi ilişkilendiren ve öğrencileri pasif alıcı yerine aktif öğrenen olarak gören bir öğrenme çerçevesi tasarlamış, Xie ve Masingila (2017) ise bu çerçeveyi revize ederek Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi'ini (GAÖÇ) oluşturmuştur. Bu çerçeve teorik olarak ortaya konulmuş olsa da deneysel verilerle uygulamadaki yansımalarının gözlemlenmesine de ihtiyaç bulunmaktadır. Xie ve Masingila (2017) farklı öğrenim kademelerindeki uygulama sonuçlarına göre, çerçevenin her bir adımında öğrenciyi aktif kılan eylemlerin neler olduğu, öğretmenin her bir adımda öğrencilerin öğrenmelerini desteklemek için ne tür rehberlik edici faaliyetlerde bulunabileceği ve çerçevenin problem kurma ve çözme becerilerini nasıl dengelediği sorularına cevap verilmesinin önemine işaret etmiştir.

Bu araştırma, problem kurma çalışmalarının hala nispeten yeni bir girişim olarak değerlendirildiği (Cai ve Leikin, 2020) düşüncesinden hareketle, problem kurmayı farklı eğitim seviyelerindeki matematik derslerine entegre etmeyi amaçlayan çabalara katkıda bulunmayı hedeflemiştir. Chen ve Cai (2020) problem kurma öğretiminin önemli dört avantajı olduğunu vurgulamışlardır: (1) problem kurma öğretimi canlı bir sınıf atmosferi oluşturur ve öğrencilerin aktif katılımına imkân tanımaktadır, (2) problem kurma öğrencileri düşünmeye teşvik etmektedir, (3) problem kurma, öğrencilerin matematiksel kavram ve prensiplere yönelik anlayışını geliştirmektedir ve (4) farklı başarı düzeylerine sahip öğrenciler arasındaki sınırları ortadan kaldırmaktadır. Bu önemi ve sınıf içi öğrenme faaliyetlerine entegre etme ilgisine rağmen, öğrenicilerin problem kurma süreçleri, yaratıcı problem kurmayı etkili bir şekilde teşvik edebilecek öğretim stratejileri ve öğrencileri problem kurmayla meşgul etmenin etkililiği ile ilgili bilgimiz nispeten sınırlıdır (Cai ve Leikin, 2020).

Bu araştırmada, problem kurma çalışmalarında tespit edilen sınırlılıkların üstesinden gelecek şekilde GAÖÇ'ye dayalı olarak tasarlanan öğretimin ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla işlemlere yönelik problem kurma ve çözme performansları üzerindeki etkisinin incelenmesi hedeflenmiştir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Problem çözme öğrencilerde geliştirilmesi hedeflenen önemli becerilerden birisidir. NCTM (2000) problem çözmenin matematik öğreniminin sadece amacı olmadığını ve aynı zamanda matematik yapmanın da anlamı olduğunu vurgulayarak, yeni matematiksel bilginin inşa edilmesinde problem çözmenin önemine işaret etmiştir. Öğrencilerin problem çözme performanslarına etki eden önemli becerilerden birisi de problem kurmadır (Kapur, 2015; Kilpatrick, 1987; Silver ve Cai, 1996, 2005). Silver ve Cai (2005) temel seviyede sözel problem kurma şeklindeki aktivitelerinin bile öğretime dahil edilmesinin problem çözme becerisine olumlu katkılar sunduğunu ifade etmişlerdir. Problem kurabilmek için öğrenciler, etkinlikteki matematiksel kavram ve ilişkileri derinlemesine sorgulamalı, matematiğin içinden ve dışından farklı matematiksel kavramlarla ilişkilendirmeli ve üstbilişsel becerilere vurgu yapan kurdukları problemlerin hatalı veya eksik veri içerip içermediğine yönelik analizler gerçekleştirmelidir (Cifarelli ve Sevim, 2015; Kar, Özdemir, Öçal, Güler ve İpek, 2019; Xie ve Masingila, 2017). Dolayısıyla problem kurma sürecinde yapılan sorgulamalar, öğretim dokümanlarında (MEB, 2018; NCTM, 2000) vurgulanan matematiksel düşünme, doğrulama ve akıl yürütme gibi becerilerin kullanımına imkân vererek matematiksel anlayışı geliştirmektedir. Öte yandan problem çözme başarısı, problemin matematiksel yapısına yönelik derin anlayışlar oluşturulmasına bağlıdır (Xie, 2016). Bu yönüyle problem kurma faaliyetlerini içeren öğretim tasarımları bu becerinin gelişimine önemli katkılar sunabilecektir.

Bu kapsamda, bu araştırmada, ilk olarak, problem kurma etkinliklerini içeren bir öğretim ile ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla işlemlere yönelik problem çözme performanslarının geliştirilmesi hedeflenmiştir. Problem kurma etkinliklerini içeren ve sorgulamaya-dayalı öğrenme perspektifini benimseyen GAÖÇ'ne dayalı öğretimin öğrencilerin problem çözme performanslarının gelişimine olumlu katkısının olacağı varsayılmıştır. Bu kapsamda ön-test aşamasına göre son-test aşamasında öğrencilerin matematiksel problem çözme performanslarını artıracaklarını tahmin etmekteyiz.

Problem kurma faaliyetlerinden öğretimsel avantajlar sağlamak için kurulan problemlerin çözümünün yapılmasına gerek yoktur (Chen vd., 2015; Lowrie, 2002). Benzer şekilde Silver (1995) problem kurma faaliyetlerinin çözüm sürecinde ve sonrasında gerçekleştirilebileceği gibi çözüm öncesinde de yapılabileceğine işaret ederek, problemi kuran kişinin çözüm yapmak zorunda olmadığına işaret etmiştir. Kilpatrick'in (1987) problem kurmayı "matematik öğretiminin sadece amacı değil aynı zamanda anlamıdır" (s.123) şeklinde ifade etmesi de bu durumu yansıtmaktadır. Çünkü bizzat problem kurma faaliyetlerinin öğrenciler için öğretimsel katkıları bulunmaktadır. Bu bağlamda Cai ve Hwang (2020) verimli problem kurma faaliyetlerini yüksek niteliğe sahip matematik öğretimi için kritik önemde görmektedir.

Problem kurmanın matematik öğretiminde, problem çözme becerisinin geliştirilmesi gibi, bir amaç haline getirilmesinin birçok nedeni ifade edilebilecektir. Problem kurma matematiksel alan bilgisi ile ilişkilidir (Leung ve Silver 1997; Ma, 2010; Van Harpen ve Presmeg 2013) ve yaratıcı düşünme becerisini desteklemektedir (Haylock, 1997; Silver, 1997; Van Harpen ve Sriraman, 2013). Öte yandan problem kurma faaliyetleri, öğrencilerin bağımsız ve esnek düşünebilme becerilerini geliştirmelerine (Barlow ve Cates, 2006; Cankoy, 2014; English, 1997a; Lowrie, 2002), matematiğe yönelik olumsuz inanışlarının giderilmesine (Cai vd., 2015; English, 1997a; Silver 1994) ve soru sormanın önemini kavramalarına (Brown ve Walter, 2005; Stoyanova, 2003) fırsat tanımaktadır. Problem kurmanın belirtilen bu faydaları bizzat öğrencilerde geliştirilmesi gereken önemli bir beceri olduğuna işaret etmektedir. Ayrıca problem kurmanın problem çözme performansını etkilemesi gibi problem çözme faaliyetleri de problem kurma performansını etkilemektedir. Kapur (2018) çözümü yapılmak şartıyla problem kurma faaliyetlerinin çözümü yapılmaksızın problem kurma faaliyetlerinin yapılmasına göre matematik öğretiminde daha güçlü öncül etkiye sahip olduğunu ortaya koymuştur. Xie ve Masingila (2017) ise problem çözmenin problem kurmaya nasıl başlanacağı, problemin doğru bir şekilde oluşturulup oluşturulmadığı ve matematiksel problemlere yönelik anlayışlarını geliştirerek katkıda bulunduğunu vurgulamıştır.

Bu kapsamda bu araştırmada, ikinci olarak, problem kurma ve çözme etkinliklerini içeren bir öğretim tasarımı ile ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla işlemlere yönelik problem kurma performanslarının geliştirilmesi hedeflenmiştir. GAÖÇ'ye dayalı öğretimin öğrencilerin problem kurma performanslarının gelişimine pozitif yönde olumlu katkısının olacağı varsayılmıştır. Bu kapsamda ön-test aşamasına göre son-test aşamasında öğrencilerin matematiksel problem kurma performanslarını (geçerli ve karmaşık problemler kurma) artıracakları varsayılmıştır.

Sonuç olarak, bu araştırmada GAÖÇ'ye dayalı öğretimin ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla işlemlere yönelik problem kurma ve çözme performanslarının gelişimi üzerindeki etkisinin incelenmesi hedeflemiştir. Araştırmanın alt problemleri şu şekildedir;

1. Doğal sayılarla işlemlere yönelik GAÖÇ'ye dayalı öğretimin ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözme performanslarının gelişimi üzerindeki etkisi nasıldır?
2. Doğal sayılarla işlemlere yönelik GAÖÇ'ye dayalı öğretimin ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin problem kurma performanslarının gelişimi üzerindeki etkisi nasıldır?
3. Doğal sayılarla işlemlere yönelik GAÖÇ'ye dayalı öğretim sürecinde öğrenciler öğrenme faaliyetlerini nasıl yürütmektedirler?

1.3. Varsayımlar ve Sınırlılıklar

1.3.1. Araştırmanın Varsayımları

- Araştırmada, problem çözme testi, problem kurma testi ve uygulama sürecindeki etkinliklerin katılımcılar tarafından samimiyetle cevaplandırıldıkları varsayılmıştır.

- Araştırmada, öğrenciler uygulama sürecinde öğrenmeyi olumsuz etkileyebilecek dışsal etkenlerden etkilenmediği varsayılmıştır.

1.3.2. Araştırmanın Sınırlılıkları

- Araştırmanın örneklemi, 2019-2020 eğitim-öğretim yılı güz döneminde Rize ili, Çayeli ilçesindeki bir ortaokuldaki bir altıncı sınıf şubesiyle sınırlıdır.

- Araştırma, ortaokul altıncı sınıfta "Sayılar ve İşlemler" öğrenme alanındaki "Doğal Sayılarla İşlemler" alt öğrenme alanında yer alan "Doğal sayılarla dört işlem yapmayı gerektiren problemleri çözer ve kurar" (MEB, 2018, s. 58) kazanımı ile sınırlandırılmıştır.

1.4. Tanımlar

Problem kurma: Öğrencilerin matematiksel deneyime dayalı olarak somut durumları kendi yorumlamalarına göre yapılandıracakları ve anlamlı matematik problemlerini biçimlendirecekleri bir süreçtir (Stoyanova ve Ellerton, 1996, s. 518).

Problem çözme: Problem çözme ile günlük yaşamla ilişkili ve tek bir cevabı olan sözel problemlerin çözülmesi kastedilmektedir.

2. KURAMSAL ÇERÇEVE ve İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. Problem Kurma Tanımı ve Problem Kurma Etkinlikleri

Problem kurma, problem bulma, problem biçimlendirme, problem yaratma gibi farklı isimlerle çağırılmaktadır (Singer ve Voica, 2013). Problem kurma araştırmalarının dayandığı perspektife göre problem kurma tanımları da farklılıklar göstermektedir (Cai ve Hwang, 2020; Cai vd., 2020; Koichu, 2020; Silver, 1994; Stoyanova ve Ellerton, 1996). Örneğin, Cai ve Hwang (2020) amacı ve uygulanma şekilleri yönünden öğretmen ve öğrenciler tarafından problem kurma arasında fark olduğunu vurgulamıştır. Bu araştırmada ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla işlemlere yönelik problem kurma ve çözme becerilerinin geliştirilmesi hedeflendiğinden, öğrencilerin kendi bilgi ve deneyimlerine bağlı olarak problemler kurması söz konusudur. Bu yönüyle problem kurmaya öğrenci perspektifinden bakılmaktadır. Stoyanova and Ellerton (1996) tarafından sunulan öğrenci merkezli problem kurma tanımı benimsenmiştir: "Matematiksel deneyime dayalı olarak öğrencilerin somut durumları kendi yorumlamalarına göre yapılandıracakları ve anlamlı matematik problemlerini biçimlendirecekleri bir süreçtir." (s. 518). Araştırmacılar aynı zamanda bu tanımın, okul matematiği bağlamında matematiksel öğretiminin amaçlarıyla uyumlu olduğunu ve daha geniş bir yelpazedeki problem kurma sunumlarının incelenmesine imkân tanıdığını vurgulamışlardır.

Problem kurma etkinlikleri farklı amaçlar dikkate alınarak farklı şekillerde sınıflandırılabilmektedir. Matematiksel içeriği dikkate alarak Leung (2013) altı problem kurma etkinlik türünden bahsetmiştir. Bu etkinlikler şunlardır; (1) aritmetiksel işlemlere problem kurma, (2) açık-uçlu metinlere problem kurma, (3) tablo ve şekillere problem kurma, (4) herhangi bir matematik konusuna yönelik problem kurma, (5) cevaba uygun problem kurma ve (6) problemden hareketle problem kurma. Bu tür etkinlikler farklı çalışmalarda da yaygın şekilde kullanılmaktadır (Bonotto ve Santo, 2015; Christou, Mousoulides, Pittalis, Pitta-Pantazi ve Sriraman, 2005; Silber ve Cai, 2017; Silver ve Cai, 1996). Örneğin, Bonotto ve Santo (2015) beşinci sınıf öğrencilerinin problem çözme ile desteklenmiş problem kurma faaliyetlerindeki yaratıcı düşünme becerilerini incelemişlerdir. Öğrencilere bir eğlence parkındaki giriş ücreti ve kafedeki menü fiyatlarını gösteren bir broşür sunarak problemler kurmalarını ve çözmelerini istemiştir. Christou vd. (2005)

ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin problem kurmaya yönelik düşünce süreçlerini incelediği araştırmasında Leung (2013) tarafından sunulan (1), (2), (3) ve (5). maddeleri yansıtan problem kurma etkinliklerine yer vermişlerdir. Araştırmacılar öğrencilerin en fazla açık-uçlu hikayelerden hareketle problem kurmada ve bir açık-uçlu hikâyeyi belirli bir cevaba göre tamamlamada ("Alex 180 kaleme Chris ise 25 kaleme sahiptir." hikayesinden hareketle cevabı "385 kalem" olan problem yazılması, s. 152) zorlandıklarını tespit etmişlerdir.

Stoyanova ve Ellerton (1996) ise matematiksel içeriğinden ve problem kuranın özelliklerinden bağımsız olarak daha geniş bir perspektiften problem kurma durumlarını serbest, yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmış şeklinde sınıflandırmıştır. Serbest problem kurmada öğrenciler sınırlandırma olmaksızın çok geniş bir yelpazede problemler kurabilme özgürlüğüne sahiptir. Örneğin, "zor bir problem kurunuz" gibi yönergelerle yaptırılan problem kurma etkinlikleri bu kapsamda değerlendirilmektedir. Bu yönüyle, Leung (2013) tarafından sunulan etkinlik türlerindeki birinci madde olan bir matematik konusuna yönelik problem kurma, bu sınıflandırmada serbest duruma karşılık gelmektedir. Bu etkinlik türü öğrencilerin problem kurulması istenen kavrama yönelik anlayışlarını tespit etme yanında (Stoyanova ve Ellerton, 1996), öğrencilerin yaratıcılık becerilerinin değerlendirilmesi amacıyla da (Bonotto ve Santo, 2015) kullanılmaktadır. Çünkü bu tür etkinliklerde öğrenciler mevcut bilgi ve deneyimlerine dayalı olarak çok çeşitli kavram veya olguları bir araya getirerek problemler yazma imkanına sahiptir. Lowrie (1999) ise bu tür etkinliklerin aynı zamanda öğrencilere kendi ilgilendikleri durumlarla ilişkili problemler yazma fırsat tanıdığını ve böylece motivasyonlarını da olumlu yönde etkilediğini belirtmiştir.

Yarı-yapılandırılmış durumlarda ise öğrencilere bir veri seti sunulur fakat amaç yapılandırılmamıştır. Öğrenciler bilgi ve deneyimlerini kullanarak bu veri setinden hareketle birçok problem yazabileceklerdir. Bir görsel, açık-uçlu hikaye ve verilen bir aritmetiksel işlemi de barındıran çeşitli problemlerin yazılmasının istendiği durumlar bu kapsamda değerlendirilmektedir. Örneğin, Silver ve Cai (1996) yarı-yapılandırılmış durumlar kapsamında öğrencilere açık-uçlu hikayeler sunarak problemler yazmalarını istemiştir.

Yapılandırılmış durumlarda ise matematiksel yapısının sınırları çizilmiş olan durumlar öğrencilere sunulur ve bu sınırları belirlenmiş durumlara uygun problemler yazılması istenmektedir. Örneğin, geriye doğru çalışma stratejisine uygun verilen bir problemden hareketle katılımcılardan problemler yazılmasının istenmesi yapılandırılmış durumlar kapsamında yer almaktadır. Stoyanova ve Ellerton (1996) benzer yapıda problemler yazılmasını isteyen bu tür etkinliklerin problemdeki matematiksel yapıya yönelik katılımcıların anlayışlarının belirlenmesine imkân tanıdığını vurgulamıştır. Yapılandırılmış durumlar kapsamında alanyazındaki araştırmalarda (Chen vd., 2015; Grundmeier, 2015; Xie ve Masingila, 2017) katılımcılara bir problem sunulmakta ve bu problemden hareketle verilen problem biçimlendirme stratejilerine (problemden hareketle farklı problemler üretilmesine imkân tanıyan yaklaşımlar) ilişkin problemler yazılması istenmektedir. Örneğin, beşinci sınıf öğrencilerinin problem kurma ve çözme becerilerini geliştirmeyi hedefledikleri deneysel çalışmalarında Chen vd. (2015) öğrencilere problemler sunmuşlar ve onlardan problemlerden hareketle "verilen ve isteneni yer değiştirme", "yeni veri/sınırlılık ekleme" ve "eğer değilse nedir?" stratejilerini kullanarak farklı problemler yazmalarını istemiştir. Diğer bir örnek olarak Xie ve Masingila (2017) öğretmen adaylarından mevcut problemdeki verilerden bir kısmını manipüle ederek veya sadece mevcut problemin soru kökünü değiştirerek problemler yazmalarını istemiştir.

Sonuç olarak alanyazın araştırmaları, amacı ve kapsamına göre farklı problem kurma etkinliklerine yer verildiğini ve her bir etkinliğin kendine has avantajlarının olduğunu ortaya koymaktadır. Problem kurma etkinlikleri verilen bilgiyi öğrencilere görsel ve sembolik farklı temsil türlerini içerecek şekilde sunabildiğinden (Cai, Jiang, Hwang, Nie ve Hu, 2016), etkili matematik öğretimi için öğrenme ortamları farklı problem kurma etkinlikleriyle desteklenmelidir. Böylece farklı problem kurma etkinlik tasarımları, kavramın farklı yönlerini yansıtabilecek ve öğrenmede farklı nitelikleri daha fazla ön plana çıkarabilecektir. Bu araştırmada ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla işlemlere yönelik problem kurma ve çözme becerilerinin geliştirilmesi hedeflendiğinden etkinlik türlerinin sağladığı avantajlardan en iyi şekilde faydalanabilmek için farklı etkinlik türlerinin tamamının öğrenme ortamına dâhil edilmesinin uygun olacağı düşünülmüştür. Bu kapsamda, Stoyanova ve Ellerton (1996) tarafından yapılan serbest, yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmış durumlar şeklindeki sınıflama dikkate alınarak alanyazında tarif edilen farklı etkinliklerin öğrenme sürecine yansıtılması hedeflenmiştir.

2.2. Problem Kurma Öğretimindeki Tasarımlar

Problem kurmaya duyulan ilginin odağında, programların üzerinde önemle durduğu problem çözme (Kilpatrick, 1987; Silver, 1994; Xie ve Masingila, 2017) ve yaratıcılık

(Leung ve Silver, 1997; Silver, 1997; Van Harpen ve Sriraman, 2013) gibi becerilerle ilişkisi olması yer almaktadır. Bunun yanında, problem kurma etkinliklerinde öğrenciler pasif dinleyici yerine aktif öğrenen konumundadırlar (Ellerton, 2013). Dolayısıyla öğrencilerin kendi problemlerini kurmalarına fırsat tanıyan öğrenme ortamları, akıl yürütme, varsayımda bulunma ve doğrulama gibi öğretim programlarının (MEB, 2018; NCTM, 2000) vurguladığı becerileri aktif şekilde kullanmayı desteklemektedir. Böylece sorgulamaya-dayalı öğrenme ortamlarının (Silver, 1997) oluşturmasına fırsat tanımaktadır.

English (1997b) öğrencilerin geleneksel olarak onlar için yararlı ve ilginç olduğunu düşündüğümüz bizim sunduğumuz problemleri çözmelerini eleştirerek sorumluluğun bir kısmının problem kurma yoluyla öğrencilere verilmesini ve peşinde koşmaya değer düşündükleri problemleri kurmalarına imkan tanınmasını vurgulamıştır. Buna karşın, yapılan araştırmalar ders kitaplarının problem kurma faaliyetlerine çok az veya hiç yer vermediklerine (Cai ve Jiang, 2017; Çimen ve Yıldız, 2017; Kılıç, 2011) ve öğrencilerin problem kurma performanslarının (Geçici, 2018; Işık ve Kar, 2015; Kazak, 2012; Özgen vd., 2017) düşük olduğuna işaret etmektedir. Bu sonuçlardan, problem kurmanın henüz matematik derslerinin önemli bileşenlerinden birisi olmadığı anlaşılmaktadır.

Öğrencilerin problem kurma becerilerinin geliştirilmesi ve problem kurmayı matematik öğreniminin önemli bir bileşeni yapmak için birçok öğretim tasarlanmış, uygulanmış ve değerlendirilmiştir (Cankoy, 2014; Cankoy ve Darbaz, 2010; Chen vd., 2015; English, 1997a, 1997b, 1998; Kopparla vd., 2019; Rudnitsky vd., 1995; Winograd, 1997; Xia vd., 2008). Bu tür öğretim tasarımlarıyla öğrencilerin problem kurma ve çözme becerileri yanında, problem kurma ve çözmeye yönelik tutumları ile matematiksel anlayışlarının da geliştirilmesi hedeflenmiştir.

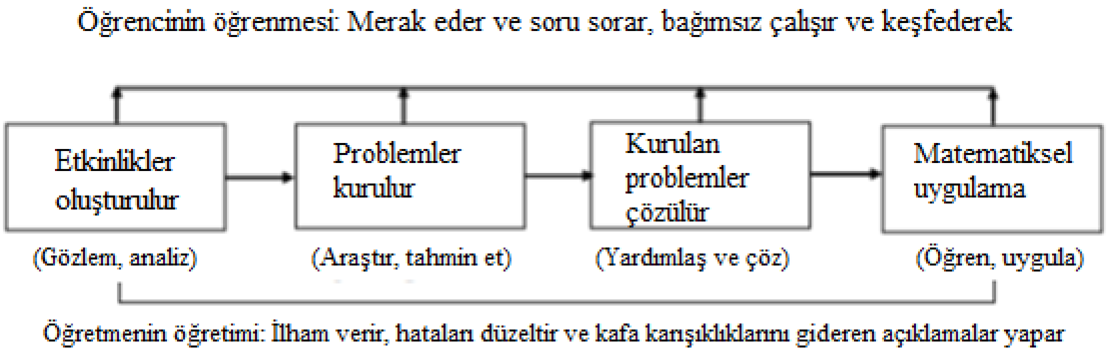
Rudnitsky vd. (1995) yapılandırma-artı-yazma (structure-plus-writing) öğretiminin üç ve dördüncü sınıf öğrencilerinin toplama ve çıkarma işlemlerine yönelik sözel problemlere yönelik anlayışlarını yapılandırmalarına olan katkısını ve bu öğretimden edinilen bilginin problem çözmeye aktarılıp aktarılamayacağını araştırmışlardır. Araştırmacılar, yapılandırma-artı-yazma grubunun performansını problem çözme basamaklarına dayalı olarak öğretim yapılan grup ve herhangi bir öğretim almayan kontrol grubu ile karşılaştırmışlardır. Aynı zamanda grupların performanslarının gelişimi de uygulama boyunca gözlemlenmiştir. Altı okuldan toplam 21 sınıftan alınan 401 üç ve dördüncü sınıf öğrencisiyle çalışma yürütülmüştür. Yapı-artı-yazma öğretiminde öğrencilere matematiksel hikâye (nicelik veya miktarlarla ilişkili herhangi bir olay, hikâye veya olgu), matematiksel hikâye türleri (değişim, birleştirme ve karşılaştırma) ve bunların matematiksel problemlerle olan ilişkileri öğretilmiştir. Bunun yanında, öğrencilerden matematiksel hikayeler yazmaları, bunları türlerine göre kategorilendirmeleri, hikâye türlerini birleştirerek daha karmaşık hikayeler yazmaları, hikayelerden hareketle problemler kurmaları ve bazı problemleri çözmeleri istenmiştir. Yapı-artı-yazma grubundaki faaliyetler ağırlıklı olarak problemlerin yazılması ve tartışılmasına odaklanmış olup çözme faaliyetleri sadece üçüncü haftadaki dokuzuncu gün etkinliğinde gerçekleştirilmiştir. Çözme grubunda ise öğrencilere problem çözme adımlarının tanıtımı yapılmış ve bu adımlara uygun olarak problemleri bireysel veya grupla çözmeleri istenmiştir. Bu kapsamda tek adımlılardan başlamak kaydıyla adım adım zorlaştırılarak (bilinmeyenin konumu, fazla veri içermesi veya çok adımlı olması) problem çözme faaliyetleri yürütülmüştür. Araştırmanın sonuçlarına göre yapı-artı-yazma grubunun, çözme ve kontrol grubuna göre aritmetiksel sözel problem çözmede daha iyi performans sergiledikleri ve kalıcılık testinde de bu farkın korunduğu tespit edilmiştir.

Winograd (1997) ilkokul öğrencilerinin yazdıkları matematiksel sözel problemlerin sınıf içerisinde farklı yollarla paylaşımına odaklanan (bir matematikçi gibi problemler kurma veya çalışma kağıtlarına yazdıkları problemleri birbirleriyle paylaşarak çözme ve tartışma) öğretim tasarlamıştır. Bir matematikçi gibi problem kurma ve çözme yaklaşımında, öğrencilerden birisi diğerleri için bir problem kurmakta, problemi sesli bir şekilde okumakta ve problemin anlaşılıp anlaşılmadığı hakkında tartışmayı başlatmaktadır. Daha sonra sırasıyla, problemin çözümü için sınıfa zaman tanınmakta, nasıl çözdüklerine yönelik tartışmalar yürütülmekte, problemde beğenilen ve beğenilmeyen yönlere yönelik görüşler alınmakta ve problem genişletilerek yeni bir problemin nasıl yazılacağına odaklanılmaktadır. Bu yaklaşım aynı zamanda Polya'nın (1957) problem çözme basamaklarına problem kurmanın entegre edilmesi durumunu yansıtmaktadır. Sınıf içi gözlemler, öğrencilerin arkadaşları için ilginç ve zor problemler yazmada yüksek motivasyona sahip olduklarını ve sınıf ortamında problemlerini paylaşma noktasında süreç boyunca ilgilerini kaybetmediklerine işaret etmiştir.

English (1997a, 1997b, 1998) üç yıllık bir araştırma kapsamında farklı sayı algılaması ve problem çözme becerisine sahip üç, beş ve yedinci sınıf öğrencilerine tasarladığı problem kurma öğretimini uygulamıştır. Örneğin, English (1997a) öğretimin yedinci sınıf öğrencilerinin performansları üzerindeki etkisini iki etkinlik üzerinden (açık-uçlu bir hikayeye ile çıkarma ve çarpma işlemlerine yönelik problem kurma) sunmuştur. Çalışmaya 23 öğrenci dahil edilmiş ve bunun yanında altı öğrenci de kontrol grubu olarak belirlenmiştir. Öğrencilere 12 haftalık öğretim süresinin (haftada 1,5 saat) öncesinde ve sonrasında problem kurma etkinlikleri uygulanmıştır. GAÖÇ'ne dayalı öğretim altı aktivite çeşidi içermektedir. Birinci aktivite türünde öğrencilerin problem kurma ve çözmeye yönelik algıları, tutumları, sınıf dışındaki problem deneyimleri, problem çözmenin daha ilginç hale nasıl getirilebileceği, problem etkinliklerinde ne tür yaklaşımların benimsenebileceği ve öğretmenlerin sunacağı problemleri çözmek yerine kendi problemlerinizi kurup çözme ile daha fazla öğrenme sağlanabileceği gibi durumlar üzerine grup ve toplu sınıf tartışması yürütülmüştür. Böylece problemin keşfedilmesi ve üzerine derinlemesine düşünülmesi hedeflenmiştir. İkinci aktivite türünde ise öğrencilerle problem tercihleri üzerine konuşulmuştur. Öğrencilere rutin olan ve olmayan problemler sunulmuş ve hangilerini çözmeyi daha fazla sevdikleri üzerine tartışılmıştır. Ayrıca hoşlanmadıkları bir problemin nasıl ilgi çekici hale getirilebileceği üzerine de konuşulmuştur. Üçüncü tür aktivitede öğrencilere bağlamları birbirinden farklı fakat paralel matematiksel yapıya sahip veya aynı bağlama sahip fakat farklı matematiksel yapıya sahip rutin olan ve olmayan problem kartları verilerek, bu problemleri benzerliklerine göre sınıflandırmaları istenmiştir. Dördüncü aktivite türünde öğrenciler rutin ve rutin olmayan problemlerde verilenler ve istenenlerin yapısı üzerine tartışma yürütmüş, bu problemlerin bazılarını çözdükten sonra mevcut yapılara yönelik kendileri problemler kurmuşlardır. Beşinci aktivite türünde öğrencilere farklı problem kurma etkinlikleri (verilenlerden hareketle problem kurma, cevabı verilen duruma uygun problem kurma veya sembolik işlemlere uygun problem kurma gibi) sunularak problemler yazmaları istenmiştir. Son aktivite türünde ise verilen bir problemin yeni bir probleme dönüştürülmesine yönelik (verilen ve isteneni yer değiştirme, sınırlılıkları kaldırma, yeni veri veya sınırlılık ekleme gibi) etkinlikler yürütülmüştür. Kurulan problemler çözülebilir olup olmaması, aritmetiksel ve semantik karmaşıklıklarına göre analiz edilmiştir. Araştırmada kontrol grubu ile karşılaştırıldığında tasarlanan öğretimi takip eden öğrencilerin semantik ve aritmetiksel olarak daha kompleks problemler kurabildikleri, problemin yapısını ve bu yapının üzerine yeni problemler tanımlamada daha fazla kazanım elde ettikleri tespit edilmiştir. Ayrıca araştırmacı tasarlanan öğretimin yedinci sınıf öğrencileri yanında öğretmenleri için de başarılı bir öğrenme deneyimi sağladığını belirtmiştir.

English (1998) tasarladığı öğretimin sayı algılaması ve problem çözme testine göre üç gruba (sayı algılaması ve problem çözme becerisi yüksek, sayı algılama becerisi yüksek fakat problem çözme becerisi düşük ve sayı algılama becerisi düşük fakat problem çözme becerisi yüksek) ayrılan 53 ilkokul üçüncü sınıf öğrencisinin problem kurma becerilerinin gelişimine olan etkisini incelemiştir. Araştırmada öğrencilerin problem kurma performanslarının gelişimi doğal sayılarla toplama ve çıkarma işlemleri üzerinden araştırılmış ve formal (toplama ve çıkarmaya yönelik sembolik işlemlere problem yazma) ve informal (resim, açık-uçlu hikâye veya edebi bir metinden hareketle problem yazma) bağlama yönelik birçok problem kurma etkinliği öğretim boyunca gerçekleştirilmiştir. Tasarlanan öğretim, etkinliğin yapısının açıklandığı ve öğrencilerin etkinliğe yönelik anlayışlarını paylaştığı toplu sınıf tartışmasıyla başlamakta ve bu süreçte öğrenciler ilk problemlerini yazmaktadırlar. Ardından grup çalışmaları yapılarak öğrencilerden kurulabilecek diğer problemlere yönelik fikirlerini paylaşmaları istenmektedir. Daha sonra toplu sınıf tartışmaları yardımıyla öğrenciler problemlerini sınıfla paylaşmakta ve bazı problemler birlikte çözülmektedir. Tasarlanan problem kurma öğretiminin özellikle problem yazma sayısı ve çok-adımlı problemler oluşturma performansı üzerinde daha fazla etkili olduğu tespit edilmiştir. Buna karşın öğretim boyunca öğrenciler, yazdıkları problemlerde işlemlerin ayırma ve parça-parça bütün anlamlarına daha fazla yer vermiştir. Bu yönüyle öğretimin aritmetiksel işlemlerin semantik anlamlarını yorumlama anlayışını geliştirme noktasında etkili olmadığı belirlenmiştir. Araştırmacı, aritmetiksel işlemlerin farklı semantik anlamlarına yönelik problemlerin yazılacağı ve çözüleceği öğretim yaklaşımlarının tasarlanmasını önermiştir. Araştırmanın diğer dikkat çeken bir sonucuna göre ise informal bağlamların işlemlerin farklı semantik anlamlarının kullanıldığı problemler yazma üzerinde daha fazla etkili olduğudur.

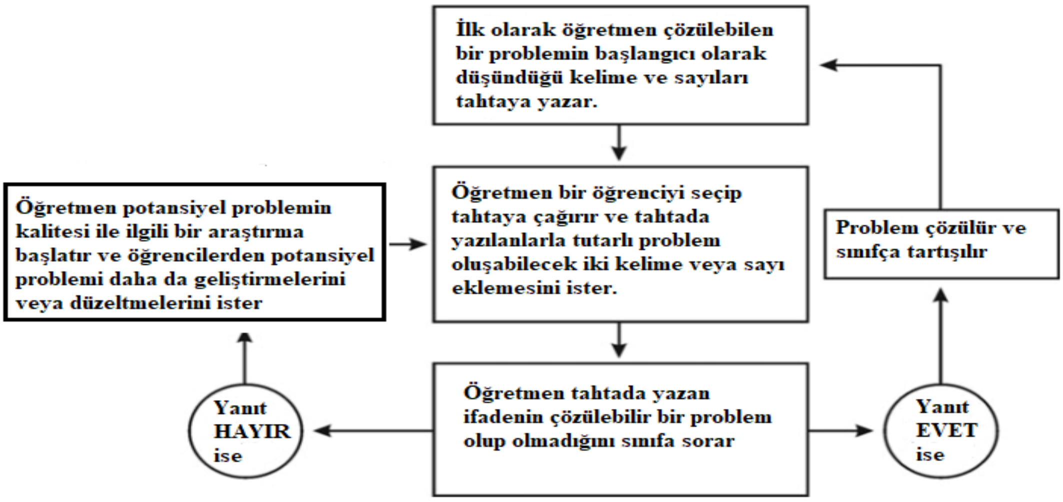
Xia vd. (2008) Çin'de tasarlanan "Etkinlik Yaratma ve Problem-temelli Öğretim (Situated Creation and Problem-based Instruction)" başlıklı matematik öğretim modelini farklı öğrenim kademlerinde yaptıkları uygulamalarla incelemişlerdir. Şekil 1'de tarif edilen bu modelde problem kurma, problem çözme ve bu etkinlikler yardımıyla matematik yapma temel alınmaktadır. Bu modelin öğrencilerin matematiğe karşı olan ilgilerini ne kadar desteklediğini belirlemek amacıyla 101 deney ve 226 kontrol grubundaki ortaokul öğrencilerinin bir ankete verdikleri yanıtları karşılaştırmışlardır. Araştırmanın bulgularına göre, deney grubu lehine öğrencilerin matematiğe karşı olan ilgilerinde anlamlı farklılık tespit edilmiştir. İki yıllık deneysel bir araştırmanın ardından dokuzuncu sınıf düzeyindeki 61 deney ve 57 kontrol grubu öğrencisinin cebir ve geometri etkinlikleri üzerinden problem kurma performansları karşılaştırılmıştır. Araştırmanın bulguları deney grubu lehine öğrencilerin problem kurma performanslarının daha yüksek olduğuna işaret etmiştir. Araştırmacılar öğrencilerin probleme yönelik bilinçlenmelerine ve matematiksel becerileri sorgulamalarına fırsat tanımasını ve kurdukları problemler sayesinde iyi yapılandırılmış ve yapılandırılmamış problemleri analiz etme fırsatları bulmalarını bu modelin güçlü yönleri ve başarı farkının temel nedenleri olarak görmüşlerdir.



Şekil 1. Problem-temelli Öğretim Modeli (Xia vd., 2008)

Cankoy ve Darbaz (2010) problem kurma temelli problem çözme öğretimi ile geleneksel problem çözme öğretiminin ilkokul üçüncü sınıf öğrencilerinin problemi anlama performansları üzerindeki etkisini karşılaştıran haftada dört ders saati olmak üzere 10 haftalık deneysel bir çalışma yürütmüşlerdir. Problem kurma temelli problem çözme öğretimi öğrencilerin problem kurması, kurulan problemlerin kritik edilmesi ve düzenlenmesi, problemlerin çözülmesi ve yeniden problem yazılması döngüsünü takip etmektedir. Problem çözme sürecinde ise problemi anlama, strateji kullanımı, sağlama ve matematiksel dilin kullanımı-iletişim boyutlarına odaklanılmıştır. Kontrol grubunda yapılan geleneksel problem çözme yaklaşımında ise öğretmen rutin problemlerin çözülmesi faaliyetleri yürütmüştür. Tasarlanan öğretimde sembolik işlemlere, resimlere problem kurma, sözcük ekleyerek ya da kelimeleri sıraya koyarak problem kurma gibi farklı etkinlik türlerine yer verilmiştir. Araştırmanın bulguları, deney ve kontrol grupları arasında problemi ifadelendirme (kendi cümleleriyle ifade edebilme, probleme ait sayı cümlelerini oluşturabilme), problemi görselleştirme ve problemle ilgili niteliksel akıl yürütme (eksik veya fazla veriyi saptama, çözüme rehberlik edecek alt problemleri belirleme ve veriler arasındaki mantıksal ilişkileri tespit etme gibi) alt boyutlarının tümünde deney grubu lehine farkın olduğunu göstermiştir.

Cankoy (2014) ilkokul beşinci sınıf öğrencileriyle serbest problem kurma etkinliklerine dayalı problem kurma öğretimi yürütmüştür. Araştırmada serbest problem kurma etkinliklerine yönelik geleneksel problem kurma öğretimi ile iç içe geçmiş problem kurma öğretimi tasarlamıştır. Geleneksel problem kurma öğretiminde öncelikle öğretmen tarafından problemi anlama, plan yapma, problemi çözme ve kontrrol etme şeklindeki dört adımlı problem çözme basamakları tanıtılmış, ardından öğretmenin seçtiği problemler bu basamaklara göre öğreten veya gönüllü olan öğrenciler tarafından çözülmüştür. Daha sonra öğretmen öğrencilerden arkadaşları için problemler yazmalarını bireysel olarak istemiş ve seçilen bazı problemlerin çözülebilirliği ve genel niteliği üzerine dönütler vermiştir. İç içe geçmiş problem kurma öğretiminde ise öğretmen serbest problem kurmayı başlatacak tahtaya birkaç kelime yazar ("Bir anne ve baba…" (s. 227)), öğrenciler en fazla iki kelime veya sayı ekleyerek problemi yapılandırırlar, yazılan problemin çözülebilirliği ve niteliği üzerine tartışma yürütülür ve son olarak problem geliştirilerek çözümü yapılır (Şekil 2). Bu tasarlanan öğretim yaklaşımları haftada iki ders saati olmak üzere toplam beş hafta uygulanmıştır. Uygulama sürecinin öncesinde ve sonrasında deney (17 öğrenci) ve kontrol (13 öğrenci) grubundaki öğrencilerden arkadaşları için altı problem yazmaları istenmiştir. Öğrencilerin kurdukları problemler çözülebilirlik, tutarlılık (problemdeki verilerin günlük yaşamda gerçekçi ve uygulanabilir olması) ve matematiksel yapısına (başlangıç veya sonuç bilinmeyen problem) göre analiz edilmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre, uygulama öncesinde gruplar arasında analiz birimlerinin tamamında farklılık tespit edilmemiştir. Son-test aşamasında ise iç içe geçmiş problem kurma öğretimi alan grubun bütün analiz birimlerinde performansı istatistiksel olarak anlamlı gelişim göstermiştir. Bunun yanında, kontrol grubuna göre deney grubu öğrencilerinin her bir analiz biriminde daha iyi performans sergiledikleri de tespit edilmiştir.



Şekil 2. İç içe geçmiş problem kurma öğretimi (Cankoy, 2014, s. 226)

Chen vd. (2015) tasarladıkları öğretim deneyiminin Çinli dördüncü sınıf öğrencilerinin problemi kurma ve çözme performansları yanında, bu becerilere yönelik tutumları üzerindeki etkisini de araştırmışlardır. Öğretim, problem kurma etkinlikleri, öğretimsel teknikler ve sosyo-matematiksel normlar üzerine inşa edilmiştir. Tasarlanan öğretimdeki bir derste, öğretmen anlamlı ve gerçekçi bir etkinliği toplu sınıf tartışması ile tanıtmış ve öğrencilerden gruplar halinde problemler yazmalarını istemiştir. Daha sonra gruplar birbirlerinin kurdukları problemleri çözmüşler ve ardından tekrar bireysel problem kurma faaliyetleri yürütmüştürler. Son olarak, toplu sınıf tartışması yapılarak etkinlikler tamamlanmıştır. Bu süreçte öğretmen, öğrencileri etkinliğin yapısına uygun ve matematiksel yönden geçerli sözel problemler yazmaya teşvik etmiştir. Matematiksel yönden geçerli olmayan problemler için ise öğretimsel teknikler yardımıyla sorular sorarak bu hataların farkına varılmasına destek olmuştur (matematiksel bir problem midir? matematiksel bir problem olması için nelere ihtiyacımız bulunmaktadır? ya da verilenler ve istenen nelerdir?). Problem kurma öğretimi programdaki matematik dersinin içerisine entegre edilmiştir. Problem kurma öğretimi alan deney grubunda 33, kontrol grubunda ise 36 öğrenci bulunmakta olup, uygulama haftade 90 dakikalık bir öğretim üzerinden 11 hafta sürmüştür. Öte yandan kontrol grubunda ise öğretim yeni bilginin tanıtımı, yeni bilginin keşfi, uygulama ve pekiştirme ve özet adımlarını takip edecek şekilde yürütülmüştür. Öğrencilerin kurdukları problemler uygunluk (etkinlikteki verilere aritmetiksel işlemler yaparak hesaplanabilecek nicel veriler ekleme, etkinliğin yönergesine uygunluk, çözülebilirlik gibi), dilsel komplekslik, orijinallik ve çeşitlilik boyutlarına göre analiz edilmiştir. Problem çözme testinde ise aritmetik, geometri ve istatistik öğrenme alanlarından sorular içeren 10 sözel probleme yer verilmiş ve doğru-yanlış şeklinde kodlanmıştır. Bunun yanında, öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrasında genel matematik bilgisini ölçmek amacıyla standart başarı testi geliştirilmiş ve bu testte öğretim programında yer alan sayılar, kesirlerle toplama ve çıkarma, sözel problem çözme gibi konulara yönelik sorulara yer verilmiştir. Araştırmanın bulgularına göre, ön-test aşamasında deney ve kontrol grubu öğrencilerinin problem kurmanın her bir boyutundaki performansları arasında istatistiksel olarak farklılık tespit edilmemiştir. Benzer şekilde, ön-test aşamasında öğrencilerin problem çözme performansları arasında da istatistiksel olarak farklılık bulunmamaktadır. Öğrencilerin ön-test ve son-test performansları karşılaştırıldığında ise problem kurmanın sadece orijinallik boyutunda deney grubu öğrencilerinin kontrol grubuna göre daha fazla ilerleme sağladığı belirlenmiştir. Problem çözme testinde ise deney grubu lehine ilerleme daha fazla görülmüştür. Araştırma öncesinde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin problem kurma ve çözmeye yönelik tutumları arasında kontrol grubu lehine istatistiksel farklılık varken uygulama sürecinin ardından bu farklılık deney grubu lehine olmuştur. Son olarak her iki grubun standart başarı testine göre genel matematik bilgisi arasında ön-test ve son-test aşamalarında istatistiksel olarak farklılık tespit edilmemiştir.

Kopparla vd. (2019) kırsal bir kesimde bulunan bir okuldaki ilkokul 2-5. sınıf toplam 45 öğrenciyle yapmış olduğu yarı-deneysel çalışmada, tasarladıkları problem çözme ve problem kurma öğretimlerinin öğrencilerin çözme ve kurma performansları üzerindeki etkisini karşılaştırmışlardır. Problem kurma ve çözme gruplarında sırasıyla 14 ve 31 öğrenci bulunmaktadır. Problem çözme veya kurma grubunda bulunan öğrenciler 3-5 arası kişiden oluşan gruplar halinde haftada iki kez ve ortalama 15-20 dakika olmak üzere üç ay boyunca bir araya gelmişlerdir. Problem kurma öğretiminde öğrencilere aritmetiksel işlemlere yönelik sembolik temsiller ($(4 + 6) \times 9$ işlemiyle çözülecek bir problem kurma gibi), görsel temsiller (resim, grafik, tablo vb.) ve informal bağlamlara (yakınlardaki bir müze veya restoran gibi sosyal veya kültürel durumların matematiksel karakteristikleriyle ilgili senaryolardan hareketle problemler yazma) yönelik durumlar verilerek problemler kurmaları istenmiştir. Kurulan problemlerin çözülebilirliği, gerçekçiliği ve etkinlik formatına uygunluğu tartışılmıştır. Problem çözme öğretimi alan gruba ise, aynı yapıdaki etkinliklere yönelik gerçek yaşam problemleri sunulmuş ve problemi anlama, plan yapma, planı uygulama ve değerlendirme basamakları üzerinden çözümleri yapılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre, bütün öğrenciler çalışma boyunca problem kurma ve çözme performanslarını geliştirmelerine karşın problem çözme grubundaki öğrenciler problem kurma performanslarını daha fazla geliştirmişlerdir. Araştırmanın diğer bir bulgusuna göre, ön-test aşamasına göre uygulama sürecinin ardından problem kurma ve çözme arasında daha güçlü ilişki tespit edilmiştir.

Problem kurma becerisini de dahil eden yukarıda incelen çalışmalar birlikte değerlendirildiğinde, problem kurmayı da kapsayan öğretim tasarımlarının öğrencilerin problem kurma (Chen vd., 2015; English, 1997a, 1997b, 1998; Kopparla vd., 2019), problem çözme (Chen vd., 2015; Kopparla vd., 2019; Rudnisky vd., 1995) ve problem kurmaya yönelik inançları (Chen vd., 2015; Winograd, 1997) üzerinde olumlu etkiye sahip olduğuna işaret etmektedir. Fakat bu çalışmalar bazı sınırlılıklara da sahip olup, bu sınırlılıklar tasarlanabilecek öğretim yaklaşımlarına da ışık tutabilecektir. Birincisi, sınıfın tamamı yerine seçilen alt gruplarla (English, 1997a, 1997b, 1998) ya da farklı öğrenim kademelerden öğrencileri barındıran (Kopparla vd., 2019; Rudnitsky vd., 1995) örneklemlerle çalışılmaktadır.

İkincisi, tasarlanan bazı öğretim yaklaşımlarında sınırlı sayıda problem kurma etkinlik türlerine yer verilmektedir. Örneğin bazı çalışmalarda sadece serbest problem kurma etkinliklerine yer verilmişken (Cankoy, 2014), bazı çalışmalarda (English, 1998; Rudnitsky vd., 1995) ise sembolik aritmetiksel işlemlere, açık-uçlu hikayelere veya problemden hareketle problem kurma gibi etkinliklerin bir veya birkaçına yer verilmiştir. Stoyanova ve Ellerton (1996) problem kurma etkinliklerini yapılandırılmış, yarı-yapılandırılmış ve serbest problem kurma şeklinde sınıflandırılmıştır. Her bir problem kurma etkinliği öğrenim sürecinde farklı avantajlara sahiptir. Örneğin, serbest ve yarı-yapılandırılmış problem kurma etkinlikleri öğrencilerin yaratıcı düşünme becerisini geliştirmeye katkı sunarken (Bonotto ve Santo, 2015), serbest problem kurma etkinlikleri yardımıyla öğrencilerin ilgi duydukları bağlamlar öğrenme sürecine dahil edilebilmektedir (Cankoy, 2014; Lowrie, 1999). Bunun yanında, açık-uçlu problem kurma etkinlikleri sayısal veri içerecek ve içermeyecek şekilde sunulması (Leung ve Silver, 1997) yanında, belirli bir cevaba yönelik tamamlanmasının istenip istenmemesi durumuna göre de (Silber ve Cai, 2017) sunulabilmektedir. Örneğin, Silber ve Cai (2017) öğretmen adaylarının açık-uçlu bir etkinlikten hareketle serbest problem kurmaya göre bir cevaba göre tamamlamanın istendiği durumda semantik olarak daha karmaşık problemler kurduklarını belirlemiştir. Matematiksel ilişkilerin daha fazla dikkate alınması bu farkın temel sebebi olarak görülmüştür. Bu sonuçlar, farklı problem kurma etkinliklerinin farklı öğrenme potansiyeline sahip oldukları, dolayısıyla problem kurma etkinlikleri yönünden zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamının öğrencilerin kurma ve çözme performanslarının gelişimine daha fazla katkıda bulunabileceği düşünülebilecektir.

Üçüncüsü, yukarıda incelenen çalışmaların bir kısmında (Cankoy, 2014; English, 1997a, 1997b, 1998; Rudnitsky vd., 1995; Xia vd., 2008) öğretim yaklaşımlarının katılımcıların problem kurma becerilerinin gelişimi üzerindeki etkisi incelenmiş ya da süreçteki davranışları (Winograd, 1997) betimlenmiştir. Buna karşın, son yıllardaki araştırmalarda (Chen vd., 2015; Kopparla vd., 2019) ise öğretim yaklaşımlarının problem kurma yanında problem çözme becerisi üzerindeki etkisi de araştırılmaktadır. Çünkü problem kurma ve çözme birbiriyle ilişkili olup, her birinin diğeri üzerinde önemli katkıları bulunmaktadır (Kilpatrick, 1987; Silver, 1994; Xia ve Masingila, 2017). Bu kapsamda, yukarıda incelenen çalışmalardaki öğretim tasarımlarında kurulan problemlerin çözümlerinin yapılmasına da vurgu yapılmaktadır. Dolayısıyla, bu tür öğretim tasarımlarının, sadece problem kurma becerisi üzerindeki etkisi değil, programlarda (MEB, 2018; NCTM, 2000) merkezi öneme sahip problem çözme becerisi üzerindeki etkisi de incelenmelidir.

Son olarak, tasarlanan öğretim yaklaşımlarında (Chen vd., 2015; English, 1998; Kopparla vd., 2019) problem kurma ile başlanmakta, kurulan problemler tartışılmakta ve bazı problemler çözülmektedir. Problem kurmanın, problem çözme sürecinin öncesi, süreci ve sonrasında da yer aldığı dikkate alındığında (Silver, 1994), problem çözümünün ardından da problem kurma faaliyetleri yaptırılabilecektir. Bu yönüyle, tasarlanan öğretim yaklaşımlarında problem çözmenin, problem kurma sürecine katkıda bulunmasına da fırsat tanınmış olacaktır. Bir sonraki bölümde açıklanan ve bu araştırmada da öğretim yaklaşımının uygulama prosedürünü yansıtan GAÖÇ (Xie ve Masingila, 2017) bu perspektifi dikkate alarak hazırlanmıştır.

Bu araştırma, yukarıda tarif edilen sınırlılıkların üstesinden gelecek bir öğretim yaklaşımı oluşturmayı hedeflemiştir. Bu kapsamda, farklı örneklemler veya bir örneklemin alt grupları ile çalışmak yerine bir ortaokul altıncı sınıfın tamamı ile çalışılmış, sadece problem kurma becerisinin değil problem çözme becerisinin gelişimine de odaklanmıştır. Ayrıca, tasarlanan öğretim yaklaşımı farklı problem kurma etkinlikleriyle zenginleştirilmiş ve uygulamalar problem kurma etkinlikleri yanında problem çözme etkinlikleriyle de başlatılmıştır. Böylece, öğrenciler için muhakeme, akıl yürütme ve varsayımda bulunma gibi beceriler yönünden daha zengin bir öğrenme ortamı oluşturulması ve böylece öğrencilerin problem kurma ve çözme becerilerinin gelişimine katkıda bulunulması hedeflenmiştir.

2.3. Problem Kurma ve Problem Çözmeyi İlişkilendiren Aktif Öğrenme Çerçeveleri

Son yıllardaki öğrenme yaklaşımları, öğrencilerin yeni bilgiyi mevcut bilgi ve deneyimlerinin üzerine inşa ettikleri öğrenme ortamları tasavvur etmektedirler. Bu bakış açısı matematik öğretim dokümanlarında da vurgulanmaktadır. Örneğin, NCTM (2000) matematik öğretim programlarının en önemli amaçlarından birisinin, öğrencilerin kendi öğrenme süreçlerini kontrol etmelerine vurgu yapan bağımsız öğrenenler oluşturmak olduğunu ve anlayarak öğrenmenin bu amaca hizmet edeceğini ifade etmiştir. Matematik eğitimi araştırmacıları (Artigue ve Blomhoj, 2013; Engeln vd., 2013; Maab ve Artigue, 2013; Silver, 1997; Yoshinobu ve Jones, 2013) bu yaklaşımı sorgulamaya-dayalı öğrenme şeklinde ifade etmektedirler.

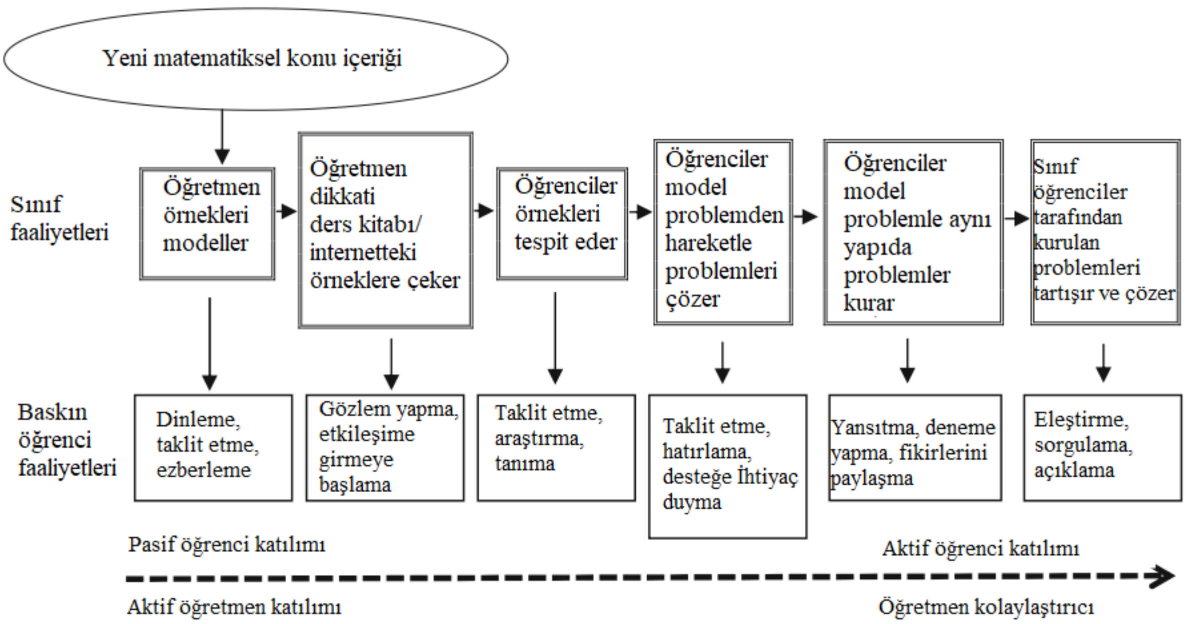
Her ne kadar tanımı üzerinde fikir birliği olmasa da öğrencilerin öğrenme süreçleri üzerinde sorumluluk almasını destekleyen öğrenme ortamları sorgulamaya dayalı öğrenme yaklaşımı olarak isimlendirilmektedir. Sorgulamaya dayalı öğrenme özünde öğrencilerin matematiksel etkinliklerle derinlemesine meşgul oldukları ve arkadaşlarıyla işbirliğinde bulunma fırsatları sunan bir paradigmadır (Yoshinobu ve Jones, 2013). Sorgulamaya dayalı öğrenme kavram ve genellemelerin ilk olarak öğretici tarafından sunulduğu ve destekleyici örnek ve etkinliklerle sürdürülen öğrenme ve öğretim stillerinden, daha çekici ve aktif hale getiren öğrenme ve öğretim stillerine geçiş anlamına gelmektedir (Engeln vd., 2013).

Sorgulamaya-dayalı öğrenme yaklaşımını karakterize eden sınıf ortamlarında farklı çözüm stratejilerine ve cevaplara imkân tanıyan açık-uçlu etkinlikler kullanılmakta ve öğrencilerden problemler üretmeleri, keşfetme, açıklama, genelleme, değerlendirme ve varsayımda bulunma gibi sorgulamalar yapması ve bunları iş birliği içinde gerçekleştirmesi beklenmektedir (Artigue ve Blomhoj, 2013; Engeln vd., 2013; Maab ve Artiguel, 2013). Bu kapsamda problem çözme ve kurma, sorgulamaya-dayalı öğrenme yaklaşımının uygulanmasında önemli etkinlikler haline gelmektedir. Schoenfeld ve Kilpatrick (2013) “matematiksel problem çözme ile bilimde sorgulamanın hemen hemen aynı şeyler” (s. 908) olduğuna dikkat çekmiştir. Artigue ve Blomhoj (2013) ise sorgulamaya-dayalı öğrenme yaklaşımının içeriği ile problem çözme arasındaki bağlantıya şu şekilde vurgu yapmıştır:

> "Rutin olmayan problemlerle karşılaşan öğrenciler kendi stratejilerini ve tekniklerini geliştirmelidir. Öğrenciler keşfetmek, varsaymak, denemek ve değerlendirmek zorundadırlar. Onlara önemli matematiksel sorumluluklar verilir ve genellikle kendi problemlerini oluşturmaları ve elde ettikleri sonuçların olası genellemelerini tasavvur etmeleri için teşvik edilir. Böylece problem çözme yeterlikleri ve üstbilişsel beceriler sorgulama alışkınlığı kazanmış zihinlerin bir özelliği olarak yorumlanabilir." (s. 802)

Silver (1994) ise problem kurmayı da sorgulamaya-dayalı öğrenme yaklaşımının önemli bir bileşeni olarak görmüş ve sorgulamaya-dayalı matematik öğretimini problem kurma ve çözme süreçleri üzerinde öğretmen ve öğrencilerin sorumlulukları paylaşmaları şeklinde tanımlamıştır. Problem kurmanın sorgulamaya-dayalı öğrenme yaklaşımlarında önemli bir aktivite olarak görülmesinin nedenleri için birçok sebep öne sürülebilecektir. Birincisi, sorgulamaya-dayalı pedagoji öğrencilerin matematikçiler ve bilim adamlarının çalıştığı şekilde çalışmaya davet edilmesi şeklinde tanımlanabilecektir (Artigue ve Blombhoj, 2013). Matematikçiler ve bilim adamlarının çalışmalarında bir problemi çözmek kadar önemli olan diğer bir beceri de problem kurmadır. Einstein ve Infeld (1967) problem kurmanın önemini "problemin biçimlendirilmesi, sıklıkla çözümünden daha önemlidir" (p. 95) şeklinde tanımlamıştır. Diğer bazı araştırmacılar ise (Kilpatrick, 1987; Leung, 2013; Silver, 1994) matematikçilerin her zaman başkalarının kurdukları problemleri çözmediklerini, çoğunlukla problemi çözen matematikçilerin aynı zamanda problemi kuran kişiler olduklarına dikkat çekerek matematikçilerin çalışmalarında problem kurmanın önemine değinmişlerdir. İkincisi, sorgulamaya-dayalı öğrenme üzerine yapılan tanımlamalarda sorgulamalar yapılmasına imkân tanıması için açık-uçlu etkinliklerin kullanılması tavsiye edilmektedir. Problem kurma etkinliklerinde farklı birçok problem üretilebileceğinden, bu tür etkinlikler açık-uçlu olarak değerlendirilmektedir (Haylock, 1997; Pehkonen, 1995, Silver, 1994). Üçüncüsü, Kilpatrick (1987) problem çözmeyi ardışık problemler kurma süreci olarak tanımlamıştır. Diğer bir ifadeyle, problem çözme sürecinde kurulan alt problemler üzerinden ilerlenerek cevaba ulaşılmaktadır. Dolayısıyla sorgulamaya-dayalı yaklaşımların önemli bir bileşeni olan problem çözme faaliyeti problem kurma becerisinden ayrı düşünülemeyecektir. Son olarak, problem kurma öğrencileri öğrenmeleri üzerinde sorumluluklar almaya teşvik etmenin yanında, etkinliklerin yapısını incelemeye, veriler arasındaki bağlantıları keşfetmeye, yazılan problemlerin matematiksel olarak geçerliğini sorgulamaya yönlendirmektedir (English, 1997b). Bu nedenle problem kurma etkinlikleri, sorgulamaya-dayalı öğrenme yaklaşımının tanımlanmasında vurgulana kritik becerilerin sergilenmesine imkân tanımaktadır.

Bölüm 2.2'de, "Problem Kurma Öğretimindeki Tasarımlar" başlığı altında problem kurma ve çözmeyi içerecek şekilde tasarlanan öğretim yaklaşımlarıyla öğrencilerde bu becerilerin geliştirilmesi hedeflenmiştir. Bu yönüyle, her ne kadar bu çalışmalar problem kurmanın öğretim sürecine nasıl entegre edileceği hakkında fikir sunsa da, matematiksel kavramların öğretimindeki rolü hakkında ayrıntılı bir çerçeve sunmamaktadırlar. Ellerton (2013) ise, matematiksel kavramların öğretiminde problem kurma ve çözmeyi içeren bir öğretim çerçevesi tasarlamış ve ismini Aktif Öğrenme Çerçevesi (AÖÇ) olarak isimlendirmiştir. Ellerton (2013) üniversite kademesinde cebir dersi kapsamında 12 haftalık bir araştırma yürütmüş matematik öğretmeni adaylarından her hafta problemler yazmalarını istemiştir. Bu çalışmanın sonuçlarına dayanarak AÖÇ'yi geliştirmiştir (Şekil 3).

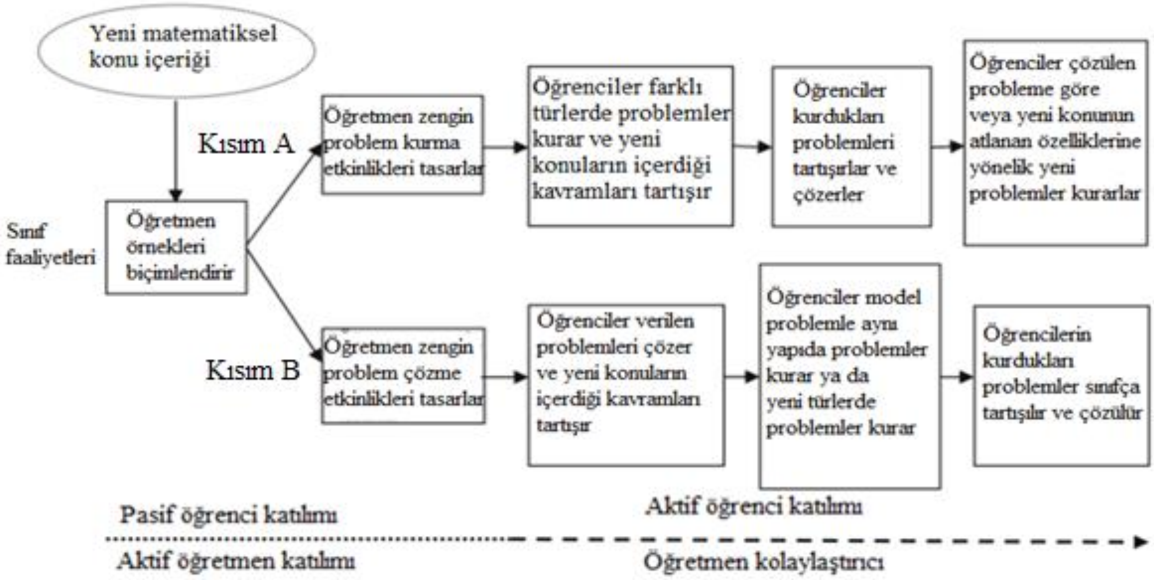


Şekil 3. Aktif Öğrenme Çerçevesi (Ellerton, 2013, s. 99).

AÖÇ’ye göre matematikte yeni bir konunun öğretiminde öncelikle öğretmen örnekleri modeller ve öğrencilerin dikkatini ders kitabında veya farklı kaynaklarda tespit edilen örneklere çeker. Öğrenciler bu örnekleri öğretmenin modellediği örneklerle karşılaştırarak yerlerini tespit eder ve problemleri çözerler. Daha sonra öğrenciler model problemle aynı matematiksel yapıya sahip problemler kurarlar ve sınıfça bu yazılan problemler tartışılır ve çözülür. Bu çerçeveye göre öğrenimin başlangıç bölümlerinde öğrenciler daha pasif konumda, öğretmenler ise daha aktif konumdadır. Çerçevenin ilerleyen aşamalarına doğru ise öğrenciler daha fazla aktif konuma gelirken, öğretmenler bu süreci kolaylaştıran pozisyonda bulunmaktadırlar. Örneğin Şekil 3’te AÖÇ’nin başlangıç aşamasında öğrenciler ezberleme, dinleme ve taklit etme gibi pasif davranışlar sergilerken, çerçevenin ilerleyen aşamasına doğru yansıtma, deneyimleme, fikirleri paylaşma, sorgulama, açıklama, kritik etme gibi daha aktif davranışlar sergilemektedirler.

Silver (2013) AÖÇ’nin problem kurma, problem çözme ve aktif öğrenmeyi ilişkilendirerek problem kurmanın matematik derslerine nasıl dahil edilebileceği hakkında umut verici bir yönelim ortaya koyduğuna işaret etmiştir. Bu çerçeve, problem kurma ürünlerine odaklanma yanında yansıtma, fikirleri paylaşma ve tartışma gibi davranışlar yoluyla problem kurma sürecine de odaklanmasıdır. Son olarak, bu çerçevenin diğer bir güçlü yönü sorgulamaya-dayalı öğrenme ortamı oluşturmasıdır. Öğrencilerin çerçeve boyunca sergiledikleri yansıtma, deneyimleme, fikirleri paylaşma, sorgulama, açıklama, kritik etme gibi davranışlar sorgulamaya-dayalı öğrenme yaklaşımında da vurgulanan önemli davranışlardır. Ayrıca Cai ve Brook (2006) öğretmenler tarafından sunulan problemlere göre öğrencilerin kendi kurdukları problemleri keşfetmede daha fazla motive olduklarını belirtmişlerdir. Ellerton (2013) ise öğrencilerin motivasyonları daha yüksek olacağından deneyimlerini ve önceki fikirlerini sürece daha fazla dahil ederek aktif katılım sergileyeceklerine işaret etmiştir. Böylece bu çerçeve aktif katılıma dayalı bir öğrenme ortamı oluşturulmasına hizmet etmiş olmaktadır.

Ellerton (2013) bu çerçeveyi problemden hareketle problem kurma etkinliklerine dayanarak oluşturmuştur. Dolayısıyla bu çerçeve farklı problem kurma etkinliklerinin matematik öğretimine nasıl entegre edilebileceği noktasında bilgi sunmamaktadır. Xie ve Masingila (2017) ise sınıf öğretmeni adaylarıyla yürüttüğü çalışmasında etkinlik-temelli görüşmelere dayalı olarak problem kurma ve çözmenin ilişkisini nitel yaklaşımlarla analiz etmişlerdir. Bu araştırmanın sonuçlarına göre, AÖÇ'yi yeniden düzenleyerek GAÖÇ'yi oluşturmuşlardır (Şekil 4).



Şekil 4. Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi (Xie ve Masingila, 2017, s. 115).

AÖÇ ile GAÖÇ çerçevelerinin her ikisi de matematiksel kavramların öğretimi için sunulmuş olup her iki çerçevede de öğrenciler aktif öğrenen olarak görülmektedir. Bu iki çerçeve arasında temelde bazı farklılıklar da bulunmaktadır. Birincisi, AÖÇ sadece problemden hareketle problem kurma etkinlikleriyle sınırlandırılmışken GAÖÇ farklı problem kurma etkinliklerini de öğretime dahil edecek şekilde tasarlanmıştır. Xia ve Masingila (2017) çalışmalarında sembolik işlemlere yönelik problem kurma etkinliklerinden açık-uçlu hikayelere problem kurmaya kadar farklı birçok etkinliğe yer vermiştir. Ayrıca Şekil 4'te çerçevenin birinci basamağında "öğretmen zengin problem kurma etkinlikleri tasarlar" ifadesiyle de bu duruma vurgu yapılmaktadır. İkincisi, AÖÇ'de öğrencilerden benzer matematiksel yapıda problemler yazmaları istenirken, GAÖÇ'de farklı türde problemler yazılması istenmektedir. Bu yönüyle farklı problemlerin kurulmasının talep edilmesi, kavramın diğer matematiksel kavramlarla ilişkilendirilmesini de destekleyerek daha zengin öğrenme ortamlarının oluşturulabilmesine imkân tanıyabilecektir. Öte yandan GAÖÇ'nin üçüncü ve en belirgin farkı öğretimi problem kurma yanında problem çözme ile de başlatıyor olmasıdır. Diğer bir ifadeyle kavram öğretiminde model problemler kurulmasının ardından çözümlerine yer verilerek öğretimin başlatılması yanında, problemlerin çözümlerinin ardından problemler kurulması yoluyla da öğretimin başlayabileceğine işaret etmektedir. Bu yönüyle problem kurma ve çözme döngüsüne çift yönlü olarak daha güçlü vurgu yapmaktadır.

Matematik öğretim dokümanlarında (MEB, 2018; NCTM, 2000) öğrencilerin sadece problem çözme becerileri değil, problem kurma becerilerinin de geliştirilmesi hedeflenmektedir. Ayrıca problem kurma ve çözme becerileri arasında ilişki olup, birbirlerinin gelişimine katkıda bulunmaktadırlar (Cifarelli ve Sevim, 2015; Kilpatrick, 1987; Silver ve Cai, 1996; Xia ve Masingila, 2017). GAÖÇ'nin problem kurma ve çözme becerilerinin her ikisine de yer vermesi, nasıl etkileşimde bulunabileceğine yönelik bir model sunması ve aktif öğrenmeyi temel alması, problem kurma ve çözme becerilerinin her ikisinin gelişimine daha fazla katkıda bulunabilecektir. Bu nedenle, bu araştırmada, doğal sayılarla işlemlere yönelik ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin problem kurma ve çözme becerilerinin geliştirilmesinde GAÖÇ temel alınmıştır.

2.4. Sözel Problem Çözme ve Kurma

Sözel problemler matematik öğretimi ve öğreniminin önemli bir parçasıdır. Sözel problem çözme faaliyetleri, matematik öğretim dokümanlarında (MEB, 2018; NCTM, 2000) desteklenmektedir. Matematik derslerinde rutin veya rutin olmayan, çeşitli bağlamsal ya da sözel problemlere yer verilmesinin önemi artmıştır (Chapman, 2003). Sözel problem, yaygın şekilde, "bir veya daha fazla sorunun cevabının, problem metninde bulunan sayısal verilere matematiksel işlemler uygulanmasıyla ortaya çıktığı problem durumlarının sözel tarifi" (Verschaffel, Greer ve De Corte, 2000, s. 9) olarak tanımlanmaktadır. Bu tanım, rutinden daha sofistike gerçek yaşam problemlerine kadar bir dizi problemi kapsamaktadır (Csikos ve Szitányi, 2020). Fakat yine bu tanıma göre sözel problemler, yazılı (4 + 5 = ?) veya sözel (40, 5 ile bölünürse sonuç kaçtır?) formda sunulan soru türlerinden farklılık göstermektedir (Verschaffel, Schukajlow, Star ve Van Dooren, 2020).

Sözel problemler, aynı zamanda, gerçek-yaşamda karşılaştığımız otantik problemlerden de farklı olabilmektedir. Palm (2006) sözel problemlerin bazılarının gerçek-yaşam durumlarını taklit etmeyi amaçlamadığını, sadece öğrencilerin kavramlar ve modeller üzerine düşünmelerini desteklemek için gerçek yaşam objeleri içerdiğini belirtmiştir. Verschaffel vd.'e (2020) göre otantik problemlerde soruların kesin doğası, problemdeki sayısal veriler, çözümünde kullanılacak işlemler, çözüme yardımcı olabilecek araçlar ve (en) doğru cevabın ne olduğu hakkında belirsizlikler daha fazladır ("Hangi tür kredi almalıyız? Depoyu doldurmadan buradan eve gidebilir miyim?" s. 2). Diğer bir ifadeyle otantik problemler, problemdeki sayısal verilere matematiksel işlemler uygulanarak çözülemeyen belirsiz koşullar içerebilmektedir. Buna karşın, sözel problemler de ise koşullar daha net bir şekilde çizilmekte ve mevcut veriler üzerinde matematiksel işlemler uygulanarak cevaplara ulaşılabilmektedir.

Sözel problemler her zaman okul matematiğinin önemli bir kısmını oluşturmuştur ve tarihsel olarak matematik eğitimindeki rolünün kökleri antik çağa kadar uzanmaktadır, örneğin 4000 yıl önceki Mısır papirüslerinde sözel problemler bulunmaktadır (Verschaffel, Depaepe ve Van Dooren, 2014). Sözel problemler matematik derslerinde farklı amaçları gerçekleştirmek için kullanılabilmektedir. Örneğin, öğrencilerin aritmetiksel işlemlerin farklı kombinasyonlarına yönelik pratikler yapmalarına imkân tanıması, matematiksel kavram ve becerilerini geliştirmelerinde öğretim aracı olarak kullanılması ve okul dışındaki gerçek yaşamda matematiksel becerilerini kullanmalarına fırsat tanıması ön plana çıkan önemli amaçlarından birkaç tanesidir (De Corte ve Verschaffel, 1987; Pongsakdi vd., 2020; Verschaffel vd., 2014). Bunun yanında, sözel problemler, öğrencileri matematik çalışmaya motive etmekte, yaratıcı düşünme ve problem çözme becerilerini de geliştirmektedir (Verschaffel vd., 2014).

Sözel problemler, okul öncesinden ortaöğretimin sonuna kadar matematik programlarının ve aynı zamanda sınavların önemli bir bölümünü oluşturmaktadır (Wang, Fuchs ve Fuchs, 2016). Örneğin, ilkokulda öğrenciler ilk olarak doğal sayılarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini öğrenmekte ve bu işlemleri kullanmayı gerektiren sözel problemlerle meşgul olmaktadır. Örneğin, ilköğreitm matematik programında (MEB, 2018) farklı öğrenme alanlarının tamamında, sözel problem çözme faaliyetlerini de kapsayacak şekilde faaliyetler yürütülmesi desteklenmektedir. Bu kapsamda beş ve altıncı sınıf düzeyinde sayılar ve işlemler öğrenme alanında programda yer alan bazı kazanım örnekleri şu şekildedir;

"Dört işlem içeren problemleri çözer.

a) Doğal sayılarla en çok üç işlemli problemler ele alınır.

b) Problem kurmaya yönelik çalışmalara da yer verilir" (MEB, 2018, 5. Sınıf, s. 51)

> “Doğal sayılarla dört işlem yapmayı gerektiren problemleri çözer ve kurar. İşlemler yapılırken işlem özellikleri kullanılır” (MEB, 2018, 6. Sınıf, s. 57)

Amerika Ortak Eyalet Matematik Standartları'nda (Common Core State Standards for Mathematics (CCSS-M), 2010) ise, okul öncesinden yedinci sınıfa kadar farklı kazanımlarda aritmetiksel işlemlerin farklı anlamlarını yansıtacak şekilde sözel problem çözme faaliyetlerine yer verilmesi desteklenmektedir. CCSS-M’de (2010) birinci sınıf kademesine yönelik yazılan standartlardan birisi şu şekildedir;

> “Bilinmeyenin farklı bütün konumları için birleştirme, parça-parça-bütün, ayırma ve karşılaştırma durumlarını gerektiren sözel problemleri çözmek için 20’ye kadar olan sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerini kullanınız. Örneğin, problemi temsil etmek için bilinmeyen sayıyı sembolik eşitlikle, çizimlerle ve nesneler kullanarak temsil ediniz” (s. 15)

Öte yandan, günlük yaşamla ilişkili sözel problemlerin çözümü aynı zamanda uluslararası karşılaştırmalı araştırmalarda da değerlendirme araçlarının önemli bir bölümünü oluşturmaktadır. Örneğin, Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS, 2015) (Mullis, Martin, Foy ve Hooper, 2016) çalışmasında dördüncü sınıf öğrencilerinin matematiksel konulardaki bilgisi (sayılar, ölçme ve geometri ve veri) yanında bilişsel becerileri (bilme, uygulama ve muhakeme) de ölçülmüştür. Dördüncü sınıf seviyesindeki değerlendirmenin yarısı sayılar ve işlemler öğrenme alanına aynı zamanda sayılar ve işlemler öğrenme alanının yarısı da doğal sayılar alt öğrenme alanına ayrılmıştır. Doğal sayılar alt öğrenme alanına yönelik dört beceri tanımlanmış ve bunların ikisinde aritmetiksel işlem ve problem çözmeye vurgu yapılmıştır; (1) doğal sayılarla işlemler (+, −, ×, ÷) ve (2) bağlamlar içerisinde kurulan problemleri çözünüz. Bu sonuçlar ise doğal sayıların ve aritmetiksel becerilerin problem çözümlerinde kullanılmasının baskın bileşenler olduğunu ortaya koymaktadır. Bunun yanında bilişsel beceriler bağlamında ise özellikle uygulama ve muhakeme alanlarında problem çözme ön plana çıkmaktadır. Bu iki alanda, öğrencilerin bilgi ve kavramsal anlayışlarını problem çözümlerine uygulayabilme ve rutin problemlerin ötesine geçerek alışılmadık durumları, karmaşık bağlamları ve çok adımlı problemleri çözebilme becerilerine odaklanılmaktadır. TIMSS (2015) sonuçları ise Türk dördüncü sınıf öğrencilerinin sözel problem çözme ve aritmetiksel işlem becerilerini de kapsayan bu alanlarda ortalamanın altında başarı sergilediğini ortaya koymaktadır. Türk dördüncü sınıf öğrencileri sayılar öğrenme alanında 489 puan, bilme, uygulama ve muhakeme bilişsel beceri alanlarında ise sırasıyla 491, 482 ve 466 puan almış ve tamamında ortalamanın altında başarı sergilemiştir (TIMSS Ölçeği Merkezi Noktası 500'dür).

2.5. Sözel Problem Çözme ve Kurma Performansını Etkileyen Faktörler

Sözel problem çözme karmaşık bir süreçtir (Cummings, Kintsch, Reusser ve Weimer, 1988; Verschaffel, Depaepe ve Van Dooren, 2015). Bir problemin çözümü problem metnine yönelik sözcüklerin doğrudan matematiksel sembollere dönüştürülmesi şeklinde algılanmaktaydı (Depaepe, De Corte ve Verschaffel, 2015; Verschaffel vd., 2015). Örneğin, öğrenciler problemin ve çözümlerinin anlamsızlığına bakmaksızın, "bir gemide 26 koyun ve 10 keçi var. Kaptan kaç yaşındadır?" (s. 138) problemine cevap vermek için 26 ve 10 sayılarını toplamışlardır (Baruk, 1985; Akt. Depaape vd., 2015). Diğer bir örnek olarak Verschaffel, De Corte ve Lasure (1994) beşinci sınıf öğrencilerine "Steve, her biri 2,5 m olan 4 tahta satın aldı. Bunlardan 1 m'lik kaç tane tahta çıkarabilir?" (s. 282) şeklinde bir problem yöneltmiş ve öğrencilerin sadece %13'ünün gerçekçi cevaplar üretebildiğini tespit etmiştir. Bu sonuçlar, öğrencilerin problem metninde sunulan sayılar ve anahtar kelimeleri yüzeysel şekilde analiz ederek çözümler oluşturma eğiliminde olduklarını ortaya koymaktadır. Bu sonuçlar problem çözme başarısının, problem metninin matematiksel sembollere doğrudan dönüştürülmesi ile gerçekleşeceğini varsayma anlayışının yeterli olmadığına işaret etmektedir.

Sözel problem çözme süreci temelde problem durumunun zihinsel modelinin oluşturulması, bu modelin matematiksel bir modele dönüştürülmesi ve matematiksel kavramlar ve işlemler yardımıyla çözülmesini gerektirmektedir. Örneğin, Koedinger ve Nathan (2004) sözel problem çözme sürecini iç içe geçmiş iki kısma ayırmıştır: (1) kavrama evresi (comprehension phase) ve (2) çözüm evresi (solution phase). Kavrama evresinde problemi çözen kişi sözel problemin metnini işlemekte ve problemdeki nicelikler ve bunların durum temelli ilişkilerine yönelik içsel temsiller oluşturmaktadır. Çözüm evresinde ise içsel ya da dışsal olarak temsil edilen nicelikler arasındaki ilişkiler kullanılarak ya da dönüştürülerek çözüme ulaşılması söz konusudur.

Depaape vd. (2015) ise alanyazında matematiğin gerçek dünya durumlarına uygulanmasını tarif eden çalışmaları inceleyerek bu sürecin ardışık olarak gerçekleşmek zorunda olmayan altı aşamayı barındırdığını ifade etmişlerdir. Bu aşamalar şunlardır;

i) Bir durumun modelinin oluşturulması için problemi anlamak ve tanımlamak
ii) Durum modelinde yer alan ilgili bileşenlerin, ilişkilerin ve koşulların matematiksel modelinin oluşturulması
iii) Matematiksel sonuçlar elde etmek için disipliner yaklaşımları kullanarak matematiksel model üzerinde çalışmak,
iv) Hesapsal çalışmanın (computational work) çıktılarını orijinal problemle ilişkili olarak yorumlamak,
v) Yorumlanan matematiksel çıktıların amaç için uygun ve tutarlı olduğunu değerlendirerek matematiksel modelleme sürecini kontrol etmek
vi) Orijinal gerçek yaşam problemine ilişkin elde edilen çözümü bildirme.

Verschaffel vd. (2015) ise çağdaş yaklaşımların sözel problem çözme yeteneğini aşağıda sunulan dört süreçle açıkladığını belirtmiştir;

i) Matematiksel sonuçlar elde etmek için matematiksel model üzerinde çalışma
ii) Hesapsal çalışmaların sonuçlarını yorumlama
iii) Yorumlanan matematiksel çıktıların hesapsal olarak doğru ve tutarlı olduğunu değerlendirme
iv) Ulaşılan çözümü bildirme

Bu sonuçlar, sözel problem çözme başarısının sadece problem metnindeki anahtar kelimelerin veya sayısal değerlerin matematiksel sembollere dönüştürülmesi ve aritmetiksel işlem yetkinliği ile açıklanamayacağına işaret etmektedir. Sözel problem çözme yetkinliği için problem metnindeki nicel değişkenler ve bunlar arasındaki ilişkilerin anlaşılması da kritik önemdedir. Çünkü aritmetiksel işlemler, problem metnindeki semantik yapılara yönelik geliştirilen kavramsal anlayışlara göre şekillendirilmektedir. Benzer şekilde, Kilpatrick, Swafford ve Findell (2001) öğrencilerin problem çözme yetkinliği kazanabilmesi için sayılar üzerinde anahtar kelimelere göre aritmetiksel işlemler yapmak yerine problemdeki değişkenler ve aralarında tarif edilen ilişkilere yönelik bir zihinsel model oluşturabilmesi gerektiğine işaret etmiştir. Bu sonucu destekleyen araştırmalar da söz konusudur. Örneğin, Cummings vd., (1988) ilkokul birinci sınıf öğrencilerinin tamamının aritmetiksel bir işlemi doğru şekilde çözdüğünü, buna karşın aynı işlemin sözel problem şeklinde sunulması durumunda ise sadece %29'u tarafından çözülebildiğini tespit etmişlerdir. Leiss, Plath ve Schwippert (2019) yedinci sınıf öğrencileriyle yürüttüğü çalışmasında, kavrama evresinin problemi çözme süresinin ortalama %41'ini açıkladığını ve bu bağlamda problem çözme üzerinde bu evrenin hayati önemde olduğunu tespit etmiştir.

Sözel problemlerin karmaşıklığına etki eden birçok faktör bulunmaktadır. Bu faktörlerden birisi dilsel faktörlerdir (Daroczy, Wolska, Meurers ve Nuerk, 2015; Jerman ve Rees, 1972). Daroczy vd. (2015) dilsel karmaşıklık kapsamında çalışmalarda problem metnindeki harflerin, kelimelerin veya cümlelerin sayısı, ortalama kelime ve cümle uzunluğu veya karmaşık kelimelerin sayısı gibi özelliklerin dikkate alındığını ifade etmiştir. Örneğin, Jerman ve Rees (1972) problemin uzunluğunun sözel problemlerin güçlüğü üzerinde etkili olduğunu belirlemişlerdir. Fakat 1990'lı yıllardan itibaren yapılan araştırmalar ise dilsel faktörlerin tek başına sözel problemlerin güçlüğünü açıklamada yeterli olmadığını ortaya koymuştur (Lepik, 1990; Pongsakdi vd., 2020). Lepik (1990) sekizinci sınıf öğrencileriyle yürüttüğü çalışmasında sözel problemlerin uzunluğunun problem çözme performansının önemli bir yordayıcısı olmadığını, bunun yerine problem çözme zamanın güçlü bir yordayıcısı olduğunu tespit etmiştir. Pongsakdi vd. (2020) ise dördüncü sınıf öğrencileriyle yürüttüğü çalışmada, problem metnindeki kelime sayısı gibi dilsel faktörlerin problemlerin güçlüğünü etkileyen önemli bir faktör olmadığını, fakat metni anlama ile aritmetik becerilerin sözel problemlerin güçlüğü üzerinde etkili olan önemli faktörler olduğunu tespit etmiştir.

Dilsel faktörler yanında sözel problemlerin aritmetik ve semantik yapısı, problem çözmenin karmaşıklığı üzerinde belirleyici olan diğer önemli faktörlerdir (Daroczy vd., 2015; De Corte ve Verschaffel, 1987; Marshall, 1995; Muth, 1992). Daroczy vd. (2015) aritmetiksel işlem sayısı ve türü yanında sayıların basamak değeri gibi faktörlerin sözel problem çözme karmaşıklığı üzerinde etkili olduğunu ifade etmiştir. Muth (1992) çalışmasında problemin ekstra veri içerip içermemesine göre gerektirdiği adım sayısının problem çözme performansı üzerinde daha güçlü etkiye sahip olduğunu tespit etmiştir. Öğrencilerin problem kurma performansını incelemeye yönelik araştırma sonuçları da öğrencilerin problemleri zorlaştırmak için işlem sayısı ve büyüklüğünü dikkate aldıklarını ortaya koymaktadır. Lowrie ve Whitland (2000) üçüncü sınıf öğrencilerinden ikinci sınıf ve dördüncü sınıf öğrencilerine yönelik problemler yazmalarını istemişlerdir. Üçüncü sınıf öğrencilerinin problemler kurarken sayıların büyüklüğünü, işlem sayısını, içerdiği matematiksel kavram türlerini ve öğrencilerin ilgi alanlarını dikkate aldıklarını belirlemişlerdir. Öğrenciler, ikinci sınıf öğrencileri için problemler yazarken sayı büyüklüğünü azalttığı, dördüncü sınıf öğrencileri için ise büyüttüğünü belirlemişlerdir. Her ne kadar sözel problemlerin çözümünde gerektirdiği işlem sayısı problem çözmenin karmaşıklığı hakkında fikir verse de önemli bir sınırlılığa sahiptir. Çünkü çok-adımlı problemler bir-adımlı problemlere göre daha zor olsa da, beş-adımlı bir problem dört-adımlı bir probleme göre daha zor olmak zorunda değildir (Leung ve Silver, 1997).

"Sözel problem bazı miktarlar tanımlar ve bunlar arasındaki ilişkileri tarif eder" (Riley, Greeno ve Heller, 1984, s. 159). Semantik yapılar ise problem metninde tanımlanan bu miktarlar arasındaki ilişkiler anlamına gelmektedir. Aritmetiksel işlemlerin semantik anlamlarına sahip olan öğrenciler, o işlemlerin kullanıldığı farklı sözel problemleri daha doğru bir şekilde tanımlayabilecek ve onları daha etkili bir şekilde çözebilecektir. Deneysel kanıtlar, semantik yapıların sözel problemleri çözme performansı yanında çözüm stratejileri üzerinde de etkili olduğunu göstermektedir (Cummins vd., 1988; De Corte ve Verschaffel 1987; Riley ve Greeno 1988; Verschaffel ve De Corte, 1997; Yeap ve Kaur, 2001). Bernardo (1999) problemlerdeki matematiksel ilişkilerin sunulma şekli, öğrencilerin problemin zihinsel temsillerini oluşturmalarını zorlaştırabildiğini ve dolayısıyla çözüm stratejilerini seçerken hata yapma olasılıklarını artırabildiğini vurgulamıştır. De Corte ve Verschaffel (1987) 30 birinci sınıf öğrencisiyle yürüttüğü çalışmasında bir adımlı toplama ve çıkarma işlemlerine yönelik problemlerin semantik yapısının materyal stratejiler yanında, sözel ve zihinsel stratejiler üzerinde de etkili olduğunu ortaya koymuştur. Mevcut miktarın üzerine eklemeye yönelik bir problem ile iki bağımsız grubun birleştirilmesini hedefleyen problemlerde öğrenciler problemdeki yapıya uygun şekilde fiziksel materyallerle çözümler ortaya koymuşlardır. Verschaffel ve De Corte (1997) ise bazı semantik yapıların diğerlerine göre daha zor olması yanında bilinmeyenin konumuna göre tek bir semantik yapının farklı formatlarında da sözel problem çözme performansının farklılık gösterdiğine işaret etmiştir.

Örneğin, iki miktarın bir araya getirildiği ve sonucun sorulduğu birleştirme semantik yapısına sahip sözel problemin (A+B=? formatında), aynı semantik yapıda olan ve miktarlardan birisi ile toplamın verildiği sözel probleme (A+?=C formatında) göre daha kolay olduğunu; bunun yanında genel olarak karşılaştırma türü problemlerin "değişim" ve "birleştirme" türü problemlere göre daha zor olduğunu belirtmiştir. Mulligan (1992) ise ikinci sınıf öğrencilerinin "eşit gruplar" ve "ölçme" semantik yapılarına göre "oran" ve "kartezyen çarpım" semantik yapılarını içeren sözel problemleri çözmede daha fazla zorlandıklarını belirtmiştir.

Araştırmalarda doğal sayılarla işlemlere yönelik sözel problemler için farklı isimler altında farklı sınıflandırmalar yapılmaktadır (Carpenter, Fennema, ve Franke, 1996; Greer, 1992; Marshall, 1995; Mulligan 1992; Riley ve Greeno, 1988; Van de Walle, Karp ve Williams, 2016). Bu sınıflandırmalar, yer verilen çalışmalar ve tanımlanmalarına ilişkin açıklamalar Talo 1'de sunulmuştur. Tablo 1'de sınıflandırmalar incelendiğinde bilinmeyenin konumuna göre bazı semantik yapıların daha fazla alt kategoriye ayrıldığı görülmektedir. Bu araştırmada ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin kurdukları problemlerin semantik karmaşıklığının analizinde Marshall'ın (1995) sınıflandırması kullanılacaktır (Tablo 1). Dolayısıyla kuramsal çerçevenin bu bölümünde bu şemanın seçilme nedenleri ve bileşenleri açıklanmıştır.

Tablo 1. Aritmetiksel işlemlere yönelik semantik yapılar ve yer verildiği çalışmalar

Araştırmacılar	İşlemler	Semantik kategoriler	Örnek problemler
Mulligan (1992)	Çarpma	-Tekrarlı toplama -Oran -Karşılaştırma (factor) -Dizilim -Kartezyen çarpım	- John'un 3 kitabı vardır. Sue'nun John'un kitaplarının 4 katı kadar kitap vardır. Buna göre, Sue'nun kaç kitabı vardır? (Karşılaştırma, Mulligan, 1992, s. 28) -Dört sıra ve her bir sırada 3 çocuk bulunmaktadır. Buna göre, burada toplam kaç çocuk vardır? ((Dizilim, Mulligan, 1992, s. 28)
	Bölme	-Eşit paylaşım -Oran -Karşılaştırma -Ölçme -Tamı bölme (sub-division)	-Simone'un 9 kitabı vardır ve bunlar Lisa'nın kitaplarının 3 katıdır. Lisa'nın kaç kitabı vardır? (Karşılşatırma, Mulligan, 1992, s. 28) -Altı kişi arasında eşit olarak paylaşılacak 3 elmam vardır. Her bir ne kadar elma alır? (Tamı bölme, Mulligan, 1992, s. 28)
Carpenter vd. (1996)	Toplama	-Birleştirme -Parça-parça-bütün	-Tanya'nın 6 yüzüğü vardı. Kız kardeşi ona 7 yüzük daha verdi. Tanya'nın şu anda ne kadar yüzük vardır? (Birleştirme, Carpenter vd., 1996, s.7)
	Çıkarma	-Ayırma -Karşılaştırma	-TJ'nin 13 tane çikolatalı kurabiyesi vardı. Öğle yemeğinde o kurabiyelerden 5 tane yedi. TJ'nin kaç tane kurabiyesi kaldı? (Ayırma, Carpenter vd., 1996, s.6)

Tablo 1 (devamı). Aritmetiksel işlemlere yönelik semantik yapılar ve yer verildiği çalışmalar

Greer (1992)[1]	Çarpma/Bölme	-Eş gruplar -Eş ölçümler -Oran -Dönüşümü ölçme (Measure conversion) -Çarpımsal karşılaştırma -Parça/Bütün -Çarpımsal değişim -Kartezyen çarpım -Dikdörtgensel bölge -Ölçmülerin çarpımı (product of measures)	-Bir inç 2.54 cm'dir. Buna göre 3.1 inç kaç cm'dir? (Dönüşümü ölçme, Greer, 1992, s.280) -Bir üniversite, bir sınavda öğrencilerinin en tepedeki 3/ 5'ini geçirmiştir. 48 öğrenci sınavı geçmiştir. Buna göre sınava kaç öğrenci girdi? (Parça/Bütün, Greer, 1992, s.280) -Bir ısıtıcı saatte 3,3 kilovat elektrik kullanmaktadır. 13.9 kilovat-saat elektriği ne kadar süre kullanılabilir? (Ölçümlerin çarpımı, Greer, 1992, s.280)
Riley vd. (1984)	Toplama/Çıkarma	-Değişim (Başlangıç, Sonuç ve değişim bilinmeyen) -Denkleştirme -Birleştirme (birleşim veya alt küme bilinmeyen) -Karşılaştırma (Fark, karşılaştırılan nitelik veya tarif edilen bilinmeyen)	- Joe bir miktar miskete sahiptir. Sonra Tom ona 5 misket daha vermiştir. Bu durumda Joe'nin 8 misket olduğuna göre, Joe ona kaç misket vermiştir? (Değişim-Başlangıç bilinmeyen, Riley vd., 1984, s. 160) - Joe'nin 8 misketi vardır. Misketlerinin bir kısmını Tom'a vermiştir. Şimdi Joe'nin 3 misketi vardır. Tom'a kaç misket vermiştir? (Değişim-Değişim bilinmeyen, Riley vd., 1984, s. 160) -Joe'nin 3 misketi vardır. Sonra, Tom ona 5 misket daha vermiştir. Joe'nin bu durumda kaç misketi olmuştur? (Değişim-Sonuç bilinmeyen, Riley vd., 1984, s. 160) Joe'nun 8 misketi vardır. Joe'nun Tom'dan 5 misket fazla misketi vardır. Tom'un kaç tane misketi vardır? (Karşılaştırma-Tarif edilen bilinmeyen, Riley vd., 1984, s. 160)

[1] Greer (1992) çalışmasında her bir semantik yapı için çarpma ve bölme işlemlerinde çarpanların durumuna göre üç problem türü belirlemiştir.

Tablo 1 (devamı). Aritmetiksel işlemlere yönelik semantik yapılar ve yer verildiği çalışmalar

Van de Walle vd., 2016	Toplama/Çıkarma /Çarpma/bölme	-Birleştirme -Parça-parça-bütün -Ayırma -Karşılaştırma -Eş gruplar -Çarpımsal karşılaştırma -Kartezyen çarpım -Dikdörtgensel dizilim/alan -Eş gruplar-parçalamalı bölme -Eş gruplar-ölçüm bölmesi	-Sandra'nın 8 senti var. George kendisine 4 tane daha verdi. Sandra'nın toplamda kaç senti vardır? (Birleştirme, Van de Walle vd., 2016 s.146) -George'un 4 senti ve 8 nikeli vardı. Bu durumda George'un kaç tane bozuk parası vardır? (Parça-parça-bütün, Van de Walle, vd., 2016 s.147) -Sandra'nın 12 senti vardı. Geroge'a 4 tanesini verdi. Sandra'nın bu durumda kaç senti kalmıştır? (Ayırma Van de Walle vd., 2016 s.147) -George'un 12 senti ve Sandra'nın 8 senti vardır. George'un Sandra'dan ne kadar daha fazla senti vardır? (Karşılaştırma Van de Walle vd., 2016 s.147) -Mark'ın 4 poşet elması var. Her poşette 6 tane elması var. Mark'ın toplamda kaç elması var? (Eş gruplar Van de Walle vd., 2016 s.155) -Mark'ın 24 elması var. Bunları 4 arkadaşı arasında eş olarak paylaştırmak istiyor. Her bir arkadaşı kaç tane elma alır? (Eş gruplar-parçalamalı bölme Van de Walle vd., 2016 s.155) -Mark'ın 24 elması var. Her birini 6 elma içeren torbalara koydu. Mark kaç tane torba kullanmıştır? (Eş gruplar-Ölçüm bölmesi Van de Walle vd., 2016 s.155) -Sam 4 pantolon ve 3 ceket satın almıştır ve bunların hepsi birlikte giyilebilir. Sam bir pantolon ve ceketten oluşan kaç değişik takıma sahip olabilir? (Kartezyen çarpım Van de Walle vd., 2016 s.156)

Tablo 1 (devamı). Aritmetiksel işlemlere yönelik semantik yapılar ve yer verildiği çalışmalar

Marshall (1995)	Toplama/Çıkarma /Çarpma/bölme	-Değişim -Grup -Karşılaştırma -Yeniden ifade etme -Birlikte değişim	- Stan'in pul koleksiyonunda 35 pul vardı. Amcası ona doğum günü hediyesi olarak 8 pul daha gönderdi. Şu anda koleksiyonunda kaç pul vardır? (Değişim, Marshall, 1995, s.72) - Bay Harrison'ın üçüncü sınıf sınıfında 18 erkek ve 17 kız vardı. Bay Harrison'ın sınıfında kaç çocuk var? (Grup, Marshall, 1995, s.72) - Bill 15 dakikada bir mil yürür. Kardeşi Tom 18 dakikada aynı mesafeyi yürüyor. Hangisi daha hızlı yürümektedir? (Karşılaştırma, Marshall, 1995, s.72) - Evcil hayvan dükkanında, mağaza vitrinindeki yavru köpeklerin iki katı kadar yavru kedi bulunmaktadır. Vitrinde 8 yavru kedi bulunduğuna göre kaç tane yavru köpek vardır? (Yeniden ifade etme, Marshall, 1995, s.72) - Mary, içinde 5 tane çubuk şeklinde sakız olan bir paket sakız aldı. 3 paket sakız alsaydı kaç tane çubuk şeklinde sakızı olurdu? (Birlikte değişim, Marshall, 1995, s.72)

Bu araştırmada, doğal sayılarla işlemlere yönelik tasarlanan problem kurma-çözme öğretiminin ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin kurdukları problemlerin semantik karmaşıklığı üzerindeki etkisini belirlemek amacıyla Marshall'ın (1995) sınıflandırması kullanılmıştır. "Değişim" yapısında bir değişkenin niceliğinde belli bir zaman diliminde bir değişikliğin olması söz konusudur. Marshall (1995) bu semantik yapıda üç önemli sayının olduğunu ifade etmiştir: değişim öncesindeki miktar, değişim miktarı ve değişim olduktan sonraki sonuç miktarı. Bu değişim artış veya azalış yönünde olabilmektedir. Örneğin, Tablo 1'deki örnek problemde Stan'in pul koleksiyonunda değişim öncesindeki pul miktarı 35, değişim miktarı 8 pul olup son durumda de toplam kaç pulu olduğu sorularak sonuç miktarı vurgulanmıştır. "Grup" yapısında ise küçük grupların daha büyük bir grup oluşturmak için bir araya gelmesi söz konusudur. Marshall (1995) bu yapıda üç veya daha fazla sayının olması gerektiğini ifade etmiştir: her bir alt grup ve bunların birleşimi sonucunda oluşan grup. Tablo 1'deki probleme göre, üçüncü sınıf sınıftaki 18 erkek ve 17 kızın her biri birer alt grup ve toplam sınıf mevcudu ise bunların birleşiminden meydana gelen daha büyük bir grubu temsil etmektedir. "Karşılaştırma" yapısında ise iki değişken kıyaslanarak hangisinin daha fazla veya az olduğunun sorulması söz konusudur (Marshall, 1995). Tablo 1'deki problemde, bir mil mesafeyi farklı zamanlarda yürüyen iki kişinin hangisinin daha hızlı olduğu sorulması bu yapıya işaret etmektedir. "Yeniden ifade etme" yapısı, iki değişken arasında özel bir zamandaki ilişkiye vurgu yapmaktadır. Bu ilişki hikâyenin belli bir zamanında meydana gelir fakat daha geniş bir zamana genellenemez. Yani bu ilişki fonksiyonel bir ilişkiyi yansıtmamaktadır. Marshall (1995) bu yapıda ilişkinin iki katı kadar, üç fazladır ya da yarısıdır gibi ifadelerle belirtildiğini ifade etmiştir. Özetle bu yapıda iki değişkenin kıyaslanması yerine, değişkenlerden birisinin diğeri üzerinden tarif edilmesi söz konusudur. Tablo 1'deki problemde, yavru kedi sayısı yavru köpeklerin sayısı üzerinden tarif edildiği için bu yapıyı yansıtmaktadır. "Birlikte değişim" kategorisinde ise iki değişken arasındaki ilişki özel bir zamana ait değildir. Değişkenlerden birisi artsa veya azalsa da bu yapı da ilişki korunmaktadır. Bu yapı ismini bir değişkene ait miktar artarsa, ikinci değişkene ait miktarında ilişkinin bir fonksiyonu olarak sistematik şekilde değişmesi durumundan almıştır (Marshall, 1995). Tablo 1'deki problemde bir paket ile içindeki sakız sayısı arasındaki ilişki bu durumu yansıtmaktadır.

Semantik yapılara yönelik çok sayıda sınıflandırmanın bulunması ve bu sınıflandırmaların tamamının çalışmaya dahil edilmesinin mümkün olmadığı gerçeğinden hareketle araştırmacıların problemlerin semantik karmaşıklığını araştırmak için bir teorik duruş benimsemesi daha uygun olacaktır. Bu araştırmada Marshall'ın (1995) beş semantik yapıdan oluşan sınıflandırması karmaşıklık analizi için teorik çerçeve olarak kabul edilmiştir. Bu teorik çerçevenin benimsenmesinin önemli birçok sebebi bulunmaktadır. Birincisi, bu sınıflandırma işlem temelli olmak yerine durum temellidir (Yeap ve Kaur, 2001). Bu anlayışa göre bir miktarda belli bir zaman diliminde meydana gelen artış ve azalış sırasıyla "birleştirme" ve "ayırma" şeklinde iki ayrı semantik yapı ile kodlanmamaktadır. Bunun yerine bu iki yapı aynı durum kapsamı altında ("değişim" semantik yapısı) ele alınmaktadır. Leung ve Silver'ın (1997) da ifade ettiği gibi problemi kuran kişi, onu çözmek zorunda değildir. Dolayısıyla, çözüm olmaksızın kurulan problemlerin karmaşıklığının analiz edilmesine imkân veren şemaların tercih edilmesi gerekmektedir. Bu yönüyle bir değişimdeki artış ya da azalışın çözüm olmaksızın farklı zorluk seviyeleri şeklinde değerlendirilmesi mümkün olmayacaktır. Bu nedenle, bu iki durumu tek bir kategoride toplayan Marshall'ın (1995) sınıflandırması daha güçlü bir çerçeve oluşturmaktadır. İkincisi, alanyazında bu şema sözel problemlerin matematiksel karmaşıklığının analizinde yaygın şekilde kullanılmakta ve araştırmalar daha fazla semantik yapı içeren problemlerin daha karmaşık olma eğiliminde olduklarını vurgulamaktadır (Marshall, 1995; Silber ve Cai, 2017; Silver ve Cai, 1996). Dolayısıyla, bu şema aynı zamanda ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin tasarım öncesi ve sonrasında kurdukları problemlerin istatistiksel analizine de imkân tanıyabilecektir.

Öte yandan bazı çalışmalar ise semantik yapı türü sayısının, semantik yapı sayısına göre problemlerin karmaşıklığı üzerinde daha fazla etkili olduğuna işaret etmektedir. Örneğin, Yeap ve Kaur (2001) ilkokul öğrencilerinin "yeniden biçimlendirme" ve "yeniden biçimlendirme/yeniden biçimlendirme" semantik yapılarına sahip iki problemi çözme performansları arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık tespit etmemiştir. Buna karşın, "yeniden biçimlendirme/yeniden biçimlendirme" ve "yeniden biçimlendirme/grup" semantik yapılarına sahip iki problemin çözülme performansları arasında sonuncusu lehine istatistiksel olarak anlamlı farklılık tespit etmişlerdir. Bu sonuçlar, tasarlanan problem kurma ve çözme öğretiminin kurulan problemlerin matematiksel karmaşıklığı üzerindeki etkisinin belirlenmesinde semantik yapı ile türü sayılarının birlikte dikkate alınmasının daha güçlü sonuçlar ortaya koyabileceğine işaret etmektedir.

Tablo 1’deki farklı sınıflandırmalar kullanılarak problem kurma ve çözme üzerine yapılan araştırmalar, öğrencilerin aritmetiksel işlemlerin hangi semantik anlamlarını kullanma eğiliminde oldukları yanında yaşadıkları güçlükler hakkında önemli sonuçlar ortaya koymaktadır. Yeap ve Kaur (2000) ilkokul üç ve beşinci sınıf öğrencilerinin sınıf düzeyi ve etkinlik türüne göre problem kurma ve çözme becerileri arasındaki ilişkiyi araştırmışlardır. Kurulan problemler Marshall’ın (1995) sınıflaması kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırmanın bulgularına göre, beşinci sınıf öğrencilerinin üçüncü sınıf öğrencilerine göre daha karmaşık problemler kurdukları ve problem kurma etkinlik türünün problemlerin semantik yapısı üzerinde etkili olduğu tespit edilmiştir. Silver ve Cai (1996) ilkokul öğrencilerinden açık-uçlu sözel bir hikâyeye yönelik üç problem kurmalarını istemiş ve kurulan problemleri Marshall (1995) tarafından yapılan semantik yapı sınıflamasına göre analiz etmişlerdir. Kurulan geçerli problemlerin % 60’ından fazlasının en az iki semantik yapı içerdiği, ilk yanıtlara göre ikinci yanıtlarda daha karmaşık problemler kurulduğu tespit edilmiştir. Papadopoulos ve Patsiala (2019) dördüncü sınıf öğrencilerinden açık-uçlu etkinliklere yönelik (“Peter’in 75 sent parası vardır…”, s. 4) birinci evrede, herhangi bir dışsal müdahale olmadan, ikinci evrede “eğer değilse nedir?” stratejisi yardımıyla ve son aşamada ise öğretmenin dikkat çektiği durumlara yönelik problemler kurmaları istenmiştir. Problemlerin matematiksel karmaşıklığı Marshall’ın (1995) sınıflamasına göre analiz edilmiştir. Birinci ve ikinci evrelerde problemlerin yarısından azının iki ya da üç semantik yapı içerdiğini, fakat son evrede ise bu oranın %60’ın üzerine çıktığını tespit etmişlerdir. Bu araştırma sistematik bir şekilde yönergeler yardımıyla yapılan problem kurma öğretiminin problemlerin matematiksel karmaşıklığının geliştirilmesine daha fazla katkıda bulunduğunu ortaya koymaktadır.

Calabrese, Kopparla ve Capraro (2020) dört ve beşinci sınıf öğrencilerinden doğal sayılarla çarpma işlemine yönelik kurdukları ve çözdükleri problemleri incelemişlerdir. Araştırmanın sonuçlarına göre, öğrenciler çarpma problemlerinin %36,4’ünü doğru çözmüş, kurdukları problemlerin ise %33,3’ü matematiksel olarak geçerlidir. Araştırmanın nitel sonuçlarına göre ise öğrencilerin aritmetiksel işlemler ve işlem sırasına hikâye içerisinde anlam yüklemede zorlandıklarını ve problemlerin gerçekçiliğini göz ardı ettiklerine işaret etmiştir. Araştırmacıların tespit ettikleri eksiklikler şunlardır;

i) Yanlış işlem gerçekleştirme ((50 + 72) x 30 işlemi yerine (50 + 72) +30 işlemine uygun problem kurma)

ii) Günlük hayatla ilişkilendirmeme (15 × 60–64 işlemi için bir öğrenci “Ryan 60 Pokémon kartları içeren 15 gruba sahiptir. Sonra 64 kartı Craig’e verdi. Şimdi ne kadar kartı kalmıştır?” s. 9).

iii) İşlemsel terminolojiyi problemde kullanma (problem yazılırken “çarptı” gibi ifadelere yer vermektedirler)

iv) Aritmetiksel işlemlere uygun bağlamlar belirleyememe

v) İşlem sırasını göz ardı etme

vi) Çarpma işleminde çarpanların birimlerinin uygun olmaması.

Sonuç olarak, yukarıda yer verilen alanyazındaki araştırmalar önemli sonuçlar ortaya koyarak, bu araştırmanın içeriğinin tasarlanmasına ışık tutabilecektir. Birincisi, alanyazın (Cummings vd., 1988; Depaape vd., 2015; Koedinger ve Nathan, 2004; Leiss vd., 2019; Verschaffel vd., 2015) sözel problem çözme başarısının aritmetiksel işlemler ve problem metnindeki veriler arasındaki ilişkilerin anlaşılmasından etkilendiğini, fakat problemdeki veriler ve aralarındaki ilişkileri anlamanın daha kritik önemde olduğunu ortaya koymaktadır. Dolayısıyla problem kurma ve çözme üzerine yapılabilecek öğretim tasarımlarının modeller yardımıyla veriler arasındaki ilişkilere vurgu yapan semantik anlamlara daha fazla odaklanması gerekmektedir. İkincisi, alanyazın (Papadopoulos ve Patsiala, 2019) sistematik yönlendirmeler yoluyla yapılan öğretim faaliyetlerinin öğrencilerin daha karmaşık problemler yazmasına imkan tanıdığına işaret etmektedir. Dolayısıyla, hazırlanan yönergeler yardımıyla ya da öğretim tasarımının ilerleyen safhalarında öğrencilerden yeni veriler ekleyerek daha zor problemler yazmaları istenmesi, öğretim sürecinden elde edilecek verimi daha da artırabilecektir. Üçüncüsü, alanyazın (Calabrese vd., 2020) öğrencilerin aritmetiksel işlemlere uygun günlük yaşam ifadeleri oluşturamadıklarını ve problemlerin gerçekçiliğini göz ardı ettiklerini göstermektedir. Dördüncü ise alanyazın öğrencilerin aritmetiksel işlemlerin bazı anlamlarını (Toplama işleminde birleştirme anlamı gibi) daha fazla ön plana çıkardıklarını fakat diğer anlamlarını kullanma eğilimi göstermediklerine işaret etmektedir. Bu sonuçlara göre, öğretim tasarımlarında öğrencilere yönergeler yardımıyla problemlerin çözülebilirliğini ve gerçekçiliğini inceleme fırsatı sunulması, farklı semantik anlamalara yönelik problemler kurmada rehberlik edilmesi problem kurma ve çözme performanslarını geliştirmeye daha fazla katkıda bulunabileceği anlaşılmaktadır.

2.6. Öğretim Sürecinin Tasarlanmasında Sosyo-Matematiksel Normlar

Matematik öğrenimi ve öğretiminin sosyal yönü öğrencilerin matematiği anlayarak öğrenmelerine imkân sağlayan sınıf ortamlarının oluşturulmasında kritik öneme sahiptir (NCTM, 2000). Bu tür sınıf ortamlarında öğrencilerin birbirleriyle ve öğretmenleriyle etkileşimi üst düzeyde tutularak anlamlı öğrenmenin gerçekleştirileceğine inanılmaktadır. Öğrenmenin sosyal yönünü dikkate alan bakış açısına göre her bireyin eylemleri diğer bireylerin eylemlerine dayalı olarak kendi planlarını revize etmesi, savunması, değiştirmesi yoluyla biçimlendirilir, yani sosyal etkileşim insan davranışlarını biçimlendirmektedir (Yackel, 2001). Sosyal etkileşimin ön planda olduğu sınıf ortamının oluşturulması için öğrenciler ve öğretmenlerin benimsedikleri bazı değer taşıyan anlayışlara ihtiyaç vardır (öğrencilerin akıl yürütmelerini açıklaması ve diğer öğrencilerin düşünme şekillerini anlamaya çalışması vb.). Matematik eğitimcileri bu tür normatif anlayışları sosyal normlar olarak tanımlamıştır (Rasmussen, Yackel ve King, 2003). Norm kavramı Türk Dil Kurumu'nda "yargılama ve değerlendirmenin kendisine göre yapıldığı ölçüt, uyulması gereken kural, düzgü" şeklinde tanımlanmıştır. Bu tanıma göre, en genel haliyle sosyal normlar sınıf içerisinde herkesin kabul ettiği uyulması gereken genel kurallardır. Öğrenme-öğretme sürecinde ise norm, sınıfta yer alan bireylerin, öğretim ve öğrenime dair her türlü etkinliğe nasıl ve ne şekilde katılabilecekleri hakkında bir takım yazılı olmayan kurallar olarak adlandırılabilir (Kozaklı, 2015). Yackel (2001) ise norm kavramının sosyolojik bir yapı ve grupça kabul edilen ve paylaşılan anlayış ve yorumlar olduğunu; bu bağlamda sınıf içi normları ise sınıf içinde oluşturulan beklentiler ve yükümlülükler olarak tanımlamıştır. Zamanla sosyal normlar sınıf içerisinde rutin hale gelerek öğretmen ve öğrencilerin aktivitelerini düzenlerler.

Sınıf içi norm kavramı, öğretmen ve öğrenciler açısından sınıfta neyin önemli olduğu ve hangi davranışların daha değerli olduğunu belirleme açısından oldukça önemlidir (Özmantar, Bingölbali, Demir, Sağlam ve Keser 2009). Özmantar vd. (2009) iki basamaklı iki doğal sayının toplanmasına yönelik bir senaryo üzerinden norm kavramını açıklamışlardır. Buna göre, iki basamaklı iki doğal sayı (25 ve 16) tahtaya alt alta yazıldıktan sonra, öğrencilere "bu toplama işlemini doğru olarak yapan ilk kişiye artı vereceğim!" (s.6) şeklinde bir açıklama yaptığını varsayarak bu açıklamanın öğrencilere soruyu çözmenin soruyu çözmek için uğraşmaktan daha önemli olduğu gibi bir takım mesajlar ilettiğini belirtmiştir. Bu şekildeki açıklamalar sürekli olarak tekrar edildiğinde, sınıf içinde matematik öğrenimine dair bir takım normlar oluşturulmaktadır. Bu şekildeki normlar matematik öğretiminde nelerin önemli olduğuna ilişkin mesaj vermektedir.

Genel bir sınıfa ait sosyal normlar farklı konu alanlarına da uygulanabilecektir. Yackel ve Cobb (1996) "öğrenciler diğer arkadaşlarının düşüncelerine meydan okuyabilmeli ve yaptıkları yorumları doğrulayabilmelidirler" normunun fen ve edebiyat dersleri yanında matematik dersinde de geçerli olduğunu ifade etmiştir. Araştırmacılar (Rasmussen vd., 2003; Yackel, 2001), sınıf içi etkileşimi karakterize eden bir dizi sosyal norm tanımlamışlardır. Bazıları şunlardır;

- Problemlere anlamlı çözümler oluşturunuz
- Kendi düşünce ve çözümlerinizi arkadaşlarınıza ve öğretmeninize açıklayınız ve doğrulayınız.
- Arkadaşlarının problemlere getirdikleri çözümleri ve yorumları dinleyiniz ve anlamaya çalışınız
- Kavram yanılgıları ve hem fikir olunmayan durumlara meydan okuyunuz ve bunlar hakkında sorular sorunuz

Özmantar vd. (2009) ise 2005 yılında yenilenen öğretim programlarını inceleyerek, programın hedefleriyle ilişkili sınıf içi normlar belirlemişlerdir. Bu normlar şunlardır;

- İddiaların/çözümlerin açıklanması,
- Düşüncelerin (iddia/çözüm/açıklama) gerekçelerinin sunulması,
- Herkesin çekinmeden fikrini paylaşması,
- Sınıfta paylaşılan düşüncelerin herkes tarafından anlaşılmaya çalışılması,
- Herkesin yapılan açıklamalara/çözümlere/iddialara katılıp katılmadığını belirtmesi,
- Anlaşılmayan açıklama/iddia/çözümlerin dile getirilmesi,
- Alternatif/farklı çözüm/açıklamalar üretilmesi,
- İddia/çözüm/açıklamaların doğruluğunun sorgulanması.

Sosyal normlar üzerine yapılan bu açıklamalar dikkate alındığında farklı konu alanlarında farklı sosyal normlar geliştirilebileceği anlaşılmaktadır. Başka bir ifadeyle sosyal normalar sadece matematiğe özgü değildirler. Matematiğe özgü sosyal normlar da tanımlanabilmekte olup, bunlara alana özgü olduğunu ifade etmek amacıyla sosyo-matematiksel normlar denilmektedir. Sınıflarda neyin matematiksel olarak farklı, karmaşık ve mükemmel olarak değerlendirileceğine, aynı zamanda matematiksel olarak neyin kabul edilebilir açıklama ve doğrulama olarak sayılacağına yönelik normatif anlayışları sosyo-matematiksel normlar olarak bilinir (Yackel ve Cobb, 1996).

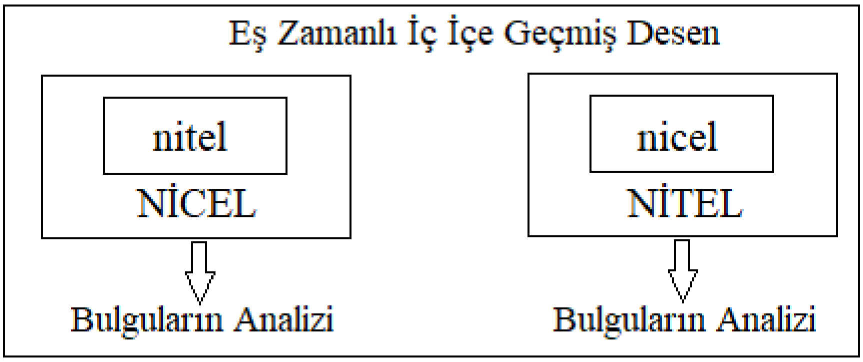
Yapılan bu açıklamalar, benimsenen sosyo-matematiksel normların öğretim yaklaşımlarının tasarımı ve uygulamasına yön verici özelliği olduğunu ortaya koymaktadır. Sosyo-matematiksel normların oluşturulması pragmatik bakış açısıyla oldukça faydalıdır çünkü öğrencilerin sınıflarında çağdaş yaklaşımlarla uyumlu matematiksel inanç ve değerler geliştirmek ve matematikte entelektüel özerkliği elde etmek için nasıl bir sorgulayıcı geleneği takip edeceklerini açıklamaktadır (Yackel ve Cobb, 1996). Çakır ve Akkoç (2020), sosyo-matematiksel normların bir matematik dersindeki bilişsel durumların yanı sıra bilişsel olmayan duyuşsal durumlarla da yakından ilişkili olduğunu vurgulamıştır. Problemi yeniden ifade etmeyi, yeni problemler oluşturmayı ve problemle ilgili bilginin yeterliğinin değerlendirilip düzeltilmesini içeren sosyo-matematiksel normların sınıfın mikro kültürünü yansıttığını belirtmiştir.

3. YÖNTEM

3.1. Araştırmanın Modeli

Araştırmada karma yöntem yaklaşımı benimsenmiştir. "Karma yöntemle araştırma yapmak, çeşitli yöntemler kullanarak olayları bir çerçeve içerisinde sunma, analiz etme ve bir araya getirmektir" (Baki ve Gökçek, 2012, s. 2). Creswell ve Creswell (2018 karma yöntem araştırmalarının, "her yöntemin önyargı ve zayıflıkları olduğu, nicel ve nitel verilerin her ikisinin de toplanmasının her bir veri türünün zayıflıklarını giderebileceği" (s. 51) perspektifinden yola çıktığını ifade etmiştir.

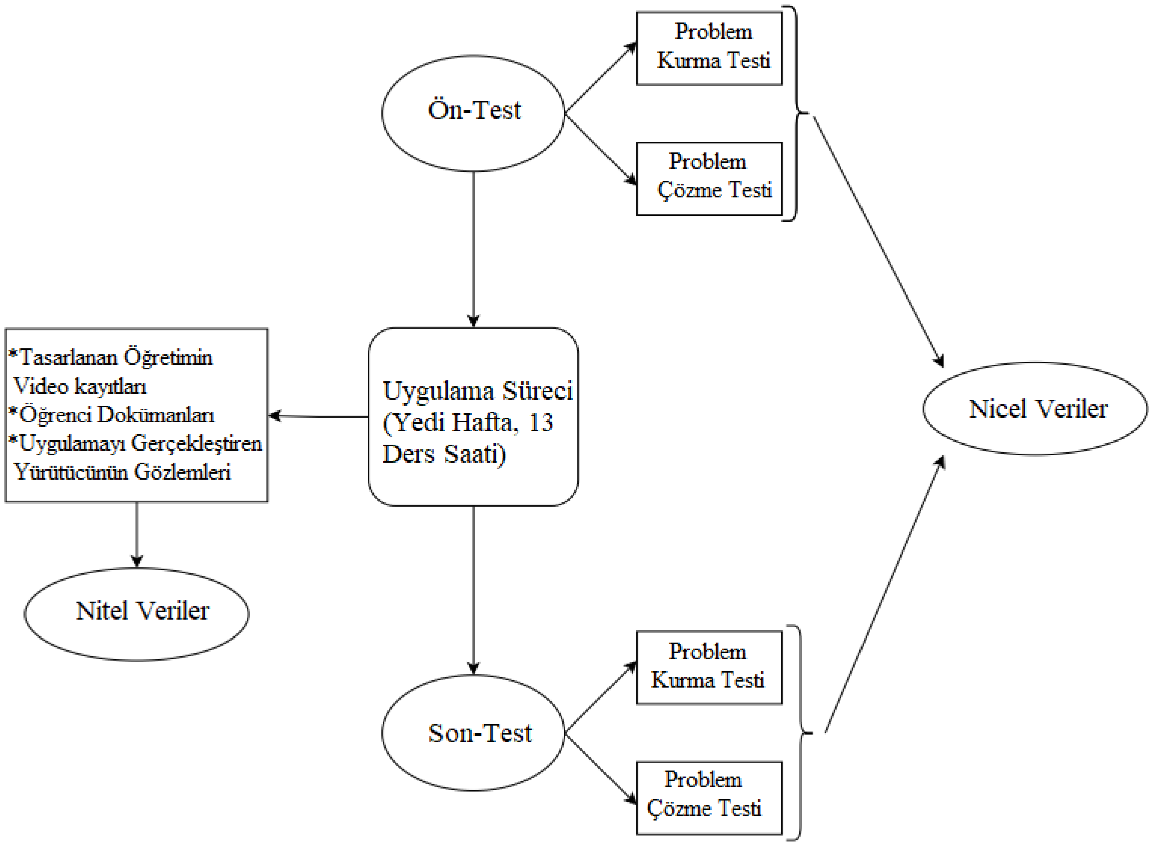
Bu araştırmada, karma yöntem yaklaşımlarından eş zamanlı iç içe geçmiş desen kullanılmıştır (Şekil 5). Creswell'e (2009) göre bu desende nicel ve nitel veriler eş zamanlı olarak toplanır, fakat veri türlerinden birisine ağırlık verilmektedir. Bu tasarıma göre veri türlerinden birisi (nicel veya nitel), araştırmada baskın olan diğer veri türünün (nitel veya nicel) içerisine gömülür. Creswell (2009) bu yaklaşımda bir veri türünün diğerinin içerisine gömülmesinin sebebi olarak farklı araştırma sorularına cevap vermelerini göstermiştir (deneysel bir tasarımda nicel veriler tasarımdan elde edilen kazanımları ölçmek için kullanılırken, nitel veriler katılımcıların bu süreci nasıl deneyimlediklerini keşfetmek amacıyla toplanmaktadır). Bu desende her iki veri türü tartışma bölümünde bir araya getirilip karşılaştırılabileceği gibi, karşılaştırılmaksızın yan yana araştırma problemlerini açıklamak için de sunulabilecektir. Creswell (2009) bu yaklaşımın eş zamanlı olarak iki tür veri toplanmasına imkân tanımasını ve böylece araştırmacıya farklı perspektifler kazandırmasını en güçlü yönleri olarak ifade etmiştir.



Şekil 5. Eş zamanlı iç içe geçmiş desen (Creswell, 2009, s. 210)

Bu araştırmada tasarlanan öğretimin altıncı sınıf öğrencilerinin problem kurma ve çözme performanslarının gelişimine olan etkisini belirlemek amacıyla nicel veriler, tek gruplu ön-test son-test zayıf deneysel desen kullanılarak toplanmıştır. Bu desende kontrol grubu olmadığından deney grubu ile karşılaştırma yapılmamakta, bunun yerine tek bir gruba tasarlanan öğretim deneyimi ile müdahale edilmesi söz konusudur (Creswell, 2009). Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel (2018) ise bu desende deneysel işlemin etkisinin tek bir grup üzerinde yapılan çalışmayla test edildiğini ve deneklerin bağımlı değişkene ilişkin ölçümlerinin uygulama öncesinde ön-test, uygulama sonrasında son-test olarak aynı denekler ve aynı ölçme araçları kullanılarak gerçekleştirildiğini ifade etmiştir. Bu tasarımın özelliklerine uygun olarak bu araştırmada tasarlanan öğretimin öncesinde ve sonrasında katılımcılara problem kurma ve çözmeye yönelik hazırlanan testler uygulanarak gelişimleri ölçülmüştür.

Tasarlanan öğretimin öğrencilerin problem kurma ve çözme performanslarının gelişimi üzerindeki etkisini daha ayrıntılı şekilde resmetmek amacıyla nitel veriler de toplanmıştır. Nitel yaklaşımlarda görüşme, gözlem, doküman ve görsel-işitsel dijital materyaller olmak üzere temelde dört çeşit veri toplama aracı bulunmaktadır (Creswell ve Creswell, 2018). Bu araştırmada öğretim sürecinin video kayıtları alınmış, öğrencilerin öğretim sürecinde kurmuş oldukları problemler ve yapmış oldukları çözümlere ilişkin dokümanlar toplanmış ve araştırmacı gözlemlerini kaydetmiştir. Böylece, ön-test ve son-test problem kurma ve çözme performanslarının karşılaştırılmasının ötesine geçilmesi ve öğrencilerin tasarlanan öğrenme ortamında ne tür faaliyetlerle meşgul olduklarının ayrıntılandırılması amaçlanmıştır. Bu amacın nitel yaklaşımların da sürece dahil edilmesi ile gerçekleştirilebileceği düşünülerek iç içe geçmiş desen benimsenmiştir. Araştırmanın uygulama prosedürüne tanıtan şema Şekil 6'da verilmiştir.



Şekil 6. Araştırmanın uygulama prosedürüne ait şema

3.2.Araştırmanın Örneklemi

Araştırmanın katılımcılarının yer aldığı okulun belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir örnekleme kullanılmıştır. Bu örnekleme yaklaşımında araştırmacı, yakın olan ve erişilmesi kolay olan bir durumu seçmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bu araştırmada doğal sayılarla işlemlere yönelik GAÖÇ'ne dayalı öğretim tasarlanmıştır. Bu öğretimin problem kurma aktivitelerinin yoğun şekilde kullanılmasını gerektirmesi ve nispeten uzun soluklu olması nedeniyle, problem kurma üzerine deneyim sahibi olan bir öğretmen tarafından yürütülmesinin öğrencilerin süreçten daha fazla verim elde etmelerine imkân tanıyacağı düşünülmüştür. Bu kapsamda, kolay ulaşılabilir örnekleme modeli esas alınarak, sürecin tasarımında aktif rol alan ve problem kurma üzerine deneyim sahibi olan araştırmacının öğretmenlik yaptığı okuldaki altıncı sınıf seviyesinde çalışmanın yürütülmesine karar verilmiştir.

Araştırmacı, 2020-2021 eğitim-öğretim yılı itibariyle yedi yıllık hizmet içi deneyime sahip olup, ilk göreve başladığı okulda çalışmaya devam etmektedir. Ayrıca araştırmacı görev yaptığı okuldaki tek matematik öğretmenidir. Bu nedenle her eğitim-öğretim yılında ortaokulun bütün kademelerinde öğretim yapmıştır. Görev yaptığı süre boyunca gerek çalıştığı kurumun düzenlediği Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu 4006 projelerinde, gerekse üniversitelerin düzenlediği projelerde (Fen-Sosyal-Matematik Entegrasyonuyla Disiplinler Arası Tematik Öğretim Uygulamaları adlı 4005 projesinde katılımcı) yürütücü veya katılımcı olarak aktif olarak görev almıştır. Ayrıca MEB'in düzenlemiş olduğu merkezi ve yerel hizmet içi eğitimlere de hem kursiyer hem de eğitim görevlisi olarak katılmıştır ("Öğretmenlerimize 2023 Projesi" Semineri'nde eğitim görevlisi).

Araştırmacı, yüksek lisans ders aşamasında problem kurma ve çözme üzerine uygulamaya dayalı bir ders almıştır. Bu ders kapsamında problem kurmanın tanımı, türleri, çözme ve yaratıcılıkla ilişkisi, problem kurma ile nasıl öğretim yapılacağı gibi durumlara odaklanılmış ve uygulamalı örneklerle ders içeriği desteklenmiştir. Bu ders kapsamında problem kurma, problem çözme ve aktif öğrenmeyi bir araya getiren AÖÇ ve GAÖÇ'ye yönelik de öğrenim görmüştür. Bu kapsamda, bu araştırmada da benimsenen öğretim yöntemine ilişkin deneyim sahibidir. Araştırmacı, yüksek lisans ders aşamasında problem kurmaya yönelik edindiği kazanımları çalıştığı kurumda öğrencileriyle uygulamalı olarak tecrübe edinme şansı da bulmuştur.

GAÖÇ'ye dayalı öğretim, Rize'nin Çayeli ilçesinde MEB'e bağlı bir devlet ortaokulunda yürütülmüştür. Bu ortaokul bir beldede yer alıp, öğrencilerinin büyük bir kısmı taşımalı sistem ile okula gelmektedir. Öğrencilerden bazıları komşu illerden gelip MEB'e bağlı kurumlarda yatılı kalarak öğrenim görmektedirler. Öğrenciler genel olarak sosyo-ekonomik düzeyi düşük veya orta düzey ailelerden gelmektedirler. Okulda altıncı sınıf düzeyinde bir şube bulunduğu için çalışma 13'ü kız ve altısı erkek olmak üzere toplam 19 öğrenci ile yürütülmüştür.

GAÖÇ'ye dayalı öğretim sürecinde bazı etkinliklerde grup çalışmalarına yer verilmiştir. Bu amaçla uygulama sürecine başlamadan önce öğrencilerden dörder kişilik gruplar oluşturmaları istenmiştir. Sınıf mevcudu 19 kişi olduğu için oluşan beş gruptan bir tanesi üç kişiden oluşmuştur. Öğrencilere kod isimler verilmiştir. Öğrencilerin oluşturdukları gruplar Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2. Uygulama süreci için oluşturulan öğrenci grupları

Grup Adı	Gruptaki Öğrenciler
Problem dünyası	Kerem, Medine, Hifa, Mehmet
Geçilmezler	İpek, Beyzanur, Betül, Yurdagül
Dâhiler	Enes, İlhan, Özgür, Muammer
Kartallar	Ayşenur, Şirin, Ravza, Sümeyra
Profesörler	Seval, Münevver, Sema

Araştırmacı, çalışmanın yürütüldüğü öğrencilerin beşinci sınıfta da matematik öğretmenliğini yapmıştır. Beşinci sınıf matematik dersi not ortalaması 70 puan ve üzeri olan öğrenciler sınıfın çoğunluğunu oluşturmaktadır. Araştırmacı öğrencilerin genel olarak problem çözme ve işlem becerilerinin orta ve üstü düzeyde olduğunu belirtmiştir. Bu durumu öğrencilerin ders içi aktif katılımlarına ve eğitim-öğretim döneminde uygulanan kazanım değerlendirmesi sonuçlarına dayandırmaktadır. Ayrıca öğrenciler yeni karşılaşılan matematiksel durumları muhakeme etme becerileri yönünden de ön plana çıkmaktadırlar.

Öğrencilerle uygulamadan önceki dönemde de problem çözmeyi veya kurmayı gerektiren kazanımlarda problem kurmayla ilgili etkinlikler yapılmıştır. Daha çok problem çözme ve problem kurma iç içe olacak şekilde etkinlikler planlanmıştır. Beşinci sınıfta doğal sayılarla ilgili sembolik işlemler ve açık-uçlu ifadeler verilerek öğrencilerden problem kurmaları istenmiştir. Kurulan problemlerin çözümü sınıfta yapılmıştır. Ayrıca bazı kazanımların öğretiminde öğrencilere karşılaştıkları problemden işlem türü, işlem sayısı veya kullanılan sayısal değerler açısından daha basit problemler kurdurarak problemin daha iyi anlaşılmasına zemin hazırlanmıştır. Genel olarak matematik derslerinde sistematik bir şekilde problem kurma öğretimine yer verilmese de kazanımların gereği olarak öğrencilerin problem kurma ile ilgili yukarıdaki tecrübeleri edindikleri bilinmektedir.

Bu araştırma için gerekli izin belgeleri ilgili kurumlardan alınmıştır. Rize İl Milli Eğitim Müdürlüğünden alınan "Tez Çalışma İzni" belgesi Ek 1'de, "Veli Onam Formu" belgesi Ek 2'de ve etik kurulu değerlendirme raporu Ek 3'te sunulmuştur.

3.3. Veri Toplama Araçları ve Analizi

GAÖÇ'ye göre tasarlanan problem kurma-çözme öğretiminin altıncı sınıf öğrencilerinin problem kurma ve çözme becerilerinin gelişimine olan etkisini incelemek için kullanılan veri toplama araçları şunlardır; (1) Problem Kurma Testi (PKT), (2) Problem Çözme Testi (PÇT) ve (3) Öğretim sürecinin video kayıtları ve öğrenci dokümanları. Bu bölümde veri toplama araçları ve analizleri tanıtılmıştır.

3.3.1. Doğal Sayılarla İşlemlere Yönelik Problem Kurma Testi ve Analizi

PKT, öğretim sürecinin öncesinde ve sonrasında öğrencilere uygulanmıştır. PKT'nin hazırlanması aşamasında öğretim sürecinde kullanılan etkinliklerin içeriği dikkate alınmıştır. Ek 4'te taslağı oluşturulan ve Ek 5'te son hali verilmiş olan etkinlikler tasarlandıktan sonra PKT hazırlanmıştır. Ek 5'teki etkinlikler, Stoyanova ve Ellerton'un (1996) serbest, yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmış sınıflaması dikkate alınarak hazırlanmıştır. Dolayısıyla PKT'de yer alan etkinlikler de bu sınıflandırmayı yansıtmaktadır. Ek 5'teki etkinliklerin yapısına ait dağılım Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. Uygulama sürecinde kullanılan problem kurma etkinliklerinin sınıflandırılması

Yapılandırılmış Problem Kurma Etkinlikleri
Problemden hareketle problem kurma
Yarı-yapılandırılmış Problem Kurma Etkinlikleri
Sembolik işlemlere problem kurma
Açık-uçlu hikâyeyi verilen cevaba göre tamamlama
Sayısal veri içeren açık-uçlu hikâyelere problem kurma
Sayısal veri içermeyen açık-uçlu sözel hikâyelere problem kurma
Serbest Problem Kurma Etkinlikleri

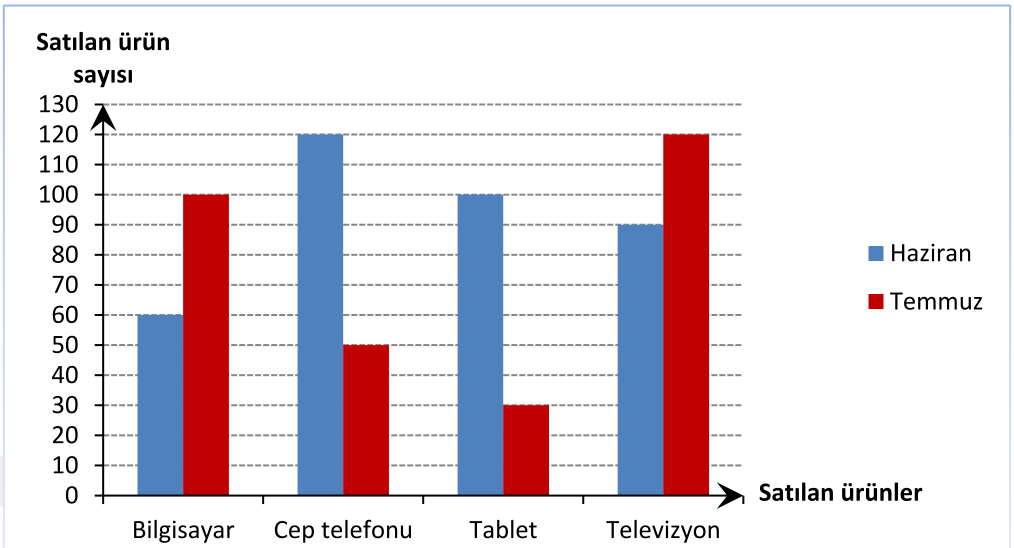
Tablo 3'e göre, uygulama sürecinde bir tür yapılandırılmış, dört tür yarı-yapılandırılmış ve bir tane de serbest problem kurma etkinliği olmak üzere toplam altı etkinlik türüne yer verilmiştir. Bu altı etkinlik yapısının tamamını yansıtacak şekilde PKT oluşturulmuştur. PKT'de yer alması amacıyla hazırlanan taslak etkinlikler Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. PKT'yi hazırlamak amacıyla oluşturulan taslak problem kurma etkinlikleri

No	Etkinlikler	
1.	$72 - 24 = ?$ Çözümünde yukarıdaki işlemi de içeren bir günlük hayat problemi kurunuz.	
2.	$4 \times 15 = 60$ $100 - 60 = 40$ Çözümünde yukarıdaki işlemleri de içeren bir günlük hayat problemi kurunuz.	
3.	$1800 - 300 = 1500$ $1500 \div 3 = 500$ Çözümüne sadece yukarıdaki işlemler yapılarak ulaşılan bir günlük hayat problemi kurunuz.	
4.	A marka cep telefonunun fiyatı B marka cep telefonunun fiyatının iki katından 300₺ fazladır. A marka cep telefonu 2500₺ olduğuna göre iki cep telefonunun toplam fiyatı kaç ₺'dir?	**Çözüm:** $2 \times 2500 = 5000$ $5000 + 300 = 5300$ $5300 + 2500 = 7800$
	Buğra yukarıdaki problemi yanındaki işlemleri yaparak çözmüştür. Siz de problemi ve yapılan çözümü inceleyerek problemin çözümündeki işlemleri içeren bir problem kurunuz.	
5.	Aybüke kendisi ve arkadaşları için dondurma almaya gittiği markette A marka dondurma 10 ₺, B marka dondurma 15 ₺ ve C marka dondurma 20 ₺'dir. • Bu hikayeden hareketle, cevabı 100 ₺ olan problem kurunuz. • Bu hikayeden hareketle, cevabı *8 tane dondurma* olan problem kurunuz.	
6.	Hakan Bey 50000₺'ye aldığı otomobili için 20000₺ ödemiş geri kalanı ise 40 eşit taksitle ödeyeceğine göre aylık ödemesi gereken taksit kaç ₺'dir? Problemiyle bir şekilde ilişkili olduğunu düşündüğünüz üç problem kurunuz. Problemlerin değerlendirilmesinde <u>yazılan problem sayısı</u>, <u>hata içermemesi</u> ve <u>mevcut problemle ilişkili olması</u> birlikte dikkate alınacaktır.	

Tablo 4 (devamı). PKT'yi hazırlamak amacıyla oluşturulan taslak problem kurma etkinlikleri

7.



Yukarıdaki grafikte bir teknoloji mağazasının haziran ve temmuz aylarında sattığı elektronik ürün sayıları verilmektedir. Sütun grafiğindeki verileri kullanarak üç problem kurunuz.

8. Balık tutmak için teknesi ile denize açılan Turgut Reis bir miktar hamsi, bir miktar mezgit ve bir miktar da istavrit yakalamıştır.
Yukarıdaki hikaye durumunu kullanarak bir problem kurunuz.

9. Arkadaşlarınız için doğal sayılarla işlemleri gerektiren iki problem kurunuz.

Tablo 4'te yarı-yapılandırılmış durumlar içerisinde sembolik işlemlere problem kurma kategorisinde dört etkinliğe (1-4. etkinlikler) yer verilmiştir. Uygulama sürecinde kullanılan benzer etkinliklerin (Ek 5, A ve B kategorileri) hazırlanmasında, işlem türü (toplama, çıkarma, çarpma ve bölme), işlem sayısı (tek adımlı ve çok adımlı) ve işlemlerde kullanılan sayıların basamak büyüklükleri (bir, iki vb. basamaklı olması) dikkate alınmıştır. Benzer kriterler dikkate alınarak bu dört madde hazırlanmıştır. Tablo 4'teki ilk dört etkinliğin bir veya çok adımlı işlemler oldukları, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin tamamını barındırdıkları ve bir, iki, üç ya da dört basamaklı sayılar içerdikleri görülmektedir.

Tablo 4'te yarı-yapılandırılmış durumlar kapsamında açık-uçlu hikayeyi verilen cevaba göre tamamlama kategorisinde bir etkinliğe (5. etkinlik) yer verilmiştir. Uygulama sürecinde kullanılan benzer etkinliklerin (Ek 5, Etkinlik $2C_1$ ve $2C_2$) hazırlanmasında, verilen cevabın işlem türleri ve sayısı yönünden çeşitlilik oluşturarak farklı problemler üretmeye imkan tanıması dikkate alınmıştır. Bu amaçla hazırlanan taslak maddede ilişkisel olarak sunulmayan üç farklı dondurma türünün fiyatları sunulmuştur. Bu etkinlikteki hikâyenin devamına farklı veriler eklenerek, “cevabı 100₺” ve “cevabı 8 tane dondurma” olan birçok problem kurulabilmektedir. “Cevabı 100₺” olan problemlere örnek olarak, “Aybüke üç tane A marka, iki tane B marka ve iki tane de C marka dondurma alınırsa toplam ne kadar ödemesi gerekir?” şeklindeki problem yazılabilir. Üç tane A marka (3x10 = 30₺), iki tane B marka (2x15 = 30₺) ve iki tane de C marka (2x20 = 40₺) dondurma alınırsa toplam 30+30+40 = 100₺ ödenmesi gerekir. Diğer bir problem olarak, “Aybüke 12 tane C marka dondurma yerine 8 tane A marka ve 4 tane B marka dondurma alırsa ödeyeceği miktar ne kadar değişir?” yazılabilir. Çözümü, 12 tane C marka (12x20 = 240₺) yerine 8 tane A marka (8x10 = 80₺) ve 4 tane B marka (4x15 = 60₺) dondurma alınsa 100₺ daha az (80+60 = 140₺, 240-140 = 100₺) ödenmiş olur. “Cevabı 8 tane dondurma” olan problemlere örnek olarak, “Aybüke her bir markadan en az bir tane almak koşuluyla 100₺’ye en fazla kaç dondurma alabilir?” yazılabilir. Problemin çözümü, $20\ x\ 1 = 20₺, 10\ x\ 5 = 50₺, 15\ x\ 2 = 30₺$ olup toplamda $1 + 5 + 2 = 8$ tane dondurma alınabilecektir. Başka bir problem olarak, “Aybüke’nin 60₺’lik C dondurması, 30₺’lik B dondurması ve 30₺’lik A dondurması alması durumunda toplamda kaç tane dondurma alınmış olur?” yazılabilir. Problemin çözümü, 60₺’lik C dondurması (60:20 = 3 tane), 30₺’lik B dondurması (30÷15 = 2 tane) ve 30₺’lik A dondurması (30÷10 = 3 tane) alınması durumunda toplamda 8 tane dondurma alınmış olur.

Tablo 4’te yapılandırılmış durumlar kapsamında problemden hareketle problem kurma etkinliğine (6. etkinlik) yer verilmiştir. Problemin belirlenmesinde farklı problemler üretilmesine imkân tanıması kriteri dikkate alınmıştır. Problemden hareketle problem kurma etkinliğinde, veri sayısının arttırılması öğrencilerin farklı problemler üretmelerini sınırlayacağı, veri sayısının oldukça az olması ise nasıl problemler üretecekleri noktasında belirsizlikler oluşturacağı düşünülmüştür. Stickles (2011) etkinlikteki veri miktarının katılımcıların problem kurma performansı üzerinde etkili olduğunu vurgulamıştır. Bu sınırlılıklar ve ortaokul altıncı sınıf öğrenci seviyesi dikkate alınarak problemin iki adımlı, semantik yapı bakımından ise doğal sayılarla işlemlerin farklı anlamlarından iki tanesini (ayırma ve eş gruplar-parçalamalı bölme) barındırmasına karar verilmiştir. Problemin çözümü, $50000 - 20000 = 30000₺$ (bir niceliğin içinden başka bir nicelik çıkartıldığından çıkarma işleminin ayırma anlamı) ve $30000 \div 40 = 750₺$ (çokluğun eşit gruplara ayrılmasından dolayı bölmenin eş gruplar-parçalamalı bölme anlamı) şeklinde çıkarma ve bölme işlemlerini gerektirmektedir.

Tablo 4'te yarı-yapılandırılmış durumlar içerisinde sayısal veri içeren ve içermeyen birer etkinlik sırasıyla yedinci ve sekizinci etkinlikte sunulmuştur. Yedinci etkinlikte sütun grafiği içeren bir açık-uçlu hikâyeye yer verilmiştir. Grafikte dört tür materyalin iki farklı aylardaki satış miktarları konu edinilmiştir. Bu yönüyle hikâye veri yönünden zengin olup, farklı problemlerin yazılmasını teşvik etmektedir. Sekizinci etkinlikte ise görsel temsil içermeyen verilerin tamamen sözel formda sunulduğu açık-uçlu bir etkinliğe yer verilmiştir. Son olarak, PKT'nin taslak formunda serbest duruma yönelik bir etkinliğe yer verilmiştir (Tablo 4, madde 9). Yapılan çalışmalarda serbest problem kurma etkinliğinin uygulanması aşamasında yönergelerin farklılık gösterdiği görülmüştür. Örneğin, "arkadaşlarınız için problem kurunuz" (Cankoy, 2014; Kopparla vd., 2019) ya da sadece "problem kurunuz" (Cai vd., 2013; Chen vd., 2015) gibi açıklamalara yer verilmektedir. Bu araştırmada ise öğrencilerin kendi yaş düzeyinde problemler yazmaları için "arkadaşlarınız için doğal sayılarla işlemleri gerektiren iki problem kurunuz." ifadesine yer verilmesi kararlaştırılmıştır.

Tablo 4'teki taslak formun hazırlanması aşamasında tez danışmanı ve araştırmacı birlikte çalışmışlar ve etkinliklerin içeriğini tartışmışlardır. Bunun yanında, taslak form için altı yıllık hizmet süresine sahip bir matematik öğretmeni ile doktor öğretim üyesi olan bir akademisyenin görüşlerine başvurulmuş ve 46 altıncı sınıf öğrencisi ile pilot çalışma yürütülmüştür. Bu uygulamalar neticesinde Tablo 4 üzerinde bazı düzenlemeler yapılmış ve veri toplama aracına son hali verilmiştir (Tablo 5). Tasarlanan öğretimde sayısal veri içermeyen açık-uçlu bir hikayeye yer verilmiş olmasına karşın, PKT'nin taslak formundaki bu etkinliğin (Tablo 4, madde 8) kaldırılmasına karar verilmiştir. Çünkü pilot çalışmada öğrencilerin bu maddeye yönelik problem kurmada güçlük yaşadıkları ve nasıl problem kuracakları noktasında çok fazla soru sordukları gözlemlenmiştir. Dolayısıyla, ön-test aşamasında bu etkinlik için problem kurma başarısının düşük olacağı düşünülmüştür. Deneyim eksikliği ve etkinliğin yapısını anlamamadan kaynaklı durumlar nedeniyle ön-test ile son-testin karşılaştırılmasında sağlıklı sonuçlar üretmeyeceği ön görülmüştür. Tablo 4'te dördüncü etkinlikte hatalı çözümü verilen problemin çözümündeki işlemlere yönelik öğrencilerden problem kurmaları istenmiştir. Pilot çalışmada öğrencilerin genelde sadece problemin doğru çözümüne ulaşmaya çalıştıkları veya yapılan çözüm ile problemi ilişkilendirmeden hatalı çözüme yönelik problem kurdukları görülmüştür. Bu durum etkinliğin oluşturulma amacına hizmet etmediği için PKT'nin taslak formundaki bu etkinliğin kaldırılmasına karar verilmiştir.

Uzman görüşüne başvurulan akademisyen, Tablo 4'teki birinci etkinlik ile ilgili şu şekilde görüş bildirmiştir: "birinci etkinlikte 72-24 var. Bu çok basit düzeyde kalıyor. Bunun yerine, sayıların büyütülmesi ve çıkanın sorulduğu bir problemin yazılması daha uygun olabilir." Akademisyenin görüşü doğrultusunda etkinlikte yer verilen iki basamaklı doğal sayıların yerine üç ve dört basamaklı doğal sayılar kullanılıp, çıkan sayının sorulduğu etkinliğe yer verilmiştir (Tablo 5, madde 1).

Tablo 4'te sembolik işlemlere yönelik ilk üç etkinliğin yönergeleri "…işlem(ler)i çözümünde barındıran bir günlük hayat problemi kurunuz" şeklindedir. Yönergeye göre öğrencilerden verilen işlemler yanında farklı işlemleri de kullanarak problemler yazması beklenmiştir. Araştırmacı, danışmanı ve uzman görüşüne başvurulan akademisyenin tartışması neticesinde süreci zenginleştirilmesi adına Tablo 5'deki sembolik işlemlere yönelik üçüncü etkinliğin yönergesinin, "çözümüne sadece yukarıdaki işlemler yapılarak ulaşılan bir günlük hayat problemi kurunuz" şeklinde değiştirilmesine karar verilmiştir.

Tablo 5. Doğal sayılarla işlemlere yönelik hazırlanan PKT'nin son hali

No	Etkinlikler
1.	$1590 - ? = 428$ Çözümünde yukarıdaki işlemi de içeren bir günlük hayat problemi kurunuz.
2.	$15\text{x}4 = 60$ $100 - 60 = 40$ Çözümünde yukarıdaki işlemleri de içeren bir günlük hayat problemi kurunuz.
3.	$1800 - 300 = 1500$ $1500 \div 3 = 500$ Çözümüne sadece yukarıdaki işlemler yapılarak ulaşılan bir günlük hayat problemi kurunuz.

Tablo 5 (devamı). Doğal sayılarla işlemlere yönelik hazırlanan PKT'nin son hali

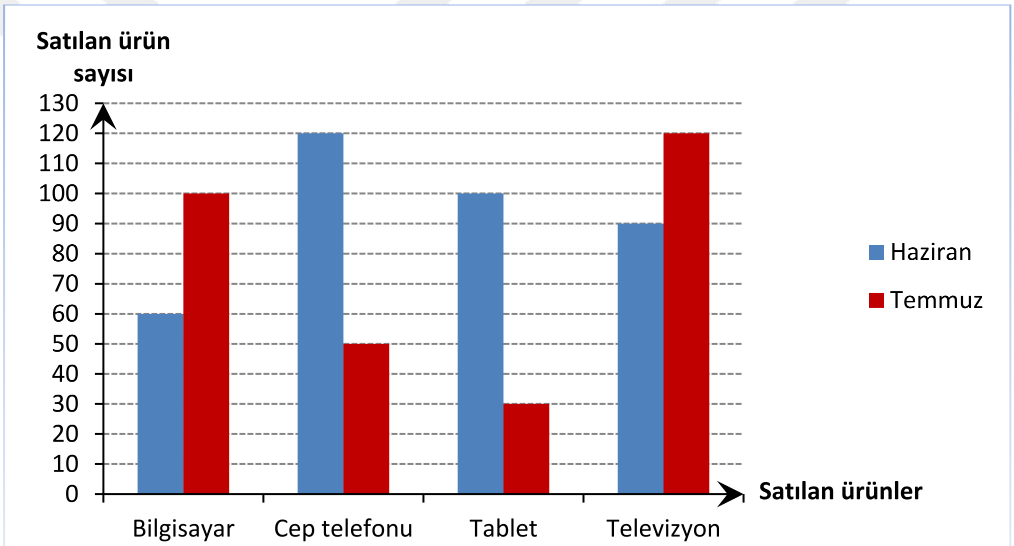
4. Aybüke kendisi ve arkadaşları için dondurma almaya gittiği markette A marka dondurma 10 ₺, B marka dondurma 15 ₺ ve C marka dondurma 20 ₺'dir.

- Bu hikâyeden hareketle, cevabı 100 ₺ olan problem kurunuz.
- Bu hikâyeden hareketle, cevabı *8 tane dondurma* olan problem kurunuz.

5. Hakan Bey 50.000₺'ye aldığı otomobili için 20.000₺ ödemiştir. Geri kalan parayı ise 40 eşit taksitle ödeyeceğine göre, aylık ödemesi gereken taksit kaç ₺'dir?

Problemiyle bir şekilde ilişkili olduğunu düşündüğünüz üç problem kurunuz. Problemlerin değerlendirilmesinde yazılan problem sayısı, hata içermemesi ve mevcut problemle ilişkili olması birlikte dikkate alınacaktır.

6.



Yukarıdaki grafikte bir teknoloji mağazasının haziran ve temmuz aylarında sattığı elektronik ürün sayıları verilmektedir. Sütun grafiğindeki verileri kullanarak üç problem kurunuz.

7. Arkadaşlarınız için doğal sayılarla işlemleri gerektiren iki problem kurunuz.

PKT'ye verilen yanıtlar alanyazındaki çalışmalarda (Cankoy, 2014; Cankoy ve Özder, 2017; Chen vd., 2015; Leung, 2013; Leung ve Silver, 1997; Rosli, Goldsby, ve Capraro 2013; Silver ve Cai, 1996, 2005; Silber ve Cai, 2017) yer verilen şemalardan faydalanılarak matematiksel geçerlik ve karmaşıklığına göre analiz edilmiştir.

Leung (2013) öğrencilerin kurdukları problemleri matematiksel geçerliği yönünden beş aşamalı bir analize tabi tutmuştur. Bu aşamalar şunlardır; (1) problem değil (not a problem), (2) matematiksel problem değil (non-Math), (3) mümkün değil (impossible), (4) eksik verili (insufficient) ve yeterli (sufficiant). Bu analiz şeması soru kökü içermeyen, matematikle ilişkili olmayan, problemdeki nicel verilerin mantıksal tutarlılık içermediği veya cevaba ulaşmak için yeterli veri içermeyen yanıtları ayırt etmektedir. Leung (2013) bu analiz şemasını "Bir kek dilimi 8 eşit parçaya ayrılmıştır. Wah bu parçaların 4/8'ini, Ming ve Kong'un her biri ise 2/8'ini yemiştir." (s. 109) açık-uçlu hikâyesine kurulan problemler üzerinden açıklamıştır (Tablo 6).

Xie ve Masingila (2017) ise, problem kurma ve çözme etkileşimini araştırdığı çalışmasında açık-uçlu problem kurma etkinlikleri yanında sembolik işlemlere ve problemden hareketle problem kurma etkinliklerine de yer vermiştir. Araştırmacılar, bu tür etkinlikleri de analiz etmek için Leung'un (2013) beş aşamalı analiz şemasını üç aşamaya indirmişlerdir. Bu aşamalar şunlardır; (1) çözülebilir matematik problemi, (2) çözülemez matematik problemi ve (3) matematiksel problem değil. "Çözülebilir matematik problemi" kategorisi, problemin amacının mevcut verilerle uyumlu olduğu ve cevaba mevcut verilerle ulaşılabilen problemleri kapsamaktadır. Bu kategori, Leung (2013) tarafından oluşturulan analiz şemasındaki "yeterli" problem kategorisine karşılık gelmektedir. "Çözülemez matematik problemi" kategorisi, problemdeki verilerin mantıksal olarak tutarlı olmadığı veya mevcut verilerle çözümüne ulaşılamayacak yanıtları kapsamaktadır. Bu yönüyle Leung (2013) tarafından oluşturulan analiz şemasındaki "mümkün değil" ve "eksik verili" kategorilerine karşılık gelmektedir. "Matematiksel problem değil" kategorisi ise, soru kökü içermeyen veya matematiksel olarak cevaplanması mümkün olmayan yanıtları kapsamakta olup, Leung (2013) tarafından oluşturulan analiz şemasındaki "problem değil" ve "matematiksel problem değil" kategorilerine karşılık gelmektedir. Araştırmacılar tarafından kullanılan bu analiz şemalarının bir örnek üzerinden karşılaştırılması Tablo 6'da sunulmuştur.

Tablo 6. Problem kurma analiz şemalarının karşılaştırılması

Bir kek dilimi 8 eşit parçaya ayrılmıştır. Wah bu parçaların 4/8'ini, Ming ve Kong'un her biri ise 2/8'ini yemiştir (Leung, 2013, s. 109).		
Beş aşamalı şema (Leung, 2013)	Üç aşamalı şema (Xie and Masingila, 2017)	Örnek yanıtlar
Problem değil	Matematiksel problem değil	Bir kutu soda 8 eşit bardağa dökülür, Chin 4/8 litre, Lip 2/8 litre ve Jay 2/8 litre içer.

Tablo 6 (devamı). Problem kurma analiz şemalarının karşılaştırılması

Matematiksel problem değil		Kim kek yemiştir?
Mümkün değil	Çözülemez matematik problemi	Bir karpuz 10 parçaya ayrılır. Ming 4/8'ini, Ying 2/8'ini, Wah 3/8'ini yediğine göre geriye ne kadar kalır?
Eksik verili		Bir kek dilimi 8 eşit parçaya ayrılmıştır. Wah bu parçaların 4/8'ini, Ming ise 2/8'ini yemiştir Kong ne kadar kek yemiştir?
Yeterli	Çözülebilir matematik problemi	Bir kek diliminin 2/4'ünü ve ¼'ünü iki kız kardeşim yedikten sonra erkek kardeşim ne kadarını yiyebilir?

Bu araştırmada, öğrencilerin PKT'ye kurdukları problemler ilk olarak matematiksel geçerliğine yönelik Xie ve Masingila (2017) tarafından üç aşamada birleştirilen şema temel alınarak analiz edilmiştir. Bu şemanın kullanılmasının birçok sebebi bulunmaktadır. Birincisi, bu şemadaki kategorilerin içeriği daha kesin sınırlarla çizilmiştir (Xie ve Masingila, 2017). İkincisi, bu analiz şeması kategorik bir sınıflandırma yerine, öğrencilerin problem kurma performanslarının derecelendirilmesine imkân tanıyan süreç-temelli bir rubriktir (Rosli vd., 2013). Bu rubrikte, "çözülebilir matematik problemi" üç puan, "çözülemez matematik problemi" iki puan ve "matematiksel problem değil" bir puan verilerek kodlanmıştır (Xie ve Masingila, 2017). Bu yönüyle bu rubriğe göre yüksek puan daha güçlü problem kurma performansına işaret etmekte olup, öğrencilerin problem kurma performanslarındaki gelişimi resmetmeye katkıda bulunmaktadır.

Pilot çalışma ve PKT'nin uygulanma sürecinde Xie ve Masingila (2017) tarafından belirtilen bu çerçeve üzerinde bazı düzenlemeler yapılması ihtiyacı doğmuştur. Bu kapsamda dörtlü bir rubrik hazırlanmıştır: (1) problem yazılmamış ya da günlük yaşamla ilişkilendirilmemiş, (2) veri setine uygun değil, (3) çözülemez matematik problemi ve (4) çözülebilir matematik problemi. Pilot çalışma sürecinde bazı öğrenciler problem kurma etkinliklerine yanıt vermemiştir. Bazıları ise yanıt vermeye teşebbüs etmiş fakat problemlerinde eksiklikler bulunmaktadır. Bu bağlamda bu iki yanıt çeşidi arasında farklılık bulunduğu düşünülerek boş bırakılan ya da günlük yaşamla ilişkilendirilmeyen yanıtlar için en düşük puanın verilmesinin uygun olacağı düşünülmüştür. Bu kapsamda, "problem yazılmamış ya da günlük yaşamla ilişkilendirilmemiş" kategorisi açılmış ve bu kategorideki yanıtlar sıfır puan ile kodlanmıştır. Bunun yanında, bazı öğrenciler ise özellikle sembolik işlemlere yönelik problemler yazarken, etkinliğin metnindeki aritmetiksel işlemi aynen yazmış ve prosedürün doğru olup olmadığını sormuştur. Araştırmacı ve danışmanının yaptığı tartışmalar neticesinde günlük yaşamla ilişkilendirilmeyen bu tür yanıtların bilişsel olarak en düşük seviye olduğu düşünülerek yine sıfır puan ile kodlanmasına karar verilmiştir.

Pilot çalışma neticesinde "veri setine uygun değil" kategorisinin içeriği genişletilmiştir. Öğrencilerin bazı yanıtlarının analiz edilmesi için yeterince açık yazılmadığı, soru kökü içermediği ve cevaplarının aritmetiksel işlemler yapılmadan doğrudan problemin metninden elde edildiği tespit edilmiştir. Ayrıca, yazılan bazı yanıtlarda problem kurulması istenen aritmetiksel işlemlerden bir veya bir kaçına yer verilmediği, problemden hareketle problem kurma etkinliklerinde yanıtların problemle bir şekilde ilişkili olmadığı (problem biçimlendirme stratejileriyle sınıflandırılamamıştır), açık-uçlu hikâyelerin kurgusunun dikkate alınmadığı da görülmüştür. Dolayısıyla, "veri setine uygun değil" kategorisi, bu tür yanıtları da kapsayacak şekilde genişletilmiş ve bir puan ile kodlanmıştır. "Çözülemez matematik problemi" kategorisi ise etkinliğin yönergesine uygun olarak hazırlanmış fakat çözümü için eksik veri içeren veya veriler arasında mantıksal tutarsızlıklar barındıran problemleri kapsamaktadır. Bu kategorideki her bir yanıt iki puan ile kodlanmıştır. "Çözülebilir matematik problemi" kategorisi ise problem kurma yönergelerine uygun olarak hazırlanan, eksik veri içermeyen ve mevcut verilerle çözümüne ulaşılabilen problemleri kapsamaktadır. Bu kategorideki yanıtlar üç puan ile kodlanmıştır. PKT'ye kurulan problemlerin analizinde kullanılan şema ve her bir bileşenine ait açıklamalar Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7. Problem kurma analiz şeması

Kategoriler	Kriterler
Problem yazılmamış ya da günlük yaşamla ilişkilendirilmemiş	-Problem yazılmamıştır. -Günlük yaşamla ilişkilendirilmemiştir.
Veri setine uygun değil	-Problem açık/anlaşılır şekilde yazılmamıştır. -Soru kökü içermemektedir. -Matematiksel cevap gerektirmemektedir. -Problemin cevabı veri setinde bulunmaktadır.

Tablo 7 (devamı). Problem kurma analiz şeması

Veri setine uygun değil (devamı)	-Etkinlikteki veriler dikkate alınmamıştır.
Çözülemez matematik problemi	-Problem yönergenin koşullarını sağlamakta fakat eksik veri içermektedir.
	-Problemdeki veriler arasında mantıksal tutarsızlıklar söz konusudur ya da veriler gerçekçi değildir.
Çözülebilir matematik problemi	-Yönergeye uygun olup, eksik veri içermemekte ve mevcut verilerle çözümüne ulaşılabilmektedir.

PKT'de yedi problem kurma etkinliğine yer verilmiş olup, öğrencilerden toplamda 13 problem yazmaları istenmiştir. Her bir yazılan problemden en düşük ve en yüksek sırasıyla 0 ve 3 puan alınabilmektedir. Böylece, PKT'den minimum 0 ve maksimum 39 puan alınabilecektir. PKT'den alınan yüksek puan, yüksek problem kurma performansına işaret etmektedir.

İki kodlayıcı (K_1 ve K_2), örneklemin %20'sinden fazlasına karşılık gelen dört öğrencinin PKT'ye ön-test aşamasında kurdukları 52 problemin matematiksel geçerliğini birbirinden bağımsız olarak analiz etmişler ve puanlama güvenirliğini hesaplamışlardır. Bu öğrenciler kura çekilerek belirlenmiştir. Puanlama güvenirliği, uyum indeksi kullanılarak hesaplanmıştır. Uyum yüzdesinin hesaplanmasında ise Miles ve Huberman (1994) tarafından önerilen formülden yararlanılmıştır: "Uyum indeksi=(görüş birliği/(görüş birliği+görüş ayrılığı))" (s. 64). Miles ve Huberman (1994) puanlayıcılar arası veya içi güvenirliğin en az 0,8 olması gerektiğini belirtmişlerdir. Kodlayıcılar arası uyum indeksi 0,92 olarak hesaplanmıştır. Bu süreçte kodlaması üzerinde farklılıklar görülen yanıtlar tartışılarak nihai puanlandırması üzerinde fikir birliğine varmışlardır. Örneğin, Tablo 5'teki PKT'nin üçüncü etkinliğine Özgür'ün yazmış olduğu problem şu şekildedir; "Bir ağaç Her sonbaharda 1800 yaprak döküyor. İlk 2 haftada 300 yaprak döküyor. Geriye kalan yapraklarını 3 ayda kaçar kaçar dökerse hiç yaprağı kalmaz?" K_1 ve K_2 sırasıyla bu çözümü iki ve bir puan vererek kodlamışlardır. K_1, problemin çözümüne sadece etkinlikte yer alan sırasıyla $1800 - 300 = 1500$ ve $1500 \div 3 = 500$ işlemleriyle ulaşılabildiğini fakat bir ağacın yaprak dökme sayılarına ilişkin kurgunun gerçekçi olmadığına işaret etmiştir. Araştırmacı bu nedenle 2 puan vererek kodladığını belirtmiştir. Buna karşın K_2 ise, "Geriye kalan yapraklarını 3 ayda kaçar kaçar dökerse hiç yaprağı kalmaz?" ifadesinin paylaştırmaya işaret ettiğini, fakat eşit paylaşım olmak zorunda olmadığına dikkat çekmiştir. Bu yönüyle problemin hem etkinlikteki aritmetiksel işlemleri karşılamadığını hem de kurgusunun gerçekçi olmadığını dile getirmiştir. Tablo 7'deki analiz şemasında öncelikle aritmetiksel işlemlerin karşılanıp karşılanmaması dikkate alındığından, bu problemin "veri setine uygun değil" kategorisine karşılık geldiğini belirtmiştir. Yapılan tartışmalar neticesinde bu yanıtın bir puan ile kodlanmasının uygun olduğuna karar verilmiştir.

Enes, Tablo 5'deki PKT'nin dördüncü etkinliğine şu şekilde bir problem yazmıştır; "Bir dondurma kutusunda 40 tane dondurma vardır. 32 çocuk birer dondurma alırsa kaç dondurma kalır" Bu etkinlikte öğrencilere açık-uçlu bir hikâye verilmiş ve cevabı "8 tane dondurma" olan bir problem yazmaları istenmiştir. Bu problem K_1 ve K_2 tarafından farklı şekillerde kodlanmıştır. K_1 ve K_2 sırasıyla bu çözümü üç ve bir puan vererek kodlamışlardır. K_1 açıklamalarında problemin çözülebilir olması ve dondurma hikâyesini konu edinmesi nedeniyle 3 puan vererek kodladığını belirtmiştir. Buna karşın, K_2 ise kurgunun sadece dondurma hikâyesini konu edinmesinin ilişkili bir problem için yeterli olmadığına dikkat çekmiştir. Yapılan tartışmalar neticesinde, bu problemin bir puan ile kodlanmasına karar verilmiştir.

Diğer bir örnek olarak, Sümeyra Tablo 5'de PKT'nin beşinci etkinliğine şu şekilde bir problem yazmıştır; "Kerem Bey 20.000 tl'ye şoför tutuyor fakat şoför 30 milyon zam istiyor. Buna göre Kerem Bey şoföre ne kadar daha verecektir?" Bu problem K_1 ve K_2 tarafından farklı şekillerde kodlanmıştır. K_1 ve K_2 sırasıyla bu çözümü iki ve bir puan vererek kodlamışlardır. K_1 açıklamalarında problemin otomobillerle ilgili çözülebilir bir problem olduğunu buna karşın kurgusunun gerçekçi olmadığını belirtmiştir. Bu nedenle iki puan vererek kodlamıştır. K_2 ise problemin etkinlikte problemle ilişkili olmadığına işaret etmiştir. Çünkü problem biçimlendirme etkinliklerinde, bağlamı değiştirme, yüzeysel değişiklik (sayıları, isimleri değiştirme gibi), verilen ve isteneni yer değiştirme, problemi genelleme, soru kökünü değiştirme, problemi basitleştirme (kurguya uygun olarak bazı verileri çıkarma) ve probleme yeni veriler ekleme gibi stratejiler kullanılarak problemler yazılmaktadır (Grundmeier, 2015; Klinshtern, Koichu ve Berman, 2015; Silver ve Cai, 1996; Stickles, 2011; Vistro-Yu, 2009). K_2, problemin bu stratejilerden herhangi biriyle açıklanamadığı için "veri setine uygun değil" şeklinde kodlamıştır. Yapılan tartışmalar neticesinde bu stratejilerin problemden hareketle problem kurma etkinliğinde ilişkili problemin kriteri olarak kullanılmasına karar verilmiştir. Böylece, bu tür yanıtlar bir puan verilerek kodlanmıştır. Bu rubriğin her bir aşamasına ait örnek yanıtlar ve açıklamaları bulgular kısmında sunulmuştur.

PKT ön-testindeki kalan 15 öğrencinin ve son-test aşamasında bütün öğrencilerin yanıtları K_1 tarafından analiz edilmiştir. Bu süreçte analizi üzerinde karar veremediği durumları yine K_2 ile tartışmışlar ve nihai puanlandırmasına karar vermişlerdir. Bu şekilde tek bir durum ile karşılaşılmıştır. Medine, Tablo 5’deki PKT’nin yedinci etkinliğine şu şekilde bir problem yazmıştır: “Selçuk daha ilkokula gitmektedir ve her gün 2.50 ₺ harçlık almaktadır. Selçuk 1 yıl boyunca harçlığını biriktirirse kaç ₺’si olur?” Etkinlikte öğrencilerden doğal sayılarla işlemlere yönelik problemler yazmaları istenmiştir. Her ne kadar bu problemde doğal sayılarla işlemler gerektiren bir problem kurulmuş olmasa da, Matematik Dersi Öğretim Programı’ndaki (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) (MEB, 2018) kazanım sırası dikkate alındığında daha üst düzey bir gösterimi kullandığı görülmektedir. Aynı zamanda eksik veri içermeyen ve mevcut verilerle çözümüne ulaşılabilen bir problem olduğu için matematiksel yönden geçerli olarak kabul edilip üç puan verilmesinin uygun olacağı kararlaştırılmıştır.

Öğrencilerin matematiksel olarak geçerli problemler kurma performanslarının ön-teste göre son-test aşamasındaki gelişimini daha iyi resmedebilmek amacıyla PKT’den alınan puanlara göre üç düzey tanımlanmıştır. Bu kapsamda [0-13] puan aralığı “düşük” problem kurma performansı; [14-26] puan aralığı “orta” problem kurma performansı; ve [27-39] puan aralığı ise “yüksek” problem kurma performansı şeklinde tanımlanmıştır. Bu düzeylerin her birinde yer alan öğrenci sayıları tespit edilerek grafikler yardımıyla problem kurma performansındaki değişim bulgular kısmında sunulmuştur.

PKT’ye kurulan problemler ikinci olarak matematiksel karmaşıklığına göre analiz edilmiştir. Bu kapsamda, “çözülebilir matematik problemi” kategorisindeki yanıtlar, Marshall (1995) tarafından yapılan “değişim”, “grup”, “karşılaştırma”, “yeniden ifade etme” ve “birlikte değişim” şeklindeki sınıflandırmaya göre analiz edilmiştir (Ayrıntılı açıklamalar, Bölüm 2.5’te yapılmıştır). Öğrencilerin kurdukları problemler, semantik yapı türü ve sayısına göre analiz edilmiştir. Bu sınıflandırmaya göre, daha fazla sayıda veya türde semantik ilişki içeren problemlerin daha karmaşık problemler olma eğiliminde oldukları değerlendirilmektedir. Semantik yapı sayısı puanlarının hesaplanmasında kurulan her bir problemin içerdiği toplam yapı sayısı dikkate alınmıştır. Örneğin, bir öğrencinin kurduğu problemde değişim/değişim/grup şeklinde üç semantik yapı söz konusu ise, semantik yapı sayısı üç puan ile kodlanmıştır. Böylece her bir öğrencinin ön-test ve son-test aşamasında kurdukları problemlerdeki semantik yapı sayısı puanları tespit edilmiştir. Semantik yapı türü puanlarının hesaplanmasında ise farklı semantik türlerin toplam sayısı belirlenmiştir. Örneğin, kurulan bir problemde grup/değişim/değişim/karşılaştırma semantik yapıları bulunuyorsa, semantik yapı türü üç puan ile kodlanmıştır. Bu semantik yapılara yönelik örnek yanıtlar ve açıklamalar bulgular kısmında sunulmuştur. Öte yandan diğer araştırmalarda (Silver ve Cai, 2005) da olduğu gibi karmaşıklık analizi matematiksel yönden geçerli ve çözülebilir problemlere uygulanmaktadır. Bu nedenle, matematiksel geçerlik yönünden tam puan alamayan problemler için semantik yapı sayısı ve türü puanlarının her biri sıfır puan ile kodlanmıştır. Bunun yanında PKT'nin üçüncü etkinliğinde öğrencilerden çözümüne sadece $1800 - 300 = 1500, 1500 \div 3 = 500$ işlemleriyle ulaşılabilecek bir günlük hayat problemi kurmaları istenmiştir. Bu etkinlikte farklı aritmetiksel işlemlerin eklenmemesi yönerge ile belirtilmiştir. Dolayısıyla, ön-test ve son-test aşamasında bu aritmetiksel işleme kurulacak olan problemlerin her ikisinin de semantik yapı türü ve sayısı eşit olacaktır. Bu nedenle öğrencilerin semantik olarak karmaşık problemler kurma performanslarının karşılaştırılması için veri sunmayacaktır. Bu nedenle bu madde analizlere dahil edilmemiştir. Böylece PKT'deki kalan altı madde ve toplam kurulması beklenen 12 problem üzerinden analizler gerçekleştirilmiştir.

Ön-test ve son-test aşamasında öğrencilerin kurdukları problemlerin karmaşıklığı K_1 ve K_2 kodlayıcıları tarafından analiz edilmiştir. Analizlerin ne kadar tutarlı bir şekilde gerçekleştirildiğini belirlemek için kodlama güvenirliğine bakılmıştır. Bu amaçla kura ile belirlenen dört öğrencinin ön-test aşamasında kurdukları matematiksel yönden geçerli 52 problem, kodlayıcılar tarafından içerdikleri semantik yapılar yönünden ayrı ayrı analiz edilmiştir. Daha sonra bu analizler arasındaki uyum yüzdeleri hesaplanmıştır. Kodlayıcılar arası güvenirlik 0,9 olarak hesaplanmıştır. Üzerinde fikir birliği sağlanamayan yanıtlar tartışmaya açılmış ve içerdiği semantik yapıları hakkında ortak bir sonuca varılmıştır. Örneğin, Ravza Tablo 5'deki PKT'nin dördüncü etkinliği olan "cevabı 100₺" olan problem yazma etkinliğine aşağıdaki gibi bir problem yazmıştır;

> Aybüke 3 tane 20 ₺ lik, 2 tane 15 tl'lik 1 tane 10₺ dondurma almıştır. Kaç lira ödemiştir?

K_1 problemin semantik yapısını “birlikte değişim/birlikte değişim/grup” şeklinde, K_2 ise “birlikte değişim/birlikte değişim/birlikte değişim/grup” şeklinde kodlamıştır. Her iki kodlayıcı arasındaki temel fark, problemde bir tane daha “birlikte değişim” semantik yapısının olup olmaması olmuştur. Her iki kodlayıcı problem metnindeki “3 tane 20 ₺’lik, 2 tane 15 tl’lik” ifadesinde iki tane birlikte değişim semantik yapısının bulunduğu üzerinde hem fikir olmuşlardır. Çünkü ifadelerde dondurma sayıları değişse de birim fiyatın aynı olması söz konusudur. Buna karşın, K_1 “1 tane 10₺” ifadesinde bir tane dondurmadan bahsedilmesi dolayısıyla burada “birlikte değişim” yapısının olmadığını ifade etmiştir. Çünkü farklı sayılarda alınacak dondurma fiyatlarının farklı olabileceğini düşünmüştür. Buna karşın, K_2 ise problemin ifadesinde C tipi dondurmanın 10₺ olarak tanımlanması dolayısıyla, öğrencinin aldığı miktarın bir veya daha fazla sayıda olup olmamasının yapıyı değiştirmeyeceğini ve birlikte değişim semantik yapısını yansıttığını düşünmüştür. Problemin cevabının 100₺ olması istendiğinden sayı bir tane ile sınırlandırılmıştır. Fakat problem üzerine düşünüldüğünde her bir C dondurmasının fiyatının 10₺ olması fikrinin düşünülmesi söz konusudur. Bu yönüyle bu ifadenin de “birlikte değişim” semantik yapısı ile kodlanmasının daha uygun olacağına karar verilmiştir. Böylece problemin içerdiği semantik yapılar birlikte değişim/birlikte değişim/birlikte değişim/grup şeklinde kodlanmış ve semantik yapı sayısı ile türü puanları ise sırasıyla 4 ve 2 olmuştur. Kodlamalar üzerinde fikir birliğinin sağlanmasının ardından PKT’nin ön-test aşamasında diğer öğrencilerin kurdukları ve son-test aşamasındaki bütün öğrencilerin kurduk problemler K_1 tarafından analiz edilmiştir.

3.3.2. Doğal Sayılarla İşlemlere Yönelik Problem Çözme Testi ve Analizi

Problem kurma-çözme öğretiminin altıncı sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla işlemlere yönelik problem çözme becerilerinin gelişimi üzerindeki etkisini de belirlemek amacıyla PÇT hazırlanmıştır. PÇT hazırlanırken ders kitapları (Bektaş, Kahraman ve Temel, 2018; Çağlayan, Dağıstan ve Korkmaz, 2018), matematik öğretimine yönelik akademik kitaplar (Altun, 2016; Van de Walle vd., 2016), tez ve makaleler (Cankoy, 2014; Chen vd., 2015; English, 1998; Erdoğan ve Erben, 2018; Kılıç, 2013; Smidt ve Weiser, 1995) incelenmiş ve bu incelemeler neticesinde PÇT taslağı oluşturulmuştur (Tablo 8). Taslak formda 13 sözel probleme yer verilmiştir. Problemlerin belirlenmesinde çözümünde gerektirdiği işlem türü, işlem sayısı ile işlemlere yüklenen semantik anlamlar birlikte dikkate alınmıştır. Bu kriterler yönünden problemlerin çeşitlendirilmesi ve böylece PÇT'nin doğal sayılarla işlemleri en iyi şekilde yansıtması hedeflenmiştir.

Her ne kadar problemlerin çözümünde gerektirdiği adım sayısı, problemin karmaşıklığı hakkında fikir verse de önemli bir sınırlılığa sahiptir. Leung ve Silver (1997) çok-adımlı problemlerin bir adımlı problemlere göre daha zor olduğunu, fakat beş adımlı problemin dört adımlı problemden daha zor olmak zorunda olmadığını ifade etmiştir. Bu nedenle problemlerin çözümünün gerektirdiği adım sayısı yönünden çeşitlilik oluşturulması amacıyla bir-adımlı problemler yanında çok-adımlı problemlere de yer verilmiştir. Ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin de seviyesi göz önünde bulundurularak PÇT'de bir-adımlı problemlerden ziyade çok adımlı problemlere ağırlık verilmiştir. PÇT'de bir-adımlı bir probleme yer verilmiştir (Tablo 8, problem 3). Bu problemin çözümüne çarpma işlemi yapılarak ulaşılmakta ve işleme "Kartezyen çarpım" anlamı yüklenmiştir. Çok-adımlı problemlerin seçiminde de yine farklı adım sayılarına yer verilerek çeşitlilik oluşturulması hedeflenmiştir. Buna göre, seçilen problemlerin biri çözümünde tek adım (Tablo 8, problem 3); ikisi çözümünde iki adım (Tablo 8, problem 6 ve 9); altısı çözümünde üç adım (Tablo 8, problem 1, 4, 7, 8, 10 ve 11), üçü çözümünde dört adım (Tablo 8, problem 2, 12 ve 13) ve bir tanesi çözümünde yedi adım (Tablo 8, problem 5) gerektirmektedir.

Tablo 8. Doğal sayılarla işlemlere yönelik hazırlanan PÇT taslağı

	Problemler	İşlem Türü	Adım Sayısı	İşlemlerin Anlamları
1.	Merdiven basamakları 120 olan bir binada Ayşe merdivenleri üçer üçer çıkmış, beşer beşer inmiştir. Buna göre, Ayşe çıkışta inişten kaç fazla adım atmıştır?	Bölme Çıkarma	$120 : 3 = 40$ $120 : 5 = 24$ $40 - 24 = 16$	Eş gruplar-ölçüm bölmesi Eş gruplar-ölçüm bölmesi Karşılaştırma
2.	Dikdörtgen şeklindeki bir kitabın kısa kenarı 15 cm ve çevresi 80 cm olduğuna göre alanı kaç cm^2'dir?	Çarpma Çıkarma Bölme	$15\ x\ 2 = 30$ $80 - 30 = 50$ $50 : 2 = 25$ $15\ x\ 25 = 375$	Eş gruplar Ayırma Eş gruplar-parçalamalı bölme Dikdörtgensel dizilim/alan
3.	Enes bir mağazadan 4 farklı renkte pantolon ve 6 farklı renkte kazak satın almıştır. Enes satın aldığı pantolon ve kazaklardan birer tanesini giyerek okula gideceğine göre kaç farklı seçim yapabilir?	Çarpma	$4\ x\ 6 = 24$	Kartezyen çarpım
4.	10 yıl sonra, Rahmi'nin yaşı Pınar'ın yaşının 2 katı olacaktır. Rahmi şu an 30 yaşında olduğuna göre, Pınar şimdi kaç yaşındadır?	Toplama Bölme Çıkarma	$30 + 10 = 40$ $40 : 2 = 20$ $20 - 10 = 10$	Birleştirme Eş gruplar-parçalamalı bölme Ayırma

Tablo 8 (devamı). Doğal sayılarla işlemlere yönelik hazırlanan PÇT taslağı

<table>
<tr>
<td>5.</td>
<td>Araçların Zamana Göre Aldıkları Yol
<table>
<tr><td>Araç</td><td>Geçen Süre</td><td>Alınan Yol</td></tr>
<tr><td>A</td><td>3</td><td>270 km</td></tr>
<tr><td>B</td><td>4</td><td>320 km</td></tr>
<tr><td>C</td><td>5</td><td>350 km</td></tr>
</table>
Verilen tabloda 3 farklı aracın zamana bağlı olarak aldıkları mesafeler verilmiştir. Araçlar iki şehir arasındaki 540 km’lik yolculuğa aynı noktadan aynı zamanda başlamışlardır. Yolculuk boyunca araçlar sabit hızla hareket ettiklerine göre A aracı yolculuğu tamamladığında, B aracı C aracından kaç km önde olur?</td>
<td>Bölme
Çarpma
Çıkarma</td>
<td>$270 : 3 = 90$
$540 : 90 = 6$
$320 : 4 = 80$
$350 : 5 = 70$
$80 \, x \, 6 = 480$
$6 \, x \, 70 = 420$
$480 - 420 = 60$</td>
<td>Eş gruplar-parçalamalı bölme
Eş gruplar-ölçüm bölmesi
Eş gruplar-parçalamalı bölme
Eş gruplar-parçalamalı bölme
Eş gruplar
Eş gruplar
Karşılaştırma</td>
</tr>
<tr>
<td>6.</td>
<td>Bir toptancı 5 gömlek satın alana 1 gömlek hediye etmektedir. Hediye gömleklerle birlikte 110 gömlek alan bir mağaza sahibi, hediye olarak kaç gömlek almıştır? (Parasız Yatılılık ve Bursluluk Sınavı [PYBS], 2013)</td>
<td>Toplama
Bölme</td>
<td>$5 + 1 = 6$
$110 : 6 = 18$</td>
<td>Parça-parça-bütün
Eş gruplar-ölçüm bölmesi</td>
</tr>
<tr>
<td>7.</td>
<td>Bir babanın 1991 yılındaki yaşı 44’tür. Bu babanın kızı 1982 yılında 15 yaşında ise kızı doğduğunda baba kaç yaşındaydı? (PYBS, 1998)</td>
<td>Çıkarma</td>
<td>$1991 - 44 = 1947$
$1982 - 15 = 1967$
$1967 - 1947 = 20$</td>
<td>Ayırma
Ayırma
Karşılaştırma</td>
</tr>
<tr>
<td>8.</td>
<td>İki otomobil aralarında 775 km uzaklık olan iki şehirden birbirine doğru aynı anda sabit hızla harekete başlamışlardır. Otobüslerden biri saatte 80 km hızla hareket etmekte olup, diğer otobüs ile yolculuğa başladıktan 5 saat sonra karşılaşmıştır. Buna göre, diğer otomobilin saatteki hızı kaç km‘dir?</td>
<td>Çarpma
Çıkarma
Bölme</td>
<td>$80 \, x \, 5 = 400$
$775 - 400 = 375$
$375 : 5 = 75$</td>
<td>Eş gruplar
Ayırma
Eş gruplar-parçalamalı bölme</td>
</tr>
</table>

Tablo 8 (devamı). Doğal sayılarla işlemlere yönelik hazırlanan PÇT taslağı

9.	295 öğrenci bir geziye gitmiştir. Gezi için eşit sayıda öğrenci alan 6 otobüs tam dolmuş ve kalan 7 öğrenci de otomobil ile seyahat etmiştir. Buna göre otobüslerden birinin aldığı öğrenci sayısı kaçtır?	Çıkarma Bölme	$295 - 7 = 288$ $288 : 6 = 48$	Ayırma Eş gruplar-parçalamalı bölme
10.	Maaşı 3500 lira olan bir kişi kirasına 850 lira, faturalarına da kirasının yarısı kadar para ödemiştir. Bu kişinin maaşından geriye kaç lira kalmıştır?	Çıkarma Bölme	$3500 - 850 = 2650$ $850: 2 = 425$ $2650 - 425 = 2225$	Ayırma Eş gruplar-parçalamalı bölme Ayırma
11.	Mehmet yeni aldığı arabası için 24000₺ peşin ödemiş, geri kalanını ise aylık 3000₺ taksitle 16 ayda ödeyecektir. Mehmet aynı aracı peşin para ödemeden aylık 4000₺ taksitle alsaydı kaç ayda ödemesi biterdi?	Çarpma Toplama Bölme	$3000\ x\ 16 = 48000$ $24000 + 48000 = 72000$ $72000 : 4000 = 18$	Eş gruplar Birleştirme Eş gruplar-ölçüm bölmesi
12.	Bir turist kafilesinde 7'si yetişkin 8'i çocuk olmak üzere toplam 15 kişi vardır. Gezdikleri tatil yöresinde gün içinde her yetişkin 31 lira her çocuk ise 26 lira harcamıştır. Akşam gittikleri sinema için ise kişi başı 12 lira bilet parası ödemişlerdir. Turist kafilesi bir gün için toplamda kaç lira harcamıştır?	Çarpma Toplama	$7\ x\ 31 = 217$ $8\ x\ 26 = 208$ $15\ x\ 12 = 180$ $217 + 208 + 180 = 605$	Eş gruplar Eş gruplar Eş gruplar Parça-parça-bütün
13.	Ayşe, Elif ve Fatma birlikte alışveriş yapmak için bir mağazaya gitmişlerdir. Alışveriş boyunca Fatma, Elif'ten 80 lira fazla harcamıştır. Elif ise, Ayşe'nin harcadığı paranın iki katı kadar para harcamıştır. Ayşe 50 lira harcamıştır. Mağaza sahibi üçünün birlikte alışveriş yapması nedeniyle, her 60 liralık harcamalarına bir hediye çeki vermiştir. Buna göre kaç hediye çeki kazanmış olurlar?	Çarpma Toplama Bölme	$50\ x\ 2 = 100$ $100 + 80 = 180$ $50 + 100 + 180 = 330$ $330 : 60 = 5$	Çarpımsal karşılaştırma Karşılaştırma Parça-parça-bütün Eş gruplar-ölçüm bölmesi

Problemlerin seçiminde tek başına çözümünde gerektirdiği adım sayısının dikkate alınması önemli bir sınırlılık oluşturabilirdi. Çünkü çözümü üç adım gerektiren bir problemde bütün adımların toplama işlemi olması da mümkün olabilecektir. Bu tür durumda oluşturulacak PÇT aritmetiksel işlemler yönünden çeşitlilik oluşturmayacaktı. Bu nedenle farklı işlem türleri yönünden zenginleştirilmiş bir testin oluşturulmasına ihtiyaç duyulmuştur. Bu bağlamda taslak formda yer alacak problemlerin seçiminde işlem türleri de dikkate alınmıştır. Taslak olarak hazırlanan PÇT'de bir tane işlem türü barındıran iki (Tablo 8, problem 3 ve 7), iki işlem türü barındıran beş (Tablo 8, problem 1, 6, 9, 10 ve 12) ve üç işlem türü barındıran altı (Tablo 8, problem 2, 4, 5, 8, 11 ve 13) probleme yer verilmiştir. Ayrıca çözümü aynı sayıda işlem türü içeren problemlerde ise, farklı işlem türlerine yer verilmesine de dikkat edilmiştir.

Tablo 8'deki onuncu problemin çözümüne sırasıyla şu işlemler yapılarak ulaşılmaktadır; 3500-850=2650, 850÷2 = 425, 2650-425 = 2225 ₺. Bu üç adımlı problemde işlem türü olarak çıkarma ve bölme kullanılmıştır. Bu problemin çözümü için aynı zamanda 850÷2 = 425, 850+425=1275, 3500-1275=2225 ₺ şeklindeki işlem sırası da takip edilebilecektir. Bu durumda çözümünde gerekli olan adım sayısı değişmezken, işlem türü ve sayısı değişebilmektedir. Bu farklılığı ortadan kaldırmak amacıyla PÇT'yi oluştururken problemlerin çözümünde problemin başlangıcından itibaren gerekli olan işlem sırasının takip edilmesine karar verilmiştir. Bu bağlamda bu problemde "Maaşı 3500 lira olan bir kişi kirasına 850 lira" ifadesinden dolayı öncelikle 3500-850 işlemi yapılmıştır. Bu yönüyle çıkarma, bölme ve tekrar çıkarma işlem sırası dikkate alınarak kodlama gerçekleştirilmiştir. Tablo 8'deki on ikinci problemin çözümüne ise sırasıyla şu işlemler yapılarak ulaşılmaktadır; 7x31=217, 8x26=208, 15x12=180 ve 217+208+180=605 ₺. Bu dört adımlı problemde ise iki farklı işlem türü bulunmakta olup, birinci problemden farklı olarak çarpma ve toplama işlemleri yer almaktadır.

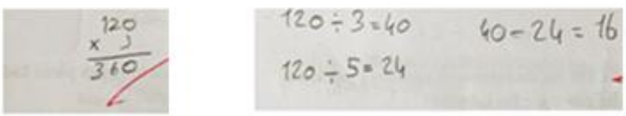
Çözümünde gerekli adım sayısı ve işlem türü yönünden zenginleştirilmiş PÇT yine de sınırlılığa sahip olabilecektir. Çünkü problemler bir aritmetiksel işlemin (toplama işleminin) her defasında aynı semantik anlamını (parça-parça bütün) içerebilecektir. Bu durumda da PÇT aritmetiksel işlemlerin farklı anlamları yönünden zenginleştirilmemiş olacak olup, doğal sayılarla işlemleri sınırlı bir şekilde yansıtacaktır. PÇT'de yer alacak problemlerin seçiminde aritmetiksel işlemlerin farklı semantik anlamlarını içermesi de dikkate alınmıştır (Bölüm 2.5, Sözel Problem Çözme ve Kurma Performansını Etkileyen Faktörler). Aynı zamanda tasarlanan problem kurma ve çözme öğretiminde etkinliklerin her birinde aritmetiksel işlemlerin farklı semantik anlamlarına vurgu yapılmıştır. Bu tür bir tasarımın problem çözme performansı üzerindeki etkisinin tespit edilmesi için, PÇT'nin de semantik anlamları yönünden çeşitlendirilmesi gerektiğine karar verilmiştir. Böylece tasarlanan öğretiminin problem çözme başarısı üzerindeki etkisinin daha iyi belirlenebileceği öngörülmüştür. Bu öngörü neticesinde Tablo 8'deki problemlerde; toplamanın "birleştirme" (Tablo 8, problem 4 ve 11) ve "parça-parça-bütün" (Tablo 8, problem 6, 12 ve 13) anlamlarına, çıkarmanın "ayırma" (Tablo 8, problem 2, 4, 7- 10) ve "karşılaştırma" (Tablo 8, problem 1, 5, 7 ve 13) anlamlarına yer verilmiştir. Yine çarpmanın "çarpımsal karşılaştırma" (Tablo 8, problem 13), "eş gruplar" (Tablo 8, problem 2, 5, 8, 11 ve 12), "kartezyen çarpım" (Tablo 8, problem 3) ve "dikdörtgensel dizilim/alan" (Tablo 8, problem 2) anlamlarına uygun problemlere yer verilmiştir. Son olarak bölmenin "eş gruplar-ölçüm bölmesi" (Tablo 8, problem 1, 5, 6, 11 ve 13) ve "eş gruplar-parçalamalı bölme" (Tablo 8, problem 4, 5, 8-10) anlamlarına yer verilmiştir.

PÇT'de kullanılan etkinlikleri çeşitlendirirken çözümünde aynı işlemleri içeren problemlerin işlemlerin farklı semantik anlamlarına yönelik olmasına da dikkat edilmiştir. Tablo 8'deki ikinci problem, "Merdiven basamakları 120 olan bir binada Ayşe merdivenleri üçer üçer çıkmış, beşer beşer inmiştir. Buna göre, Ayşe çıkışta inişten kaç fazla adım atmıştır?" şeklindedir. Çözümü, $120 \div 3 = 40$ (üçer üçer attığı adım sayısı olup bölmenin eş gruplar-ölçüm bölmesi anlamını içermektedir), $120 \div 5 = 24$ (beşer beşer atılan adım sayısı olup bölmenin eş gruplar-ölçüm bölmesi anlamını içermektedir), $40 - 24 = 16$ (adım sayıları arasındaki fark olup çıkarmanın karşılaştırma anlamını içermektedir) olarak bulunur. Tablo 8'deki onuncu problem ise, "Maaşı 3500 lira olan bir kişi kirasına 850 lira, faturalarına da kirasının yarısı kadar para ödemiştir. Bu kişinin maaşından geriye kaç lira kalmıştır?" şeklindedir. Çözümü ise, $3500 - 850 = 2650$₺ (kira ödendikten sonra geriye kalan miktar olup çıkarmanın ayırma semantik anlamını içermektedir), $850 \div 2 = 425$₺ (faturalara ayrılan para miktarı olup bölmenin çarpımsal karşılaştırma-parçalamalı bölme anlamını içermektedir) ve $2650 - 425 = 2225$₺ (geriye kalan para miktarı olup çıkarmanın ayırma anlamını içermektedir) olarak bulunur. Problemlerin çözümünde aynı işlemler olmasına rağmen semantik yapı olarak farklılık göstermektedir.

PÇT'nin hazırlanan taslak formu için Rize iline bağlı bir ilçedeki ortaokulların yazılı olduğu kağıtlardan basit seçkisiz örnekleme yöntemi (Büyüköztürk vd., 2018) kullanılarak kura ile üç okul belirlenmiştir. Üç ortaokuldaki 90 altıncı sınıf öğrencisiyle 2018-2019 öğretim yılı bahar yarıyılında taslak formdaki PÇT'nin pilot uygulaması yapılmıştır. Uygulama tek oturum olarak düzenlenmiş ve 60 dakika sürmüştür. Pilot çalışmada uygulama için verilen sürenin yeterli olduğu görülmüştür.

Pilot çalışma sürecinden elde edilen öğrenci yanıtları, doğru veya yanlış olup olmamasına göre analiz edilmiştir. Problemlerin zorluk düzeyinin öğrenci seviyesine uygun olup olmadığını belirlemek için analizlerde verilen yanıtlar doğru ve yanlış olacak şekilde iki kategoriye ayrılmıştır. Çözümünde gerekli olan işlemlerin ve sonucun doğru olduğu yanıtlar bir puan verilerek kodlanmıştır. İşlem türlerinin anlaşılmadığı, boş bırakılan, işlemlerin hatalı olduğu veya doğru cevabın olmadığı yanıtlar ise sıfır puan verilerek kodlanmıştır. Tablo 8'deki birinci probleme ait iki öğrencinin yanıtları Şekil 7a ve 7b'de verilmiştir. Şekil 7a'da öğrenci yanlış işlem kullandığından yanıtı sıfır puan ile Şekil 7b'de hem öğrencinin kullandığı işlemler hem de ulaşılan sonuç doğru olduğundan yanıt bir puan ile kodlanmıştır.

Merdiven basamakları 120 olan bir binada Ayşe merdivenleri üçer üçer çıkmış, beşer beşer inmiştir. Buna göre, Ayşe çıkışta inişten kaç fazla adım atmıştır?



(a) (b)

Şekil 7. PÇT'nin pilot uygulamasında problemlerin kodlanmasına yönelik örnek yanıtlar.

Pilot çalışmada elde edilen veriler üzerinden Tablo 8'deki her bir problem için madde güçlük ve ayırt edicilik indeksleri ile PÇT'nin KR-20 iç-güvenirlik katsayısı hesaplanmıştır. PÇT'nin pilot uygulama formuna ait madde güçlük ve ayırt edicilik indeksleri Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 9. PÇT'nin pilot uygulama formuna ait madde güçlük ve ayırt edicilik indeksleri

Maddeler	Madde güçlük indeksi (p)	Madde ayırt edicilik indeksi (r)
1	,73	,62
2	,45	,87
3	,30	,45
4	,24	,62

Tablo 9 (devamı). PÇT'nin pilot uygulama formuna ait madde güçlük ve ayırt edicilik indeksleri

5	,08	,21
6	,10	,14
7	,31	,75
8	,22	,75
9	,56	,66
10	,76	,58
11	,40	,66
12	,64	,45
13	,54	,79

Madde güçlük indeksi, testlerdeki her bir problemin örneklemdeki doğru cevaplanma oranını göstermektedir. Testlerde madde güçlüklerinin 0,5 civarında olması beklenmekle birlikte daha kolay veya zor maddelere de yer verilebilmektedir (Büyüköztürk vd., 2018). Ayrıca Hasançebi, Terzi ve Küçük'e (2020) göre madde güçlük indeksleri 0,29 ve altında olanlar "zor", 0,30 – 0,49 değerlerine sahip olanlar "orta güçlükte", 0,50 – 0,69 değerlerine sahip olanlar "kolay" ve 0,70 – 1 değerlerine sahip olanlar ise "çok kolay" madde olarak nitelendirilebilir. Bu durumda, Tablo 9'a göre; bir ve 10. maddeler çok kolay, 9, 12 ve 13. maddeler "kolay", 2, 3, 7 ve 11. maddeler "orta güçlükte" ve 4, 5, 6. ve 8. maddeler ise "zor" olarak sınıflandırılabilir. Büyüköztürk vd. (2018) göre madde ayırt edicilik indeksinin değeri 0,19 'dan küçük ise madde testten çıkarılmalı ya da bütünüyle gözden geçirilmelidir; 0,20 – 0,29 arasında ise madde düzeltilerek geliştirilmeli; 0,30 – 0,39 arasında ise maddenin ayırt ediciliği "iyi" olarak nitelendirilip düzeltme yapılmadan ölçekte kullanılabilir; 0,40 ve üzeri ise çok iyi bir madde olarak nitelendirilir. Bu aralıklar dikkate alındığında, Tablo 8'deki beşinci madde geliştirilmeli ve altıncı madde testten çıkarılmalıdır. Diğer maddeler ise ayrıt ediciliği "çok iyi" olan maddeler aralığında bulunmaktadır. Tablo 8'deki beşinci madde de "birimli ve birimsiz oran" kavramları ile ilgili kazanım öğrencilere henüz verilmediği için "alınan yol, geçen süre ve hız" arasındaki ilişkiyi keşfetmekte zorlanılabileceği düşünülmüştür. Bu durumda öğrencilerin rastgele işlemlerle çözüm yapma ihtimali söz konusu olabileceği dikkate alınarak PÇT'den çıkarılmasının daha uygun olacağına karar verilmiştir. Maddenin çözümünde barındırdığı işlemler ve bu işlemlerin içerdiği semantik yapılar incelenmiştir. Madde çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini çözümünde barındırmaktadır. Ayrıca bu işlemler "eş gruplar-parçalamalı bölme", "eş gruplar-ölçüm bölmesi", "eş gruplar" ve "karşılaştırma" semantik yapılarını içermektedir.

PÇT'ye yönelik taslak form incelendiğinde aynı işlem ve semantik yapıların PÇT'nin diğer maddelerinin en az birinde mevcut olduğu görülmüştür. İşlemsel ve yapısal çeşitlilik bozulmadığı için maddenin testten çıkarılmasına karar verilmiştir. Tablo 8'deki altıncı madde çözümünde toplama ve bölme olmak üzere iki işlem barındırmaktadır. Semantik yapı olarak toplamanın "parça-parça-bütün" ve bölmenin "eş gruplar-ölçüm bölmesi" anlamlarını içermektedir. PÇT'ye yönelik taslak form incelendiğinde iki işlem içeren bir problem daha mevcuttur (Tablo 8, problem 9). Ayrıca semantik yapı olarak Tablo 8'de problem 12 ve 13'te toplamanın "parça-parça-bütün" ve problem 1, 5, 11 ve 13'te ise "eş gruplar-ölçüm bölmesi" semantik yapıları mevcuttur. Elde edilen veriler doğrultusunda aynı sayıda işlem içeren ve aynı semantik yapıya sahip olan problemler Tablo 8'de yer alıp işlemsel ve yapısal çeşitlilik bozulmadığından altıncı madde de testten çıkarılmıştır.

PÇT'nin taslak formundaki test maddelerinin ölçtüğü özelliklerin ve örneklediği davranışların benzeşik olup olmadığını ölçmek amacıyla beş ve altıncı maddeler testten çıkarıldıktan sonra KR-20 iç-güvenirlik katsayısı 0,79 olarak hesaplanmıştır. Büyüköztürk (2018) iç güvenirlik katsayısının 0,70 ve daha yüksek olmasının test puanlarının güvenirliği için yeterli olduğunu belirtmiştir. Bu veriler doğrultusunda uygulanabilir bir ölçek oluşturulduğu söylenebilir.

PÇT'nin taslak formu için matematik eğitimcisi bir doktor öğretim üyesi ile bir devlet okulunda altı yıldır görev yapan bir matematik öğretmeninin görüşlerine de başvurulmuştur. Öğretim üyesi tarafından fazla verili bir problemin de eklenmesi önerilmiştir. Uzman açıklamasında, böylece öğrencilerin bütün sayılar üzerinde aritmetiksel işlemler yapıp yapmadığının da tespit edilebileceğini ifade etmiştir. Eksik verili problem için ise öğrencilerin öğrenme yaşantılarında çok fazla yer almadığını belirtmiştir. Bu tür problemlerle önceki yaşantılarında karşılaşmayan öğrencilerin genellikle sayısal bir sonuca ulaşma çabasında olacaklarını ve bu durumun öğrencileri teste odaklanmaktan alıkoyabileceğini ifade etmiştir. Uzmanın fazla verili problem ile ilgili açıklamaları şu şekildedir;

Bazı öğrenciler çözümlerinde problemdeki sayıların hikâye içerisindeki anlamlarını dikkate almamaktadır. Bunun yerine, bütün sayılar üzerinde aritmetiksel işlem yapma eğilimi göstermektedir. Bu nedenle fazla verili bir *doğal sayı problemine yer verilmesi, öğrencilerin aritmetiksel işlemlerin farklı anlamlarına yönelik kavrayışlarını daha iyi ortaya koyabilecektir.*

Öğretim üyesi uzmanın görüşü doğrultusunda PÇT'de fazla verili bir probleme daha yer verilmiştir (Tablo 10, problem 12). Fazla verili problemlerde çözümde ihtiyaç duyulmayan sayısal verilere yer verilmektedir. Bu problemde, Ali'nin her bir rafında dokuz kitap olan kitaplığını üç rafında hikâye kitabı ve beş rafında roman kitabı olacak şekilde yeniden düzenlediği yazmaktadır. Bunun yanında fazla veri olarak hikâye ve roman olmak üzere iki tür kitap olduğu da belirtilip kitaplıktaki toplam kitap sayısı istenmektedir. Problemin çözümüne, $3 + 5 = 8$ (toplam raf sayısı) ve $8 \text{ x } 9 = 72$ (toplam kitap sayısı) işlemleriyle ulaşılmaktadır. Bu problemde kullanılan "bu kitaplıkta hikâye kitapları ve romanlar olmak üzere 2 tür kitap bulunmaktadır" ifadesinin çözüm süreciyle bağlantısı bulunmamaktadır.

Tez danışmanı ve araştırmacının PÇT üzerine yaptığı görüşmelerde uygulama süresi tartışmaya açılmıştır. Araştırmacı, uygulamanın yapıldığı dönem itibariyle yedi yıllık hizmet süresine sahip olup bu husustaki görüşleri aşağıda sunulmuştur. Bu görüşler neticesinde PÇT'deki 12 problem için 60 dakika süre verilmesi kararlaştırılmıştır.

40 dakikalık bir sınav yaparsak, soru sayısını azaltmalıyız. Bu durumda işlem türü, sayısı ve semantik anlamlar yönünden çeşitliliği sağlayamayabiliriz. Bunun yerine, altıncı sınıf öğrencileri için 60 dakikalık bir sınav yapabiliriz. Böylece soru sayısını azaltmamış oluruz. Pilot uygulamada 13 soru mevcuttu ve öğrenciler zaman yönünden sorun yaşamamıştı. Dolayısıyla 12 soru için de 60 dakikanın uygun olacağını düşünüyorum.

Tablo 10. Doğal sayılarla işlemlere yönelik hazırlanan PÇT'nin son hali

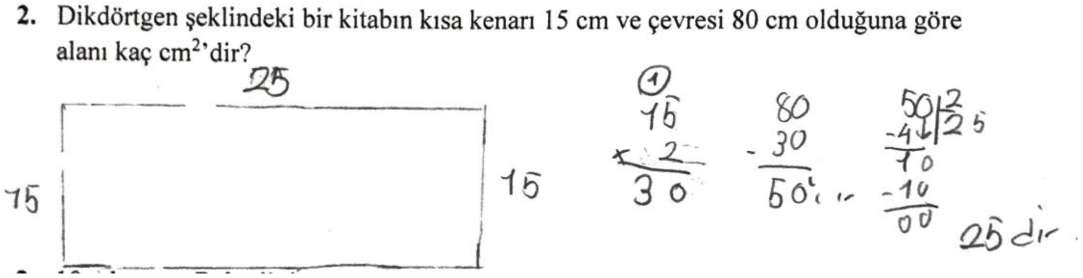
	Problemler	İşlem Türü	Adım Sayısı	İşlemlerin Anlamları
1.	Merdiven basamakları 120 olan bir binada Ayşe merdivenleri üçer üçer çıkmış, beşer beşer inmiştir. Buna göre, Ayşe çıkışta inişten kaç fazla adım atmıştır?	Bölme Çıkarma	$120 : 3 = 40$ $120 : 5 = 24$ $40 - 24 = 16$	Eş gruplar-Ölçüm bölmesi Eş gruplar-Ölçüm bölmesi Karşılaştırma
2.	Dikdörtgen şeklindeki bir kitabın kısa kenarı 15 cm ve çevresi 80 cm olduğuna göre alanı kaç cm^2'dir?	Çarpma Çıkarma Bölme	$15\ x\ 2 = 30$ $80 - 30 = 50$ $50 : 2 = 25$ $15\ x\ 25 = 375$	Eş gruplar Ayırma Parçalamalı bölme Dikdörtgensel dizilim/alan
3.	Enes bir mağazadan 4 farklı renkte pantolon ve 6 farklı renkte kazak satın almıştır. Enes satın aldığı pantolon ve kazaklardan birer tanesini giyerek okula gideceğine göre kaç farklı seçim yapabilir?	Çarpma	$4\ x\ 6 = 24$	Kartezyen çarpım
4.	10 yıl sonra, Rahmi'nin yaşı Pınar'ın yaşının 2 katı olacaktır. Rahmi şu an 30 yaşında olduğuna göre, Pınar şimdi kaç yaşındadır?	Toplama Bölme Çıkarma	$30 + 10 = 40$ $40 : 2 = 20$ $20 - 10 = 10$	Birleştirme Eş gruplar-Parçalamalı bölme Ayırma
5.	Bir babanın 1991 yılındaki yaşı 44'tür. Bu babanın kızı 1982 yılında 15 yaşında ise kızı doğduğunda baba kaç yaşındaydı? (PYBS, 1998)	Çıkarma	$1991 - 44 = 1947$ $1982 - 15 = 1967$ $1967 - 1947 = 20$	Ayırma Ayırma Karşılaştırma
6.	İki otomobil aralarında 775 km uzaklık olan iki şehirden birbirine doğru aynı anda sabit hızla harekete başlamışlardır. Otobüslerden biri saatte 80 km hızla hareket etmekte olup, diğer otobüs ile yolculuğa başladıktan 5 saat sonra karşılaşmıştır. Buna göre, diğer otomobilin saatteki hızı kaç km'dir?	Çarpma Çıkarma Bölme	$80\ x\ 5 = 400$ $775 - 400 = 375$ $375 : 5 = 75$	Eş gruplar Ayırma Eş gruplar-Parçalamalı bölme

Tablo 10 (devamı). Doğal sayılarla işlemlere yönelik hazırlanan PÇT'nin son hali

7.	295 öğrenci bir geziye gitmiştir. Gezi için eşit sayıda öğrenci alan 6 otobüs tam dolmuş ve kalan 7 öğrenci de otomobil ile seyahat etmiştir. Buna göre otobüslerden birinin aldığı öğrenci sayısı kaçtır?	Çıkarma Bölme	$295 - 7 = 288$ $288 : 6 = 48$	Ayırma Eş gruplar-Parçalamalı bölme
8.	Maaşı 3500 lira olan bir kişi kirasına 850 lira, faturalarına da kirasının yarısı kadar para ödemiştir. Bu kişinin maaşından geriye kaç lira kalmıştır?	Çıkarma Bölme	$3500 - 850 = 2650$ $850 : 2 = 425$ $2650 - 425 = 2225$	Ayırma Eş gruplar-Parçalamalı bölme Ayırma
9.	Mehmet yeni aldığı arabası için 24000₺ peşin ödemiş, geri kalanını ise aylık 3000₺ taksitle 16 ayda ödeyecektir. Mehmet aynı aracı peşin para ödemeden aylık 4000₺ taksitle alsaydı kaç ayda ödemesi biterdi?	Çarpma Toplama Bölme	$3000\ x\ 16 = 48000$ $24000 + 48000 = 72000$ $72000 : 4000 = 18$	Eş gruplar Birleştirme Eş gruplar-Ölçüm bölmesi
10.	Bir turist kafilesinde 7'si yetişkin 8'i çocuk olmak üzere toplam15 kişi vardır. Gezdikleri tatil yöresinde gün içinde her yetişkin 31 lira her çocuk ise 26 lira harcamıştır. Akşam gittikleri sinema için ise kişi başı 12 lira bilet parası ödemişlerdir. Turist kafilesi bir gün için toplamda kaç lira harcamıştır?	Çarpma Toplama	$7\ x\ 31 = 217$ $8\ x\ 26 = 208$ $15\ x\ 12 = 180$ $217 + 208 + 180 = 605$	Eş gruplar Eş gruplar Eş gruplar Parça-parça-bütün
11.	Ayşe, Elif ve Fatma birlikte alışveriş yapmak için bir mağazaya gitmişlerdir. Alışveriş boyunca Fatma, Elif'ten 80 lira fazla harcamıştır. Elif ise, Ayşe'nin harcadığı paranın iki katı kadar para harcamıştır. Ayşe 50 lira harcamıştır. Mağaza sahibi üçünün birlikte alışveriş yapması nedeniyle, her 60 liralık harcamalarına bir hediye çeki vermiştir. Buna göre kaç hediye çeki kazanmış olurlar?	Çarpma Toplama Bölme	$50\ x\ 2 = 100$ $100 + 80 = 180$ $50 + 100 + 180 = 330$ $330 : 60 = 5$	Çarpımsal karşılaştırma Karşılaştırma Parça-parça-bütün Eş gruplar-Ölçüm bölmesi
12.	Ali, her bir rafında tam olarak 9 kitap bulunan kitaplığını yeniden düzenlemektedir. Bu kitaplıkta hikâye kitapları ve romanlar olmak üzere 2 tür kitap bulunmaktadır. Eğer kitaplığın 3 rafında hikâye kitabı ve 5 rafında roman kitabı varsa, Ali'nin bu kitaplıkta toplamda kaç kitabı bulunmaktadır?	Toplama Çarpma	$3 + 5 = 8$ $8\ x\ 9 = 72$	Fazla verili problem Parça-parça-bütün Eş gruplar

PÇT'de ön-test ve son-test aşamasında yapılan çözümler "boş", "yanlış" "kısmen doğru" ve "doğru", şeklinde dört aşamalı bir rubrik yardımıyla analiz edilmiştir. Bu rubriğin içeriğinin oluşturulmasında alanyazında problem çözme üzerine hazırlanan rubriklerden faydalanılmıştır (Cankoy ve Darbaz, 2010; Katrancı, 2014). Geliştirilen rubrikte çözüm teşebbüsünde bulunulmayan problemler "boş" kategorisinde değerlendirilmiş ve sıfır puan verilerek kodlanmıştır. İşlemlerin veya sayıların açık ve anlaşılır bir şekilde yazılmadığı, problem metnindeki değişkenler arasındaki ilişklere uygun olmayan işlemlere yer verilen veya sadece sayıların yazıldığı yanıtlar "yanlış" kategorisinde değerlendirilmiş ve bir puan verilerek kodlanmıştır. Eğer problemin çözümünde işlem türleri doğru olarak belirlenmiş, fakat sadece aritmetiksel işlem hataları söz konusu ise "kısmen doğru" kategorisinde değerlendirilmiş ve iki puan ile kodlanmıştır. Son olarak, işlem türlerinin yanında cevabın da doğru olduğu çözümler ise "doğru" kategorisinde değerlendirilmiş ve üç puan verilerek kodlanmıştır. PÇT'de yer alan fazla verili problem doğası gereği gereksiz işlem kullanımına diğerlerine göre daha açık olmaktadır. Dolayısıyla fazla verili problemde sonuç doğru olsa da gereksiz işlem kullanılan çözümler "kısmen doğru" kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu durumun dışında verilen yanıtlar için yapılan değerlendirmeler diğer problemlerle aynıdır. PÇT'deki 12 problemden en fazla 36 puan en düşük ise sıfır puan alınabilecektir. Böylece yüksek PÇT puanı, yüksek problem çözme performansına işaret etmektedir.

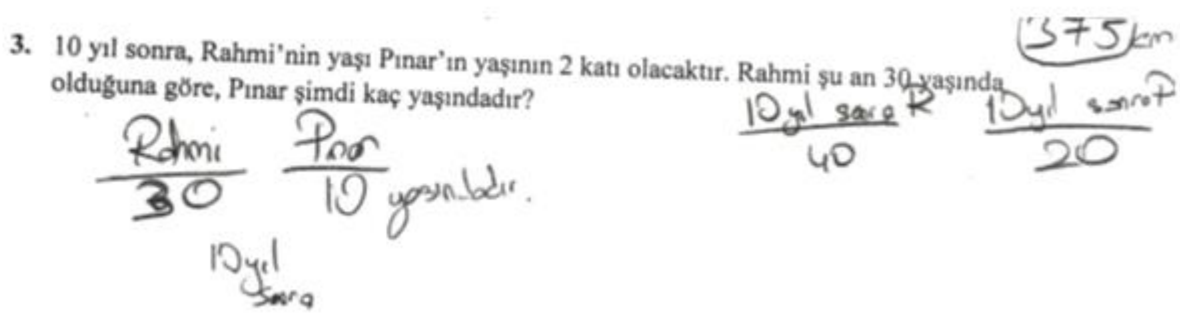
Analizlerin ne kadar tutarlı bir şekilde puanlandığını belirlemek için puanlama güvenirliğine bakılmıştır. Puanlama güvenirliği, uyum yüzdesi indeksi kullanılarak hesaplanmıştır. Uyum yüzdesinin hesaplanmasında ise PKT'de olduğu gibi Miles ve Huberman (1994) tarafından önerilen formül kullanılmıştır. Bu amaçla 19 öğrencinin %20'sinden fazlasına karşılık gelen dört öğrenci kura ile belirlenmiştir. Bu öğrencilerden ön-test yanıtları iki kodlayıcı (K_1 ve K_2) tarafından ayrı ayrı puanlanmıştır. Daha sonra bu puanlar arasındaki uyum yüzdeleri hesaplanmıştır. PÇT'deki 12 madde için kodlayıcılar arası uyum yüzdesi yaklaşık 0,92 olarak hesaplanmıştır. Bu süreçte kodlaması üzerinde farklılıklar görülen yanıtlar tartışılarak nihai puanlandırması üzerinde fikir birliğine varmışlardır. Örneğin, dikdörtgenin alanın hesaplanmasına yönelik hazırlanın Tablo 10'daki PÇT'nin ikinci problemine Sümeyra'nın yapmış olduğu çözüm K_1 ve K_2 tarafından farklı şekillerde kodlanmıştır (Şekil 8).



Şekil 8. Sümeyra'nın PÇT'nin ikinci problemine yapmış olduğu çözüm

K_1 ve K_2 sırasıyla bu çözümü bir ve iki puan vererek kodlamışlardır. K_1, problemin çözümünde dikdörtgensel bölgenin alanını sorduğunu ve öğrencinin çözümünde cevaba ulaşamadığı için bir puan ile kodladığını belirtmiştir. Çünkü K_1 açıklamalarının devamında PÇT için hazırlanan rubrikte çözümde kullanılan işlemler doğru fakat sadece aritmetiksel hatalar söz konusu ise iki puan ile kodlandığına işaret etmiştir. Buna karşın, K_2 ise bu çözüm yolunda dikdörtgenin alan ve çevresi arasındaki ilişkiyi öğrencinin anlamlandırdığını, fakat problemin sormak istediği duruma yeterince odaklanmadığı için sonunu getiremediğini ifade etmiştir. Bu yönüyle bu çözüm yolunda problemdeki kritik noktanın anlaşıldığına işaret etmiştir. K_2 açıklamalarının devamında öğrencinin yanıtı boş bırakmadığını, problemdeki sayıları rasgele kullanmadığını ve bir yere kadar çözümü getirdiğine işaret ederek bir puan ile kodlama kriterlerinin çok ötesine geçtiğini ifade etmiştir. Bu yönüyle, çözümü iki puan vererek kodlamıştır. Yapılan tartışmalar neticesinde bu tür yanıtların iki puan verilerek kodlanmasının daha geçerli analizler ortaya koyacağına karar verilmiştir. Bu kapsamda kodlama üzerinde fikir birliğine varılmıştır.

Betül'ün Tablo 10'daki PÇT'nin üçüncü problemine yapmış olduğu çözüm de K_1 ve K_2 tarafından farklı şekillerde kodlanmıştır (Şekil 9).



Şekil 9. Betül'ün PÇT'nin üçüncü problemine yapmış olduğu çözüm

K_1 ve K_2 sırasıyla bu çözümü 1 ve 2 puan vererek kodlamıştır. K_1 açıklamalarında öğrencinin bazı aritmetiksel işlemleri ifade etmemesi nedeniyle iki puan vererek kodladığını ifade etmiştir. Çünkü öğrenci, Pınar'ın 10 yıl sonraki yaşını hesaplama da 40÷2 gibi bölme işlemini yazılı olarak ifade etmemiştir. Bu yönüyle "doğru" kategorisine ilişkin kriterleri sağlamadığını ifade etmiştir. Buna karşın, K_2 ise öğrencinin çözüm süreci incelendiğinde problemdeki mantıksal ilişkilerin farkında olduğunu, sadece bazı aritmetiksel işlemleri zihinden yaparak yazıya dökmediğini ifade etmiştir. Bu yönüyle öğrencinin çözüm sürecindeki aritmetiksel işlemlerin farkında olduğunu ve cevabı da doğru olarak bulması nedeniyle üç puan ile kodladığını ifade etmiştir. Bu yönüyle yapılan tartışmalar neticesinde, problemdeki veriler arasındaki mantıksal ilişkilerin anlamlandırılması ve cevabın elde edilmesi nedeniyle üç puan verilerek kodlanması üzerinde fikir birliğine varılmıştır.

Dört öğrencinin çözümleri üzerinden yapılan tartışmaların ardından ön-test aşamasında kalan 15 öğrencinin ve son-test aşamasında 19 öğrencinin yanıtlarının tamamı K_1 tarafından kodlanmıştır. PÇT'den ön-test ve son-test aşamasında alınan puanlara ait dağılımlar bulgular kısmında betimsel istatistiksel tekniklerinden yüzde ve frekans değerleri kullanılarak sunulmuştur. Son olarak, bulgular kısmında analiz şemasının her bir bileşenine yönelik örnek yanıtlar sunulmuş ve ayrıntılı açıklamalar yapılmıştır.

Kodlamalar üzerinde görülen fikir ayrılıkları dikkate alınarak puanlama rubriği de güncellenmiştir. Bu kapsamda, "yanlış", "kısmen doğru" ve "doğru" kategorilerinin içeriği yeniden güncellenmiştir. Geliştirilen rubrikte işlemlerin veya sayıların açık ve anlaşılır bir şekilde yazılmadığı ya da sadece sayıların yazıldığı yanıtlar "yanlış" kategorisinde değerlendirilmişti ve bir puan verilerek kodlanmıştı. Bu kategori, problemdeki nicel veriler üzerinde rasgele aritmetiksel işlemlerin yapıldığı yanıtları da kapsayacak şekilde genişletilmiştir. "Kısmen doğru" kategorisi ise problemin çözümünde işlem türlerinin doğru olarak belirlendiği, fakat sadece işlem hatalarının söz konusu olduğu yanıtlar ile sınırlandırılmıştı. Buna karşın, yapılan analizlerde bazı öğrencilerin problemin çözümündeki bütün işlem adımlarını doğru olarak ifade edememiş olsa da yapmış olduğu çözüm problemdeki çözüm yolu hakkında bir farkındalığının olduğuna işaret etmiştir. Örneğin Sümeyra'nın PÇT'nin ikinci problemine yapmış olduğu çözüm (Şekil 8) bu duruma işaret etmektedir. Bu yönüyle, "kısmen doğru" kategorisi problemdeki değişkenler arasındaki ilişkilerin farkında olunarak çözümün belli bir aşamaya kadar getirildiği fakat nihayete erdirilemediği yanıtları da kapsayacak şekilde genişletilmesine karar verilmiştir. Son olarak, işlem türlerinin ve cevabın doğru olarak hesaplandığı yanıtlar "doğru" kategorisinde değerlendirilmişti. Betül'ün PÇT'nin üçüncü problemine yapmış olduğu çözümünde (Şekil 9) bazı aritmetiksel işlemleri zihinden yaparak yazılı olarak ifade etmediği görülmüştür. Bu yönüyle tutarlı bir yapı sunmak şartıyla yalnız bazı aritmetiksel işlemlerin yazılı olarak belirtilmediği yanıtlar da "doğru" olarak kabul edilmiştir. PÇT'ye ait rubriğin son hali Tablo 11'de sunulmuştur.

Tablo 11. PÇT'ye verilen yanıtların analizinde kullanılan rubrik

Kategoriler	Kriterler
Boş	-Çözüm yapılmamıştır.
Yanlış	-İşlemler veya sayılar açık ve anlaşılır bir şekilde yazılmamıştır. -Sadece sayısal cevap yazılmıştır. -Rasgele aritmetiksel işlemler yapılmıştır (Problem metnindeki değişkenler arasındaki ilişklere uygun olmayan işlemlere yer verilerek çözüm yapılmıştır.)
Kısmen Doğru	-İşlem türleri doğru olarak belirlenmiş fakat sadece işlem hataları söz konusudur. -Problemdeki değişkenler arasındaki ilişkiler dikkate alınarak çözümdeki bazı aritmetiksel işlemler doğru şekilde yürütülmüş fakat süreç tamamlanamamıştır.
Doğru	-Çözümünde gerekli işlem türleri belirtilmiştir (Tutarlı bir çözüm yapısı ortaya koymak şartıyla bazı aritmetiksel işlemler yazılı olarak belirtilmeyebilir). -Cevap doğru olarak hesaplanmıştır.

Öğrencilerin problem çözme performanslarının ön-teste göre son-test aşamasındaki gelişimini daha iyi resmedebilmek amacıyla PÇT'den alınan puanlara göre üç düzey tanımlanmıştır. PÇT'den minimum 0 puan maksimum ise 36 puan alınabilmektedir. Puan ranjı üçe bölünerek düzeyler tanımlanmıştır. Bu kapsamda [0-12] puan aralığı "düşük"; [13-24] puan aralığı "orta"; ve [25-36] puan aralığı ise "yüksek" problem çözme performansı şeklinde tanımlanmıştır. Bu düzeylerin her birinde yer alan öğrenci sayıları tespit edilerek grafikler yardımıyla problem çözme performansındaki değişim bulgular kısmında sunulmuştur.

3.3.3. İstatistiksel Analizler

Ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin PÇT ve PKT ön-test ve son test puanlarının normal dağılım gösterip göstermediği SPSS-25 programı yardımıyla Shapiro-Wilk testi kullanılarak belirlenmiştir. Bağımlı gruplar t-testinde puanların kendisinin değil, puanlar arasındaki farklılığa yönelik örneklem dağılımının normal olması gerekmektedir (Field, 2009). PKT ön-test ve son-test matematiksel geçerlik puanları arasındaki farklara yönelik dağılımın normal dağılım sergilediği ($p = 0{,}238 > 0{,}05$) belirlenmiştir. PÇT ön-test ve son-test matematiksel geçerlik puanları arasındaki farklara yönelik dağılımın da normal olduğu görülmüştür ($p = 0{,}483 > 0{,}05$). Dolayısıyla, ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin PÇT ön-test ve son-test ile PKT ön-test ve son-test matematiksel geçerlik puanlarını karşılaştırmak amacıyla parametrik testlerden bağımlı gruplar t-testi uygulanmıştır.

PKT'den ön-test ve son-test aşamasında alınan semantik yapı ve semantik türü puanlarının karşılaştırılması da amaçlanmıştır. PKT ön-test ve son-test semantik yapı sayısı puanları arasındaki farklara yönelik dağılımın normal dağılım sergilediği ($p = 0{,}086 > 0{,}05$) belirlenmiştir. PKT ön-test ve son-test semantik yapı türü sayısı puanları arasındaki farklara yönelik dağılımın da normal dağılım sergilediği ($p = 0{,}253 > 0{,}05$) belirlenmiştir. Dolayısıyla, ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin PKT ön-test ve son-test semantik yapı sayısı ve semantik yapı türü puanlarını karşılaştırmak amacıyla parametrik testlerden bağımlı gruplar t-testi uygulanmıştır.

Son olarak test puanları arasındaki ilişki veya farklılığın etki büyüklüğü de hesaplanmıştır. Etki büyüklüğü, Cohen (1988) tarafından belirlenen etki aralık düzeyleri dikkate alınarak yorumlanmıştır. Buna göre, ,5'den fazla olan etki değeri büyük, ,5-,3 arası orta, ,3-,1 arası küçük ve ,1'den küçük etki değeri önemsiz olarak değerlendirilmiştir.

3.3.4. Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi'ne Dayalı Öğretim Sürecinin Video Kayıtları

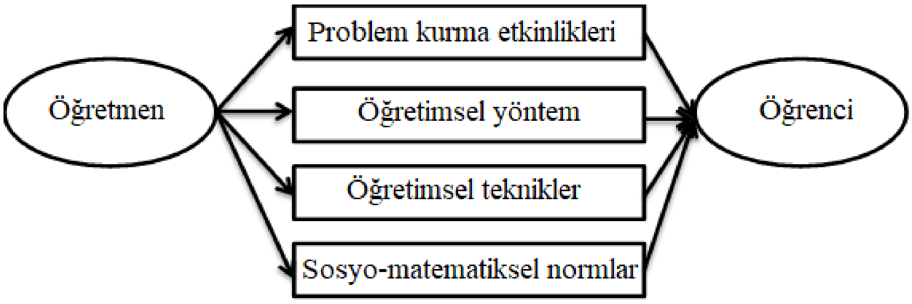
GAÖÇ'ne dayalı öğretimin öğrencilerin problem kurma ve çözme performansı üzerindeki etkisini derinlemesine sorgulayabilmek ve aynı zamanda GAÖÇ'nin öğrenme sürecini nasıl yönlendirdiğini ve öğrenmeye nasıl katkıda bulunduğunu belirleyebilmek adına öğrenme ortamındaki faaliyetler kayıt altına alınmıştır. Araştırmacı video kayıtları ile özellikle uygulanan öğretimin doğasında yer alan zengin tartışma ortamlarını tekrar tekrar inceleyip değerlendirme fırsatı elde etmiştir. Bu amaçla etkinlikler kamera ile kayıt altına alınmıştır. Ayrıca grup etkinliklerinde öğrencilerin problem kurma ve tartışmalara katılma sürecini analiz edebilmek için gönüllü olan bir gruba ses kayıt cihazı verilerek öğretim süreci kayıt altına alınmıştır.

Bulgular kısmında uygulanan farklı problem kurma etkinliklerini yansıtacak şekilde dört etkinliğin içeriğine yer verilmesi kararlaştırılmıştır. Etkinliklere yönelik yürütülen sınıf içi öğrenme faaliyetleri GAÖÇ'nin basamaklarına göre sunulmuştur. Çünkü bu çerçeve öğretim akışını yansıtmaktadır. Böylece öğrenme sürecinin daha derinlemesine tasvir edilebileceği düşünülmüştür. Bunun yanında, özellikle GAÖÇ'nin basamaklarında öğrencilerin kurmuş oldukları problemler ve matematiksel geçerlik ile semantik yapılarına yönelik analizlere de yer verilmiştir. Böylece öğrencilerdeki gelişimin daha ayrıntılı şekilde resmedilebileceği düşünülmüştür. Son olarak öğrenme ortamındaki gerek öğrenci gruplarının kendi içerisindeki gerekse toplu sınıf tartışmalarından elde edilen verilere sıklıkla yer verilmiştir.

3.4. Uygulama Süreci

Araştırmalar problem kurma ile problem çözme arasındaki güçlü ilişkiye vurgu yapmaktadır (Cifarelli ve Sevim, 2015; Kapur, 2018; Kilpatrick, 1987; Silver, 1994). Bu araştırmada öğrenme ortamı problem kurma ve çözmenin ilişkili olması gerçeğinden hareketle tasarlanmıştır. Bu tasarımda problem kurma ve çözme faaliyetleri ardışık şekilde süreçte yer almıştır. Bazı etkinliklerin problem kurma ile başlaması ve devamında problem çözmeyle desteklenmesi; bazı etkinliklerin ise problem çözmeyle başlaması ve devamında problem kurma ile desteklenmesi söz konusudur. Böylece problem kurma ve çözme ile zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamının tasarlanması hedeflenmiştir.

Chen vd., (2015) problem kurma üzerine yaptıkları deneysel çalışmalarında tasarladıkları yöntemi "problem kurma etkinlikleri", "öğretimsel teknikler" ve "sosyo-matematiksel normlar" şeklinde üç prensip üzerine dayandırmışlardır. Bu araştırmada tasarlanan öğretim yaklaşımında bu üç prensibe ek olarak, "öğretimsel yöntem" şeklinde dördüncü bir prensip de benimsenmiştir (Şekil 10). Bu bölümde tasarlanan öğretim yaklaşımı bu prensipler üzerinden açıklanmıştır.



Şekil 10. Problem kurma ve çözme destekli tasarıma ait bileşenler

3.4.1. Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi'ne Dayalı Öğretimde Kullanılan Problem Kurma Etkinlikleri

GAÖÇ'ye dayalı öğretimde problem kurma etkinlikleri öğretmen/uygulayıcılar tarafından geliştirilerek öğrenme ortamında sunulmuştur. Bu yönüyle öğretmen/uygulayıcılar etkinliğin kaynağı olarak görülmüştür. Uygulama sürecinde ise öğrencilerden tasarlanan etkinliklerden hareketle kendi problemlerini üretmeleri istenmiştir. Dolayısıyla uygulama sürecinde öğrenciler de problemlerin kaynağıdır.

Farklı problem kurma etkinliklerinin öğretim sürecinde farklı becerilerin kazandırılmasına olan katkısına yönelik sonuçlar dikkate alınarak serbest, yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmış problem kurma etkinliklerinin her birine öğretim sürecinde yer verilmesine karar verilmiştir. Böylece doğal sayılarla işlemlere yönelik öğrencilerin problem kurma ve problem çözme becerilerinin geliştirilmesine yönelik daha zengin öğrenme ortamları oluşturabileceği düşünülmüştür. Uygulama sürecinde kullanılması amacıyla hazırlanan problem kurma etkinliklerinin taslak formu Ek 4'te sunulmuştur.

Yapılandırılmış durumda sınırları kesin şekilde çizilen etkinlikler sunularak katılımcılardan problemler kurmaları istenmektedir. Yapılan literatür taraması neticesinde bu kategoride problemden hareketle problemler kurma etkinliklerine yer verildiği tespit edilmiştir (Christou vd., 2005; Chen vd., 2015). Uygulama sürecinde problemden hareketle problem kurmaya yönelik üç etkinliğe yer verilmiştir. Öğrencilerden bu problemlerle ilişkili olduğunu düşündükleri problemler kurmaları istenmiştir. Problemlerin belirlenmesinde farklı işlemler barındırması, yeni verilerin eklenerek problemler kurulmasına imkân tanıması ve semantik yapısının işlemlerin farklı anlamlarını barındırması ele alınmıştır. Örneğin, "Bir kırtasiyenin okula hediye olarak gönderdiği kutunun içerisinde 80 kalem, 80 silgi ve 20 cetvel bulunmaktadır. Buna göre kalem ve cetvellerin toplamı silgi sayısından kaç fazladır?" probleminin çözümünde kalem ve cetvellerin toplamı 80+20=100 olup bir bütüne dönüştürülebilen iki veya daha fazla parçanın birleşimini içerdiğinden toplamanın "parça-parça-bütün" anlamına yöneliktir. Kalem ve cetvellerin toplamının silgilerden ne kadar fazla olduğu ise işlem olarak 100-80=20 olup iki çokluğun kıyaslanmasını içerdiği için çıkarmanın "karşılaştırma" anlamı vardır.

Yarı-yapılandırılmış durumlar kapsamında sembolik işlemlere yönelik problem kurma etkinliklerine yer verilmiştir (Ek 4, Etkinlik 2A ve Etkinlik 2B başlıkları altındaki işlemler). Bu etkinliklerde öğrencilere çözüm basamakları hazır olarak sunulmuş ve bu basamakları karşılayan problemler yazmaları istenmiştir. Bu tür etkinliklerin hazırlanmasında dikkate alınan kriterler şunlardır; (1) işlem türü (toplama, çıkarma, çarpma ve bölme), (2) işlem sayısı (tek-adımlı ve çok-adımlı), (3) işlemlerde kullanılan sayıların basamak büyüklükleri (bir, iki vb. basamaklı olması) ve (4) parantez içerme. Bu tür durumlar dikkate alınarak şüphesiz çok sayıda problem kurma etkinliği tasarlanabilecektir. Araştırmanın uygulama sürecine yönelik takvim dikkate alınarak çeşitlilik oluşturacak şekilde 12 etkinliğin uygulama sürecine dahil edilmesi kararlaştırılmıştır.

Yarı-yapılandırılmış durumlar kapsamında "açık-uçlu hikâyeyi verilen cevaba göre tamamlama" kategorisinde ise öğrencilere açık-uçlu sözel hikayeler sunularak istenilen cevaba göre problemi tamamlamaları istenmiştir (Ek 4, Etkinlik $2C_1$ ve Etkinlik $2C_2$). Bu aşamada sunulacak açık-uçlu hikayelerin tasarlanmasında iki kriter dikkate alınmıştır. Birinci kriter, hikayedeki verilerin ilişkisel olarak sunulup sunulmamasıdır. Hazırlanan iki etkinlikten birincisinde hikayedeki sayısal veriler aritmetiksel işlemlerle birbirine bağlı olmayacak şekilde sunulmuştur (Ek 4'te Etkinlik $2C_1$). İkinci etkinlikte ise hikayedeki veriler ilişkisel olarak sunulmuştur. Etkinlik $2C_2$'de "Kürşat'ın şimdiye kadar okuduğu kitap sayısı, Ozan'ın okuduğu kitap sayısından 18 fazla, Nisa'nın okuduğu kitap sayısının 2 katıdır" şeklindeki ifade bu durumu yansıtmaktadır. Bunun yanında bu kategorideki etkinliklerin tasarlanmasında dikkate alınan ikinci kriter ise cevap olarak verilen sayının alternatif problemler kurmaya imkân tanımasıdır. Böylece öğrencilerin farklı aritmetiksel işlemler kullanarak alternatif sorular yazmalarının teşvik edilmesi ve böylece zengin tartışma ortamlarının oluşturulması amaçlanmıştır. Örneğin, Etkinlik $2C_2$'de öğrencilerden cevabı 90 olan bir problem kurmaları istenmiştir. Bu etkinlikte, 90 sayısı farklı soru köklerine yanıt olabilecektir. Kürşat'ın 108 kitap okuduğu verilip Ozan'ın okuduğu kitap sayısını isteyen veya Kürşat'ın 180 kitap okuduğu verilip Nisa'nın okuduğu kitap sayısını isteyen problemler kurulabilir. Bu durumda ilk problemin çözümü, $108 - 18 = 90$ ve ikinci problemin çözümü, $180 \div 2 = 90$ olup çözümü tek adımlı olan problemlerdir. Nisa'nın okuduğu kitap sayısı 54 olarak verilip Ozan'ın okuduğu kitap sayısını isteyen veya Ozan'ın okuduğu kitap sayısı 162 olarak verilip Nisa'nın okuduğu kitap sayısını isteyen problemler kurulabilir. Bu durumda ilk problemin çözümü, $54 \times 2 = 108$, $108 - 18 = 90$ ve ikinci problemin çözümü, $162 + 18 = 180$, $180 \div 2 = 90$ olup iki adımlı olan farklı aritmetiksel işlemler gerektiren problemlerdir. Ozan'ın okuduğu kitap sayısı 42 olarak verilip Kürşat ve Nisa'nın okuduğu toplam kitap sayısı da sorulabilir. Bu ve benzeri kurulan problemler ise çok-adımlı işlem gerektiren problemler olacaktır.

Yarı-yapılandırılmış durumlar bir resim, açık-uçlu bir hikâye veya matematiksel işlemler olabilmektedir. Yapılan alanyazın taraması neticesinde yarı-yapılandırılmış problem kurma etkinlikleri olarak görseller veya açık-uçlu sözel hikayelere problemler kurma etkinliklerinin ön plana çıkarıldığı görülmüştür (Cai vd., 2016; Leung ve Silver, 1997; Silver ve Cai, 1996). Bu araştırmada görsel öğe içeren iki etkinliğe (Ek 4, Ekinlik $2D_1$ ve $2D_2$) ve bir açık-uçlu sözel hikâyeye (Ek 4, Ekinlik $2D_3$) yer verilmiştir. Bu etkinliklerin tamamı günlük yaşam durumlarıyla ilişkili olup, farklı problemler üretilmesine imkân verecek şekilde tasarlanmıştır. Ekinlik $2D_1$ ve Ekinlik $2D_2$ bazı yönlerden birbirinden farklılık göstermektedir. Ekinlik $2D_1$'de bir okulun öğrenci ve öğretmenlerinin okula ulaşımda kullandıkları araç sayılarını konu edinen ikili sütun grafiği verilmiştir. Öğrenciler altıncı sınıf seviyesinde sütun grafiklerinin öğrenimini görmüşlerdir. Bu tür bir grafiğin karşılaştırmalara imkân tanıyarak farklı aritmetiksel işlemleri barındıran problemlerin oluşturulmasına imkân tanıyacağı düşünülmüştür. Ekinlik $2D_2$'de ise, görsel öğeler barındıran etkinlik bizzat öğrencilerin gerçek hayatında tecrübe ettikleri durumlardan hareketle hazırlanmıştır. Bonotto ve Santo (2015) gerçek hayat eserini kullanmayı gerektiren etkinliklerin öğrencilerin motivasyonlarını artırarak daha karmaşık problemler kurmalarına imkân tanıdığını ifade etmiştir. Bu görüşler dikkate alınarak gerçekçi veriler barındıran bir lokantanın yiyecek listesinin problem kurma etkinliği olarak kullanılmasına karar verilmiştir. Son olarak, Ekinlik $2D_3$ 'te ise görsel öğe barındırmayan açık-uçlu bir hikâyeye yer verilmiştir. Bu tür açık-uçlu hikayeler sayısal veri içerip içermesi durumlarına göre iki şekilde de sunulabilmekte ve bu durum problem kurma performansını etkilemektedir (Leung ve Silver, 1997). Bu nedenle sayısal veri içermeyen benzer açık-uçlu bir etkinliğin kullanılmasına karar verilmiştir. Bu bağlamda Ek 4'te yer verilen Ekinlik $2D_3$'te yiyecek ve içecekleri konu edinen sayısal veri içermeyen bir açık-uçlu hikâyeye yer verilmiştir.

Serbest durumlarda öğrencilerden herhangi bir sınırlama olmaksızın doğal duruma uygun problemler kurmaları istenir. Araştırmalarda, problem kurma yönergesinde "arkadaşlarınız için problem kurunuz" (Cankoy, 2014; Kopparla vd., 2019) ya da sadece "problem kurunuz" (Cai vd., 2013; Chen vd., 2015) gibi açıklamalara yer verilmektedir. Uygulama sürecinde serbest problem kurma durumuna yönelik bir etkinliğe yer verilmiştir (Ek 4, Etkinlik 3A). Bu etkinlikte öğrencilerden arkadaşları için doğal sayılarla işlemleri gerektiren problemler yazmaları istenmiştir. Etkinliğin uygulanmasında öğrencilerin aktif katılımını sağlamak adına Cankoy'un (2014) çalışmasında yer verdiği (Şekil 2) "iç içe geçmiş problem kurma öğretimi" kullanılmıştır.

Problem kurma etkinliklerinin taslak formu için altı yıllık hizmet süresine sahip bir öğretmen ile bir akademisyenin görüşleri alınmıştır. Uzmanlara çalışmanın amacını yansıtan bir rapor ile beraber çalışma takvimi ve Ek 4'te yer alan uygulama etkinlikleri sunulmuştur. Uzmanlardan gelen görüşler doğrultusunda Ek 4 üzerinde bazı düzenlemeler gerçekleştirilmiş ve uygulama sürecinde kullanılan etkinliklere son hali verilmiştir (Ek 5). Birincisi, uzman akademisyen doğal sayılarla işlemler yürütmenin yanında işlemlerdeki sayıların yorumlanmasının da öğrencilere kazandırılması gereken bir beceri olduğuna vurgu yaparak, kalanlı bölme işleminde bölüm ve kalanı yorumlatmaya yönelik problem kurma etkinliklerine de yer verilmesini önermiştir. Akademisyenin görüşleri şu şekildedir;

> "Doğal sayılarla işlem becerileriyle ilgili problemlere bir bütün olarak bakacak olursak bölme işleminde kalanı yorumlama becerisi bu bütünün önemli bir parçası olmaktadır. Çalışmanızın bütünlüğü ve öğrencilere katkısı düşünüldüğünde bölme işleminde kalanı yorumlamaya yönelik etkinliklere yer vermenizi tavsiye ederim."

Bu tür etkinliklerde bölüm ve kalanın yorumlanmasına yönelik farklı birçok problem kurulabilmektedir. Akademisyenin görüşleri doğrultusunda Silver ve Cai (2005) tarafından kullanılan bir etkinliğe yer verilmiştir. Öğrencilerden, $540 \div 40 = ?$ işlemiyle cevaplanabilecek farklı problemler kurmaları istenmiştir. Bu sorunun cevabı 13, 14, 20, vb. farklı sonuçlar olan problemler oluşturmaya imkan tanımaktadır. Etkinliğin son hali Ek 5'te Etkinlik $2A_7$'de sunulmuştur.

İkincisi, akademisyen Ek 4'teki Etkinlik $2D_2$ ile $2D_3$'ün her ikisinin de yiyecek konusu üzerine olduğunu ve bu bağlamda öğrencilerin problem kurarken önceki etkinlikten etkilenebileceklerini ifade etmiştir. Akademisyenin görüşleri aşağıda sunulmuştur. Akademisyenin görüşleri doğrultusunda Ekinlik $2D_3$ yeniden düzenlenmiştir. Etkinliğin hikayesi kıyafet alışverişi üzerinden oluşturularak bağlamı değiştirilmiştir.

> "Etkinlik $2D_2$ ve $2D_3$ yiyecek konusu üzerine oluşturulmuş. Öğrenciler Etkinlik $2D_3$ ile ilgili problem kurarken önceki problem durumundan etkilenebilirler. Ayrıca iki etkinlikte de kullanılacak sayısal veriler basamak sayısı açısından benzer olacaktır. Etkinlik $2D_3$'ün hikâyesinin değiştirilmesi bu olumsuzlukların ortadan kaldırılmasına katkı sağlayacaktır."

GAÖÇ'ye dayalı öğretimde kullanılan etkinliklerin uygulama sırası, hangi tarihlerde uygulandığı ve kaç ders saati sürede yapıldığına ilişkin açıklamalar Tablo 12'de sunulmuştur.

Tablo 12. Uygulama takvimine ilişkin açıklamalar

Etkinlikler*	Uygulama haftası	Uygulama tarihi	Uygulama süresi
$2A_{1-7}$**	1. Hafta	24.10.2019	2 ders saati
	2. Hafta	31.10.2019	2 ders saati
$2B_{1-5}$	3. Hafta	07.11.2019	2 ders saati
$2C_{1-2}$	4. Hafta	14.11.2019	2 ders saati
$1A_{1-3}$	5. Hafta	28.11.2019	2 ders saati
$2D_{1-3}$	6. Hafta	05.12.2019	2 ders saati
3A	7. Hafta	12.12.2019	1 ders saati

* Etkinlikler sütunundaki sıra, uygulama sırasını temsil etmektedir.
**Ek 5'teki madde numaralarını temsil etmektedir.

3.4.2. Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi'ne Dayalı Öğretime Ait Yöntem

Ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla işlemlere yönelik problem kurma ve çözme becerilerini geliştirmek amacıyla yürütülen bu çalışmanın yöntemi Xie ve

Masingila (2017) tarafından oluşturulan GAÖÇ'si üzerine inşa edilmiştir (Şekil 4). Bu öğrenme çerçevesi, problem kurma ve çözmenin peşi sıra uygulanması ve sürecin tamamında öğrencinin aktif olması anlayışına dayanmaktadır.

Bu çerçevenin kullanılmasının birçok nedeni bulunmaktadır. Birincisi, bu araştırmada Matematik Dersi Öğretim Programı'nın (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) (MEB, 2018) benimsediği yaklaşımla, problem kurma ve çözmenin ilişkisi dikkate alınmıştır. Problem kurma ve çözme aktivitelerinden herhangi birine öncelik vermek yerine ikisinin birlikte aktif bir şekilde kullanılması hedeflenmiştir. Dolayısıyla kurma ve çözme aktivitelerinin etkileşimli şekilde peşi sıra kullanılabileceği bir tasarımın oluşturulması çalışmanın amacına en iyi şekilde hizmet edeceği düşünülmüştür. GAÖÇ bu anlayışı gerçekleştirmeye imkân tanımaktadır. GAÖÇ'de öğretim problem kurma ya da problem çözme ile başlamaktadır (Şekil 4, Kısım A ve B). Her ne kadar başlangıçlar farklı olsa da sürecin devamı problem kurma ile başlayan Kısım A'da problem çözme ile, problem çözme ile başlayan Kısım B'de ise problem kurma ile devam etmektedir. İkincisi, problem kurma ve çözme aktiviteleri sorgulama-temelli aktiviteler olduğundan (Silver, 1994), öğrencinin aktif katılımını gerektirmektedir. GAÖÇ'de problemler ve problem çözümleri öğrenciler tarafından yapılmakta, sınıf içerisinde tartışılmakta ve böylece öğrenciler kendi anlayışlarını sürece yansıtmaktadır. Bu yönüyle çerçeve öğrenciyi merkeze alan bir yaklaşım benimsemiştir. Dolayısıyla bu tasarıma ait öğrenme ortamlarında matematiksel muhakeme ön planda olacağından, öğrencilerin gelişimine daha fazla katkıda bulunabileceği ön görülmüştür.

Uygulama sürecinde kullanılan her bir etkinlik Şekil 4'deki Kısım A veya B'deki adımlardan birisi takip edilerek yürütülmüştür. Kısım A'da süreç problem kurma aktivitesi ile başlarken, Kısım B'de problem çözme aktivitesi ile başlamaktadır. Bu araştırmada etkinlikler hazırlandıktan sonra, araştırmacı ve danışmanı birlikte etkinlikleri tartışarak Kısım A ve B'den hangisine uygun düşeceğini kararlaştırmışlardır (Tablo 13).

Tablo 13. Etkinliklerin uygulama yöntemi

Etkinlikler	Uygulama yöntemi	Açıklama
$1A_{1\text{-}3}$[*]	Kısım B	Etkinlikte problemden hareketle problem kurulması istenmiştir. Bu nedenle problem çözme aktivitesiyle sürecin başlatılması kararlaştırılmıştır.

Tablo 13 (devamı). Etkinliklerin uygulama yöntemi

$2A_{1\text{-}7}$	Kısım A	Etkinlikte bir-adımlı sembolik işlemlere yönelik problem kurulması istenmektedir. Bu nedenle problem kurma aktivitesiyle sürecin başlatılması kararlaştırılmıştır.
$2B_{1\text{-}5}$	Kısım A	Etkinlikte çok-adımlı sembolik işlemlere yönelik problem kurulması istenmektedir. Bu nedenle problem kurma aktivitesiyle sürecin başlatılması kararlaştırılmıştır.
$2C_{1\text{-}2}$	Kısım A	Etkinlikte açık-uçlu ifadeler verilmiş ve bir cevaba uygun şekilde tamamlanarak problem yazılması istenmiştir. Bu nedenle problem kurma aktivitesiyle sürecin başlatılması kararlaştırılmıştır.
$2D_{1\text{-}3}$	Kısım A	Etkinliklerde grafik, broşür veya açık-uçlu hikâye sunulmuş ve problemler yazılması istenmiştir. Bu nedenle problem kurma aktivitesiyle sürecin başlatılması kararlaştırılmıştır.
3A	Kısım A	Etkinlikte öğrencilerden öncelikle problemler yazmaları istenmiştir. Bu nedenle problem kurma aktivitesiyle sürecin başlatılması kararlaştırılmıştır.

*Ek 5'teki madde numaralarını temsil etmektedir.

3.4.3. Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi'ne Dayalı Öğretimde Etkinliklerin Uygulanmasında Kullanılan Öğretimsel Teknikler

Problem kurma etkinlikleri Şekil 4'deki uygulama yöntemindeki Kısım A veya Kısım B'den birisi dikkate alınarak yürütülmüştür. Kısım A veya Kısım B'de sadece uygulama sürecinin adımları gösterilmiştir. Tek başına bu adımlar öğrenme faaliyetlerinin gerçekleştirilmesi için yeterli olmayacaktır. Bu nedenle, her bir etkinlik için bu öğrenme çerçevesinin her bir aşamasında öğrencilere rehberlik edecek yönergelerin hazırlanması kararlaştırılmıştır. Öğrenciler problem çözme aktivitelerine yönelik daha fazla deneyim sahibidirler. Dolayısıyla bir problemin çözümü ile anlatılmak istenen açık bir şekilde anlaşılmaktadır. Buna karşın, problem kurma öğrencilerin geçmiş deneyimlerinde çok fazla yeri olmayan ve çalışmalarda problem kurma deneyimi eksikliği sıklıkla vurgulanan bir durumdur (Ellerton, 2013; Rosli vd., 2015). Dolayısıyla problem kurma faaliyetlerinin uygulanması için öğrencilerin problem kurma sürecine yönelik üstbilişsel farkındalıklarının olması gerekmektedir. Örneğin, kurulan bir problemin değerlendirmesi nasıl yapılacaktır? Öğrencilerden kurdukları problemlerini daha da geliştirmeleri istendiğinde hangi durumlara odaklanmalıdırlar? Bu tür durumlar için öğrencilere rehberlik edici açıklamalar yapılmalıdır.

Bu bağlamda uygulama sürecini yönlendirecek üstbilişsel soru ve açıklamalara ait yönerge oluşturulmuştur. Bu yönerge öğrenim sürecinin başında öğrencilere dağıtılmış ve uygulamalarda öğrencilere rehberlik etmiştir (Ek 6).

Ek 6'da uygulama sürecinde dikkat edilmesi gereken önemli hususlara yer verilmiştir. Birincisi, Ek 6'da yer alan kategori 1 ve 2 yapısal olarak benzer görünmesine karşın farklılıklar da içermektedir. Kategori 1'de bir-adımlı işlemlere yönelik günlük hayatla ilgili problem kurulması istenirken, kategori 2'de çok-adımlı işlemlere yönelik problemler kurulması istenmektedir. Kategori 3 ve 4'te farklılıklar içermektedir. Kategori 3'te açık-uçlu hikâyenin devamının öğrenciler tarafından istedikleri şekilde getirilmesi istenirken, kategori 4'te hikâyenin devamı istenilen sayısal değere göre tamamlanmalıdır. Kategori 6'da ise öğrencilerden problemden hareketle problemler kurmaları istenmektedir. Problemden hareketle problem kurmada farklı kategoriler bulunmaktadır. Bu çalışmada alanyazında yer verilen problem biçimlendirme strateji türleri ve öğrenci seviyesi dikkate alınarak üç stratejiye yönelik problemler yazılması istenmiştir.

Uygulama sürecinde karar verilmesi gereken diğer bir durum ise öğrenci etkileşiminin nasıl olacağıdır. Yackel (2001) her bir bireyin eylemlerinin diğer kişilerin eylemlerine bağlı olarak kendi planlarını revize etmesi, savunması ve değiştirmesi yoluyla biçimlendiğini, diğer bir ifadeyle sosyal etkileşimin insan davranışlarını şekillendirdiğini vurgulamıştır. Bu bağlamda sınıf ortamındaki etkileşimin öğrenci öğrenmelerini şekillendiren önemli bir bileşen olduğu savunulmaktadır. Aynı zamanda problem kurma programı aktif öğrenme çerçevesine dayanmakta, yani öğrenme programında öğrencilerin aktif katılımı esas alınmıştır. Dolayısıyla bireysel faaliyetlerin yanında sosyal etkileşimi sınıf içerisinde üst düzeyde tutacak yaklaşımların da kullanılmasına karar verilmiştir.

Tasarlanan öğrenme ortamında problem kurma etkinliklerinin bireysel uygulamalar yanında grup çalışmaları yoluyla da yürütülmesi hedeflenmiştir. Tipik bir grup çalışması ortamında öğretici etkinliği ya da problemi sunar, öğrenciler gruplar halinde çalışır ve grupların çoğunluğunun etkinliği tamamlamalarının ardından küçük gruplarda üretilen çözüm yaklaşımları toplu sınıf tartışmasıyla değerlendirilir (Yackel, 2001; Yackel ve Cobb, 1996). Grup çalışmaları ve toplu sınıf tartışmaları, sorgulama temelli bir matematik öğretiminin yürütülmesine katkıda bulunarak öğrenme fırsatlarını arttırmaktadır. Nitekim grup çalışmalarına yer verilmesi yanında, kurulan problemlerin toplu sınıf tartışmalarına açılması alanyazında problem kurma ve çözme üzerine birçok öğretim tasarımının belirgin bir karakteristik özelliği olarak dikkat çekmektedir (Cankoy, 2014; Chen vd., 2015; Ellerton, 2013). Lavy (2015) problem kurma etkinliklerini toplu sınıf tartışmalarının takip etmesi gerektiğini vurgulayarak, öğrencilerin kurdukları problemlerin sınıf öğretmeninin rehberliğinde tartışmaya açılmasını güçlü bir şekilde desteklemiştir. Benzer şekilde, Christou vd. (2005) ise toplu sınıf tartışmalarının öğretmen adaylarının genelleme ve varsayımlarının doğruluğunu yeniden düşünmelerine imkân tanıdığını ifade etmiştir. Bu araştırmada problem kurma etkinliklerinin uygulanması sürecinde bireysel uygulamaların yanında grup çalışmalarına da yer verilmesine ve aynı zamanda her etkinlik için toplu sınıf tartışmalarının yapılmasına karar verilmiştir. Böylece öğrencilerin etkinliklere aktif katılması ve süreci sahiplenmeleri hedeflenmiştir.

Sonuç olarak, problem kurma etkinliklerinin her biri için sınıf içi tasarımın nasıl yürütüleceğini gösteren ve uygulama sürecinde öğretmene rehberlik edecek ayrıntılı şekilde hazırlanan yönergeler Ek 7'de sunulmuştur.

3.4.4. Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi'ne Dayalı Öğretimin Uygulanmasında Belirlenen Sosyo-matematiksel Normlar

Doğal sayılarla işlemlere yönelik GAÖÇ'ne dayalı öğretimde öğrencilerin aktif katıldığı sorgulama temelli bir sınıf içi öğrenme ortamının oluşturulması hedeflenmiştir. Bu hedef kapsamında sosyo-matematiksel normlar üzerine yapılan araştırmalar incelenerek, problem kurma etkinliklerinde sınıf içerisinde benimsenecek sekiz norm belirlenmiştir. Bu normlar Tablo 14'te verilmiştir.

Tablo 14. GAÖÇ'ye dayalı öğretimin uygulanmasında benimsenen sosyo-matematiksel normlar

No	Sınıf içi Normlar
1.	Problemi hızlı şekilde kurmak yerine, etkinliğin amacına uygun olacak şekilde anlaşılır, hata içermeyen, gerçekçi ve/veya çözülebilir olması önemlidir.
2.	Problemin nasıl kurulduğunun öğretmeninize ve öğrencilere açıklanması, doğru olması kadar önemlidir.
3.	Problem kurma etkinliklerinde kurulabilecek tek bir problem yoktur.

Tablo 14 (devamı). GAÖÇ'ye dayalı öğretimin uygulanmasında benimsenen sosyo-matematiksel normlar

4. Kurulan problemlerde anlaşılmayan kısımlar, hatalar olabilir. Önemli olan tartışmalarla bu hataların giderilmesidir.
5. Arkadaşlarınızın problemleri nasıl kurdukları/çözdükleri hakkındaki yorumlarını dinleyiniz ve anlamaya çalışınız.
6. Arkadaşlarınızın kurdukları problemler veya yaptıkları çözümlerde anlamadığınız durumlara yönelik fikirlerinizi çekinmeden ifade ediniz, sorular sorunuz.
7. Sınıf içerisinde gruplarla çalışmalar yürütme sürecinde, gruptaki herkesin katkıda bulunması önemlidir.
8. Kurulan problemleri zorlaştırmak için sayıları büyütmenin ötesinde farklı işlemlerin barındırılması ve işlemlerin farklı anlamlarına odaklanılması önemlidir.

Tablo 14'te belirlenen normlar uygulama sürecinin başlangıcında çalışma sürecinin tanıtımında öğrencilerle paylaşılmıştır. Bunun yanında bu normlar süreç boyunca öğretmen tarafından da vurgulanmıştır. Özellikle etkinliklerin uygulanması aşamasında öğrencilerin hızlı şekilde problemler kurdukları gözlemlendiğinde Tablo 14'teki birinci normun, daha zor bir problemin kurulması istendiğinde ve öğrencilerin çoğunlukla sayıların büyüklüğüne odaklandıklarında sekizinci norm tekrar vurgulanmıştır. Böylece, bu normların sürecin her aşamasında bulunması ve öğrenme süreci boyunca sınıfın ortak bir kültürü haline gelmesi amaçlanmıştır.

4. BULGULAR

Bu bölümde, aktif öğrenmeye dayalı öğretimin ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözme ve kurma performanslarının gelişimi üzerindeki etkisine ilişkin bulgulara yer verilmiştir. Bu bölüm, araştırmanın alt problemlerinin sırasına uygun olarak yapılandırılmıştır.

4.1. Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi'ne Dayalı Öğretimin Öğrencilerin Problem Çözme Performanslarının Gelişimi Üzerindeki Etkisine Yönelik Bulgular

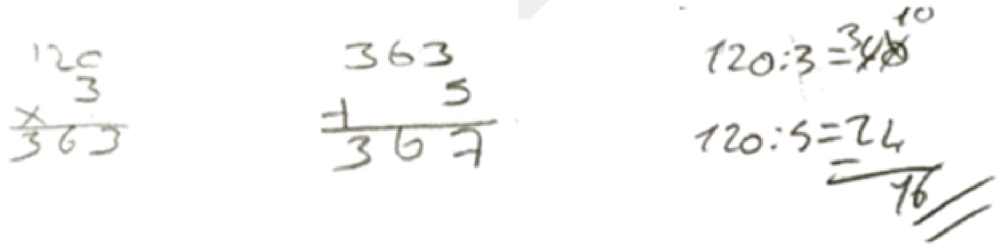
Bu bölümde, "doğal sayılarla işlemlere yönelik GAÖÇ'ye dayalı öğretimin ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözme performanslarının gelişimi üzerindeki etkisi nasıldır?" alt problemine ait bulgular sunulmuştur. On dokuz altıncı sınıf öğrencisinin ön-test ve son-test aşamasında her bir maddeden almış oldukları puanlara göre dağılımları ve her bir maddenin puan ortalaması Tablo 15'te verilmiştir.

Tablo 15. Öğrencilerin ön-test ve son-test aşamasında PÇT'deki maddelerden aldıkları puanlara göre dağılımı

Maddeler	Puan türleri									
	Boş (0-puan)		Yanlış (1-puan)		Kısmen doğru (2-puan)		Doğru (3-puan)		Ortalama puan	
	ÖT	ST	ÖT	ST	ÖT	ST	ÖT	ST	ÖT	ST
1	0	0	11	6	0	3	8	10	1,84	2,21
2	0	0	11	9	4	5	4	5	1,63	1,79
3	4	2	15	11	0	0	0	6	0,79	1,53
4	3	0	9	10	4	5	3	4	1,37	1,68
5	1	1	13	12	1	2	4	4	1,42	1,47
6	3	3	10	9	0	2	6	5	1,47	1,47
7	5	4	10	6	2	0	2	9	1,05	1,74
8	1	1	7	4	6	2	5	12	1,79	2,32
9	3	5	11	6	4	2	1	6	1,16	1,47
10	2	3	9	4	2	1	6	11	1,63	2,05
11	6	3	7	5	3	5	3	6	1,16	1,74
12	2	5	8	2	1	2	8	10	1,79	1,89

Not: ÖT=Ön-test ve ST=Son-test

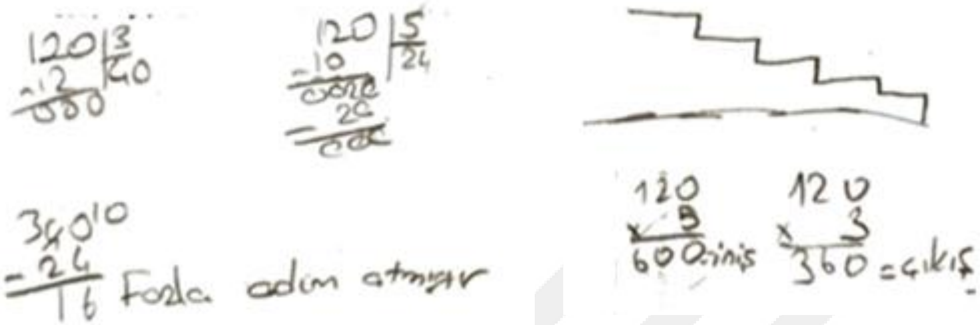
Tablo 15'e göre, merdiven basamaklarının iniş-çıkışını konu edinen PÇT'nin birinci probleminde ön-testte öğrencilerin yarısından fazlasının (11 öğrenci) çözümlerinin "yanlış" kategorisinde ve diğer öğrencilerin çözümlerinin ise "doğru" kategorisinde olduğu tespit edilmiştir. Bu problemde, Ayşe'nin merdivenleri üçer üçer çıkması ve beşer beşer inmesi durumunda attığı adım sayıları arasındaki farkın sorulması söz konusudur. "Yanlış" kategorisindeki yanıtlarda, yaygın şekilde, iniş ve çıkış esnasında atılan adım sayısını bulmak için bölme işlemleri ($120 \div 3$ ve $120 \div 5$) yerine çarpma işlemleri (120×3 ve 120×5) yapılmıştır. Bu probleme yönelik sırasıyla "yanlış" ve "doğru" kategorilerinde değerlendirilen Yurdagül ve Mehmet'in çözümleri Şekil 11'de verilmiştir. "Yanlış" kategorisinde değerlendirilen Yurdagül'ün çözümünde problem metnindeki değişkenler arasındaki ilişkileri dikkate almadan toplam basmak sayısı ile bir adımda geçilen basamak sayısını çarptığı ve yapılan işlemlerin de hatalı olduğu görülmüştür. Mehmet'in çözümünde ise işlem türlerinin doğru olarak belirlendiği ve işlem hatası yapılmadan doğru sonuca ulaşıldığı görülmüştür.



(a) Yurdagül'ün "yanlış" yanıtı (b) Mehmet'in "doğru" yanıtı

Şekil 11. Yurdagül ve Mehmet'in ön-testte PÇT'nin birinci problemine ilişkin çözümleri

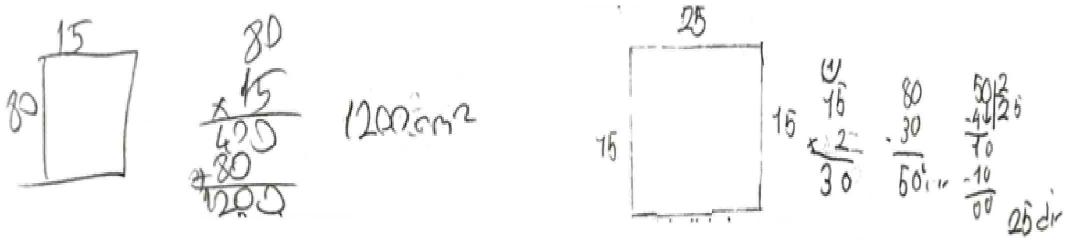
Tablo 15'e göre PÇT'nin birinci probleminde son-testte ise öğrencilerin çözümlerinin yarısından fazlasının (10 öğrenci) "doğru" kategorisinde ve üç öğrencinin yanıtının "kısmen doğru" kategorisinde yer aldığı tespit edilmiştir. Son-testte bu problemde altı öğrencinin yanıtı ise "yanlış" kategorisinde yer almıştır. Bu problemden alınan puanların ortalaması ön-test aşamasında 1,84 iken, son-test aşamasında 2,21'e yükselmiştir. Bu yönüyle bu problemde öğrencilerin son-test lehine problem çözme performanslarının artış gösterdiği anlaşılmaktadır. Örneğin, çözümü ön-test aşamasında "yanlış" kategorisinde fakat son-test aşamasında "doğru" kategorisinde değerlendirilen Yurdagül ile çözümü "yanlış" kategorisinde değerlendirilen İpek'in yanıtları Şekil 12'de verilmiştir. "Yanlış" kategorisinde değerlendirilen İpek'in çözümünde adım sayısını bulmak için bölme işlemleri ($120 \div 3$ ve $120 \div 5$) yerine çarpma işlemleri (120×3 ve 120×5) yapıldığı belirlenmiştir. Yurdagül'ün çözümünde ise işlem türlerinin doğru olarak belirlendiği ve işlem hatası yapılmadan doğru sonuca ulaşıldığı görülmüştür.



(a) Yurdagül'ün "doğru" yanıtı (b) İpek'in "yanlış" yanıtı

Şekil 12. Yurdagül ve İpek'in son-testte PÇT'nin birinci problemine ilişkin çözümleri

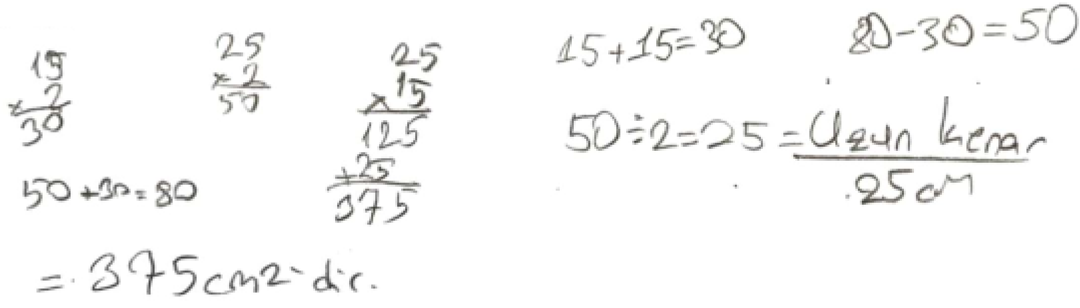
Tablo 15'e göre, bir kenarı ve çevresinin uzunluğu verilen dikdörtgensel bir bölgenin alanının hesaplanmasını konu edinen PÇT'nin ikinci probleminde ön-testte öğrencilerin yarısından fazlasının (11 öğrenci) çözümlerinin "yanlış" kategorisinde yer aldığı belirlenmiştir. Bunun yanında diğer öğrenci yanıtlarının ise "kısmen doğru" ve "doğru" kategorilerinde eşit şekilde dağılım gösterdiği tespit edilmiştir. "Yanlış" kategorisinde öğrenciler genel olarak dikdörtgensel bölgenin çevre uzunluğunu, bir kenarın uzunluğu olarak düşünerek problemdeki sayılar üzerinde rastgele aritmetiksel hesaplamalar yaptıkları belirlenmiştir. "Kısmen doğru" kategorisinde ise öğrenciler dikdörtgensel bölgenin uzun kenarını doğru olarak bulmuşlar fakat alanı hesaplamamışlardır. Bu probleme yönelik "yanlış" ve "kısmen doğru" kategorilerinde değerlendirilen sırasıyla Münevver ve Sümeyra'nın çözümleri Şekil 13'te verilmiştir. "Yanlış" kategorisinde değerlendirilen Münevver'in çözümünde dikdörtgen şeklindeki kitabın uzun kenarını hesaplamadan çevre ile kısa kenarı çarparak sonuca ulaşılmaya çalışıldığı görülmüştür. "Kısmen doğru" kategorisinde değerlendirilen Sümeyra'nın çözümünde ise dikdörtgen şeklindeki kitabın uzun kenarının doğru olarak hesaplandığı fakat devamında kitabın alanının hesaplanmadığı görülmüştür.



(a) Münevver'in "yanlış" yanıtı (b) Sümeyra'nın "kısmen doğru" yanıtı

Şekil 13. Münevver ve Sümeyra'nın ön-testte PÇT'nin ikinci problemine ilişkin çözümleri

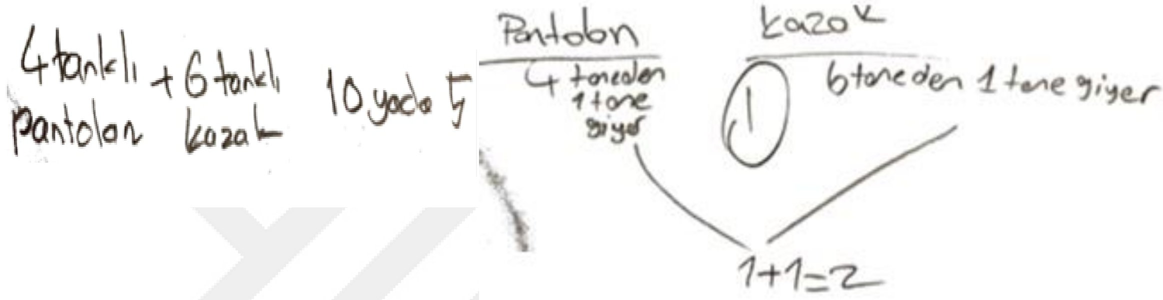
Tablo 15'e göre, PÇT'nin ikinci probleminde son-testte ise öğrencilerin yarısına yakınının (9 öğrenci) çözümlerinin "yanlış" kategorisinde yer aldığı belirlenmiştir. Bunun yanında diğer öğrenci yanıtlarının ise "kısmen doğru" ve "doğru" kategorilerinde eşit şekilde dağılım gösterdiği tespit edilmiştir. Bu problemden alınan puanların ortalaması ön-test aşamasında 1,63 iken, son-test aşamasında 1,79'a yükselmiştir. Bu yönüyle bu problemde öğrencilerin son-test lehine problem çözme performanslarının artış gösterdiği anlaşılmaktadır. Örneğin, çözümü ön-test aşamasında "yanlış" kategorisinde son-testte ise "doğru" kategorisinde değerlendirilen Münevver ile çözümü "kısmen doğru" kategorisinde değerlendirilen Özgür'ün yanıtları Şekil 14'te verilmiştir. "Kısmen doğru" kategorisinde değerlendirilen Özgür'ün çözümünde dikdörtgen şeklindeki kitabın uzun kenarının doğru olarak hesaplandığı fakat devamında kitabın alanının hesaplanmadığı görülmüştür. Münevver'in çözümünde ise işlem türlerinin doğru olarak belirlendiği ve işlem hatası yapılmadan doğru sonuca ulaşıldığı görülmüştür.



(a) Münevver'in "doğru" yanıtı (b) Özgür'ün "kısmen doğru" yanıtı

Şekil 14. Münevver ve Özgür'ün son-testte PÇT'nin ikinci problemine ilişkin çözümleri

Tablo 15’e göre, farklı renkteki pantolon ve kazaklardan kombin oluşturulmasını konu edinen PÇT’nin üçüncü probleminde ön-testte 15 öğrenci “yanlış” kategorisinde yanıt vermiş ve dört öğrenci de “boş” bırakmıştır. Bu problem, ön-test aşamasında en çok zorlanılan problem olmuştur. “Yanlış” kategorisinde, öğrencilerin toplam kombin sayısını hesaplarken, yaygın olarak, pantolon ve kazak sayılarını topladıkları ya da pantolon ve kazaklardan birer tane seçim yapıp toplamda iki seçim yapılabileceğini belirttikleri görülmüştür. Kerem ve Sema’nın bu durumları örneklendiren “yanlış” kategorisindeki yanıtları Şekil 15‘te verilmiştir.



(a) Kerem’in “yanlış” yanıtı (b) Sema’nın “yanlış” yanıtı

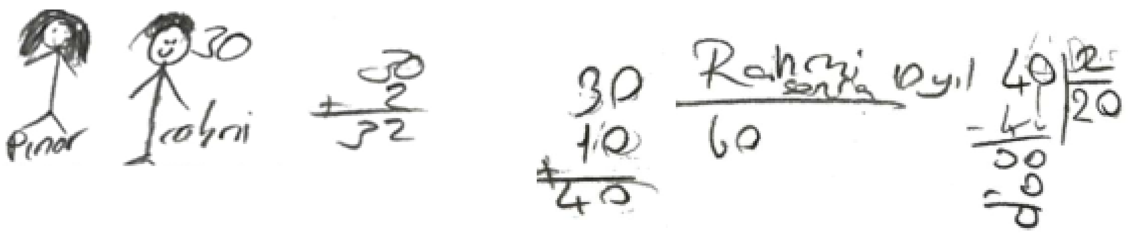
Şekil 15. Kerem ve Sema’nın ön-testte PÇT’nin üçüncü problemine ilişkin çözümleri

Tablo 15’e göre, PÇT’nin üçüncü probleminde son-testte ise öğrenci yanıtlarının yarısından fazlası (11 öğrenci) “yanlış” kategorisinde yer almıştır. Altı öğrencinin yanıtlarının ise “doğru” kategorisinde yer aldığı belirlenmiştir. Bu problemden alınan puanların ortalaması ön-test aşamasında 0,79 iken, son-test aşamasında 1,53’e yükselmiştir. Bu yönüyle öğrencilerin son-test lehine problem çözme performanslarının artış gösterdiği anlaşılmaktadır. Örneğin, çözümü ön-test aşamasında “yanlış” kategorisinde, son-testte ise “doğru” kategorisinde değerlendirilen Kerem ile çözümü “yanlış” kategorisinde değerlendirilen Sema’nın yanıtları Şekil 16’da verilmiştir. Bu problemin çözümünde pantolon sayısı ile kazak sayısının çarpılması gerekirken Sema yapmış olduğu çözümde e işlem yapmamış ve sadece sayısal cevap yazmıştır.

(a) Kerem'in "doğru" yanıtı (b) Sema'nın "yanlış" yanıtı

Şekil 16. Kerem ve Sema'nın son-testte PÇT'nin üçüncü problemine ilişkin çözümleri

Tablo 15'e göre, iki kişinin yaşları arasındaki ilişkiyi konu edinen PÇT'nin dördüncü probleminde ön-testte üç öğrenci problemi cevaplandıramamıştır. Buna karşın cevaplandıran öğrencilerin yarısından fazlası (9 öğrenci) "yanlış" kategorisinde, "doğru" ve "kısmen doğru" kategorisinde ise sırasıyla üç ve dört öğrenci yer almıştır. "Kısmen doğru" kategorisinde, problemde iki kişinin on yıl sonraki yaşları arasındaki ilişki verildiği için öğrenciler genellikle yaşı sorulan kişinin on yıl sonraki yaşını bulmuş fakat çözümün devamını getirmedikleri belirlenmiştir. Bu probleme yönelik "yanlış" ve "kısmen doğru" kategorilerinde değerlendirilen sırasıyla Hifa ve Münevver'in çözümleri Şekil 17'de verilmiştir. Problemde 10 yıl sonra, Rahmi'nin yaşı Pınar'ın yaşının 2 katı olacağı belirtilmesine rağmen Pınar'ın şimdiki yaşını bulmak için çözümü "yanlış" kategorisinde değerlendirilen Hifa'nın rastgele aritmetiksel işlem yaparak Rahmi'nin şimdiki yaşı ile ikiyi topladığı belirlenmiştir. "Kısmen doğru" kategorisinde değerlendirilen Münevver'in çözümünde ise Pınar'ın 10 yıl sonraki yaşı doğru olarak bulunmuş fakat şimdiki yaşı hesaplanmamıştır.

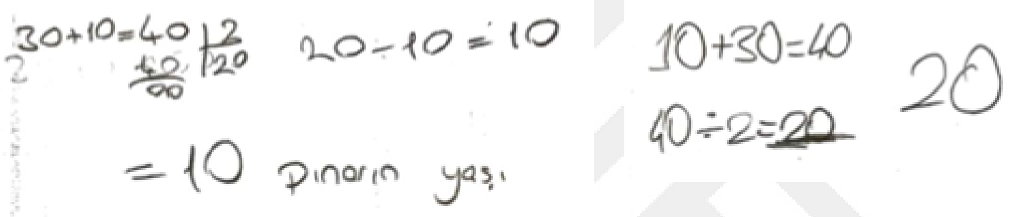


(a) Hifa'nın "yanlış" yanıtı (b) Münevver'in "kısmen doğru" yanıtı

Şekil 17. Hifa ve Münevver'in ön-testte PÇT'nin dördüncü problemine ilişkin çözümleri

Tablo 15'e göre PÇT'nin dördüncü probleminde son-testte ise öğrencilerin yarısından fazlasının (10 öğrenci) çözümlerinin "yanlış" kategorisinde yer aldığı tespit edilmiştir.

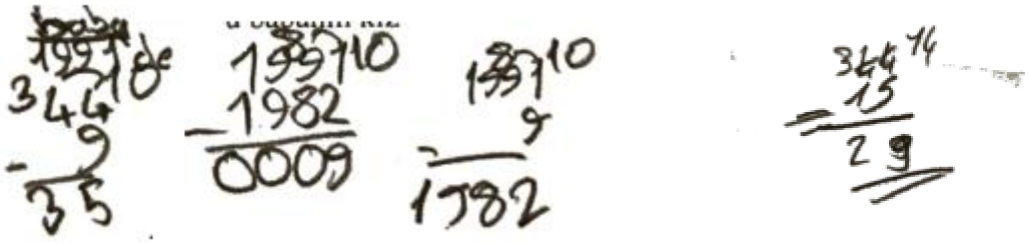
Bunun yanında diğer öğrenci yanıtlarının ise “kısmen doğru” ve “doğru” kategorilerinde benzer şekilde dağılım gösterdiği tespit edilmiştir. Bu problemden alınan puanların ortalaması ön-test aşamasında 1,37 iken, son-test aşamasında 1,68’e yükselmiştir. Bu yönüyle öğrencilerin son-test lehine problem çözme performanslarının artış gösterdiği anlaşılmaktadır. Örneğin, çözümü ön-test aşamasında “kısmen doğru” kategorisinde değerlendirilip son-testte çözümü “doğru” kategorisinde değerlendirilen Münevver ile çözümü “kısmen doğru” kategorisinde değerlendirilen Özgür’ün çözümleri Şekil 18’de verilmiştir. “Kısmen doğru” kategorisinde değerlendirilen Özgür’ün çözümünde Pınar’ın 10 yıl sonraki yaşı doğru olarak bulunmuş fakat şimdiki yaşı hesaplanmamıştır.



(a) Münevver’in “doğru” yanıtı (b) Özgür’ün “kısmen doğru” yanıtı

Şekil 18. Münevver ve Özgür’ün son-testte PÇT’nin dördüncü problemine ilişkin çözümleri

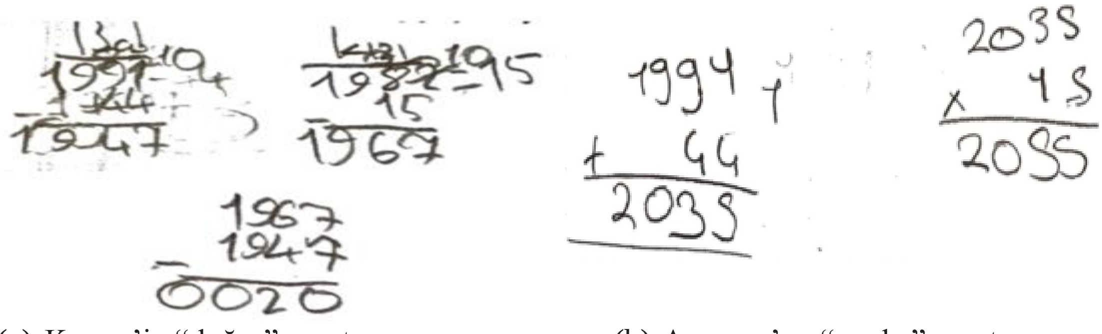
Tablo 15’e göre, baba ile kızının yaşlarını konu edinen PÇT’nin beşinci probleminde ön-testte öğrencilerin üçte ikisinden fazlasının (13 öğrenci) “yanlış” kategorisinde yanıtlar verdiği tespit edilmiştir. Buna karşın, sadece dört öğrencinin çözümü “doğru” kategorisindedir. Problemin çözümünde baba ile kızının farklı yıllardaki yaşları verildiği için önce doğum yıllarının bulunması veya herhangi bir yıldaki yaşlarının hesaplanması gerekirken “yanlış” kategorisindeki yanıtlarda öğrencilerin baba ile kızının verilen farklı yıllardaki yaşlarını çıkararak çözüm yaptıkları görülmüştür. “Kısmen doğru” kategorisinde ise, babanın kızı ile aynı yıldaki yaşının doğru olarak bulunduğu fakat yaşlarının farkı hesaplanmayarak çözümün tamamlanmadığı tespit edilmiştir. Kerem ve Mehmet’in bu durumları yansıtan sırasıyla “kısmen doğru” ve “yanlış” kategorisindeki yanıtları Şekil 19‘da verilmiştir.



(a) Kerem'in "kısmen doğru" yanıtı (b) Mehmet'in "yanlış" yanıtı

Şekil 19. Kerem ve Mehmet'in ön-testte PÇT'nin beşinci problemine ilişkin çözümleri

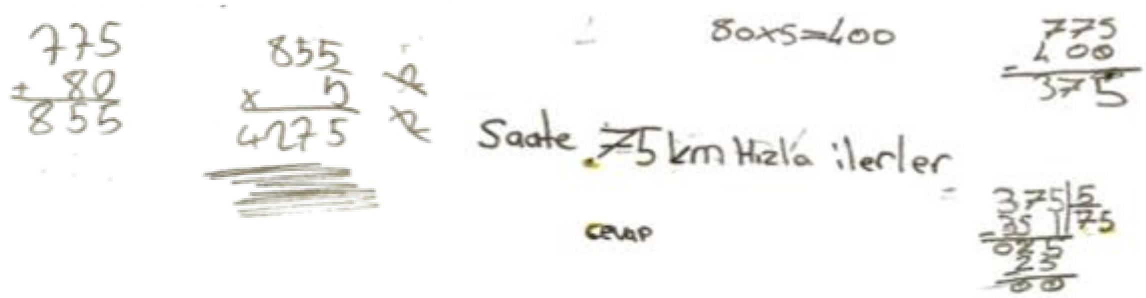
Tablo 15'e göre PÇT'nin beşinci probleminde son-testte ise öğrencilerin yarısından fazlasının (12 öğrenci) çözümünün "yanlış" kategorisinde yer aldığı tespit edilmiştir. Bu durum beşinci maddeyi son-testin en çok "yanlış" kategorisinde yanıtlanan etkinliği yapmıştır. Bunun yanında problemi iki öğrenci "kısmen doğru" kategorisinde yanıtlarken dört öğrenci ise "doğru" kategorisinde yanıtlamıştır. Bu problemden alınan puanların ortalaması ön-test aşamasında 1,42 iken, son-test aşamasında 1,47'ye yükselmiştir. Bu yönüyle öğrencilerin son-test lehine problem çözme performanslarının artış gösterdiği anlaşılmaktadır. Örneğin, ön-test aşamasında "kısmen doğru" kategorisinde değerlendirilip son-testte çözümü "doğru" kategorisinde değerlendirilen Kerem ile çözümü "yanlış" kategorisinde değerlendirilen Ayşenur'un yanıtları Şekil 20'de verilmiştir. Problemin çözümünde baba ve kızın doğum yılı bulunurken içinde bulunulan yıldan yaşın çıkarılması gerekirken "yanlış" kategorisinde değerlendirilen Ayşenur'un çözümünde rastgele işlem yapılarak babanın yaşının verildiği yıl ile baba ve kızının yaşlarının toplandığı görülmüştür. "Doğru" kategorisinde değerlendirilen Kerem'in çözümünde ise öncelikle baba ve kızın doğum yılları hesaplanmıştır. Devamında ise doğum yıllarının farkı alınarak yaşları farkı doğru şekilde hesaplanmıştır.



(a) Kerem'in "doğru" yanıtı (b) Ayşenur'un "yanlış" yanıtı

Şekil 20. Kerem ve Ayşenur'un son-testte PÇT'nin beşinci problemine ilişkin çözümleri

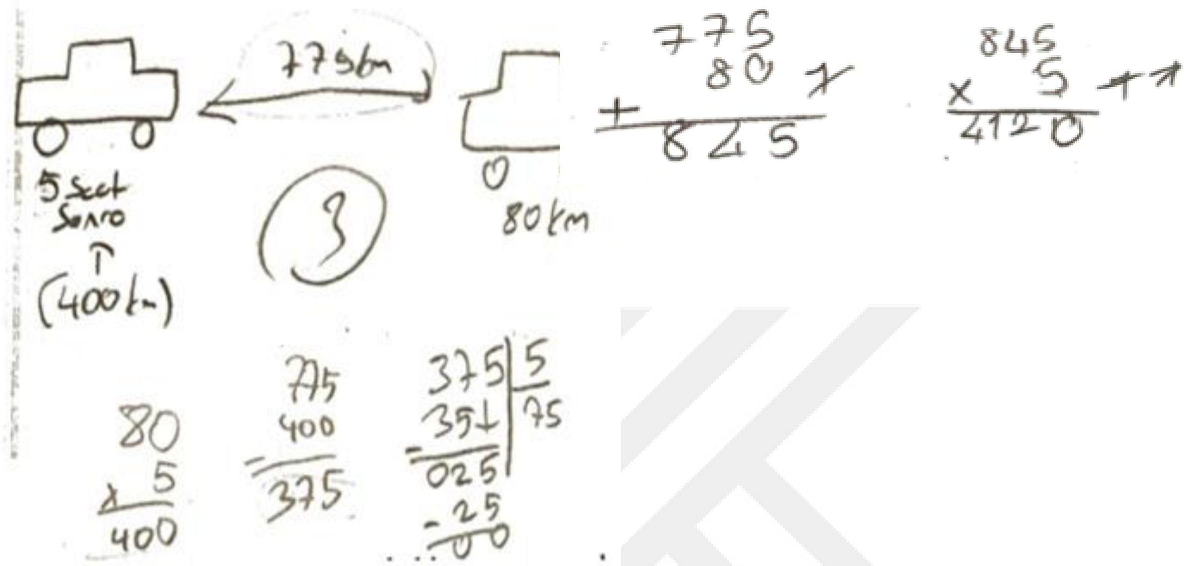
Tablo 15’e göre, birbirine doğru hareket eden iki otomobili konu edinen PÇT’nin altıncı probleminde ön-testte üç öğrenci çözüm yapmamıştır. Öğrencilerin yarısından fazlası (10 öğrenci) “yanlış” kategorisinde ve altı öğrenci ise “doğru” kategorisinde yanıt vermiştir. Bu problemde eşit süre hareket eden otomobillerden hızı bilinenden hareketle diğer otomobilin hızının hesaplanması söz konusudur. “Yanlış” kategorisindeki yanıtlarda yaygın olarak öğrencilerin toplam yol ile bir saatte otomobilin aldığı yolu toplayıp/çıkarıp geçen süre ile çarptıkları tespit edilmiştir. Bu çözüm yaklaşımı, öğrencilerin hız ile alınan yol arasındaki ilişkiyi kavramada güçlükler yaşadıklarına işaret etmektedir. Bu probleme yönelik “yanlış” ve “doğru” kategorilerinde değerlendirilen sırasıyla İpek ve Mehmet’in çözümleri Şekil 21’de verilmiştir. Problemin çözümünde araçlardan birinin hızını bulmak için öncelikle saatteki hızı verilen otomobilin hızı ile iki otomobilin karşılaşmaları için geçen süreyi çarpıp toplam yoldan çıkarmak gerekmektedir. “Yanlış” kategorisinde değerlendirilen İpek’in çözümünde ise toplam yol uzunluğuna aracın hızının eklenip süre ile çarpıldığı görülmüştür.



(a) İpek’in “yanlış” yanıtı (b) Mehmet’in “doğru” yanıtı

Şekil 21. İpek ve Mehmet’in ön-testte PÇT’nin altıncı problemine ilişkin çözümleri

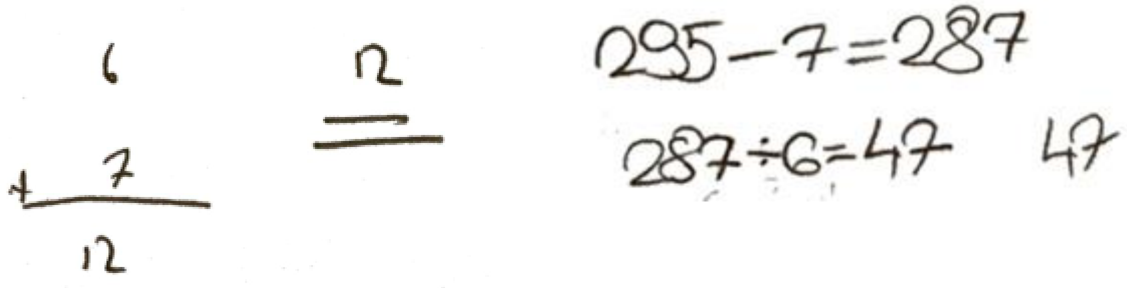
Tablo 15’e göre, PÇT’nin altıncı probleminde son-testte ise dokuz öğrencinin çözümünün “yanlış” kategorisinde olduğu tespit edilmiştir. Bunun yanında problemi iki öğrenci “kısmen doğru” kategorisinde yanıtlarken beş öğrenci ise “doğru” kategorisinde yanıtlamıştır. Bu problemden alınan puanların ortalaması ön-test ve son test aşamasında eşit olmasına rağmen “yanlış” kategorisinde yanıtlayan öğrencilerin sayısının son-test aşamasında azaldığı görülmüştür. Ön-test aşamasında çözümü “yanlış” kategorisinde, son-testte ise “doğru” kategorisinde değerlendirilen İpek ile çözümü “yanlış” kategorisinde değerlendirilen Yurdagül'ün yanıtları Şekil 22'de verilmiştir. Yurdagül'ün çözümünde toplam yol uzunluğuna aracın hızının eklenip süre ile çarpılarak rastgele işlem yapılmıştır. Bu nedenle yapılan çözüm "yanlış" kategorisinde değerlendirilmiştir.



(a) İpek'in "doğru" yanıtı (b) Yurdagül'ün "yanlış" yanıtı

Şekil 22. İpek ve Yurdagül'ün son-testte PÇT'nin altıncı problemine ilişkin çözümleri

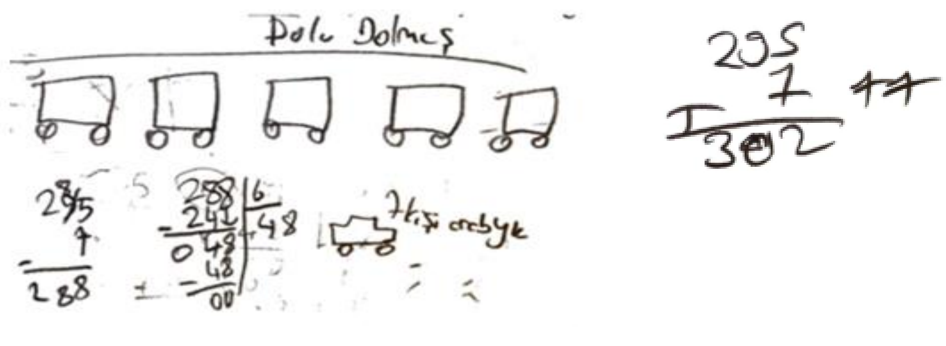
Tablo 15'e göre, öğrencilerin bir geziye otobüs ve otomobil ile taşınmasını konu edinen PÇT'nin yedinci probleminde ön-testte beş öğrenci çözüm yapmamışken, öğrencilerin yarısından fazlasının (10 öğrenci) "yanlış" kategorisinde yanıtlar verdiği belirlenmiştir. Buna karşın, diğer kategorilerde ise ikişer öğrenci yer almıştır. Bu problem öğrencilerin ön-test aşamasında PÇT'de de en fazla zorlandıkları ikinci problem olmuştur. "Yanlış" kategorisinde öğrencilerin yaygın olarak öğrenci sayısı ile otobüs sayısı arasındaki ilişkiyi çözümlerinde dikkate almadan rastgele aritmetiksel işlem yaptıkları belirlenmiştir. "Kısmen doğru" kategorisinde ise öğrencilerin işlem hataları yaparak doğru yanıta ulaşamadıkları görülmüştür. Bu probleme yönelik "yanlış" ve "kısmen doğru" kategorilerinde değerlendirilen Muammer ve Özgür'ün çözümleri Şekil 23'te verilmiştir. Problemin çözümünde otobüslerden birinin aldığı öğrenci sayısını bulmak için önce otomobil ile seyahat eden öğrenci sayısının toplam öğrenci sayısından çıkarılması gerekmektedir. Devamında geriye kalan öğrenci sayısının ise otobüs sayısına bölünmesi gerekmektedir. "Yanlış" kategorisinde değerlendirilen Muammer'in çözümünde otobüs sayısı ile otomobil ile seyahat eden öğrenci sayısı toplanmıştır. "Kısmen doğru" kategorisinde değerlendirilen Özgür'ün çözümünde ise aritmetiksel işlemler doğru şekilde belirlenmiş fakat otobüsle seyahat eden öğrenci sayısı bulunurken işlem hatası yapıldığı için cevap hatalı bulunmuştur.



(a) Muammer'in "yanlış" yanıtı (b) Özgür'ün "kısmen doğru" yanıtı

Şekil 23. Muammer ve Özgür'ün ön-testte PÇT'nin yedinci problemine ilişkin çözümleri

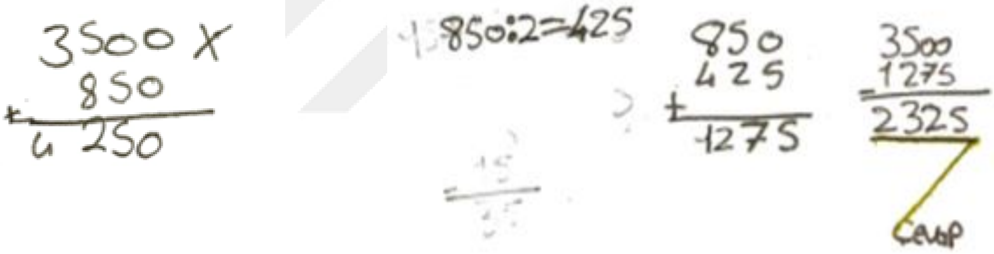
Tablo 15'e göre, PÇT'nin yedinci probleminde son-testte ise öğrencilerin yanıtlarının en çok "doğru" kategorisinde (9 öğrenci) yer aldığı belirlenmiştir. Bunun yanında, altı öğrencinin çözümünün "yanlış" ve dört öğrenci çözümünün ise "boş" kategorisinde olduğu belirlenmiştir. "Kısmen doğru" kategorisinde ise öğrenci çözümünün yer almadığı tespit edilmiştir. Bu problemden alınan puanların ortalaması ön-test aşamasında 1,05 iken, son-test aşamasında 1,74'e yükselmiştir. Bu yönüyle öğrencilerin son-test lehine problem çözme performanslarının artış gösterdiği anlaşılmaktadır. Örneğin, ön-test aşamasında çözümü "boş" kategorisinde son-testte ise "doğru" kategorisinde değerlendirilen İpek ile çözümü "yanlış" kategorisinde değerlendirilen Yurdagül'ün yanıtları Şekil 24'te verilmiştir. Yurdagül'ün çözümünde toplam öğrenci sayısından otomobil ile seyahat edecek yolcu sayısını çıkarması gerekirken verilen iki çokluğu topladığı belirlenmiştir.



(a) İpek'in "doğru" yanıtı (b) Yurdagül'ün "yanlış" yanıtı

Şekil 24. İpek ve Yurdagül'ün son-testte PÇT'nin yedinci problemine ilişkin çözümleri

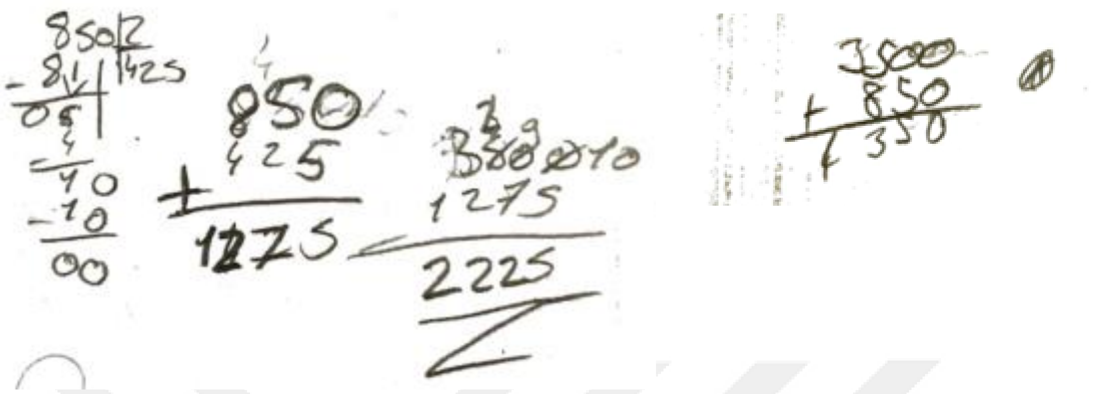
Tablo 15'e göre, maaştan yapılan harcamaları konu edinen PÇT'nin sekizinci probleminde ön-testte bir öğrenci çözüm yapmamışken, kalan öğrencilerin yedisi "yanlış" kategorisinde, altısı "kısmen doğru" kategorisinde ve beşinin "doğru" kategorisinde yanıtlar verdikleri belirlenmiştir. "Yanlış" kategorisinde öğrencilerin genelde gelir ve giderler arasındaki ilişkiyi doğru şekilde çözüme yansıtmadıkları belirlenmiştir. "Kısmen doğru" kategorisinde ise, öğrencilerin genellikle işlemleri doğru olarak belirleyip bazı aritmetiksel işlem hataları yaptıkları görülmüştür. Bu probleme yönelik "yanlış" ve "kısmen doğru" kategorilerinde değerlendirilen sırasıyla Ayşenur ve Mehmet'in çözümleri Şekil 25'te verilmiştir. "Yanlış" kategorisinde değerlendirilen Ayşenur'un çözümünde rastgele işlem yapılarak maaş ile kiranın toplandığı belirlenmiştir. "Kısmen doğru" kategorisinde değerlendirilen Mehmet'in çözümünde ise aritmetiksel işlemler doğru şekilde yürütülmüş fakat son işlemde maaşta geriye kalan para miktarı bulunurken işlem hatası söz konusudur.



(a) Ayşenur'un "yanlış" yanıtı (b) Mehmet'in "kısmen doğru" yanıtı

Şekil 25. Ayşenur ve Mehmet'in ön-testte PÇT'nin sekizinci problemine ilişkin çözümleri

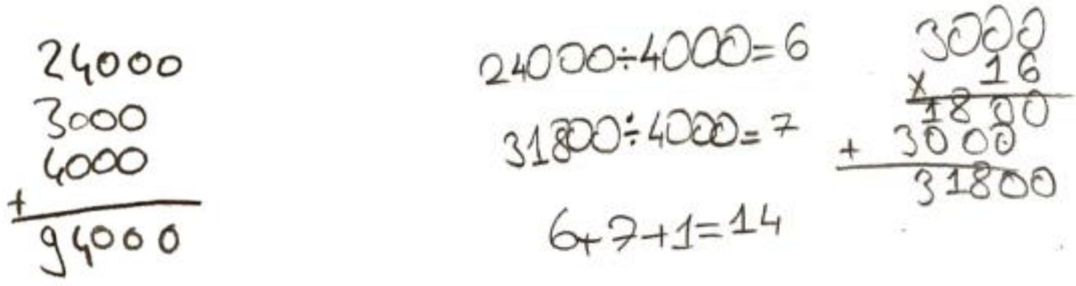
Tablo 15'e göre PÇT'nin sekizinci probleminde son-testte ise öğrencilerin çözümlerinin çoğunun "doğru" kategorisinde (12 öğrenci) olduğu tespit edilmiştir. Bu durum sekizinci maddeyi son-testin en çok "doğru" kategorisinde yanıtlanan etkinliği yapmıştır. Bunun yanında, problemi iki öğrenci "kısmen doğru" kategorisinde yanıtlarken dört öğrenci ise "yanlış" kategorisinde yanıtlamıştır. Bu problemden alınan puanların ortalaması ön-test aşamasında 1,79 iken, son-test aşamasında 2,32'ye yükselmiştir. Bu yönüyle öğrencilerin son-test lehine problem çözme performanslarının artış gösterdiği anlaşılmaktadır. Örneğin, ön-test aşamasında çözümü "kısmen doğru" kategorisinde, son-testte ise "doğru" kategorisinde değerlendirilen Mehmet ile çözümü "yanlış" kategorisinde değerlendirilen Hifa'nın yanıtları Şekil 26'da verilmiştir. Problemin çözümünde maaştan kira miktarının çıkarılması gerekirken, “yanlış” kategorisinde değerlendirilen Hifa’nın çözümünde maaş ile kira miktarının toplandığı belirlenmiştir.



(a) Mehmet’in “doğru” yanıtı (b) Hifa’nın “yanlış” yanıtı

Şekil 26. Mehmet ve Hifa’nın son-testte PÇT’nin sekizinci problemine ilişkin çözümleri

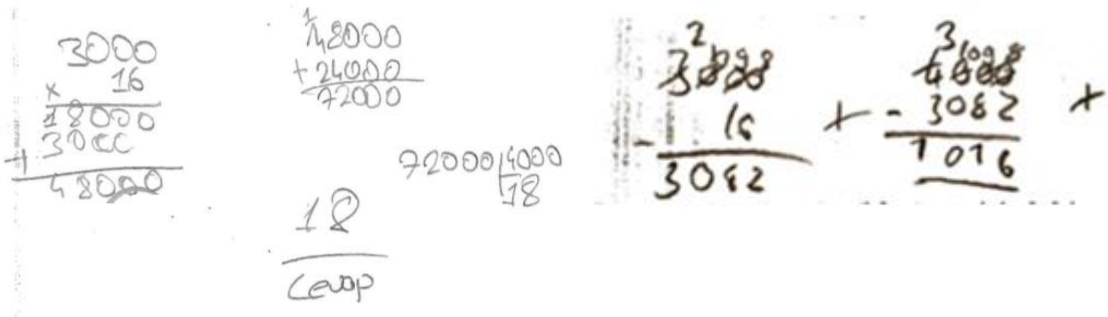
Tablo 15’e göre, otomobilin satın alınmasını konu edinen PÇT’nin dokuzuncu probleminde ön-testte üç öğrenci çözüm yapmamışken, yarısından fazlasının (11 öğrenci) “yanlış” kategorisinde yanıtlar verdikleri tespit edilmiştir. Buna karşın sadece bir öğrencinin yanıtı “doğru” kategorisinde değerlendirilmiştir. “Yanlış” kategorisinde öğrencilerin genel olarak problemdeki sayısal veriler arasındaki ilişkiyi dikkate almadan rastgele işlemler yaptıkları görülmüştür. “Kısmen doğru” kategorisinde ise doğru işlemlerin kullanıldığı fakat işlem hatalarından dolayı taksit sayısının yanlış hesaplandığı tespit edilmiştir. Bu probleme yönelik “yanlış” ve “kısmen doğru” kategorilerinde değerlendirilen sırasıyla Şirin ve Özgür’ün çözümleri Şekil 27‘de verilmiştir. “Yanlış” kategorisinde değerlendirilen Şirin’in çözümünde rastgele aritmetik işlem yapılarak problemde verilen sayıların toplandığı belirlenmiştir. “Kısmen doğru” kategorisinde değerlendirilen Özgür’ün çözümünde ise taksitle ödenen para miktarı bulunurken işlem hatası yapıldığı için işlem türleri doğru olmasına rağmen sonuç hatalı bulunmuştur.



(a) Şirin’in “yanlış” yanıtı (b) Özgür’ün “kısmen doğru” yanıtı

Şekil 27. Şirin ve Özgür’ün ön-testte PÇT’nin dokuzuncu problemine ilişkin çözümleri

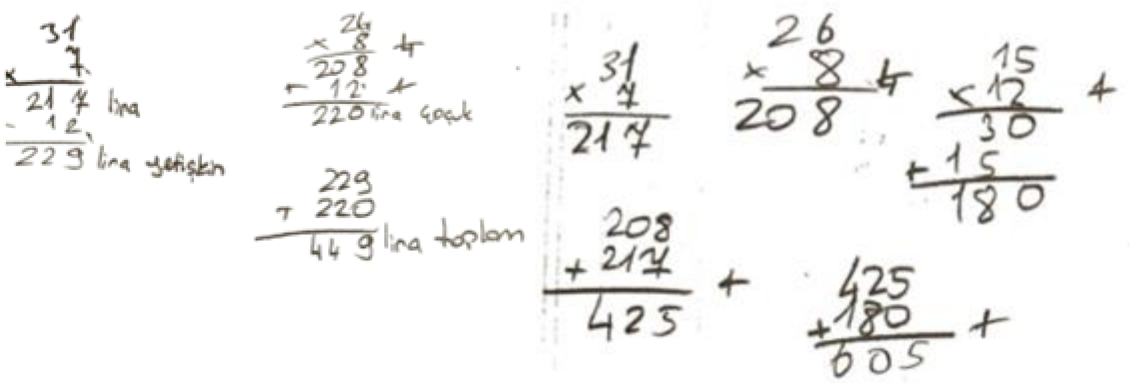
Tablo 15’e göre PÇT’nin dokuzuncu probleminde son-testte ise öğrencilerin yanıtlarının “doğru” ve “yanlış” yanıt kategorilerinde eşit sayıda (altışar öğrenci) dağılım gösterdiği tespit edilmiştir. Bunun yanında problemi iki öğrenci “kısmen doğru” kategorisinde yanıtlarken beş öğrenci ise “boş” kategorisinde yanıtlamıştır. Bu problemden alınan puanların ortalaması ön-test aşamasında 1,16 iken, son-test aşamasında 1,47’ye yükselmiştir. Bu yönüyle öğrencilerin son-test lehine problem çözme performanslarının artış gösterdiği anlaşılmaktadır. Örneğin, ön-test aşamasında çözümü “kısmen doğru” kategorisinde değerlendirilip son-testte çözümü “doğru” kategorisinde değerlendirilen Özgür ile çözümü “yanlış” kategorisinde değerlendirilen Beyzanur’un çözümleri Şekil 28‘de verilmiştir. Problemin çözümünde aylık taksit tutarı ile toplam taksit sayısının çarpılması gerekirken “yanlış” kategorisinde değerlendirilen Beyzanur’un çözümünde aylık taksit tutarından taksit sayısının çıkarıldığı belirlenmiştir.



(a) Özgür’ün “doğru” yanıtı (b) Beyzanur’un “yanlış” yanıtı

Şekil 28. Özgür ve Beyzanur’un son-testte PÇT’nin dokuzuncu problemine ilişkin çözümleri

Tablo 15'e göre, turist kafilesinin gün içindeki harcamalarını konu edinen PÇT'nin onuncu probleminde ön-testte öğrencilerin yaklaşık yarısı (9 öğrenci) "yanlış" kategorisinde, altı öğrenci ise "doğru" kategorisinde yanıt vermiştir. "Kısmen doğru" ve "boş" kategorilerinde ise ikişer öğrenci bulunmaktadır. PÇT'nin onuncu probleminde son-testte ise öğrencilerin çözümlerinin en çok "doğru" kategorisinde (11 öğrenci) yer aldığı tespit edilmiştir. Bunun yanında diğer öğrenci yanıtlarının ise "yanlış" ve "boş" kategorilerinde benzer şekilde dağılım gösterdiği tespit edilmiştir. Ön-test ve son-testte "yanlış" kategorisindeki yanıtlarda öğrencilerin genel olarak problemdeki nicelikler arasındaki ilişkileri dikkate almadan problemde yazılan sayıları topladığı belirlenmiştir. "Kısmen doğru" kategorisindeki yanıtlarda ise öğrenciler genellikle toplam harcanan parayı bulurken ya sadece tatil yöresi için harcanan parayı ya da sadece sinema için harcanan parayı hesapladıkları belirlenmiştir. Bu problemden alınan puanların ortalaması ön-test aşamasında 1,63 iken, son-test aşamasında 2,05'e yükselmiştir. Bu yönüyle öğrencilerin son-test lehine problem çözme performanslarının artış gösterdiği anlaşılmaktadır. Örneğin, ön-test aşamasında çözümü "kısmen doğru" kategorisinde değerlendirilip son-testte çözümü "doğru" kategorisinde değerlendirilen Medine'nin çözümleri Şekil 29'da verilmiştir. Ön-testte "kısmen doğru" kategorisinde değerlendirilen Medine'nin çözümünde toplam harcanan parayı bulurken sadece tatil yöresi için harcanan parayı hesapladığı belirlenmiştir.



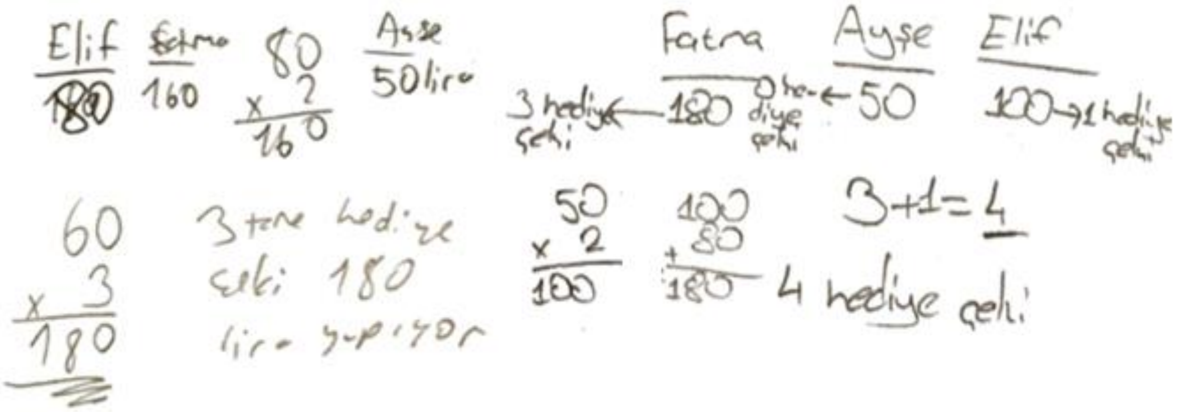
(a) Medine'nin ön-testte "kısmen doğru" yanıtı

(b) Medine'nin son-testte "doğru" yanıtı

Şekil 29. Medine'nin ön-test ve son-testte PÇT'nin 10. problemine ilişkin çözümleri

Tablo 15'e göre, alışverişe çıkan üç kişinin harcadıkları paraya göre kazandıkları hediye çeklerini konu edinen PÇT'nin on birinci probleminde ön-testte altı öğrenci çözüm yapmamışken, yedi öğrencinin yanıtlarının "yanlış" kategorisinde yer aldığı belirlenmiştir.

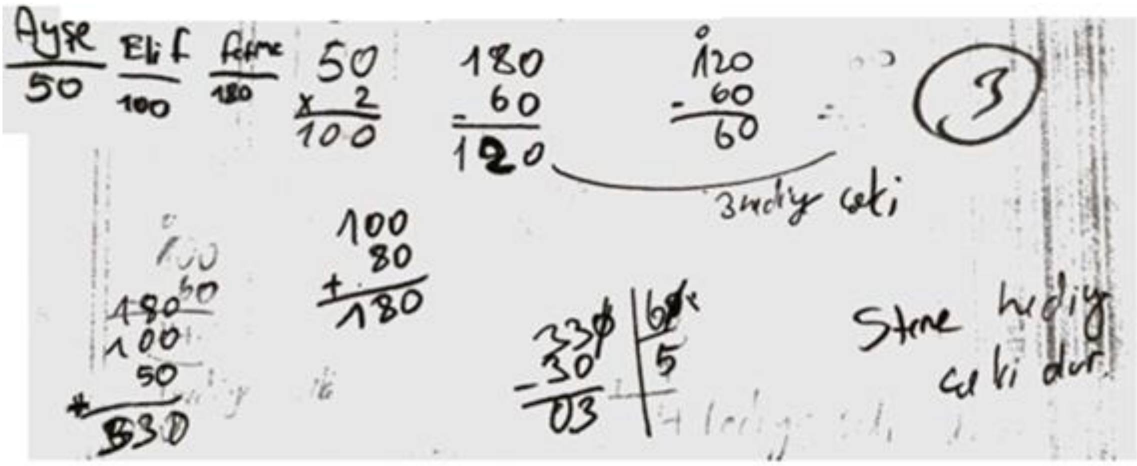
“Kısmen doğru” ve “doğru” kategorilerinde ise üçer öğrenci yanıtı yer almıştır. “Yanlış” kategorisinde öğrencilerin genel olarak problemdeki nicelikler arasındaki ilişkileri dikkate almadan problemde yazılan sayılarla rastgele işlemler yaptıkları belirlenmiştir. “Kısmen doğru” kategorisinde ise öğrenciler genellikle problemde üç kişinin birlikte harcama yaptıklarının özellikle belirtilmesine rağmen hediye çeklerini her kişi için ayrı ayrı hesaplamışlardır. Bu probleme yönelik “yanlış” ve “kısmen doğru” kategorilerinde değerlendirilen sırasıyla İpek ve Özgür’ün çözümleri Şekil 30‘da verilmiştir. “Yanlış” kategorisinde değerlendirilen İpek’in çözümünde problemdeki veriler arasındaki ilişkilerin hatalı olarak çözüme aktarılıp kişilerin harcamalarının yanlış hesaplandığı belirlenmiştir. “Kısmen doğru” kategorisinde değerlendirilen Özgür’ün çözümünde ise Elif ve Fatma’nın harcadıkları para miktarları doğru olarak hesaplanmış fakat hediye çekleri her kişi için ayrı ayrı hesaplandığı için sonucun hatalı olduğu belirlenmiştir.



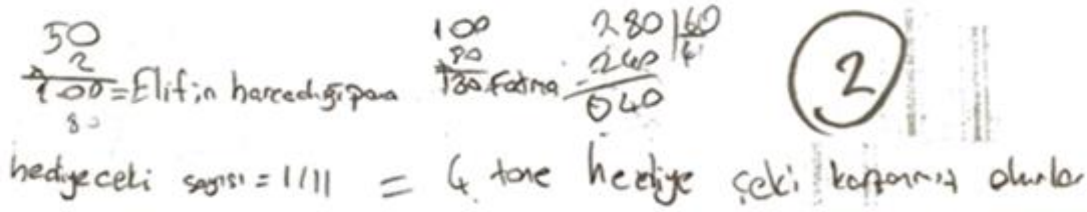
(a) İpek’in “yanlış” yanıtı (b) Özgür’ün “kısmen doğru” yanıtı

Şekil 30. İpek ve Özgür’ün ön-testte PÇT’nin 11. problemine ilişkin çözümleri

Tablo 15’e göre, PÇT’nin on birinci probleminde son-testte ise öğrencilerin çözümlerinin en çok “doğru” kategorisinde (altı öğrenci) yer aldığı belirlenmiştir. Bunun yanında diğer öğrenci yanıtlarının ise “kısmen doğru” ve “yanlış” kategorilerinde eşit şekilde (beşer öğrenci) dağılım gösterdiği tespit edilmiştir. Bu problemden alınan puanların ortalaması ön-test aşamasında 1,16 iken, son-test aşamasında 1,74’e yükselmiştir. Bu yönüyle öğrencilerin son-test lehine problem çözme performanslarının artış gösterdiği anlaşılmaktadır. Örneğin, ön-test aşamasında çözümü “yanlış” kategorisinde son-testte ise “doğru” kategorisinde değerlendirilen İpek ile çözümü “kısmen doğru” kategorisinde değerlendirilen Münevver'in çözümleri Şekil 31'de verilmiştir. "Kısmen doğru" kategorisinde değerlendirilen Münevver'in çözümünde Elif ve Fatma'nın harcadıkları para miktarları doğru olarak hesaplanmış fakat hediye çeki sayısı bulunurken Ayşe'nin yaptığı harcamanın toplam miktara dahil edilmediği belirlenmiştir.



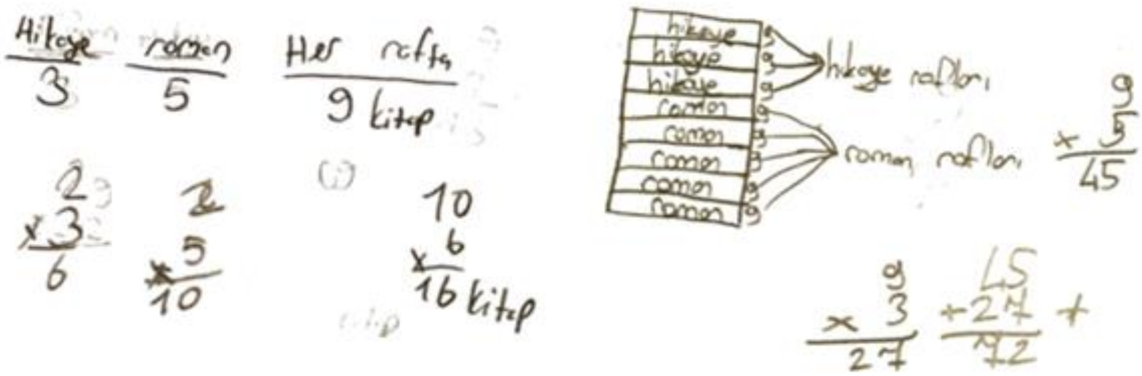
(a) İpek'in "doğru" yanıtı



(b) Münevver'in "kısmen doğru" yanıtı

Şekil 31. İpek ve Münevver'in son-testte PÇT'nin 11. problemine ilişkin çözümleri

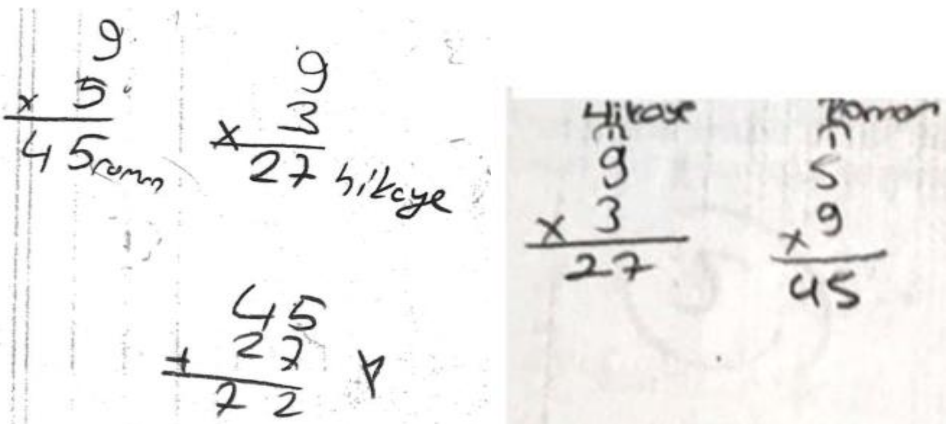
Tablo 15'e göre, raflardaki kitapların sayısını konu edinen PÇT'nin on ikinci probleminde ön-testte "doğru" ve "yanlış" kategorilerinde sekizer öğrenci çözümü yer almıştır. "Kısmen doğru" kategorisinde ise sadece bir öğrenci çözüm yapmıştır. Bu problem, PÇT'nin birinci probleminden sonra en yüksek performans gösterilen problemlerden birisi olmuştur. "Yanlış" kategorisinde öğrencilerin fazla veri olarak verilen kitap türü sayısı ile kitap türlerine ait raf sayılarını çarptıkları belirlenmiştir. Bu durumu örneklendiren ve "yanlış" kategorisinde değerlendirilen İpek'in çözümü ile "doğru" kategorisinde değerlendirilen Medine'nin çözümü Şekil 32'de verilmiştir.



(a) İpek'in "yanlış" yanıtı (b) Medine'nin "doğru" yanıtı

Şekil 32. İpek ve Medine'nin ön-testte PÇT'nin 12. problemine ilişkin çözümleri

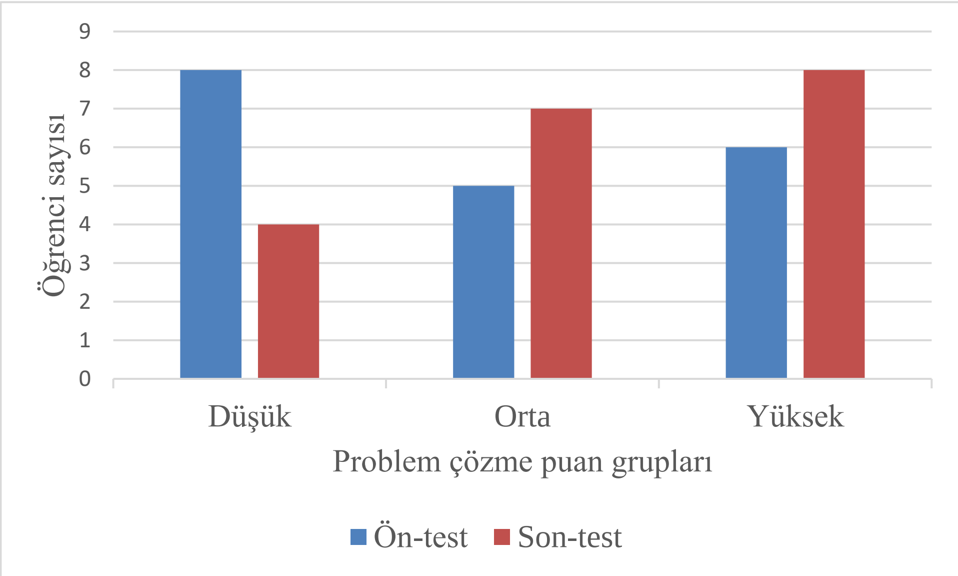
Tablo 15'e göre PÇT'nin on ikinci probleminde son-testte ise öğrencilerin yanıtlarının yarısından fazlası "doğru" kategorisinde (10 öğrenci) yer almıştır. "Kısmen doğru" ve "yanlış" kategorilerinde ise ikişer öğrencinin yanıtlarının yer aldığı tespit edilmiştir. Bu problemden alınan puanların ortalaması ön-test aşamasında 1,79 iken, son-test aşamasında 1,89'a yükselmiştir. Bu yönüyle öğrencilerin son-test lehine problem çözme performanslarının artış gösterdiği anlaşılmaktadır. Örneğin, ön-test aşamasında çözümü "yanlış" kategorisinde son-testte ise "doğru" kategorisinde değerlendirilen İpek ile çözümü "kısmen doğru" kategorisinde değerlendirilen Sema'nın çözümleri Şekil 33'te verilmiştir. "Kısmen doğru" kategorisinde değerlendirilen Sema'nın çözümünde hikâye ve roman sayısının ayrı ayrı hesaplandığı fakat toplam kitap sayısının hesaplanmadığı belirlenmiştir.



(a) İpek'in "doğru" yanıtı (b) Sema'nın "kısmen doğru" yanıtı

Şekil 33. İpek ve Sema'nın son-testte PÇT'nin 12. problemine ilişkin çözümleri

Ortaokul altıncı sınıf öğrencileri ön-test ve son-test aşamasında PÇT'den almış oldukları puanlara göre "düşük", "orta" ve "yüksek" şeklinde üç gruba ayrılmışlardır. Bu düzeylerde ön-test ve son-testte yer alan öğrenci sayılarına ilişkin grafik Şekil 34'te verilmiştir.



Şekil 34. Öğrencilerin PÇT'den almış oldukları puanlara göre dağılımları

Şekil 34'e göre, ön-test aşamasında üç grupta yer alan öğrenci sayıları birbirine yakın dağılım sergilemiştir. Buna karşın, en fazla öğrenci "düşük" düzeyde yer almıştır. Son-test aşamsında ise "düşük" düzeydeki öğrenci sayısının azalış gösterdiği, buna karşın diğer iki düzeydeki öğrenci sayılarının ise artış gösterdiği belirlenmiştir. Bu yönüyle öğrencilerin problem çözme performanslarının "düşük" düzeyden "orta" ve "yüksek" düzeye doğru bir gelişim gösterdiği anlaşılmaktadır. Bu gelişimin istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek amacıyla yapılan bağımlı gruplar t-testi sonuçları Tablo 16'da sunulmuştur.

Tablo 16. PÇT ön-test ve son-test puanlarının karşılaştırılmasına ilişkin sonuçlar

Testler	N	$\bar{X}$	Ss	Minimum	Maksimum	t	p
PÇT Ön-Test	19	17,11	9,11	4	33	-4,931	,000*
PÇT Son-Test	19	21,37	9,95	9	36		

*p değeri ,05 olarak alınmıştır.

Tablo 16'ya göre altıncı sınıf öğrencilerinin PÇT ön-test ve son-test puanlarının ortalamaları 36 puan üzerinden sırasıyla 17,11 ve 21,37'dir. PÇT'den ön-test aşamasında minimum 4 ve maksimumum 33 puan alınmışken, son-test aşamasında minimum puan 9'a ve maksimum puan 36'ya çıkmıştır. Bu sonuçlara göre, öğrencilerin PÇT ön-test aşamasına göre son-test aşamasında problem çözme performanslarını artırdıkları anlaşılmaktadır. PÇT ön-test ve son-test puanları arasında görülen farklılık istatistiksel olarak da son-test lehine anlamlıdır (t=-4,931, p=,000<,05, r=,76).

4.2. Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi'ne Dayalı Öğretimin Öğrencilerin Problem Kurma Performanslarının Gelişimi Üzerindeki Etkisine Yönelik Bulgular

Bu bölümde "doğal sayılarla işlemlere yönelik GAÖÇ'ye dayalı öğretimin ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin problem kurma performanslarının gelişimi üzerindeki etkisi nasıldır?" şeklindeki ikinci alt probleme ait bulgular sunulmuştur. Problem kurma performansı üzerindeki etkisi ise matematiksel geçerlik ve semantik karmaşıklık üzerinden açıklanmıştır.

4.2.1. Matematiksel Geçerlik Analizine Ait Bulgular

PKT'deki her bir etkinliğe verilen yanıtlar matematiksel geçerliği yönünden "problem yazılmamış ya da günlük yaşamla ilişkilendirilmemiş", "veri setine uygun değil", "çözülemez matematik problemi" ve "çözülebilir matematik problemi" şeklinde dört dereceli bir rubrikle puanlandırılmıştır. On dokuz altıncı sınıf öğrencisinin ön-test aşamasında her bir etkinlikten almış oldukları puanlara göre dağılımları ve her bir erkinliğin puan ortalaması Tablo 17'de verilmiştir.

Tablo 17. Matematiksel geçerliğine göre ön-test ve son-test aşamasında PKT'den alınan puanlara ait dağılım

Maddeler	Puan türleri									
	B/GYİD (0-puan)		VSUD (1-puan)		ÇzMP (2-puan)		ÇrMP (3-puan)		Ortalama puan	
	ÖT	ST	ÖT	ST	ÖT	ST	ÖT	ST	ÖT	ST
Etkinlik 1	5	3	5	7	1	0	8	9	1,63	1,79

Tablo 17 (devamı). Matematiksel geçerliğine göre ön-test ve son-test aşamasında PKT'den alınan puanlara ait dağılım

Etkinlik 2	6	2	8	9	0	0	5	8	1,21	1,74
Etkinlik 3	5	2	7	8	6	8	1	1	1,15	1,42
Etkinlik 4										
Problem a*	3	1	10	10	0	0	6	8	1,47	1,79
Problem b	4	0	10	12	0	1	5	6	1,32	1,68
Etkinlik 5										
Problem a	0	1	9	3	2	3	8	12	1,95	2,37
Problem b	2	1	9	4	3	1	5	13	1,58	2,37
Problem c	2	3	7	3	4	2	6	11	1,74	2,11
Etkinlik 6										
Problem a	1	0	13	7	1	2	4	10	1,42	2,16
Problem b	2	0	10	7	0	3	7	9	1,63	2,11
Problem c	2	2	12	6	1	1	4	10	1,37	2,00
Etkinlik 7										
Problem a	5	1	3	3	3	1	8	14	1,74	2,47
Problem b	6	2	2	2	1	2	10	13	1,79	2,37

Not: Etkinlik 4-Problem a =PKT'deki dördüncü etkinliğe kurulan birinci problem, B/GYİD=, problem yazılmamış ya da günlük yaşamla ilişkilendirilmemiş,; VSUD= veri setine uygun değil, ÇzMP= çözülemez matematik problemi ÇrMP= çözülebilir matematik problemi, ÖT=ön-test ve ST= son-test.

Tablo 17'ye göre, PKT'nin birinci etkinliğinde, öğrencilerden çözümünde $1590 - ■ = 428$ işlemini de içeren problem yazmaları istenmiştir. Ön-testte öğrencilerin yarısından fazlasının kurduğu problemler "VSUD" veya "B/GYİD" kategorilerinde yer almıştır. Buna karşın, sekiz öğrenci ise bu etkinlikten en yüksek puanı almıştır. "VSUD" kategorisinde öğrenciler yaygın şekilde $1590 - ■ = 428$ işlemi yerine $1590 - 428 = ?$ işlemine yönelik problemler yazmışlardır. "B/GYİD" kategorisinde ise öğrenciler günlük hayatla ilişkili olmayan ya da verilen sembolik işlemin sonucunun bulunmasını isteyen yanıtlar vermişlerdir. Son-testte ise öğrencilerin birinci maddeye yönelik kurdukları problemler incelendiğinde öğrencilerin yarısına yakınının "ÇrMP" kategorisinde problem kurup tam puan aldıkları belirlenmiştir. Bunun yanında, yedi öğrenci "VSUD" kategorisinde ve üç öğrenci ise "B/GYİD" kategorisinde problem kurmuştur. "ÇzMP" kategorisinde ise hiçbir öğrenci problem yazmamıştır. Ön-testte PKT'nin birinci etkinliğinde "VSUD" ve "B/GYİD" kategorilerinde değerlendirilen Yurdagül ve Şirin'in yanıtları şu şekildedir:

> 1590 armutun 428 tanesini komşu aldı. Geriye kaç armut kaldı? (Yurdagül, VSUD)

1590 neyi çıkartırsak 428 kalır? (Şirin, B/GYİD)

Yurdagül'ün yanıtında $1590 - \blacksquare = 428$ işlemi yerine $1590 - 428 = ?$ işlemini kullanarak problem yazmıştır. Bu yönüyle etkinlikteki veriler dikkkate alınmadığı için "VSUD" kategorisinde değerlendirilmiştir. Şirin'in yazdığı problem ise günlük hayatla ilişkili olmayan ve verilen sembolik işlemin sonucunun bulunmasını isteyen bir bir durum olduğu için "B/GYİD" kategorisinde değerlendirilmiştir.

PKT'nin birinci etkinliğinden alınan puanların ortalaması ön-test aşamasında 1,63 iken, son-test aşamasında 1,79'a yükselmiştir. Bu yönüyle öğrencilerin son-test lehine problem kurma performanslarının artış gösterdiği anlaşılmaktadır. Örneğin, PKT ön-testte problemi "B/YİGD" kategorisinde değerlendirilen Şirin son-testte "ÇrMP" kategorisinde problem kurmuştur. Son-testte bu maddeye yönelik "VSUD" ve "ÇrMP" kategorilerinde değerlendirilen Ayşenur ve Şirin'in yanıtları şu şekildedir:

Benim 1590₺ var. Sonradan annem 428₺ daha verdi. Benim kaç liram oldu? (Ayşenur, VSUD)

Babam eve yeni mobilya aldı. Bu mobilya için babam 1590₺ verdi ve mobilyacı bize 428₺ geri verdi. Buna göre mobilya kaç ₺ tutumuştur? (Şirin, ÇrMP)

Ayşenur'un yazdığı problemin çözümünde 1590₺ ile 428₺'nin toplanması gerekmektedir. Oysa etkinlikte $1590 - \blacksquare = 428$ işlemini içeren problem yazılması istenmektedir. Bu yönüyle etkinlikteki veriler dikkkate alınmadığı için "VSUD" kategorisinde değerlendirilmiştir. Şirin'in yazdığı problem ise etkinlik yönergesine uygun olup çözümüde $1590 - \blacksquare = 428$ işlemine yer verilen ve mevcut verilerle çözülebilen bir problem olduğu için "ÇrMP" kategorisinde yer almıştır.

Tablo 17'ye göre, PKT'nin ikinci etkinliğinde öğrencilerden çözümünde $15 \times 4 = 60$ ve $100 - 60 = 40$ işlemlerini de içeren günlük yaşamla ilişkili bir problem kurmaları istenmiştir. Ön-testte PKT'deki maddelerden alınan puanların ortalamaları dikkate alındığında, bu etkinliğin öğrencilerin en fazla zorlandığı durumlardan biri olduğu görülmektedir. Bu maddede öğrencilerin altısı "B/GYİD" kategorisinde ve sekizi ise

"VSUD" kategorisinde yanıt vermiştir. Bu maddede beş öğrenci tam puan almıştır. "VSUD" kategorisinde öğrencilerin kurdukları problemlerde işlemlerdeki sayıların bazılarını veya tamamını kullanmadıkları veya aynı anda iki işlemi barındıracak şekilde problemler yazamadıkları belirlenmiştir. "B/GYİD" kategorisinde ise öğrenciler boş yanıtlardan ziyade günlük yaşamla ilişkilendirilmeyen ifadeler kullandıkları görülmüştür. Son-testte ise öğrencilerin ikinci maddeye yönelik kurdukları problemler incelendiğinde sekiz öğrenci "ÇrMP" kategorisinde problem kurup tam puan almıştır. "VSUD" kategorisinde dokuz öğrenci, "B/GYİD" kategorisinde ise sadece iki öğrenci problem kurmuştur. Ön-testte bu maddeye yönelik "VSUD" ve "B/GYİD" kategorilerinde değerlendirilen Münevver ve Sümeyra'nın yanıtları şu şekildedir:

> 15 tane elmam vardı. 4 kişinin her biri bana 15 elma verdi. 100 elma da ağaçtan topladım. Önceki elmalarımın hepsini yedim. Kaç elmam kalmıştır? (Münevver, VSUD)

> Özgür matematik dersinde öğretmene şu soruyu somuştur: $15x40 = 60, 100 - 60 = 40$ demiş ve cevabı doğru mu diye sormuş. Sizce Özgür'ün cevabı doğru mu? (Sümeyra, B/GYİD)

Münevver'in yazdığı problemde "önceki elmalarımın hepsini yedim" ifadesinde ne kastedildiği tam olarak anlaşılmadığı için ve problemin çözümünde etkinlikteki işlemleri karşılamadığı için "VSUD" kategorisinde değerlendirilmiştir. Sümeyra'nın yazdığı problem ise günlük hayatla ilişkili olmayan ve verilen sembolik işlemin sonucunun bulunmasını isteyen bir durum olduğu için "B/GYİD" kategorisinde yer almıştır.

PKT'nin ikinci etkinliğinde alınan puanların ortalaması ön-test aşamasında 1,21 iken, son-test aşamasında 1,74'e yükselmiştir. Bu yönüyle öğrencilerin son-test lehine problem kurma performanslarının artış gösterdiği anlaşılmaktadır. Örneğin, PKT ön-testte problemi "VSUD" kategorisinde değerlendirilen Münevver, son-testte "ÇrMP" kategorisinde problem kurmuştur. Son-testte bu maddeye yönelik "ÇrMP" kategorisinde değerlendirilen Mehmet ve Münevver'in yanıtları şu şekildedir:

Ahmet oynadığı misket oyununda 15 misketlen gidip 15 misketin 4 katını arkadaşlarından kökmüştür. Evde de 100 tane misketi vardır. Eve gidip 60 tane mşsketş saklamıştır. Sonra da misketlerinin yerini hatırlayamamıştır. 100 misketten 60 misketi kaybettiğine göre kaç misketi kalmıştır? (Mehmet, ÇrMP)

Medine kilosu 4₺ olan elmadan 15 kg almıştır. Kasaya 100 ₺ ödemiştir. Buna göre Medine'nin kaç ₺'si kalmıştır? (Münevver, ÇrMP)

Mehmet ve Münevver'in yazdıkları problemler çözümünde $15 \times 4 = 60$ ve $100 - 60 = 40$ işlemlerini de içeren günlük yaşamla ilişkili bir problem olup mevcut verilerle çözümleri de yapılabildiği için "ÇrMP" kategorisinde yer almıştır.

Tablo 17'ye göre, PKT'nin üçüncü etkinliğinde öğrencilerden çözümünde sadece $1800 - 300 = 1500$ ve $1500 \div 3 = 500$ işlemlerini kullanmayı gerektiren ve cevabı 500 olan bir günlük hayat problemi yazmaları istenmiştir. Bu maddede, yine öğrencilerin en fazla zorlandıkları bir diğer etkinlik olmuştur. Bu maddede, beş öğrenci "B/GYİD", altı öğrenci "ÇzMP" kategorilerinde yanıtlar verirken yedi öğrenci yanıtının "VSUD" kategorisinde olduğu tespit edilmiştir. Buna karşın sadece bir öğrenci "ÇrMP" kategorisinde problem kurmuştur. Son-testte ise öğrencilerin üçüncü maddeye yönelik kurdukları problemler incelendiğinde sekiz öğrencinin "ÇzMP" kategorisinde problem kurdukları belirlenmiştir. Bu yönüyle üçüncü madde, son-testin en çok "ÇzMP" kategorisinde problem kurulan etkinliği olmuştur. Bunun yanında "VSUD" kategorisinde sekiz öğrenci, "B/GYİD" kategorisinde iki ve "ÇrMP" kategorisinde ise bir öğrencinin problem kurduğu belirlenmiştir. "ÇzMP" kategorisinde genel olarak öğrencilerin bölme işlemindeki eşit paylaşıma dikkat etmedikleri görülmüştür. Ön-testte PKT'nin ikinci etkinliğinde "VSUD" ve "B/GYİD" kategorilerinde değerlendirilen İpek ve Şirin'in yanıtları şu şekildedir:

Sümeyra ile Sema 2000 lirası ile manava gitmişlerdir. 1800 lira ile armut, elma, kiraz, muz, portakal, 300 lira ile ise akşam için bakkaldan çekirdek, içecek birşeyler aldılar. Sonra 500 lira ile ise mağazaya gidip kıyafet aldılar. Sizce onlara para kaldı mı? (İpek, VSUD)

1800'den neyi çıkartırsak cevap 1500 kalır? (Şirin, B/GYİD)

İpek'in yazdığı problemin çözümünde $1800 - 300 = 1500$ ve $1500 \div 3 = 500$ işlemleri yer almamaktadır. Oysa etkinlik yönergesinde özellikle bu işlemlerin çözümünde kullanılması gerektiği vurgulandığı için problem "VSUD" kategorsisinde yer almıştır. Şirin'in yazdığı problem ise günlük hayatla ilişkili olmayan ve verilen sembolik işlemin sonucunun bulunmasını isteyen bir durum olduğu için "B/GYİD" kategorisinde değerlendirilmiştir.

PKT'nin üçüncü etkinliğinde alınan puanların ortalaması ön-test aşamasında 1,15 iken, son-test aşamasında 1,42'ye yükselmiştir. Bu yönüyle öğrencilerin son-test lehine problem kurma performanslarının artış gösterdiği anlaşılmaktadır. Örneğin, PKT ön-testte problemi "VSUD" kategorisinde değerlendirilen İpek son-testte "ÇzMP" kategorisinde problem kurmuştur. Son-testte bu maddeye yönelik "VSUD" ve "ÇzMP" kategorilerinde değerlendirilen Sümeyra ve İpek'in yanıtları şu şekildedir:

> 1800 TL makineye 300 TL vermişler. Geriye 1500 lira kalmış. 3 ay boyunca 500 TL vermiş. Buna göre toplam kaç lira para vermiştir? (Sümeyra, VSUD)

> Ali Bey 1800 lira olan bir sehpa takımı için 300 lira pazarlık ederek indirim yaptırır. Geriye kalanı üç ayda öder. Buna göre aylık kaç lira verir? (İpek, ÇzMP)

Sümeyra'nın yazdığı problemde toplam verilen para miktarı sorulmaktadır. Problemin cevabı olan 1800 TL problem metninin içinde yer aldığı için "VSUD" kategorisinde değerlendirilmiştir. İpek'in yazdığı problemde ise "geriye kalanı üç ayda öder." ifadesinde bölme işlemindeki eşit paylaşıma dikkat edilmediği için "ÇzMP" kategorisinde değerlendirilmiştir.

Tablo 17'ye göre, verilen açık-uçlu hikâyeyi sayısal bir cevaba göre tamamlamayı amaçlayan PKT'nin dördüncü etkinliğinde hikâyede üç farklı dondurma fiyatı verilip öğrencilerden iki farklı sayısal cevaba yönelik problemler kurmaları istenmiştir. İlk olarak, öğrencilerden cevabı "100₺" olan bir problem kurmaları istenmiştir. Ön-testte öğrencilerin yarısından fazlasının kurduğu problemler "VSUD" kategorisinde yer almıştır. Buna karşın, altı öğrenci ise "ÇrMP" kategorisinde problem kurmuştur. "VSUD" kategorisinde öğrencilerin genel olarak etkinlikteki verileri kullanmayı gerektirmeyen ya da doğrudan veri setinden cevabın çekilebileceği problemler yazdıkları belirlenmiştir. Ön-testte problemleri "VSUD" ve "ÇrMP" kategorilerinde değerlendirilen Sema ve Özgür'ün yanıtları şu şekildedir:

> Aybüke'nin 100 telesi vardır. 50 tele yerse kaç telesi kalır ve 15 telelik te yerse kaç tele kalır? (Sema, VSUD)

> Aybüke 2 tane B dondurmasından, 3 tane C dondurmasından 1 tane de A dondurmasından almıştır. Kasaya kaç ₺ öder? (Özgür, ÇrMP)

Sema'nın kurduğu problemde "50 tele yerse kaç telesi kalır ve 15 telelik te yerse kaç tele kalır?" ifadesinin açık ve anlaşılır olmadığı tespit edilmiştir. Ayrıca problemde etkinlikteki verilere de yer verilmemiş olup "VSUD" kategorisinde değerlendirilmiştir. Özgür'ün yazdığı problemde ise etkinlikteki veriler kullanılmıştır. Ayrıca problem etkinlik yönergesindeki cevabı 100₺ olması şartını taşıyıp mevcut verilerle çözülebilen bir problem olduğu için "ÇrMP" kategorisinde değerlendirilmiştir.

PKT'nin dördüncü etkinliğinde öğrencilerin kurdukları problemler incelendiğinde, ön-testte "ÇrMP" kategorisinde ise altı öğrenci varken, son-testte bu sayı sekize çıkmıştır. İlk kurulan problemlerin puanlarının ortalaması ön-test aşamasında 1,47 iken, son-test aşamasında 1,79'a yükselmiştir. Bu yönüyle öğrencilerin son-test lehine problem kurma performanslarının artış gösterdiği anlaşılmaktadır. Son-testte bu maddeye yönelik "VSUD" ve "ÇrMP" kategorilerinde değerlendirilen sırasıyla Muammer ve Mehmet'in yanıtları şu şekildedir:

> Özgür bey hırka aldı 20 TL sonra ayakkabı aldı 50 TL sonra 30 TL mont aldı. Toplam kaç TL ödedi? (Muammer, VSUD)

> Aybüke A markadan 10₺'lik B markadan 15₺'lik C markadan 20₺'lik dondurma almıştır. Aybüke'nin cebinde 145 ₺'si olduğuna göre kaç ₺'si kalmıştır? (Mehmet, ÇrMP)

Muammer’in kurduğu problemin cevabı 100₺ olmasına rağmen etkinlikteki verilerden bağımsız bir problem olduğu için “VSUD” kategorisinde değerlendirilmiştir. Mehmet’in kurduğu problemde ise etkinlikteki veriler kullanılmıştır. Ayrıca problem etkinlik yönergesindeki cevabının 100₺ olması şartını taşıyıp mevcut verilerle çözülebilen bir problem olduğu için “ÇrMP” kategorisinde değerlendirilmiştir.

PKT’nin dördüncü etkinliğinde, ikinci olarak öğrencilerden cevabı “8 tane dondurma” olan bir problem kurmaları istenmiştir. Öğrencilerin yarısından fazlasının yanıtları “VSUD” kategorisinde yer almıştır. Dört öğrenci ise “B/GYİD” kategorisinde yanıt verirken, bu etkinlikten beş öğrenci tam puan alabilmiştir. Ön-testte bu maddeye yöenlik “VSUD” ve “ÇrMP” kategorilerinde değerlendirilen Mehmet ve Münevver’in yanıtları şu şekildedir:

> Aybüke kendisi ve arkadaşları için dondurma almaya gittiği markete 10 lirası vardır. Herkese 2 TL’lik aldığına göre kaç dondurma almıştır? (Mehmet, VSUD)

> Aybüke A dondurmasından 70 tane, B dondurmasından 62 tane almıştır. A dondurması B dondurmasından kaç dondurma fazladır? (Münevver, ÇrMP)

Mehmet’in kurduğu problem etkinlik yönergesindeki cevabının “8 tane dondurma” olması şartını sağlamadığı için “VSUD” kategorisinde değerlendirilmiştir. Münevver’in kurduğu problemde ise etkinlikteki veriler kullanılmıştır. Ayrıca problem etkinlik yönergesindeki cevabının “8 tane dondurma” olması şartını taşıyıp mevcut verilerle çözülebilen bir problem olduğu için “ÇrMP” kategorisinde değerlendirilmiştir.

PKT’nin dördüncü etkinliğinde öğrencilerin ikinci olarak kurdukları problemler incelendiğinde ön-test aşamasında “B/GYİD” kategorisinde dört öğrenci yanıt vermişken, son-test aşamasında bu kategoride öğrenci yanıt vermemiştir. “ÇrMP” kategorisinde ise ön-testte beş öğrenci bulunurken, son-test aşamasında sayı altıya yükselmiştir. Kurulan problemlerin ortalaması ön-test aşamasında 1,32 iken, son-test aşamasında 1,68’e yükselmiştir. Bu yönüyle öğrencilerin son-test lehine problem kurma performanslarının artış gösterdiği anlaşılmaktadır. Örneğin, yanıtı ön-testte “VSUD” kategorisinde değerlendirilen Mehmet son-testte “ÇrMP” kategorisinde problem kurmuştur. Son-testte bu maddeye yönelik “VSUD” ve “ÇrMP” kategorilerinde değerlendirilen Ayşenur ve Mehmet’in yanıtları şu şekildedir:

Aybüke yiyecek almaya gitti. A markette 65₺, B markette 16₺ C markette 20₺. Aybüke hangi marketten dondurma almıştır? (Ayşenur, VSUD)

Aybüke kendisi için dondurma aldığı markette A marka dondurma 10₺, B marka dondurma 15₺ ve C marka dondurma 20₺ olan dondurmalardan A markadan 3, B markadan 3 ve C markadan 2 tane dondurma almıştır. Buna göre kaç tane dondurma almıştır? (Mehmet, ÇrMP)

Ayşenur'un kurduğu problem etkinlikteki verilere yer vermeyen bir problem olduğu için "VSUD" kategorisinde değerlendirilmiştir. Mehmet'in kurduğu problemde ise etkinlikteki veriler kullanılmıştır. Ayrıca problem etkinlik yönergesindeki cevabının "8 tane dondurma" olması şartını taşıyıp mevcut verilerle çözülebilen bir problem olduğu için "ÇrMP" kategorisinde değerlendirilmiştir.

Tablo 17'ye göre, PKT'nin beşinci etkinliğinde satın alınan bir otomobilin ödeme planını konu edinen problemden hareketle üç günlük hayat problemi kurulması istenmiştir. Ön-testte kurulan ilk problemler incelendiğinde öğrencilerin yarısına yakınının "VSUD" kategorisinde problem kurdukları belirlenmiştir. Buna karşın sekiz öğrenci ise "ÇrMP" kategorisinde problem kurup tam puan almıştır. Ön-testte bu maddeye yönelik "VSUD" ve "ÇzMP" kategorilerinde değerlendirilen Ayşenur ve Sema'nın yantıları şu şekildedir:

Hakan Bey 50000 TL'ye aldığı otomobil için 20000 TL ödemiş. (Ayşenur, VSUD)

Hakan 20000 TL ödediği arabayı kaç ayda ödemeyi tamamlar? (Sema, ÇzMP)

Ayşenur'un kurduğu problem soru kökü içermediği için "VSUD" kategorisinde değerlendirilmiştir. Sema'nın kurduğu problemde ise sayısal veri olarak sadece Hakan'ın ödediği para miktarı belirtilmiştir. Problem etkinlikte verilen hikayeyle ilişkili olmasına rağmen mevcut verilerle çözümü için yeterli olmadığı için problem "ÇzMP" kategorisinde değerlendirilmiştir.

Tablo 17’ye göre, ön-testte PKT’nin beşinci etkinliğine yönelik kurulan ikinci problemler incelendiğinde öğrencilerin yarısına yakınının “VSUD” kategorisinde problem kurdukları belirlenmiştir. Buna karşın beş öğrenci ise “CrMP” kategorisinde problem kurup tam puan almıştır. “B/YGİD” kategorisinde iki, “ÇzMP” kategorisinde ise üç öğrencinin kurdukları problemler yer almıştır. “VSUD” kategorisinde öğrencilerin kurdukları problemlerde genel olarak soru kökü içermeyen ifadeler yazdıkları belirlenmiştir. “CzMP” kategorisinde ise öğrencilerin mevcut problemi basitleştirdikleri fakat eksik veri içeren problem kurdukları görülmüştür. Ön-testte bu maddeye yönelik “VSUD” ve “CzMP” kategorilerinde değerlendirilen Enes ve Sema’nın yanıtları şu şekildedir:

Hakan bey indirimde olan 50000 liralık arabayı alır 20 bin lira öder. (Enes, VSUD)

Hakan bey 50000 telelik arabayı taksitle kaç ayda öder? (Sema, ÇzMP)

Enes’in kurduğu problem soru kökü içermediği için “VSUD” kategorisinde değerlendirilmiştir. Sema’nın kurduğu problemde ise sayısal veri olarak sadece arabanın fiyatı belirtilmiştir. Problem etkinlikte verilen hikayeyle ilişkili olmasına rağmen mevcut verilerle çözümü olmadığı için “ÇzMP” kategorisinde değerlendirilmiştir.

Tablo 17’ye göre, ön-testte PKT’nin beşinci etkinliğine yönelik kurulan üçüncü problemler incelendiğinde daha çok “VSUD” ve “ÇrMP” kategorilerinde problemler kurulduğu belirlenmiştir. “VSUD” kategorisinde öğrencilerin kurdukları problemlerde genel olarak yönergede özellikle etkinlikteki problemle ilişkili olması gerektiği belirtilmesine rağmen hikâye ve sayısal veri olarak tamamen farklı problemler kurdukları ya da açık ve anlaşılır problem kurmadıkları belirlenmiştir. “ÇrMP” kategorisinde ise öğrencilerin genel olarak mevcut problemi basitleştirdikleri veya hikâyeyi değiştirmeden sayısal verileri değiştirdikleri görülmüştür. Ön-testte bu maddeye yönelik “VSUD” ve “ÇrMP” kategorilerinde değerlendirilen Yurdagül ve Mehmet’in yanıtları şu şekildedir:

26000 TL’ye bir tane elbise aldım. Geriye ne kadar param kaldı? (Yurdagül, VSUD)

Hakan bey 60 eşit taksitle bir otomobil almıştır. 12. taksitinde toplamda 10000₺ ödediğine göre kaç ₺ daha ödemelidir? (Kerem, ÇrMP)

Yurdagül yönergede özellikle etkinlikteki problemle ilişkili olması gerektiği belirtilmesine rağmen hikâye ve sayısal veri olarak tamamen farklı problem kurduğu için problemi "VSUD" kategorisinde değerlendirilmiştir. Kerem'in kurduğu problem ise otomobil satın almayı konu edindiği için etkinlikteki problem ile hikayesi ilişkilidir. Problem mevcut verilerle de çözülebildiği için "ÇrMP" kategorisinde değerlendirilmiştir.

PKT'nin beşinci etkinliğinde üç problem için ön-test aşamasında sırasıyla sekiz, beş ve altı öğrenci "ÇrMP" kategorisinde problem kurarken, son-testte bu sayılar sırasıyla 12, 13 ve 11 olmuştur. Bu etkinlikten alınan puanların ortalaması ön-test aşamasında sırasıyla 1,95, 1,58 ve 1,74 iken son test aşamasında sırasıyla 2,37, 2,37 ve 2,11 olmuştur. Bu yönüyle öğrencilerin son-test lehine problem kurma performanslarının artış gösterdiği anlaşılmaktadır. Örneğin, ön-testte problemleri "ÇzMP" ve "VSUD" kategorilerinde olan Sema, son-testte "ÇrMP" kategorisinde de problem kurmuştur. Son-testte bu maddeye yönelik "ÇrMP" kategorisinde değerlendirilen Sema, Hifa ve Betül'ün yanıtları şu şekildedir:

Sinan bey 50000₺'ye aldığı motor için 20000₺ ödemiş sinan bey geri kalan parası ile 40 eşit taksitle ödeyeceğine göre aylık ödemesi gereken takst kaç ₺'dir? (Sema, ÇrMP)

Bir kırtasiyede 50000 kalem, 20000 silgi vardır. Müşteriler gelip kalem ve silgilerden toplam 40 tane aldılar. Buna göre kalem ve silgi ne kadar kalmıştır? (Hifa, ÇrMP)

Sevgi'nin babası 75000₺ olan bir otomobil almıştır. Her ay 5000₺ ödemiştir. Sevgi'nin babası kaç ayda ödemiştir? (Betül, ÇrMP)

Sema ve Hifa etkinlikteki problemin sadece hikayesini değiştirerek sayısal verileri değiştirmeden problem kurmuşlardır. Bu yönüyle kurdukları problemler etkinlikteki problem ile ilişkili olup mevcut verilerle de çözülebildiği için "ÇrMP" kategorisinde değerlendirilmiştir. Betül'ün kurduğu problem ise otomobil satın almayı konu edindiği için etkinlikteki problem ile hikayesi ilişkilidir. Ayrıca problemde sayısal veriler farklılaştırılıp çözümündeki adım sayısı bakımından daha az işlemle çözümü yapılabilen bir problem elde edilmiştir. Problem mevcut verilerle de çözülebildiği için "ÇrMP" kategorisinde değerlendirilmiştir.

Tablo 17'ye göre, PKT'nin altıncı etkinliğinde öğrencilerden bir teknoloji mağazasının aylara göre sattığı teknolojik ürün sayısının yer aldığı sütün grafiğini kullanarak üç günlük hayat problemi kurmaları istenmiştir. Ön-testte kurulan ilk problemler incelendiğinde, on üç öğrencinin "VSUD" kategorisinde problem kurduğu belirlenmiştir. Bu yönüyle bu madde, ön-test aşamasında en çok "VSUD" kategorisinde problemin yazıldığı etkinliklerden biri olmuştur. "ÇzMP" ve "ÇrMP" kategorilerinde ise sırasıyla bir ve dört öğrenci yanıt vermiştir. Altıncı madde yönelik kurulan ikinci problemler incelendiğinde on öğrenci "VSUD" kategorisinde problem kurmuştur. Bunun yanında, "ÇrMP" kategorisinde yedi öğrenci ve "B/GYİD" kategorisinde ise iki öğrenci problem yazmıştır. Son olarak altıncı maddeye yönelik kurulan üçüncü problemler incelendiğinde on iki öğrenci "VSUD" kategorisinde problem kurmuşken, "ÇrMP" ve "B/GYİD" kategorisinde ise sırasıyla dört ve iki öğrenci problem yazmıştır. Ön-testte bu maddeye yönelik "VSUD" ve "ÇrMP" kategorilerinde değerlendirilen Özgür ve Betül'ün yanıtları şu şekildedir:

> Haziran ayında satılan ürünleri temmuz ayında satılan ürünlerle toplayıp çıkarınız. (Özgür, VSUD)

> Bir okul için haziranda tablet dağıtımı olmuştur. Tabletler yetmediği için temmuz ayında da tablet alınmıştır. Buna göre 2 ayda toplam kaç tablet alınmıştır? (Betül, ÇrMP)

Özgür'ün kurduğu problemdeki "toplayıp çıkarınız" ifadesi açık ve anlaşılır olmadığı için problem "VSUD" kategorisinde değerlendirilmiştir. Betül'ün kurduğu problem ise etkinlik yönergesine uygun olarak grafikteki veriler kullanılarak yazılmıştır. Mevcut verilerle çözümü mümkün olan bu problem "ÇrMP" kategorisinde değerlendirilmiştir.

PKT'nin altıncı etkinliğinde üç problem için ön-test aşamasında sırasıyla dört, yedi ve dört öğrenci "ÇrMP" kategorisinde problem kurarken, son-testte bu sayılar sırasıyla 10, 9 ve 10 olmuştur. Bu maddeden alınan puanların ortalaması ön-test aşamasında sırasıyla 1,42, 1,63 ve 1,37 iken son test aşamasında sırasıyla 2,16, 2,11 ve 2,00 olmuştur. Bu yönüyle öğrencilerin son-test lehine problem kurma performanslarının artış gösterdiği anlaşılmaktadır. Örneğin, yanıtı ön-testte “VSUD” kategorisinde değerlendirilen Özgür son-testte “ÇrMP” kategorisinde problem kurmuştur. Son-testte bu maddeye yönelik Özgür ve Ravza’nın yanıtları şu şekildedir:

> Haziran ayında satılan telefon, tablet ve bilgisayarların sayısının toplamı kaçtır? (Özgür, ÇrMP)

> Haziran ayında satılan tablet ve cep telefonlarının toplamı ile temmuz ayında satılan televizyonların toplamından ne kadar fazladır? (Ravza, ÇrMP)

Özgür ve Ravza’nın kurdukları problemler etkinlik yönergesine uygun olarak grafikteki veriler kullanılarak yazılmıştır. Mevcut verilerle çözümü mümkün olan bu problemler “ÇrMP” kategorisinde değerlendirilmiştir.

Tablo 17’ye göre, PKT’nin yedinci etkinliğinde öğrencilerden doğal sayılarla işlemleri gerektiren iki farklı problem kurmaları istenmiştir. Ön-testte bir ve ikinci yanıtlarında sırasıyla 8 ve 10 öğrenci “ÇrMP” kategorisinde problemler yazmışlardır. Buna karşın “B/GYİD” kategorisinde birinci ve ikinci yanıtlarda sırasıyla beş ve altı öğrencinin problemi yer almıştır. “ÇzMP” kategorisinde ise sırasıyla sadece üç ve bir öğrencinin yazdığı problemler yer almıştır. Ön-testte bu maddeye yönelik “B/GYİD”, “VSUD”, “ÇzMP” ve “ÇrMP” kategorilerinde değerlendirilen Sema, İpek, Yurdagül ve Özgür’ün yanıtları şu şekildedir:

> 100’den 72 çıkarırsak geriye kaç kalır? (Sema, B/GYİD)

> Ali marketten 1 dondurma alır. 1 dondurma 5 lira olduğuna göre kaç lira vermelidir? (İpek, VSUD)

> Benim 20 liram var. Kantinde 1 simit ve 1 tane de meyve suyu aldım. Geriye kaç lira kalır? (Yurdagül, ÇzMP)

Marka değer 100000 ₺ olan bir araca indirim yapılıyor. Bir adam 50000₺'yi peşin gerisini 5 taksitle ödüyor. 1 taksite 5000₺ verdiğine göre kaç ₺ indirim yapılmıştır? (Özgür, ÇrMP)

Sema'nın kurduğu problem günlük hayatla ilişkili olmayan ve verilen işlemin sonucunun bulunmasını isteyen bir durum olduğu için "B/GYİD" kategorisinde değerlendirilmiştir. İpek'in kurduğu problemde bir dondurmanın beş lira olduğu problem metninde verilip yine aldığı bir dondurmanın fiyatı istenmektedir. Problemin cevabı problemin hikayesinde yer aldığı için "VSUD" kategorisinde değerlendirilmiştir. Yurdagül'ün kurduğu problemde simit ve meyve suyu ile ilgili fiyat bilgisine yer verilmemiştir. Bu durumda mevcut verilerle problemin çözümü mümkün olmadığı için problem "ÇzMP" kategorisinde değerlendirilmiştir. Özgür'ün kurduğu problem ise eksik veri içermeyip mevcut verilerle çözülebildiği için "ÇrMP" kategorisinde değerlendirilmiştir.

PKT'nin yedinci etkinliğinde iki problem için ön-test aşamasında "ÇrMP" kategorisinde sırasıyla sekiz ve on problem kurulmuşken, son-testte bu sayılar sırasıyla 14 ve 13'e yükselmiştir. Bu maddeden alınan puanların ortalaması ön-test aşamasında sırasıyla 1,74 ve 1,79 iken son-test aşamasında sırasıyla 2,47 ve 2,37 olmuştur. Bu yönüyle öğrencilerin son-test lehine problem kurma performanslarının artış gösterdiği anlaşılmaktadır. Örneğin, ön-testte problemi "B/YGİD" kategorisinde değerlendirilen Sema son-testte "ÇrMP" kategorisinde problem kurmuştur. Son-testte bu maddeye yönelik Sema, Özgür ve Ravza'nın son-testte yanıtları şu şekildedir:

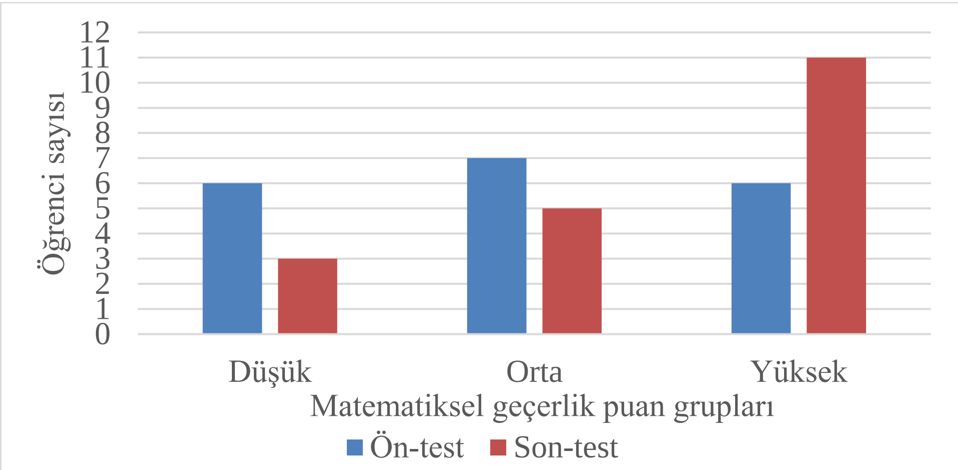
Bir kadın kendi için 50₺'lik elbise alır ve 20₺'lik pantolon alır. Toplam ne kadar tutar? (Sema, ÇrMP)

Ali'nin 25₺'si vardır. Ayşe'nin Ali'nin 2 katından 5₺ eksik parası vardır. Mehmet'in ise Ayşe'nin 3 katından 10₺ fazla parası vardır. Buna göre 3 kardeşin toplam kaç ₺'si vardır? (Özgür, ÇrMP)

Ravza'nın 50 ₺'si vardır. Arkadaşı İpek'in parası ise Ravza'nın parasının 2 katından 20₺ eksiktir. Ravza parasının 20₺'sini harcamıştır. İpek ise 30₺'sini harcamıştır. İkisinin kalan paralarının toplamı ne kadardır? (Ravza, ÇrMP)

Bu etkinlikte doğal sayıların kullanımı dışında herhangi bir sınırlamaya yer verilmemiştir. Sema, Özgür ve Ravza'nın kurduğu problemler eksik veri içermeyip mevcut verilerle çözülebildiği için "ÇrMP" kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ortaokul altıncı sınıf öğrencileri ön-test ve son-test aşamasında PKT'den almış oldukları matematiksel geçerlik puanlarına göre "düşük", "orta" ve "yüksek" şeklinde üç gruba ayrılmışlardır. Bu düzeylerde ön-test ve son-testte yer alan öğrenci sayılarına ilişkin grafik Şekil 35'te verilmiştir.



Şekil 35. Öğrencilerin PKT'den almış oldukları matematiksel geçerlik puanlarına göre dağılımları

Şekil 35'e göre ön-test aşamasında üç grupta yer alan öğrenci sayıları birbirine yakın dağılım sergilemiştir. Son-test aşamsında ise "düşük ve "orta" seviyesindeki öğrenci sayılarının azalış gösterdiği, buna karşın "yüksek" düzeydeki öğrenci sayısında belirgin bir artışın olduğu görülmüştür. Bu sonuçlar öğrencilerin ön-test aşamasına göre son-test aşamasında matematiksel yönden geçerli problemler kurma performanslarında artış olduğuna işaret etmektedir. Bu gelişimin istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek amacıyla yapılan bağımlı gruplar t-testi sonuçları Tablo 18'de verilmiştir.

Tablo 18. PKT ön-test ve son-test puanlarının matematiksel geçerliğine göre karşılaştırılması

Testler	N	$\overline{X}$	Ss	Minimum	Maksimum	t	p
PKT Ön-Test	19	20,00	11,842	1	38	4,713	,000*
PKT Son-Test	19	26,37	10,436	7	39		

*p değeri ,05 olarak alınmıştır.

Tablo 18'e göre altıncı sınıf öğrencilerinin PKT ön-test ve son-test matematiksel geçerlik puanlarının ortalamaları 39 puan üzerinden sırasıyla 20 ve 26,37'dir. PKT'den ön-test aşamasında minimum 1 ve maksimumum 38 puan alınmışken, son-test aşamasında minimum puan 7'ye ve maksimum puan 39'a çıkmıştır. Bu sonuçlara göre, öğrencilerin PKT ön-test aşamasına göre son-test aşamasında problem kurma performanslarını artırdıkları anlaşılmaktadır. PKT ön-test ve son-test puanları arasında görülen farklılık, bağımlı gruplar t-testi sonuçlarına göre de istatistiksel olarak son-test lehine anlamlıdır ($t=4,713$, $p=,000<,05$, $r=,74$).

4.2.2. Semantik Karmaşıklık Analizine Ait Bulgular

Ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin PKT'ye ön-test ve son-test aşamasında verdikleri "ÇrMP" kategorisindeki yanıtları semantik karmaşıklık yönünden de analiz edilmiştir. Öğrencilerin yanıtlarında tespit edilen semantik yapıların sayısı ve türüne ilişkin dağılımlar Tablo 19'da verilmiştir.

Tablo 19 incelendiğinde öğrencilerin ön-test aşamasında kurdukları problemlerde yaygın şekilde bir veya iki semantik yapı içeren problemler yazdıkları görülmektedir. Ön-test aşamasında bir problemde en fazla dört semantik yapı tespit edilmiştir. Son-test aşamasında ise yine bir ve iki semantik yapı içeren problemlerin ağırlıklı olarak yazıldığı görülmektedir. Fakat ön-test aşamasına göre son-test aşamasında iki ve üç semantik yapı içeren problem sayılarında artışın olduğu da dikkat çekmektedir. Bunun yanında, son-test aşamasında en fazla dört semantik yapı içeren problemler tespit edilmiştir.

Semantik yapı türleri incelendiğinde ise ön-test ve son-test aşamalarının her birinde öğrencilerin yaygın şekilde bir veya iki semantik yapı türü içeren problemler yazdıkları görülmektedir. Bunun yanında, bu kategorilerin her birinde son-test lehine semantik yapı türü sayılarında artış olduğu da gözlemlenmektedir. Bunun yanında, ön-test aşamasında bir problemde en fazla iki semantik yapı türü tespit edilmişken, son-test aşamasında üç semantik yapı türü içeren problemler de yazılmıştır.

Tablo 19. Ön- ve son-test aşamasında PKT'ye kurulan problemlerin semantik yapı sayısı ve türüne ilişkin dağılım

Maddeler	Yapı sayısı								Yapı türü					
	Bir yapı		İki yapı		Üç yapı		Dört yapı		Bir yapı türü		İki yapı türü		Üç yapı türü	
	ÖT	ST	ÖT	ST	ÖT	ST	ÖT	ST	ÖT	ST	ÖT	ST	ÖT	ST
Madde 1	8	9							8	9				
Madde 2			3	7	1	1	1				5	7		1
Madde 3	**Analize dahil edilmemiştir**													
Madde 4														
Problem 1	1	1	1	1		2	4	4	1	1	5	7		
Problem 2	5	6							5	6				
Madde 5														
Problem 1	3		5	11		1			3		5	11		1
Problem 2	1	3	4	10					1	4	4	9		
Problem 3	3	3	3	8					3	3	3	8		
Madde 6														
Problem 1	3	7		3	1				3	7	1	3		
Problem 2	6	5		1	1	3			7	7		2		
Problem 3	4	8		1		2			4	9		2		
Madde 7														
Problem 1	5	10		3	3	1			5	10	3	4		
Problem 2	7	9	1	0	2	3		1	8	9	2	3		1

Not: ÖT=Ön-test ve ST=Son-test

Bazı ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin ön-test aşamasında kurmuş oldukları problemlere ilişkin örnek yanıtlar ile içerdiği semantik yapı sayısı ve türüne ilişkin veriler Tablo 20'te sunulmuştur.

Tablo 20. Ön-test aşamasında PKT'ye kurulan örnek problemler ve semantik yapıları

No	Problemler	Semantik Yapı
1	Mert'in 100 lirası vardır. Bakkaldan 15₺'lik meşin toplardan 4 tane alıyor ve Mert'in geriye kaç ₺'si kalıyor? (Medine, PKT, Etkinlik 2)	BD/D
2	Aybüke 3 tane 10₺'lik dondurma 2 tane 15₺'lik dondurma 2 tane de 20 ₺'lik dondurma aldığına göre ne kadar öder? (Betül, PKT, Etkinlik 4/a)	BD/BD/BD/G
3	Aybüke A dondurmasından 70 tane, B dondurmasından 62 tane almıştır. A dondurması B dondurmasından kaç tane fazladır? (Münevver, PKT, Etkinlik 4/b)	K
4	Ceyda hanım 50000₺'ye aldığı telefonun 20000₺'sini ödemiştir. Geriye kalan parayı 40 eşit taksitle ödeyecek. Buna göre aylık kaç TL ödeyecek? (Şirin, PKT, Etkinlik 5/a)	D/BD
5	2 ayda satılan eşyaların toplamı ne kadardır? (Ravza, PKT, Etkinlik 6/c)	G
6	Bir cevizci 800 tane ceviz alıyor. Her kasaya 50 tane ceviz koyuyor. Cevizciye kaç kasa lazım olur? (Özgür, PKT, Etkinlik 7/a)	BD
7	Azra kırtasiye alışverişi için Çayeli'ne inmiştir. Ordan 10₺ olan defterlerden 9 tane, tanesi 6₺ olan kalemlerden de 3 tane almıştır. Kaç lira öder? (Ravza, PKT, Etkinlik 7/b)	BD/BD/G

Not: BD=Birlikte değişim, D=Değişim, G=Grup, K=Karşılaştırma

Tablo 20'ye göre, Medine'nin Etkinlik 2'deki probleminde yer verdiği "bakkaldan 15₺'lik meşin toplardan 4 tane alıyor" ifadesi her bir topun fiyatının sabit olduğuna işaret etmektedir. Bu nedenle "birlikte değişim" semantik yapısını içermektedir. Ayrıca problemdeki "Mert'in geriye kaç ₺'si kalıyor?" ifadesi başlangıçtaki para miktarı olan 100 ₺'deki değişime işaret etmektedir. Bu yönüyle problem "değişim" semantik yapısını da içermektedir. Dolayısıyla bu problem semantik yapı sayısı ve türü puanlarının her biri iki puan ile kodlanmıştır. Betül'ün Etkinlik 4/a'daki probleminde "3 tane 10₺'lik dondurma", "2 tane 15₺'lik dondurma" ve "2 tane de 20 ₺'lik dondurma" ifadelerinin her biri, ilgili markalarının dondurma fiyatlarının sabit olduğuna işaret etmektedir. Bu nedenle problemde üç tane "birlikte değişim" semantik yapısı bulunmaktadır. Ayrıca dondurmaların toplam fiyatını istenmesi nedeniyle, farklı çoklukların bir araya gelmesi söz konusu olduğundan "grup" semantik yapısındadır. Dolayısıyla bu problemin semantik yapı sayısı puanı dört iken, yapı türü puanı ikidir. Münevver'in Etkinlik 4/b'deki probleminde "A dondurması B dondurmasından kaç tane fazladır?" ifadesi farklı iki çokluğun kıyaslanmasına işaret etmektedir. Bu nedenle, "karşılaştırma" semantik yapısını içermektedir. Dolayısıyla bu problemin semantik yapı sayısı ve türü puanlarının her biri bir puan ile kodlanmıştır. Şirin'in Etkinlik 5/a'daki probleminde "Ceyda hanım 50000₺'ye aldığı telefonun 20000₺'sini ödemiştir." ifadesi çokluğun zaman içindeki farklılaşmasını ele aldığı için "değişim" semantik yapısındadır. Ayrıca "geriye kalan parayı 40 eşit taksitle ödeyecek." ifadesinde her bir taksit eşit miktarda olduğu için "birlikte değişim" semantik yapısındadır. Dolayısıyla bu problemin semantik yapı sayısı ve türü puanlarının her biri iki puan ile kodlanmıştır. Ravza'nın Etkinlik 6/c'deki probleminde "2 ayda satılan eşyaların toplamı" ifadesi farklı verilerin bir araya getirilmesini ele aldığı için "grup" semantik yapısındadır. Bu problemin semantik yapı sayısı ve türü puanlarının her biri bir puan ile kodlanmıştır. Özgür'ün Etkinlik 7/a'daki probleminde "her kasaya 50 tane ceviz koyuyor" ifadesi cevizlerin kasalara eş olarak paylaşılmasını ele aldığı için "birlikte değişim" semantik yapısındadır. Bu problemin semantik yapı sayısı ve türü puanlarının her biri bir puan ile kodlanmıştır. Son olarak, Ravza'nın Etkinlik 7/b'deki probleminde "10₺ olan defterlerden 9 tane" ve "tanesi 6₺ olan kalemlerden de 3 tane almıştır" ifadeleri aynı fiyattaki defterlerin ve kalemlerin toplam fiyatını ele aldığından "birlikte değişim semantik yapısındadır. Toplam ödenecek parayı sorması ise farklı verilerin bir araya getirilmesini ele aldığı için "grup" semantik yapısındadır. Dolayısıyla bu problem semantik yapı türü sayısı bakımından iki puan ve yapı sayısı bakımından ise üç puan ile kodlanmıştır.

Bazı ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin son-test aşamasında kurmuş oldukları problemlere ilişkin örnek yanıtlar ile içerdiği semantik yapı sayısı ve türüne ilişkin veriler Tablo 21'de sunulmuştur.

Tablo 21. Son-test aşamasında PKT'ye kurulan örnek problemler ve semantik yapıları

No	Problemler	Semantik Yapı
1	Ahmet oynadığı misket oyununda 15 misketlen gidip 15 misketin 4 katını arkadaşlarından kökmüştür. Evde de 100 tane misketi vardır. Eve gidip 60 tane misketi saklamıştır. Sonra misketlerin yerini hatırlayamamıştır. 100 misketinden 60 misketini kaybettiğine göre kaç misketi kalmıştır? (Mehmet, PKT, Etkinlik 2)	Yİ/D/G

Tablo 21 (devamı). Son-test aşamasında PKT'ye kurulan örnek problemler ve semantik yapıları

2	Aybüke 2 tane C dondurması, 2 tane B dondurması ve 3 tane de A dondurması aldıysa kaç fiyatlarına göre ne kadar öder? (Betül, PKT, Etkinlik 4/a)	BD/BD/BD/G
3	Serkan aldığı arabanın 20.000₺'sini ödemiştir. Geri kalan parayı ise ayda 6000₺ olmak üzere 5 taksitle almıştır. Buna göre arabanın fiyatı ne kadardır? (Betül, PKT, Etkinlik 5/a)	D/BD/G
4	Haziran ayında satılan tablet ve cep telefonlarının toplamı ile temmuz ayında satılan televizyonların toplamından ne kadar fazladır? (Ravza, PKT, Etkinlik 6/c)	G/K
5	Ali'nin 25 ₺'si vardır. Ayşe'nin Ali'nin 2 katının 5₺ eksik parası vardır. Mehmet'in ise Ayşe'nin 3 katından 10₺ fazla parası vardır. Buna göre 3 kardeşin kaç TL'si vardır? (Özgür, PKT, Etkinlik 7/a)	Yİ/Yİ/G
6	Ravza'nın 50₺'si vardır. Arkadaşı İpek'in Ravza'nın iki katının 10 eksiktir. Ravza parasının 20 ₺'sini harcamıştır. İpek ise 30₺'sini harcamıştır. İkisinin kalan paralarının toplamı nedir? (Ravza, PKT, Etkinlik 7/b)	Yİ/D/D/G
7	Mağazanın sattığı cep telefonları, televizyonların kaç eksiğidir? (Münevver, PKT, Etkinlik 6/c)	G/G/K

Not: BD=Birlikte değişim, D=Değişim, G=Grup, K=Karşılaştırma, Yİ=Yeniden ifade etme

Tablo 21'e göre, Mehmet'in Etkinlik 2'deki probleminde "Ahmet oynadığı misket oyununda 15 misketlen gidip 15 misketin 4 katını arkadaşlarından kökmüştür." ifadesi bir veriyi başka bir veri üzerinden ifade ettiği için "yeniden ifade etme" semantik yapısında değerlendirilmiştir. Problemde 100 misketinden 60 misketini kaybedilmesi birçokluğun zaman içindeki farklılaşmasını ele aldığı için "değişim" semantik yapısında ve kalan toplam misket sayısı ise farklı çoklukların birleştirilmesi olduğu için "grup" semantik yapısındadır. Dolayısıyla bu problemin semantik yapı sayısı ve türü puanlarının her biri üç puan ile kodlanmıştır. Betül'ün Etkinlik 4/a'ya kurduğu problemde "2 tane C dondurması", "2 tane B dondurması" ve "3 tane de A dondurması" ifadeleri aynı fiyattaki dondurmaların toplam fiyatını ele aldığı için ayrı ayrı "birlikte değişim" semantik yapısındadır. Problemdeki dondurmalar için harcanan para miktarı ise farklı çoklukların bir araya getirilmesinden dolayı "grup" semantik yapısındadır. Dolayısıyla bu problem semantik yapı türü sayısı bakımından iki puan ve semantik yapı sayısı bakımından ise dört puan ile kodlanmıştır. Yine Betül'ün Etkinlik 5/a'ya kurduğu problemde "Serkan aldığı arabanın 20.000₺'sini ödemiştir." ifadesi birçokluğun zaman içerisindeki farklılaşmasını ele aldığı için "değişim" kategorisinde, “Geri kalan parayı ise ayda 6000₺ olmak üzere 5 taksitle almıştır.” ifadesi eşit miktardaki taksitlerin bir araya gelmesini ifade ettiği için “birlikte değişim” kategorisindedir. Ayrıca arabanın fiyatının sorulması ise farklı çoklukların bir araya gelmesini ifade ettiği için “grup” kategorisinde değerlendirilmiştir. Dolayısıyla problem semantik yapı türü ve semantik yapı sayısı bakımından üç puan ile kodlanmıştır. Ravza’nın Etkinlik 6/c’deki probleminde “satılan tablet ve cep telefonlarının toplamı” ifadesi farklı çoklukların bir araya getirilmesi olduğu için “grup” semantik yapısında ve “tablet ve cep telefonlarının toplamı ile temmuz ayında satılan televizyonların toplamından ne kadar fazladır?” ifadesi ise farklı iki çokluğu kıyasladığı için “karşılaştırma” semantik yapısındadır. Ravza ön-testte Etkinlik 6/c’de sadece bir semantik yapı kullanırken son-testte iki farklı semantik yapı kullanmıştır. Ayrıca semantik yapı sayısı olarak da ön-testte bir yapıya yer verilirken son-testte iki yapıya yer verilmiştir.

Tablo 21’e göre, Özgür’ün Etkinlik 7/a’daki probleminde “Ayşe’nin Ali’nin 2 katının 5₺ eksik parası vardır.” ve “Mehmet’in ise Ayşe’nin 3 katından 10₺ fazla parası vardır.” ifadeleri birçokluğu başka birçokluk türünden ifade ettiği için “yeniden ifade etme” kategorisinde değerlendirilmiştir. Problemde üç kardeşin toplam parasının sorulması ise farklı çoklukların bir araya getirilmesine işaret olduğu için “grup” kategorisinde değerlendirilmiştir. Özgür ön-testte Etkinik 7/a’da sadece bir semantik yapı türü kullanırken son-testte iki farklı türde semantik yapı kullanmıştır. Ayrıca semantik yapı sayısı olarak da ön-testte bir yapıya yer verilirken son-testte üç yapıya yer verilmiştir. Ravza’nın Etkinlik 7/b’deki probleminde “arkadaşı İpek’in Ravza’nın iki katının 10 eksiktir.” ifadesi birçokluğu başka bir çokluk türünden ifade ettiği için “yeniden ifade etme” kategorisinde, “Ravza parasının 20 ₺’sini harcamıştır. İpek ise 30₺’sini harcamıştır.” ifadeleri birçokluğun zaman içindeki farklılaşmasını ele aldığı için “değişim” kategorisinde ve “ikisinin kalan paralarının toplamı nedir?” ifadesi ise farklı çoklukları bir araya getirilmesi olduğu için “grup” kategorisinde değerlendirilmiştir. Ravza ön-testte Etkinlik 7/b’de iki farklı semantik yapı türü kullanırken son-testte üç farklı farklı semantik yapı kullanmıştır. Ayrıca ön-testte üç semantik yapı kullanılırken son-testte dört semantik yapı kullanılmıştır. Münevver’in Etkinlik 6/c’deki probleminde “mağazanın sattığı cep telefonları, televizyonların kaç eksiğidir?” ifadesi mağazanın iki farklı ayda sattığı cep telefonlarının ve televizyonların ayrı ayrı bir araya getirilmesini ele aldığı için “grup” semantik yapısındadır. Ayrıca cep telefonu sayısı ile televizyon sayısını kıyasladığı için “karşılaştırma” semantik yapısındadır. Bu durumda kurulan bu problem semantik yapı türü bakımından iki puan ve semantik yapı sayısı bakımından ise üç puan ile kodlanmıştır.

Ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin PKT'den ön-test ve son-test aşamasında aldıkları semantik yapı puanlarının ortalamaları sırasıyla 6,53 ve 11,05'tir. PKT'de semantik yapı sayısı bakımından ön-test aşamasında maksimumum 18 puan alınmışken, son-test aşamasında maksimum puan 27'ye çıkmıştır. Bağımlı gruplar t-testi sonuçlarına göre de, son-test lehine anlamlı farklılık tespit edilmiştir (t=5,559; p=,000<.05; r=0,79). Öğrencilerin, PKT'den ön-test ve son-test aşamasında aldıkları semantik yapı tür puanlarının ortalmaları ise sırasıyla 5,47 ve 9,79'dur. PKT'de semantik yapı türü sayısı bakımından ön-test aşamasında maksimumum 17 puan alınmışken, son-test aşamasında maksimum puan 22'ye çıkmıştır. PKT'den ön-test ve son-test aşamasında aldıkları semantik yapı türü puanlarını karşılaştırmak için yapılan bağımlı gruplar t-testi sonuçlarına göre ise, gruplar arasında son-test lehine anlamlı farklılık tespit edilmiştir (t=5,404; p=,000<,05; r=0,78).

4.3. Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi'ne Dayalı Öğretim Sürecinde Öğrencilerin Öğrenme Faaliyetlerine Yönelik Bulgular

Bu bölümde, "doğal sayılarla işlemlere yönelik GAÖÇ'ye dayalı öğretim sürecinde öğrenciler öğrenme faaliyetlerini nasıl yürütmektedirler?" şeklindeki üçüncü alt probleme ait bulgulara yer verilmiştir. Bu kapsamda dört uygulama etkinliğine ait sınıf içi öğretim faaliyetlerine ait bulgular alt başlıklar halinde GAÖÇ'nin basamaklarına göre sunulmuştur.

4.3.1. Çok-Adımlı İşlemlere Problem Kurmayı Konu Edinen Öğretim Sürecine Ait Bulgular

Bu etkinlikte (Ek 5, Etkinlik 2B$_3$) sırasıyla $150\,x\,4 = 600,\ 600 + 350 = 950$ işlemlerini içeren ve cevabı 950 olan bir problem yazılması amaçlanmıştır. Problem kurma etkinliği tasarlanan öğretim sürecinin üçüncü haftasında uygulanmış ve bir ders saatinde tamamlanmıştır. Etkinlikte çözülmesi istenen bir problem olmadığından uygulama süreci problem kurma ile başlatılmıştır. Etkinliğin uygulama sürecine ilişkin veriler aşağıda sunulmuştur.

Aşama 1: Problem kurma etkinliği tasarlanır ve öğrencilere sunulur.

Bu problem kurma etkinliğinin uygulanmasında grup çalışmalarına yer verilmiştir. Etkinlik çalışma kâğıdı şeklinde öğrencilere sunulmuştur. Öğrenciler, kendilerine dağıtılan etkinliklerin uygulanışına yönelik yönerge formundan bu etkinliğin ait olduğu kısmı okumuşlardır (Ek 6, Kategori 2). Etkinlik yönergesi üzerinde öğrencilerle konuşularak, yazılacak problemin çözümünde, $150\ x\ 4 = 600$ ve $600 + 350 = 950$ işlemlerine yer verilmesi ve cevabın 950 olması gerektiği üzerinde durulmuştur. Ayrıca problemde başka işlemlere de yer verilebileceği vurgulanmıştır. Böylece nasıl problem kurulacağına yönelik amaç üzerinde fikir birliği sağlanmıştır. Bu durumu yansıtan öğretmen ve öğrenciler arasındaki diyalog şu şekildedir:

Öğretmen: Etkinliğimize bakalım çocuklar. Hangi işlemler var?

Sınıf: Çarpma ve toplama.

Öğretmen: Çocuklar etkinliklere yönelik problemin nasıl kurulacağına ilişkin kategorilerin olduğu [Ek 6] kağıt vermiştim size. İnceleyelim kağıtları. Bu etkinlik hangi kategoridedir?

Sınıf: Kategori 2.

Öğretmen: Evet. O zaman kategori 2'yi okuyalım. [Gönüllüler arasından Münevver Kategori 2'yi okur] Şimdi çocuklar sizden yapmanızı istediğim grup olarak çözümünde bu işlemleri barındıran ve cevabı 950 olan günlük yaşamla ilgili birer problem kurmanız. Başka işlemler de ekleyebilirsiniz. Birlikte çalışarak hepinizin katkı sunmasını istiyorum.

Problemin nasıl kurulacağına ilişkin diyaloğun ardından öğrenciler gruplar halinde problem kurmaya başlamışlardır.

Aşama 2: Öğrenciler problem kurar.

Bu aşamada öğretmen problem yazımına grup üyelerinin hepsinin katkı sağlaması gerektiğini, cevaba problemde yer verilmemesi gerektiğini ve günlük hayatla ilgili olması gerektiğini vurgulamıştır. Bu kapsamda öğrencilerle öğretmen arasında geçen diyaloglara ait bir bölüm şu şekildedir:

Sümeyra: Öğretmenim günlük hayatla ilgili değil mi? [“Kartallar” grubu]

Öğretmen: Evet. Günlük hayatla ilgili. Çocuklar birlikte düşünün, grupta iki kişi problemi kuruyor gibi görünüyor şu an.

Sümeyra: Öğretmenim söyledim ben de arkadaşlara.

Şirin: Tamam öğretmenim.

Öğretmen: Çocuklar gruplarda herkesin fikirlerini paylaşmasını ve tartışmanızı istiyorum. Önce problemi nasıl yazacağınız belirleyin ardından yazımını yaparsınız.

Betül: Öğretmenim biz problemde 600’ü [etkinlikte kullanılan $150\ x\ 4$ işleminin sonucu] yazmayacağız değil mi? [“Geçilmezler” grubu]

Öğretmen: Tabi. 600’ü yazmayacağız.

Betül: Devamında 350’yi yazıp 950’yi isteyeceğiz.

Öğretmen: Evet. Sonucu yazmayacağız. Çocuklar problemde işlemin sonucu yazılır mı? Yani bu $[150\ x\ 4 = 600]$ işlemde 600 yazılır mı? Veya bu $[600 + 350 = 950]$ işlemde 950 yazılır mı probleme?

Sınıf: Hayır öğretmenim.

Öğrenciler gruplar halinde birer problem kurmuşlardır. Bütün gruplardaki öğrenciler yaklaşık beş dakikada problemlerini kurmuşlardır. “Problem dünyası” grubu, problemlerini kurarken kullanılan ifadelerin etkinlikteki işlemleri yansıtmasına ve işlemlerin sonucuna problemde yer vermemeye özen göstermişlerdir. Problem kurma sürecine ilişkin “problem dünyası” grubuna ait örnek tartışma aşağıdaki gibidir:

Medine: Hadi kuralım.

Kerem: “Ayda 150 lira alan bir kişi 4 ayda 600 lira aldığına göre ve masraflarıyla birlikte 350 lira harcadığına göre…”

Medine: Hayır. Bir saniye.

Kerem: “350 lira da kendinde olduğuna göre… günde 150 lira alan bir kişi, 4 günde…”

Medine: “Ayda 150 lira alan bir kişinin 4 aylık maaşı içerde kalmıştır.”

Kerem: “Kendisinin de 350 lirası olduğuna göre o adamın kaç lirası vardır?”

Medine: “Cebinde kaç lirası vardır?”

Hifa: 950 lirası olur.

Kerem: Adamın adını söyleyelim. Mehmet olsun.

Medine: Evet. “Mehmet Bey’in aylık maaşı 150 liradır. 4 aylık maaşı içeride kalmıştır.”

Kerem: Aylık niye o kadar az alıyor Mehmet?

Medine. “Cebinde de 350 lirası olduğuna göre cebinde toplam kaç lira vardır?”

Kerem: “Lirası olur.”

Medine: Bizim ki bitti.

Yapılan tartışma neticesinde açık, anlaşılır ve çözülebilir bir problem kurulmuştur. Buna karşın problemdeki “Mehmet Bey’in aylık maaşı 150₺’dir.” ifadesi “gerçeklik” açısından uygun değildir. Bu noktada Kerem grup içerisinde bu durumu vurgulamış fakat süreçte bunun üzerine grup içerisinde bir tartışma gerçekleşmemiştir. “Problem dünyası” grubunun kurduğu problem aşağıdaki gibidir:

Mehmet Bey’in aylık maaşı 150₺’dir. 4 aylık maaşı içeride kalmıştır. İçerideki maaşını almıştır. Cebinde de 350₺’si olduğuna göre cebinde toplam kaç lirası olur?

Grupların tamamının problem kurma aktivitesini tamamlamış olmaları nedeniyle Aşama 3’e geçilmiştir.

Aşama 3: Öğrenciler kurdukları problemleri tartışır ve çözer.

Bu aşamada gruplardan problemlerini paylaşmaları istenmiştir. Öğrenci gruplarının tamamı problemini arkadaşlarıyla paylaşmada istekli oldukları görülmüştür. Bu durumu yansıtan fotoğraf Şekil 36’da verilmiştir.

Şekil 36. Ekinlik 2B$_2$, Aşama 3'te kurulan problemlerin sınıfla paylaşımına ait fotoğraf

İlk olarak "kartallar" grubunun kurduğu problem sınıfla paylaşılmıştır. Grubun sözcüsü Sümeyra kurdukları problemin hatalı olabileceğini belirtmiştir. Bu duruma yönelik diyalog aşağıdaki gibidir:

Öğretmen: "Kartallar" grubu probleminizi paylaşır mısınız bizimle?

Sümeyra: Ama problem hatalı olursa?

Öğretmen: Olabilir çocuklar. Hatalı veya doğru olması önemli değil. Hatalı olduğunu düşünürsek düzelteceğiz zaten.

Öğretmen, öğrencilerin problem kurarken veya paylaşırken hata yapmaktan çekinmemeleri gerektiğini belirtmiştir. Sümeyra sesli olarak problemlerini okuyarak sınıfla paylaşmıştır. "Kartallar" grubunun oluşturdukları problem şu şekildedir:

Bulaşık makinesi alan İlayda Hanım 4 ay boyunca her ay 150 lira ödedi. Son ay 350 lira daha vermiş. Buna göre bulaşık makinesi kaç liradır?

Öğrencilerin kurdukları problemlerin tartışılması sürecinde Ek 6'da sunulan yönergedeki durumlar dikkate alınmıştır. Bu kapsamda problem açık, anlaşılır, gerçekçi ve çözülebilir olup olmaması bakımından tartışmaya açılmıştır. Tartışmanın neticesinde problemin açık, anlaşılır, geçekçi ve çözülebilir olduğu sınıfça onaylanmıştır. Bu duruma yönelik diyalog aşağıdaki gibidir:

Öğretmen: Çocuklar problemi bir inceleyelim. İfadeler de anlaşılmayan bir durum var mı?

Sınıf: Yok öğretmenim.

Öğretmen: Peki problemde gerçekçi olmayan bir durum var mı?

Sınıf: Yok öğretmenim.

Öğretmen: Bir bakalım. Bulaşık makinesi 950 lira olabilir mi?

Sınıf: Evet öğretmenim. Normal bir fiyat.

Öğretmen: Peki çözülebilir mi çocuklar?

Sınıf: Evet.

Öğretmen: Peki etkinlikteki işlemleri yansıtıyor mu? [Çözülebilirlik açısından]

Sınıf: Evet. Yansıtıyor öğretmenim.

Öğretmen: Çözümünü yapsak etkinlikteki işlemleri kullanır mıyız?

Sınıf: Evet öğretmenim.

"Kartallar" grubunun kurduğu problemdeki aritmetiksel işlemeler yüklenen semantik anlamlarda tartışmaya açılmıştır. Öğrencilerden kendilerine dağıtılmış olan aritmetiksel işlemlerin farklı anlamlarını yansıtan görsel modellerin bulunduğu kağıdı (Ek 8) incelemeleri ve bu problemdeki işlemlere yüklenen anlamları belirlemeleri istenmiştir. Tartışma neticesinde problemin çözümünde kullanılan işlemlerin anlamlarının, "eş gruplar /birleştirme" olduğu konusunda fikir birliğine varılmıştır. Bu duruma yönelik gerçekleşen sınıf içi tartışmanın bir bölümü şu şekildedir:

Öğretmen: Çocuklar şimdi de işlemlere hangi anlamlar yüklendiğine bakalım. Çarpma işlemine hangi anlam yüklenmiş? "4 ay 150 lira ödemiş" yazıyor. [Bu sırada öğrenciler masalarında bulunan işlemlerin anlamlarına yönelik şablonları inceler] çarpma işleminin kaç farklı anlamı vardı?

Sınıf: Dört anlamı var.

Öğretmen: Neydi çarpma işleminin anlamları?

Münevver: Kartezyen çarpım.

Betül: Eş gruplar.

Medine: Çarpımsal karşılaştırma ve alan.

Münevver: Çarpımsal karşılaştırma.

Öğretmen: Peki problemdeki çarpma işlemi [$4\ x\ 150 = 600$] hangisine yöneliktir?

Betül: Bence eş gruplar olabilir. Dört tane 150'yi tekrar tekrar topluyoruz.

Öğretmen: Harika. Peki toplama işlemine [$600 + 350 = 950$] hangi anlam yüklenmiş?

Münevver: Parça-parça-bütün. [Bir süre düşünür] Değil. Birleştirme.

Kerem: İlayda bir miktar para veriyor. Üzerine bir miktar daha ekleme yapıyor.

Öğretmen: O zaman [toplama işleminde] üzerine ekleme yaptığı için hangi anlam daha uygun olur?

Sınıf: Birleştirme olur.

Bu probleme yönelik tartışmanın tamamlanmasının ardından öğretmen sınıfa işlemlere bu anlamların dışında farklı anlamalar yüklediğini düşünen grup olup olmadığını sormuştur. Bu süreçte öğrenciler tahtada çözülen problemdeki semantik yapılarla kendi problemlerindeki semantik yapıları karşılaştırarak benzer olduklarını vurgulamıştır. Bu duruma yönelik "problem dünyası" grubunda geçen diyalog aşağıdaki gibidir:

Kerem: Var mı bizde Medine? [Kurdukları problemdeki işlemlere farklı anlamlar yükleyip yüklemediğini sormaktadır] Farklı var mı bizde? Ver ben bakayım. [Kurdukları problemin yazılı olduğu kâğıdı istemektedir]

Medine: Farklı…

Kerem: Değil aynı anlamlar.

Medine: Evet aynı.

Gruplardan işlemlerin farklı anlamlarına yönelik olduğu düşünülen problem gelmeyince öğretmen, bu aşamayı sonlandırmıştır.

Aşama 4: Öğrenciler yeniden problem kurar.

Bu aşamada öğrencilerden daha fazla işlem ve bu işlemlerin farklı anlamlarını içerecek şekilde daha zor problemler kurmaları istenmiştir. Etkinlikteki işlemlere farklı işlemlerin de katılabileceği üzerinde durulmuştur. Bu bağlamda öğretmen verilen işlemlerin öncesinde veya sonrasında farklı aritmetiksel işlemlerin bulunabileceğini öğrencilere belirtmiştir. Böylece problemin nasıl kurulması gerektiği konusunda fikir birliğine varılmıştır. Öğretmenin bu duruma yönelik açıklaması aşağıdaki gibidir:

> *Çocuklar işlemlerin farklı anlamlarına da yer verebilirsiniz. Bunun dışında en az bir tane farklı işlem daha ekleyerek zor bir problem kurmanızı istiyorum. İşlemlerin öncesine, arasına veya sonuna ekleme yapabilirsiniz. Cevabın 950 olmasına dikkat edelim.*

Problemin nasıl kurulacağına ilişkin açıklamanın ardından öğrenciler gruplar halinde Aşama 2'deki gibi problem kurmaya başlamışlardır. Problem kurma aşamasında öğretmen her grupla özel olarak ilgilenerek sorularını yanıtlamıştır. "Geçilmezler" grubundan Betül "Öğretmenim problemde alanı [çarpma işleminin alan anlamı] kullanabilir miyiz?" sorusunu yöneltmiştir. Öğretmen, "İşlemlerin istediğiniz anlamlarına yer verebilirsiniz. Ama fazladan en az bir işlem daha istiyorum." yanıtını vermiştir. Grup olarak bir problemin yazımında öğrenciler arasında geçen bir tartışma örneği şu şekildedir:

Kerem:	Medine kağıdı verir misin? Bu sefer [problemi] ben yazayım.
Medine:	Bu sefer başka bir şey yazalım.
Kerem:	Başına mı ekleyelim?
Hifa:	Sonuna ekleyelim. 950'yi kullanacağız.
Kerem:	Sonuna daha iyi ekleriz. "Yine aynı günde 150 lira alan biri 4 günde aldığı paranın üstüne 350 lira daha ekliyor cebinden."
Mehmet:	950 lirayı ne yapacak?
Kerem:	Oğullarıyla paylaşırsa 950 lirayı olur mu?
Medine:	Olur.
Kerem:	Kaç kişiye paylaşabiliriz? 2 kişi olsa 475 lira eder.
Medine:	Bir günde 150 lira alan Selim'in..
Hifa:	Hayır. Selim Bey'in olsun.

Medine:	"Cebindeki 350 lirayı harcadığına göre"
Kerem:	Hayır. "Cebindeki 350 lirayı eklerse."
Medine:	Ama cevabı yazma tamam mı? [Kerem'e yönelerek]
Kerem:	"İki çocuğuna eşit olarak paylaştırırsa…"
Hifa:	"Kaç lira kalır?"
Kerem:	"Bir çocuğuna kaç lira düşer?" Şimdi soruyu baştan okuyalım. Yanlış olursa düzeltiriz.
Medine:	"Bir günde 150 ₺ alan Selim'in 4 günde aldığı paranın üstüne 350₺ eklerse ve bu parayı 2 çocuğuna eşit paylaşırsa bir çocuğuna kaç ₺ düşer?" İşlem olarak bakalım. Ama şey eklemedik ki başka işlem.
Kerem:	Ekledik ya. Sonunda iki çocuğuna paylaştırdık. Bak 950 lirayı ikiye böldük sonunda. [Bu sırada öğrenciler problemin çözümünü de yapar] Bitti bizim problem.

Yapılan grup içi tartışma neticesinde açık ve anlaşılırlık, gerçekçilik ve çözülebilirlik şartlarını sağlayan problem "problem dünyası" grubu tarafından oluşturulmuştur. Kurulan problem şu şekildedir:

Bir günde 150 ₺ alan Selim'in 4 günde aldığı paranın üstüne 350₺ eklerse ve bu parayı 2 çocuğuna eşit paylaşırsa bir çocuğuna kaç ₺ düşer?

Öğretmen tercihen Aşama 3'te problemini okumayan gönüllü gruplar arasından rastgele "geçilmezler" grubunu seçerek problemini okumalarını istemiştir. "Geçilmezler" grubunun problemi aşağıdaki gibidir:

İpek Hanım'ın dikdörtgen şeklindeki salonunun uzun kenarı 150 m, kısa kenarı 4 metredir. Misafir odasının alanı salonun alanından 350 m^2 daha fazladır. Toplam alan kaç metrekaredir?

"Geçilmezler" grubunun kurduğu problem açık, anlaşılır, gerçekçi ve çözülebilir olup olmaması bakımından tartışmaya açılmıştır. Problemde kullanılan evin dikdörgen şeklindeki salonunun kenar uzunlukları gerçekçi değildir. Problem matematiksel geçerlik açısından "ÇzMP" kategorisindedir. Bu duruma yönelik sınıf içi diyalog aşağıdaki gibidir:

Öğretmen:	Problemi inceleyelim çocuklar. Dikdörtgen şeklindeki salonun uzun kenarı 150 metre, kısa kenarı 4 metre.
Özgür:	Salonun bir kenarı 150 metre. Öyle bir salon olur mu?
Öğretmen:	Harika. Öncesinde çocuklar problem açık ve anlaşılır mı?
Sınıf:	Evet öğretmenim.
Öğretmen:	Peki gerçekçi bir problem mi?
Betül:	Sonundaki misafir odası da olmamış.
Öğretmen:	Peki gerçekçi olması için nasıl bir hikaye kullanabilirsiniz?
Kerem:	Salon yerine arazi olabilir.
Sümeyra:	Bahçe olsun.
Öğretmen:	"Salon" yerine "çay bahçesi" yazalım o zaman. Misafir odası ne olsun?
Özgür:	"Fındık bahçesi."

Tartışma neticesinde sınıfça gerekli görülen düzenlemeler yapılarak problem revize edilmiştir. Problem bu hali ile matematiksel geçerlik açısından "ÇrMP" kategorisindedir. "Geçilmezler" grubunun kurdukları problemin revize edilmiş hali şu şekildedir:

İpek Hanım'ın dikdörtgen şeklindeki çay bahçesinin uzun kenarı 150 m, kısa kenarı 4 metredir. Fındık bahçesinin alanı çay bahçesinin alanından 350 m^2 daha fazladır. Toplam alan kaç metrekaredir?

Kurulan problem çözülebilirliğini kontrol etmek için problem sınıfça çözülmüştür. Öğrenciler problemi kurarken etkinlikte kullanılan işlemlerin sonuna bir işlem daha ilave etmişlerdir. Çözümünde kullanılan işlemler $4\,x\,150 = 600$, $600 + 350 = 950$ ve $950 + 600 = 1550$ işlemleridir. Problemin çözümünü yansıtan diyalog aşağıdaki gibidir:

Öğretmen:	Çay bahçesinin alanını bulalım çocuklar. Ne olur alanı?
Sınıf:	150 ile 4'ü çarparız.
Sema:	Fındık bahçesinin alanı da çay bahçesinden 350 m^2 daha fazladır.

Kerem:	Çay bahçesinin alanının üzerine ekleme [çay bahçesinin alanına 350 m^2'nin eklenmesi gerektiği vurgulanır] yapmamız gerekir. [$600 + 350 = 950$ işlemi yapılır]
Öğretmen:	En son ne yaparız çocuklar?
Sınıf:	Fındık bahçesi ile çay bahçesinin alanlarını toplarız.
Betül:	Fındık bahçesinin alanı 950 m^2, çay bahçesinin alanı 600 m^2.
Öğretmen:	Evet. Ne yapmamız gerekir bu verileri?
Hifa:	Toplarız öğretmenim. [$950 + 600 = 1550$ işlemi yapılır]

"Geçilmezler" grubunun kurduğu problemdeki aritmetiksel işlemlere yüklenen semantik anlamalar da tartışmaya açılmıştır. Öğrencilerden kendilerine dağıtılmış olan aritmetiksel işlemlerin farklı anlamlarını yansıtan görsel modellerin bulunduğu kağıdı (Ek 8) incelemeleri ve bu problemdeki işlemlere yüklenen anlamları belirlemeleri istenmiştir. Tartışma neticesinde problemin çözümünde kullanılan işlemlerin anlamlarının "alan/birleştirme/parça-parça-bütün" olduğu konusunda fikir birliğine varılmıştır. İşlemlerin anlamlarına yönelik tartışma sonrasında yaklaşık yarım saat süren etkinlik sonlandırılmıştır. İşlemlerin anlamlarına yönelik gerçekleşen diyalog şu şekildedir:

Öğretmen:	İşlemlerin anlamlarına bakalım. Çarpma işleminde [$4\ x\ 150 = 600$] hangi anlam kullanılmış?
Kerem:	Çarpmayı alan hesaplamak için kullandık. Alan anlamı var.
Sema:	Evet. Çay bahçesinin alanı.
Öğretmen:	Evet. Alan modeli kullanmışız. Fındık bahçesinin alanını bulurken yaptığımız toplama işlemine [$600 + 350 = 950$] hangi anlamı yükledik?
Betül:	Parça-parça-bütün. İki alanı toplayarak bir araya getirdik.
Öğretmen:	Peki farklı düşünen var mı?
Kerem:	Daha fazladır diyor. Üzerine ekleme yapıyoruz.
Betül:	Evet. Birleştirme olur o zaman.
Öğretmen:	En son toplam alanı istiyor.
Betül:	Bu işlemde parça-parça-bütün olur. İki parçayı bir araya getiriyoruz.

4.3.2. Açık-Uçlu Hikayeyi Verilen Cevaba Göre Tamamlamayı Konu Edinen Öğretim Sürecine Ait Bulgular

Bu yarı-yapılandırılmış etkinlikte (Ek 5, Ekinlik 2C_1) satılan ürünlerin fiyatlarının bulunduğu açık-uçlu bir hikayeye yer verilmiştir. Bu etkinlik uygulama sürecinin dördüncü haftasında uygulanmış ve bir ders saatinde tamamlanmıştır. Etkinlikte çözülmesi istenen bir problem olmadığından uygulama süreci problem kurma ile başlatılmıştır. Etkinliğin uygulama sürecinden elde edilen bulgular aşağıda sunulmuştur.

Aşama 1: Problem kurma etkinliği tasarlanır ve öğrencilere sunulur.

Bu etkinlik dersin başında öğrencilere çalışma kâğıdı şeklinde sunulmuştur. Öğrenciler tasarlanan uygulama sürecinin başında kendilerine dağıtılan etkinliklerin uygulanışına yönelik yönerge formundan ilgili etkinliğin ait olduğu kısmı okumuşlardır (Ek 6, Kategori 4). Öğrenciler yönergelerin yazılı olduğu kağıttaki “açık-uçlu hikâyeyi bir sayısal cevaba göre probleme tamamlama” yönergesini bulup okumuşlardır. Etkinlik yönergesi üzerinde öğrencilerle konuşularak, problemin devamının istenildiği gibi getirilebileceği ve yazılacak problemin cevabının “125 TL” olması gerektiği üzerinde durulmuştur. Böylece nasıl problem kurulacağına yönelik amaç üzerinde fikir birliği sağlanmıştır. Bu süreçte öğretmen ve öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir:

Öğretmen:	Çocuklar etkinliğin başlığı nedir?
Sınıf:	Açık-uçlu hikayeleri verilen cevaba göre tamamlama.
Öğretmen:	Peki elinizdeki yönergede [Ek 6] hangi kategoriye uymaktadır? Bakın bakalım.
Sınıf:	Kategori 4.
Öğretmen:	Evet. Hemen okuyalım. Sümeyra okur musun?
Sümeyra:	[Ek 6’daki Kategori 4’ü okur]
Münevver:	Zor olan?
Öğretmen:	Evet zor bir problem istiyorum. Enes etkinliği okur musun?
Enes:	[Etkinlikteki hikâyeyi okur]
Münevver:	Devam ettireceğiz değil mi? Hikâyeyi tamamlayacağız.

Öğretmen: Aynen öyle. Başlangıçtaki hikâye herkes için aynı çocuklar. Cevabı 125 TL olacak şekilde devam ettireceğiz.

Kerem: Baştaki hikâyeyi tekrar yazmaya gerek var mı?

Öğretmen: Hikâyeyi baştan yazmanıza gerek yok. Sadece devamını oluşturmanız yeterli.

Aşama 2: Öğrenciler problem kurar.

Problemin nasıl kurulacağına ilişkin diyaloğun ardından öğrenciler gruplar halinde problem kurmaya başlamışlardır. Problem kurma aşamasında öğretmen grupları dolaşarak problem kurma süreçlerine rehberlik etmiştir. Bu kapsamda "kartallar" grubu ile öğretmen arasında problem kurma sürecinde gerçekleşen diyaloğun bir bölümü şu şekildedir:

Münevver: Öğretmenim zor biraz. Ürün fiyatları az, 125 lira nasıl yapacağız?

Öğretmen: Problemin hikayesinde farklı ürünler söz konusudur. Bunlardan faydalanabilir miyiz?

Münevver: 125 lirayı soracağız değil mi?

Öğretmen: Evet. Cevabı 125 lira olacak.

Diyaloğun devamında öğretmen sınıfa yönelerek, "çocuklar bireysel değil hep beraber zor bir problem kuralım." şeklinde açıklamalar yaparak grup olarak problem kurmalarını teşvik etmiştir. Bütün gruplardaki öğrenciler yaklaşık yedi dakikada problemlerini kurmuşlardır. "Problem dünyası" adlı grup, deneme yanılma ile sayıları ayarlayarak etkinlik yönergesinde yazan "cevabı 125 TL olan problem kurunuz." ifadesine uygun problem kurmaya çalışmışlardır. Ayrıca yazım ve imla kurallarına da dikkat etmişlerdir. "Problem dünyası" adlı grubun problem kurma sürecinde grup içerisinde yaptıkları diyaloglara ilişkin bölüm şu şekildedir;

Hafsa: Grupça yazıyoruz.

Kerem: O zaman neden iki tane kağıt verdi hoca?

Hafsa: Oradan da bakın diye. Ben yazıyorum.

Kerem: Buna göre 4 balon yaz, 2 pizza. 4 balon 40 lira, 2 pizza, 15, 30. Toplam 70 lira etti. 55 lira kaldı.

Medine: Bir bakabilir miyim ben? [Açık-uçlu hikâyeyi tekrardan okur.]

Kerem: 10 balon, 1 tane pizza, 2 tane de şey alsın. 3 tane…

Medine: 125 lira tutacak. Pizzanın tanesi 15 lira. Pizzadan 3 tane alalım. 75 liralık yapalım biz bunları.

Kerem: 15, 30, 45, 60, 75.

Kerem: 5 tane. Tamam 75 yaptık yaz 5 tane pizza almış oraya.

Medine: Balonlardan şöyle bir 10 tane yazalım.

Kerem: Yaz 100 lira. 10 lira yazdın. Bu 100 lira etti. Bir tane pizza, 3 tane meyve suyu oluyor. Tam 125 oluyor. 100, 115, 120, 125. İki tane yaz oraya. 2 oluyor. Tamam. Şimdi bunu buraya yazalım.

Hafsa: Tamam ben yazayım.

Kerem: Başına "buna göre" yaz hafsa yoksa uyumlu olmuyor şeyle. Yaz 10 balon, 1 tane pizza, 2 tane de…

Kerem: "ve" yaz sonunu belirtmek için. ve 2 tane de meyve suyu yaz. Alırsak kaç lira öderiz? Bitti.

Yapılan grup içi tartışma neticesinde "problem dünyası" grubu problemine son halini vermiştir. Kurulan problem aşağıdaki gibidir:

Ayşe bir doğum günü partisi vermeyi planlamaktadır. Parti için pizza, meyve suyu ve uçan balonlarından satın almıştır. Pizzanın tanesi 15 lira, meyve sularının kutusu 5 lira ve uçan balonların tanesi 10 liradır. Buna göre 10 balon 1 pizza ve 2 meyve suyu alırsak kaç lira öderiz?

Aşama 3: Öğrenciler kurdukları problemi tartışır ve çözer.

Bu aşamada öğrenci gruplarından problemlerini paylaşmaları istenmiştir. Beş grubun kurduğu problemlerden bir tanesi bu aşamada sınıf içerisinde tartışılmıştır. Grupların tamamının yazdıkları problemleri arkadaşlarıyla paylaşmak istedikleri, bu yönüyle problem kurma etkinliklerine ilginin yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Öğretmen tarafından rastgele seçilen “kartallar” grubunun kurduğu problem sınıfla paylaşılmıştır. “Kartallar” grubunun oluşturduğu problem şu şekildedir;

Ayşe bir doğum günü partisi vermeyi planlamaktadır. Parti için pizza, meyve suyu ve uçan balonlarından satın almıştır. Pizzanın tanesi 15 lira, meyve sularının kutusu 5 lira ve uçan balonların tanesi 10 liradır. Ayşe 3 tane pizza 2 tane meyve suyu ve 6 tane balon alırsa ne kadar öder?

Bu problemde belirtilen ürünler alındığında ödenecek toplam ücret 115 TL olmaktadır. Bu yönüyle problem matematiksel olarak hata içermemesine rağmen etkinlik yönergesindeki “cevabı 125 olan” şartını sağlamadığı için matematiksel geçerlik açısından “VSUD” kategorisinde yer almaktadır. Problem üzerine yapılan tartışmalarda bazı öğrenciler bu durumu ön plana çıkarmışlardır. Bu duruma yönelik sınıf içerisinde gerçekleşen öğretim faaliyetlerine ilişkin örnek bir bölüm şu şekildedir:

Kerem: 115 lira olmuyor mu cevap? [Veri setine uygun olmadığını belirterek]
Ravza: 125 lira oluyor.
Münevver: Kaç tane pizza aldınız?
Sümeyra: 3 tane.
Ravza. Evet. 125 TL oluyor.

Ravza’nın problemi sesli olarak okuduğunda gerçekleşen tartışmanın ardından, öğretmen Ravza’dan problemin çözümünü yapmasını istemiştir. Ravza’nın grubunun kurduğu problemi çözerken sınıf içi durumu yansıtan fotoğrafa Şekil 37’de yer verilmiştir.

Şekil 37. Ekinlik $2C_1$, Aşama 3'te Ravza'nın kurulan problemi çözme anını yansıtan fotoğraf

Ravza sırasıyla $3\ x\ 15 = 45$, $2 \times 5\ = 10$ ve $6\ x\ 10 = 60$ işlemlerini yaparak her bir ürünün toplam fiyatını bulmuştur. Devamında ürünlerin toplam fiyatını bulmak için $45 + 10 + 60 = 115$ işlemini yapan Ravza cevabının 115 TL olduğunu fark etmiştir. Ravza daha sonra açıklamasında balon sayısını bir tane daha artırarak cevabı 125 TL olacak şekilde problemin düzenlenebileceğini belirtmiştir. Bu durumu yansıtan öğretmen ve diğer öğrenciler arasındaki tartışma aşağıdaki gibidir:

Kerem:	Meyve suyu 5 lira değil miydi 6 niye oldu? [Ravza'nın tahtada yazdığı beş rakamını altı rakamına benzetmiştir]
Özgür:	Meyve suyu zaten 5 lira. [Tahtadaki işlemi işaret ederek]
Medine:	Olmuyor Ravza. [Toplamlarının 125 TL etmediğini belirtiyor]
Öğretmen:	Ürünlerin toplam fiyatını bulalım.
Münevver:	60'a 10 eklersek 70. 70'e 45 daha eklersek 125.
Ravza:	[$45 + 10 + 60 = 115$ işlemini yaptıktan sonra hatasını fark ederek] O zaman balon sayısı 7 olur.
Kerem:	Ben de diyorum nerede hata var.

Kurulan problemin revize edilmiş hali matematiksel geçerlik açısından "ÇrMP" kategorisindedir. "Kartallar" grubunun kurdukları problemin revize edilmiş hali şu şekildedir:

Ayşe bir doğum günü partisi vermeyi planlamaktadır. Parti için pizza, meyve suyu ve uçan balonlarından satın almıştır. Pizzanın tanesi 15 lira, meyve sularının kutusu 5 lira ve uçan balonların tanesi 10 liradır. Ayşe 3 tane pizza 2 tane meyve suyu ve 7 tane balon alırsa toplam kaç lira öder?

"Kartallar" grubunun kurduğu problemdeki aritmetiksel işlemelere yüklenen semantik anlamalarda tartışmaya açılmıştır. Öğrencilerden kendilerine dağıtılmış olan aritmetiksel işlemlerin farklı anlamlarını yansıtan görsel modellerin bulunduğu kağıdı (Ek 8) incelemeleri ve bu problemdeki işlemlere yüklenen anlamları belirlemeleri istenmiştir. Öğrencilerle yapılan sınıf içi tartışmalar neticesinde problemin çözümünde kullanılan işlemlerin semantik anlamlarının "eş gruplar/eş gruplar/eş gruplar/parça-parça-bütün" olduğu üzerinde fikir birliğine varılmıştır. Öğrenciler çarpma işlemlerine [$3\ x\ 15 = 45$, $2 \text{ x } 5\ = 10$ ve $6\ x\ 10 = 60$] yönelik anlamlarda hemfikir olurken, toplama işleminde [$45 + 10 + 70 = 125$] farklı fikirler beyan etmişlerdir. Bu duruma yönelik gerçekleşen sınıf içi öğretim kesiti şu şekildedir:

Öğretmen:	Peki işlemlerin anlamlarına bakalım. $3x\ 15 = 45$ işleminde çarpmanın hangi anlamı var? Hatırlayalım çarpmanın anlamlarını. [Öğrenciler önceden dağıtılan işlemlerin anlamlarının şematize edildiği kağıtları inceler]
Betül:	Eş gruplar var. Çarpımsal karşılaştırma, kartezyen çarpım ve alan.
Öğretmen:	Hangisi var $3x\ 15 = 45$ işleminde?
Betül:	Eş gruplar. 3 tane 15 lirayı topluyoruz.
Öğretmen:	$2\ x\ 5 = 10$ işleminde hangi anlam var?
Betül:	Yine eş gruplar. [İlk işlemle aynı olduğunu ima ederek]
Öğretmen:	$7\ x\ 10 = 70$ işleminde hangisi var?
Betül:	Yine eş gruplar.
Münevver:	Eş gruplar var.

Öğretmen: $45 + 10 + 70 = 125$ işleminde hangi semantik anlam vardır? Fikri olan var mı?

Betül: Birleştirme öğretmenim. Üçünü [üç ürünün fiyatını] birleştiriyor.

Kerem: Parça-parça-bütün var.

Münevver: Parça-parça-bütün. Üç parçayı bir araya getiriyoruz.

Betül: Evet. Parça-parça-bütün olur.

Tartışma neticesinde problemin çözümünde yer alan işlemlerin anlamlarının belirlenmesinin ardından öğretmen, farklı işlem [çıkarma veya bölme işlemi] veya işlemlere yüklenen farklı anlamları kullanarak [çarpımsal karşılaştırma veya birleştirme] problem kuran olup olmadığını sormuştur. Gönüllü olan "kartallar" grubu aynı işlemleri ve semantik yapıları kullandıklarını belirtmiştir. Problemini paylaşmak için başka gönüllü grup olmamasından dolayı öğretmen Aşama 3'ü sonlandırmıştır.

Aşama 4: Öğrenciler yeniden problem kurar.

Bu aşamada öğrencilere, işlemlerin farklı anlamlarına yer verilebileceklerini belirtilerek daha fazla ve farklı aritmetiksel işlemler ekleyerek yine aynı cevaba ulaşabilecekleri bir problem kurmaları istenmiştir. Bu duruma örnek olan diyalog aşağıdaki gibidir:

Öğretmen: İncelediğimiz problemde tekrarlı toplama ve parça-parça-bütün anlamlarına yer verdiniz. İşlemlerin diğer anlamları da var değil mi? İşlemlerin diğer anlamlarına yer verecek şekilde farklı sayıda ve türde işlem ekleyerek zor bir problem kurmanızı istiyorum. [Aşama 3'te çözümünü Ravza'nın yaptığı "kartallar" grubunun problemini göstererek] Bu problemde kaç tane aritmetiksel işlem kullandık?

Sınıf: Dört tane işlem kullandık.

Öğretmen: Daha farklı işlemler veya daha fazla sayıda işlemler kullanabilir miyiz?

Sınıf: Evet.

Betül: Ekleme yapacağız.

Öğretmen:	Başka bir karakter ya da ürün ekleyebilir miyiz mesela? Veya para üstü sorulabilir mi?
Sınıf:	Evet.
Öğretmen:	Bu söylediklerim farklı önerilerden sadece birkaçı. Daha farklı ve ilginç problemler oluşturabilirsiniz. Cevabı da yine 125 TL olacak.

Problemin nasıl kurulacağına ilişkin diyaloğun ardından öğrenciler grup olarak problem kurmaya başlamışlardır. Ayrıca problem kurma aşamasında "Biraz zorlanabilirsiniz ama yapabileceğinize inanıyorum. Sizden zor problemler bekliyorum." gibi öğrenci motivasyonunu artırıcı açıklamalara da yer vermiştir. Öğrenciler problem kurarken, öğretmen gruplarla özel olarak da ilgilenmiştir. Öğrenciler problemleri kurduktan sonra hangi grupların problemini paylaşmak istediği sorulmuştur. Öğrenci gruplarının hepsinin problemini söylemede istekli oldukları görülmüştür. Sınıftan rastgele olacak şekilde "problem dünyası" grubunun problemi seçilmiştir. Gruptaki öğrenciler problemi kurarken Aşama 2'de kurdukları probleme eklemeler yaparak revize etme yoluna gitmişlerdir. Bu sırada öğrenciler matematiksel olarak hatasız bir problem kurmalarına rağmen problemi öğretmene hatalı olarak ifade etmişlerdir. (Ayşe'nin aldığı ürünlerin toplamı 175 TL ve cebinde 300 TL olup para üstü istedikleri halde [bu durumda problemin cevabı 125 TL olup etkinlik yönergesini sağlamaktadır] öğretmene para üstü olarak 175 TL kaldığını ifade etmişlerdir.) Öğretmen ile aralarında geçen diyalog neticesinde kurdukları problemi tekrardan revize etmişlerdir. "Problem dünyası" grubunda problemi kurarken oluşan grup içi tartışma ve öğretmen-öğrenci diyaloğu şu şekildedir:

Kerem:	Ne yapalım biliyor musunuz? Mesela 10 tane balon almışız ya buraya 5 yazalım. Yetmediği için 5 tane daha alırsa diyelim. [Aşama 2'de kurdukları problemi revize etmeyi düşünmüşlerdir]
Medine:	Çıkarma yapalım.
Kerem:	Daha sonra satıcıya 300 TL… bekle. Ya da sil onu. Ayşe yaz. Satıcıya 300 TL verdiğine göre satıcıdan para üstü olarak kaç TL alması gerekir? Bunların [satın alınan ürünlerin] hepsi 175 TL. Ayşe vermiş 300 TL. 300 liradan 175 TL'yi çıkaracağız. Satıcının Ayşe'ye ne kadar verdiğini bulacağız. Bitti.

Kerem:	Fazla para vermiş öğretmenim para üstü aldı. [Öğretmen gruplarla tek tek ilgilendiği sırada]
Öğretmen:	Tamam. Peki 300 TL'den geriye kalan ne olur?
Kerem:	175 TL. [Para üstü olarak kalan para miktarı]
Öğretmen:	Ama o zaman cevabı 125 lira oldu mu?
Kerem:	2 katını yapsak.
Medine:	250 lira olur.
Kerem:	250 lira yazalım oraya.

"Problem dünyası" grubu yapılan grup içi tartışma neticesinde problemlerini şu şekilde kurmuşlardır:

Ayşe bir doğum günü partisi vermeyi planlamaktadır. Parti için pizza, meyve suyu ve uçan balonlarından satın almıştır. Pizzanın tanesi 15 lira, meyve sularının kutusu 5 lira ve uçan balonların tanesi 10 liradır. Buna göre 10 balon 1 pizza 2 meyve suyu alıp satıcıya 250 lira verdiğine göre para üstü olarak kaç lira alır?

"Problem dünyası" grubunun kurduğu problem açık, anlaşılır, gerçekçi ve çözülebilir olmasıyla ilgili sınıf içi tartışmaya açılmıştır. Kurulan problem matematiksel geçerlik açısından "ÇrMP" kategorisindedir. Bu aşamada Münevver adlı öğrenci kurulan problemin cevabının 125 TL'den faklı olup etkinlik yönergesine uygun olmadığını iddia etmiştir. Bu duruma yönelik gerçekleşen sınıf içi tartışma şu şekildedir:

Öğretmen:	Problem açık ve anlaşılır mı çocuklar?
Münevver:	Ama olmaz ki. Zaten balon 10 lira değil mi? [Cevabının 125 TL olmadığını belirtiyor]
Kerem:	Evet.
Münevver:	Tamam 100 lira eder.
Kerem:	Tamam 10 balon 100 lira eder. Pizza 15 lira, iki meyve suyu da 10 lira.

Tartışmanın devamında öğretmen problemin yönergeye uygun olup olmadığını belirlemek için gruptan bir öğrencinin çözümünü tahtada yapmasını istemiştir. Gönüllü olan Hifa tahtaya gelerek problemin çözümünü yapmıştır. Çözüm öncesinde problemin etkinlik yönergesine uygun olmadığını iddia eden Münevver problemin çözümünün yapılmasıyla görüşünün yanlış olduğunu fark etmiştir. Problemin çözüm sürecini yansıtan diyalog aşağıdaki gibidir:

Öğretmen:	Balonun fiyatı ne kadar?
Kerem:	10 lira.
Hifa:	[$10\ x\ 10 = 100$ işlemini yapar]
Öğretmen:	Tamam. Başka?
Kerem:	1 tane pizza.
Hifa:	[$1\ x\ 15 = 15$ işlemini yapar]
Öğretmen:	2 meyve suyu ne olur?
Hifa:	10 lira olur. [$2\ x\ 5 = 10$ işlemini yapar]
Medine:	100, 15 ve 10'u toplayacağız.
Hifa:	[$100 + 15 + 10 = 125$ işlemini yapar]
Medine:	250'den 125'i çıkarmamız gerekiyor.
Hifa:	[$250 - 125 = 125$ işlemini yapar]
Münevver:	Evet. Doğru. Yarısı oluyor. [Problemin etkinlik yönergesine uygun olmadığı görüşünün yanlış olduğunu anlar]

Tartışma sonucunda problemin açık, anlaşılır ve çözülebilir olduğu ayrıca cevabının 125 lira olup veri setine uygun olduğu konusunda fikir birliğine varılmıştır.

Problem çözümünde barındırdığı işlemlerin anlamlarına göre de sınıf tartışmasına açılmıştır. Öğrencilerden kendilerine dağıtılmış olan aritmetiksel işlemlerin farklı anlamlarını yansıtan görsel modellerin bulunduğu kağıdı (Ek 8) incelemeleri ve bu problemdeki işlemlere yüklenen anlamları belirlemeleri istenmiştir. Tartışma neticesinde problemin çözümünde kullanılan işlemlerin anlamlarının, "eş gruplar/eş gruplar/eş gruplar/parça-parça-bütün/ayırma" olduğu konusunda fikir birliğine varılmıştır. Aşama 4'te

Aşama 2'ye göre probleme "ayırma" anlamının da eklendiği görülmüştür. Bu duruma yönelik gerçekleşen sınıf içi diyalog şu şekildedir:

Öğretmen: Şimdi bakalım kağıtlara. İşlemlerin hangi anlamları yansıtıyor onları söyleyelim. [Öğrenciler önceden dağıtılan işlemlerin anlamlarının şematize edildiği kağıtları inceler] $10\ x\ 10 = 100$ işleminde hangi anlam vardır? Neden?

Kerem: Eş gruplar olur. Balon sayısı kadar 10 lira var.

Öğretmen: Evet. $1\ x\ 15 = 15$ işlemi çarpma işleminin hangi anlamına yöneliktir?

Münevver: Eş gruplar. [İlk işlemle aynı olduğunu ima ederek]

Betül: Eş gruplar.

Öğretmen: $2\ x\ 5 = 10$ işleminde hangi anlam var?

Münevver: Eş gruplar. Aynı mantık.

Öğretmen: $100 + 15 + 10 = 125$ işleminde hangi anlam var? Neden?

Münevver: Parça-parça-bütün. Farklı parçalar bir arada.

Öğretmen: $250 - 125 = 125$ işleminde hangi anlam var?

Münevver: Birleştirme. Ayırma, ayırma…

Öğretmen: Çıkarmanın iki anlamı vardı neydi onlar?

Beyzanur: Ayırma.

Öğretmen: Ayırma bir de….

Münevver: Karşılaştırma var öğretmenim.

Kerem: Karşılaştırmada "Benim boyum Özgür'ün boyundan ne kadar uzundur?" şeklinde karşılaştırıyorduk.

Öğretmen: Peki $250 - 125 = 125$ işlemi hangi anlama yöneliktir o zaman?

Sınıf: Ayırma var.

İşlemlerin anlamlarına yönelik tartışma sonrasında yaklaşık yarım saat süren etkinlik sonlandırılmıştır.

4.3.3. Sayısal Veri İçeren Açık-Uçlu Hikayelere Problem Kurmayı Konu Edinen Öğretim Sürecine Ait Bulgular

Bu yarı-yapılandırılmış etkinlikte (Ek 5, Ekinlik $2D_1$) öğrenci ve öğretmenlerin okula ulaşımını konu edinen ikili sütun grafiğine yer verilmiştir. Bu etkinlik uygulama sürecinin altıncı haftasında uygulanmış ve bir ders saatinde tamamlanmıştır. Etkinlikte çözülmesi istenen bir problem olmadığından uygulama süreci problem kurma ile başlatılmıştır. Etkinliğin uygulama sürecine ilişkin veriler aşağıda sunulmuştur.

Aşama 1: Problem kurma etkinliği tasarlanır ve öğrencilere sunulur.

Bu etkinlik dersin başında öğrencilere çalışma kâğıdı şeklinde sunulmuştur. Öğrenciler tasarlanan uygulama sürecinin başında kendilerine dağıtılan etkinliklerin uygulanışına yönelik yönerge formundan ilgili etkinliğin ait olduğu kısmı okumuşlardır (Ek 6, Kategori 3). Ayrıca öğretmen tarafından yönerge tekrar açıklanarak etkinliğin amacının anlaşılması sağlanmıştır. Öğretmen açıklamalarında kurulacak problemde etkinlikteki verilerin tamamı veya bir kısmının kullanılabileceği ve zorlaştırmak için etkinliğe yeni veriler ekleyebilecekleri vurgulanmıştır. Öğrenciler yönergeyi okuduktan sonra öğretmen ile öğrenciler arasındaki diyalog şu şekildedir:

Öğretmen:	Çocuklar yönergede okuduk. Sizden grafikteki bilgilerin bazılarını veya hepsini kullanarak zor bir problem kurmanızı istiyorum. Fazladan bilgi de ekleyebilirsiniz.
Ravza:	Hangi konu üzerine?
Öğretmen:	Grafikten faydalanıp istediğimiz gibi kuracağız.
Ravza:	Tamam. Ama hangi işlem çarpma mı, bölme mi, toplama mı?
Öğretmen:	İstediğiniz gibi. İstediğiniz işlemi kullanın.
Kerem:	Bununla ilgili [grafiği belirterek] istediğimiz işlemleri mi kullanacağız?
Öğretmen:	Evet. Grafikteki bilgilere yer vermek şartıyla istediğiniz işlemi kullanabilirsiniz.

Aşama 2: Öğrenciler problem kurar.

Bu etkinlikte öğrencilerden gruplar halinde çalışarak zor bir problem kurmaları istenmiştir. Öğretmen, problem kurarken doğal sayıların yanında kesir de kullanılabileceğini belirtmiştir. Problem kurma aşamasında bazı öğrenciler ile öğretmen arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Münevver: Kısa olsa olur mu? ["Profesörler" grubu]
Öğretmen: Seviyenize göre zorlayıcı bir problem olmasını önemserim.
Medine: Peki kesir kullansak olur mu? ["Problem dünyası" grubu]
Öğretmen: Evet. Doğal sayılarla ilgili de kurabilirsiniz. Kesir de kullanılabilir.

Öğretmen öğrencilere gerekli yanıtları verdikten sonra sınıfa yönelerek, problemi erken bitirmenin önemli olmadığını, zor ve anlaşılır problemler yazılmasını beklediğini belirtmiştir. Ayrıca problem kurarken grup üyelerinin tamamının katkı sunmasının değerli olduğunu vurgulamıştır. Öğretim tasarımının başlangıcında belirlenen beş grup problem kurmayı tamamlamışlardır. Öğrenci gruplarının problemi kurma sürecine ilişkin "problem dünyası" grubuna ait örnek tartışma aşağıdaki gibidir:

Kerem: Şöyle yazalım. "Dolmuşla gelen öğrenciler, öğretmenlere göre ne kadar fazladır?"
Medine: "Dolmuşa binen öğrenciler taksiye binen öğrencilerden ne kadar fazladır?" yazalım.
Kerem: Olmaz dolmuş yapalım. [Problemin son cümlesi için] "Ne kadar fazladır?" [Devamında problem kurulur]
Medine: Bitti bizim.

Yapılan grup içi tartışma neticesinde "problem dünyası" grubu tarafından oluşturulan problem şu şekildedir:

Dolmuşa binen öğrenciler taksiye binen öğrencilerden ne kadar fazladır?

Grupların tamamının problem kurma aktivitesini tamamlamış olmaları nedeniyle Aşama 3'e geçilmiştir.

Aşama 3: Öğrenciler kurdukları problemi tartışır ve çözer.

Öğrenciler problem kurma aktivitesini tamamladıktan sonra, gruplardan problemlerini sınıfla paylaşmaları istenmiştir. Grupların tamamının yazdıkları problemi sınıfla paylaşmak istediği ve ilginin yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Bu kapsamda "geçilmezler" grubunun kurduğu problem sınıfla paylaşılmıştır. Bu grubun problemi şu şekildedir;

Otobüse binen öğrencilerin ve öğretmenlerin sayısı, dolmuşa binen öğrenci ve öğretmen sayısından ne kadar fazladır?

Öğrencilerin kurdukları problemlerin tartışılması sürecinde Ek 6'da sunulan yönergedeki durumlar dikkate alınmıştır. Bu kapsamda problem açık, anlaşılır, gerçekçi ve çözülebilir olup olmaması bakımından tartışmaya açılmıştır. Problemde mantıksal tutarsızlık bulunmaktadır. Otobüse binen öğrenci ve öğretmenlerin sayısı dolmuşa binen öğrenci ve öğretmen sayısından az olmasına rağmen problemde ne kadar fazla olduğu sorulmuştur. Fakat sınıf bu problemdeki hatanın farkına varmamıştır. Problem üzerine sınıf içerisinde yapılan tartışmanın bir bölümü şu şekildedir:

Öğretmen:	Problem açık ve anlaşılır mı çocuklar?
Sınıf:	Evet öğretmenim.
Öğretmen:	Gerçekliğe aykırı bir durum var mı?
Sınıf:	Hayır.
Öğretmen:	Peki çözülebilir mi?
Betül:	Evet öğretmenim.
Öğretmen:	Çözelim mi problemi? [Betül gönüllü olduğunu belirtir] Gel hadi Betül.

Bu hatanın tartışmaya açılabilmesi için öncelikle grubun sözcüsünden kurdukları bu problemi tahtada çözmeleri istenmiştir. Betül tahtaya gelerek problemin çözümünü yapar.

Betül'ün grubunun kurduğu problemi çözerken sınıf içi durumu yansıtan fotoğrafa Şekil 38'de yer verilmiştir.

Şekil 38. Ekinlik $2D_1$, Aşama 3'te Betül'ün "geçilmezler" grubunun kurduğu problemi çözme anı

Betül problemi çözerken önce otobüse binen öğretmen sayısı olan 20 ile öğrenci sayısı 60'ı toplamış ve 80 sonucunu elde etmiştir. Devamında Betül, "dolmuşa binen öğretmen ve öğrenci sayısını toplayacağız." şeklinde açıklama yaparak dolmuşa binen toplam kişi sayısını 30+70=100 işlemiyle hesaplamıştır. Öğretmenin, "Şimdi ne yapmamız gerekiyor?" sorusuna Betül, "Farklarını almamız gerekiyor." yanıtını vererek "$100 - 70 = 30$" işlemini yapmıştır. Problemin çözümü bu şekilde tahtada yapıldıktan sonra öğretmen çözüm üzerinden problemdeki verilerin gerçekçiliğini tartışmaya açmıştır. Yapılan tartışmanın bir bölümü şu şekildedir;

Öğretmen:	Bu çözüme göre otobüse ve dolmuşa binenlerin sayılarını biliyoruz artık. Otobüse bineneler kaç kişidir?
Ravza:	80.
Öğretmen:	Dolmuşa binenler kaç kişi?
Sınıf:	100.
Öğretmen:	Bize problemde ne sorulmuş?

Ravza: Ne kadar fazladır?

Betül: Mantıksız bir durum var öğretmenim. Fazla değil.

Öğretmen: Otobüse binenler kaç kişidir?

Betül: 80.

Öğretmen: Dolmuşa binenler?

Betül: 100.

Öğretmen: Hangi araca binenler daha fazladır?

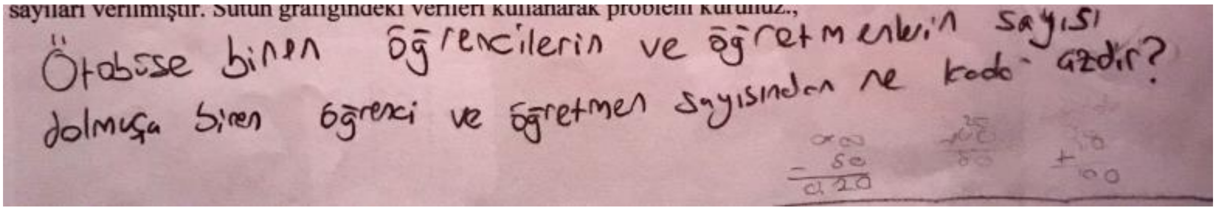
Kerem: Dolmuş [a binenler daha] fazla.

Öğretmen: Nasıl düzenlememiz gerekiyor?

Kerem: Tam tersini yazmamız gerekiyor.

Sınıf: Ne kadar azdır?

Yapılan tartışma neticesinde kurulan problemde "…ne kadar fazladır?" ifadesi "…ne kadar azdır?" yapılarak problem revize edilmiştir. Bu hali ile problem matematiksel geçerlik açısından "ÇrMP" kategorisinde yer almaktadır. "Geçilmezler" grubunun kurdukları problemin revize edilmiş hali Şekil 39'da verilmiştir. Öğrencilerin kurdukları problemi çalışma kağıtlarında çözerek doğruluğunu kontrol ettikleri görülmüştür.



Şekil 39. Ekinlik 2D1, Aşama 3'te "geçilmezler" grubunun kurdukları problemin revize edilmiş hali ve problemin çözümü

"Geçilmezler" grubunun kurdukları problemin revize edilmiş hali şu şekildedir:

Otobüse binen öğrencilerin ve öğretmenlerin sayısı, dolmuşa binen öğrenci ve öğretmen sayısından ne kadar azdır?

"Geçilmezler" grubunun kurduğu problemdeki aritmetiksel işlemeler yüklenen semantik anlamalarda tartışmaya açılmıştır. Öğrencilerden kendilerine dağıtılmış olan aritmetiksel işlemlerin farklı anlamlarını yansıtan görsel modellerin bulunduğu kağıdı (Ek

8) incelemeleri ve bu problemdeki işlemlere yüklenen anlamları belirlemeleri istenmiştir. Tartışma neticesinde problemin çözümünde kullanılan işlemlerin anlamlarının, "parça-parça-bütün/parça-parça-bütün/karşılaştırma" olduğu konusunda fikir birliğine varılmıştır. Bu duruma yönelik gerçekleşen sınıf içi tartışmanın bir bölümü şu şekildedir:

Öğretmen:	İşlemlere yüklenen anlamları inceleyelim. Toplama işleminin hangi anlamları vardı? [Öğrenciler önceden dağıtılmış olan işlemlerin semantik anlamlarıyla ilgili görsel modelleri inceler]
Münevver:	Birleştirme, parça-parça-bütün.
Öğretmen:	Bu işlem [$20 + 60 = 80$ işlemi için] için ne düşünüyorsunuz?
Kerem	Farklı parçaları bir araya getirdik. Parça-parça-bütün.
Ravza:	Parça-parça-bütün olur.
Betül:	Birleştirdik.
Ravza:	Ama parça-parça-bütün. İki farklı parçayı bir araya getirdik. Ekleme yapmadık
Öğretmen:	Evet. Peki bu işlem [$70 + 30 = 100$ işlemi için.] toplama işleminin hangi anlamına yöneliktir?
Sümeyra:	Diğeriyle aynı. Parça-parça-bütün
Öğretmen:	Peki şu işlemde [$100 - 80 = 20$ işlemi] hangi anlama yer verildi?
Betül:	Karşılaştırma öğretmenim.
Kerem:	"Ne kadar azdır?" yazıyor.
Betül:	Karşılaştırma olur öğretmenim. Kıyaslama var.

Aşama 4: Öğrenciler yeniden problem kurar.

Bu aşamada öğretmen öğrencilerden, sütun grafiğindeki verileri kullanmayı gerektiren ve aynı zamanda daha fazla ve farklı aritmetiksel işlemler içeren zor problemler yazmalarını istemiştir. Bu duruma yönelik sınıf içi diyalog şu şekildedir:

Öğretmen:	Şimdi çocuklar sizden istediğim yeni veriler ekleyerek zor bir problem kurmanız.
Münevver:	Nasıl öğretmenim?

Öğretmen:	Bakın grafikte sadece öğretmen ve öğrenci sayısı vardı. Arkadaşlarınız ["dâhiler" grubuna dönerek] ne ekledi?
Özgür:	Para ekledik.
Ravza:	Öğretmenim kantini eklesek olur mu?
Öğretmen:	İstediğini ekleyebilirsin. Neden olmasın? Grafikle bağlantı kurabiliyorsanız olur.

Diyaloğun devamında öğrenciler gruplar halinde problemler kurmaya başlamışlardır. Öğretmen, bu konuda öğrencilere güvendiğini vurgulamıştır. Ayrıca kurdukları problemin hata içerebileceğini ve bu durumun gayet normal olduğunu belirtmiştir. Problem kurma aşamasında öğretmen her grupla özel olarak ilgilenerek sorularını yanıtlamıştır. Bu duruma örnek olan "profesörler" ve "problem dünyası" grubu ile öğretmen arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir:

Münevver:	Öğretmenim, öğrenci eklesek olur mu? ["profesörler" grubu]
Öğretmen:	Fazladan öğrenci mi?
Münevver:	Evet.
Öğretmen:	Ekleyebilirsin tabi.
Medine:	Eklememe mi yapacağız illaki? ["problem dünyası" grubu]
Öğretmen:	Sadece bu verileri kullanarak da daha zor bir problem kurabilirsiniz. Ama ekleyerek de yapabilirsiniz.

Grupların tamamı problemlerini kurarak sınıfla paylaşmada gönüllü olmuşlardır. Öğretmen tercihen Aşama 3'te problemini okumayan gönüllü gruplar arasından rastgele "profesörler" grubunu seçerek problemini okumalarını istemiştir. "Profesörler" grubunun kurduğu problem şu şekildedir;

Bir kişi otobüse 5 lira verir. Otobüsle giden öğrencilere 30 öğrenci daha eklenmiştir. Buna göre şoförün öğrencilerden aldığı para ne kadardır?

"Profesörler" grubunun kurduğu problem sınıfla paylaşılarak tartışmaya açılmıştır. Öğrencilerin kurdukları problemlerin tartışılması sürecinde Ek 6'da sunulan yönergedeki durumlar dikkate alınmıştır. Bu kapsamda problem açık, anlaşılır, gerçekçi ve çözülebilir olup olmaması bakımından tartışmaya açılmıştır. Problemde “bir kişi otobüse 5 lira verir” ifadesinde “kişi” yerine farklı gruplar (öğrenci, öğretmen vb.) gelebileceği için açık ve anlaşılır değildir. Kurulan problem bu yönüyle matematiksel geçerlik açısından “VSUD” kategorisindedir. Bu duruma yönelik gerçekleşen tartışma şu şekildedir:

Öğretmen:	Problemi inceleyelim çocuklar. Açık ve anlaşılır mı?
Medine:	Önceden otobüste olan öğrencileri belirtmemiş.
Öğretmen:	O grafikte var aslında.
Ravza:	Burada “bir kişi otobüse 5 lira verir” ifadesinde ne demek istediniz?
Kerem:	Her bir öğrenci 5 lira.
Münevver:	1 kişi biniyorsa 5 liraya geçiyor.
Öğretmen:	Yani öğrencinin ücreti mi?
Münevver:	Evet.
Öğretmen:	Peki çözülebilir mi problem?
Münevver:	Evet. Çözülebilir.

Tartışmanın devamında revize edilen problem öğretmen eşliğinde “profesörler” grubu tarafından çözülmüştür. Problemin çözülme anına ait diyalog aşağıdaki gibidir:

Öğretmen:	Çözümünü nasıl yaparız?
Münevver:	İlk önce otobüse binen öğrenci sayısı ile ücreti çarparız.
Öğretmen:	Otobüse binen kaç öğrenci var?
Münevver:	60.
Öğretmen:	Ne yapacağız peki?
Münevver:	60 ile 5’i çarpacağız. Ama 30’u ilk önce ekleyelim.
İlhan:	90 kişi oluyor.
Öğretmen:	Öyle de olur fark etmez. Hangisini yapalım?
Münevver:	Önce ekleyelim. [Toplam öğrenci sayısını bulmak için 60 ile 30 toplanmıştır]
Öğretmen:	Sonra ne yapacağız?
Seval:	90 [öğrenci sayısı] ile 5’i [her bir öğrenci için alınan ücret] çarpacağız.

Öğretmen: Evet. Toplam ne kadar ödemişler?
Sınıf: 450 lira.

Problemin revize edilmiş hali matematiksel geçerlik açısından "ÇrMP" kategorisindedir. "Profesörler" grubunun kurduğu problemin revize edilmiş hali aşağıdaki gibidir:

Her öğrenci otobüse 5 lira verir. Otobüsle giden öğrencilere 30 öğrenci daha eklenmiştir. Buna göre şoförün öğrencilerden aldığı para ne kadardır?

Kurulan problem çözümünde barındırdığı işlemlerin anlamlarına göre de sınıf tartışmasına açılmıştır. Tartışma neticesinde problemin çözümünde kullanılan işlemlerin anlamlarının, "birleştirme/ eş gruplar" olduğu konusunda fikir birliğine varılmıştır. Bu duruma yönelik gerçekleşen sınıf içi diyalog şu şekildedir:

Öğretmen: Çocuklar, bu işlemde [$60 + 30 = 90$] toplamanın hangi anlamı var?
Ravza: Birleştirme.
Münevver: Evet. Birleştirme var. Yolcu sayısına ekleme yapıyoruz.
Öğretmen: Evet. Bu işlemde [$90\ x\ 5 = 450$] çarpmanın hangi anlamı var?
Münevver: Eş gruplar.
Öğretmen: Çarpmada hangi anlamlar vardı? [Çocuklar işlemlerin anlamlarına yönelik modellerin olduğu kağıdı inceler]
Ravza: Eş gruplar, Kartezyen çarpım, çarpımsal karşılaştırma, alan
Öğretmen: Evet. Bu işlem için [$90\ x\ 5 = 450$] hangisi olur?
Ravza: Eş gruplar. Öğrenci sayısı kadar 5 lira var.

4.3.4. Serbest Problem Kurmayı Konu Edinen Öğretim Sürecine Ait Bulgular

Bu serbest problem kurma etkinliğinde (Ek 5, Ekinlik 3A) öğretmen tarafından tahtaya yazılan problem oluşabilecek birkaç kelimeye öğrencilerin en fazla iki kelime veya sayı ekleme yapmaları istenmiştir. Bu etkinlik uygulama sürecinin yedinci haftasında uygulanmış ve bir ders saatinde tamamlanmıştır. Etkinlikte çözülmesi istenen bir problem olmadığından uygulama süreci problem kurma ile başlatılmıştır. Etkinliğin uygulama sürecine ilişkin veriler aşağıda sunulmuştur.

Aşama 1: Problem kurma etkinliği tasarlanır ve öğrencilere sunulur.

Bu etkinlik dersin başında öğrencilere çalışma kâğıdı şeklinde sunulmuştur. Öğrenciler tasarlanan uygulama sürecinin başında kendilerine dağıtılan etkinliklerin uygulanışına yönelik yönerge formundan ilgili etkinliğin ait olduğu kısmı okumuşlardır (Ek 6, Kategori 6). Etkinlik yönergesi üzerinde öğrencilerle konuşularak, öğretmenin tahtaya bir problemin birkaç kelimesini yazacağını ve gönüllü olan her bir öğrencinin de en fazla iki kelime veya iki sayı problem ifadesine ekleyeceği ve böylece problemin oluşturulacağı üzerinde durulmuştur. Bu etkinlikte problem yazarken seçilecek sayıların doğal sayılar olması gerektiği de belirtilmiştir. Böylece nasıl problem kurulacağı üzerinde fikir birliği sağlanmıştır. Öğrenciler etkinliğin yönergesini okuduktan sonra öğretmen ile aralarında geçen diyalog örneği şu şekildedir:

Öğretmen:	[İpek Ek 6'daki Kategori 6'yı sesli olarak okumuştur] Çocuklar etkinlikte ne yapmamız gerektiğini anladık mı?
Sınıf:	Evet.
Öğretmen:	Sınıfça oluşturacağız problemi çocuklar. Problemi yazarken seçilecek sayılar doğal sayı olmalı.
Münevver:	Kâğıda yazacak mıyız?
Öğretmen:	Evet.
Kerem:	Hepimiz bir kere mi söyleyeceğiz?
Öğretmen:	Bir kişi daha sonra tekrar söz alarak ekleme yapabilir.
Münevver:	Öğretmenim bir kolay yapalım bir de zor. [iki problem kurulacağını düşünerek]
Öğretmen:	Hayır. Problemi zorlaştırmaya çalışacağız.
Münevver:	O zaman ikisi de zor olacak.
Öğretmen:	Evet. Şimdi sırayla değil, dileyen ekleme yapsın çocuklar.
İpek:	Tahtaya mı geleceğiz?

Öğretmen:	Tahtaya da gelebilirsiniz, bana da söyleyebilirsiniz. Yalnız sayı ve kelimelerden toplam 2 tane yazabilirsiniz.
Kerem:	Herkes 2 kelime söylerse nasıl olacak?
Öğretmen:	Herkes söylemek zorunda değil. Zaten isteyen öğrenci yaptığı eklemelerle problemi tamamlayabilir.

Aşama 2: Öğrenciler problem kurar.

Öğretmen tahtaya "Yasin ve babası…." yazarak süreci başlatmıştır. Öğretmen uygulama sürecinde öğrencilerden problem metninde yazılı olanları düşünerek kelime veya sayıları eklemelerini istemiştir. Ayrıca bu süreçte hata yapmaktan çekinmemeleri gerektiğini çünkü problemin sınıfta tartışılacağını ve varsa hatalarını düzelteceklerini vurgulamıştır. Bu etkinliğin uygulama sürecinde her yazılanın problem metniyle ilişkili, açık ve anlaşılır olması da tartışma konusu olmuştur. Öğrenciler söz alıp problem metnine ekleme yapan öğrencilerin ifadelerini inceleyerek eksikliklere dikkat çekmişlerdir. Örneğin bu etkinliğin başlangıç aşamasında bir öğrenci "10 domates" ifadesini eklemiş ve diğer öğrenciler domateslerin yaygın şekilde kilogram ile satıldığına değinerek problem üzerinde düzenleme yapılmasını önermişlerdir. Bu yönüyle günlük yaşamdaki kullanım açısından öğrenciler gerçekçiliğe de değinmişlerdir. Bu durumu yansıtan sınıf içi tartışmanın bir bölümü şu şekildedir:

Mehmet:	10 domates. [Probleme bu şekilde ekleme yapmıştır]
İpek:	Ne aldı?
Ravza:	Domates.
Özgür:	Domates bence kg olur.
Ravza:	Ben 10 kilo patates diyecektim.
Öğretmen:	Tamam. 10 kg domates yapalım o zaman.
Münevver:	Fiyatını söyleyebilir miyiz?
Öğretmen:	Evet. İstediğiniz eklemeyi yapabilirsiniz.

Tartışmanın devamında öğrenciler ikişer kelime veya sayı ekleyerek problemi tamamlamışlardır. Tartışma neticesinde kurulan problem şu şekildedir:

Yasin ve babası manavdan 10 kg domates aldı. Kilosu 10 liradır. Ve başka şey olarak 5 kg çilek, 5 kg muz almıştır. Yasin'in canı bir de ananas istedi. Ananas'ın fiyatı domatesin kilosu kadardır. Muzun fiyatı da 5 liradır. Çilek ise 15 liradır. Buna göre kaç lira ödemiş olur?

Aşama 3: Öğrenciler kurdukları problemi tartışır ve çözer.

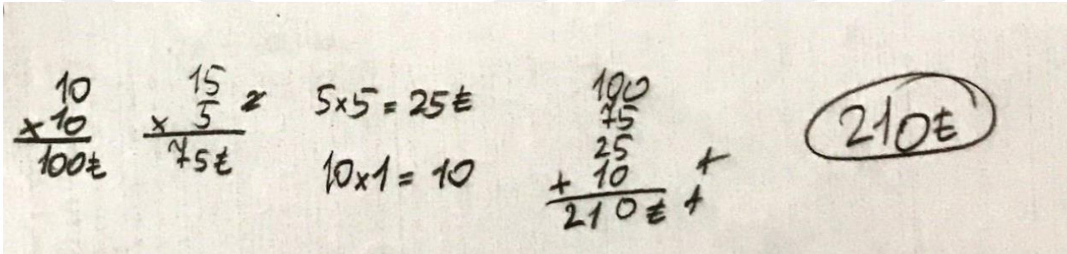
Problem yazma sürecinde yapılan tartışmaların ardından problemin son hali üzerinden de tartışma yürütülmüştür. Çünkü her ne kadar öğrenciler eklenen her bir parçayı analiz etseler de bir bütün olarak problemin ifadesinde eksiklikler bulunmaktadır. Öğrenciler problemde her bir ürünün adının ve fiyatının yan yana yazılması gerektiğini belirtmiştir. Ayrıca gereksiz kullanılan ifadelere de vurgu yapmışlardır. Öğretmenin problem kurma sürecinde eklenen her bir ifadenin açık ve anlaşılır olması ile ilgili başlattığı sınıf tartışmasının örnek bölümü aşağıdaki gibidir:

Öğretmen:	Peki problem açık ve anlaşılır mı?
Beyzanur:	Hayır. Hiç anlaşılır değil.
Ravza:	Biraz yerleri karışık gibi.
Öğretmen:	Peki düzenleyebilir miyiz problemi?
Beyzanur:	Evet düzenleyebiliriz.
Öğretmen:	Nasıl düzenleyelim?
Betül:	"ve başka şey olarak" ifadesini değişebiliriz. [Gereksiz olduğunu düşünmüştür]
Kerem:	İlk aldığı şeyleri söyleyelim.
Öğretmen:	Evet güzel.
Kerem:	Yasin ve babası manavdan 10 kg domates, 5kg çilek.
Münevver:	Öğretmenim kilo fiyatını da belirtelim. Domatesin kilosu 10 lira.

Tartışma neticesinde öğrencilerin ifade ettikleri durumlar doğrultusunda problem revize edilmiştir. Böylece ifadeler düzenlenerek daha açık ve anlaşılır bir problem elde edilmiştir. Problemin revize edilmiş hali aşağıdaki gibidir:

Yasin ve babası manavdan kilosu 10 liradan 10 kg domates, kilosu 15 lira olan 5 kg çilek almıştır. Kilosu 5 lira olan muzdan 5 kg ve tanesi domatesin kg fiyatı olan 1 tane de ananas almıştır. Buna göre toplam ne kadar öderler?

Öğretmen, öğrencilere revize edilen problemin çözülebilir olup olmadığını sormuştur. “Evet” yanıtını aldıktan sonra gönüllüler arasından Medine problemi tahtada çözmüştür. Kurulan problem matematiksel geçerlik bakımından “ÇrMP” kategorisindedir. Problemin çözümünü öğrenciler kendi çalışma kağıtlarına da bireysel olarak yapmışlardır. Medine’nin yaptığı çözüme Şekil 40’ta yer verilmiştir.



Şekil 40. Ekinlik 3A, Aşama 3’te Medine’nin kurulan probleme ait çalışma kağıdındaki çözümü

Kurulan problemin “çözülebilir” olduğu sınıfça belirtilmiştir. Medine’nin problemi tahtada çözerken yaşanan sınıf içi diyalog şu şekildedir:

Medine:	İlk önce domatesin fiyatını bulacağız.
Öğretmen:	Evet. Birimini de yazalım.
Medine:	Şimdi çileğin toplam fiyatını bulalım.
Öğretmen:	Peki başka ne almış?
Medine:	Muz almış.
Öğretmen:	Son olarak?
Medine:	Ananası yazacağım. [Problemi okuyarak ananasın fiyatını bulur] Domatesin kilo fiyatı kadar.
Öğretmen:	Şimdi ne yapacağız?
Medine:	Hepsini toplayacağız.

Öğrencilerin kurmuş oldukları bu problemdeki semantik yapılar da analiz edilmiştir. Öğrencilerden kendilerine dağıtılmış olan aritmetiksel işlemlerin farklı anlamlarını yansıtan görsel modellerin bulunduğu kâğıdı (Ek 8) incelemeleri ve bu problemdeki işlemlere yüklenen anlamları belirlemeleri istenmiştir. Tartışma neticesinde problemin çözümünde kullanılan işlemlerin anlamlarının "eş gruplar/eş gruplar/eş gruplar/eş gruplar/parça-parça-bütün" olduğu konusunda fikir birliğine varılmıştır. Bu duruma yönelik sınıf içerisinde gerçekleşen öğretim kesiti şu şekildedir:

Öğretmen:	Çocuklar işlemlere yüklenen anlamlar için neler tespit ettiniz? Bu işlemde [$10\ x\ 10 = 100$ işlemi] çarpma işleminin hangi anlamı var?
Münevver:	Eş gruplar olur öğretmenim.
Öğretmen:	Peki neden eş gruplar olur? Başka fikri olan var mı?
Betül:	10 kg domatesin toplam fiyatını istiyor. Eş gruplar.
Öğretmen:	Güzel. Bu işlemde [$15\ x\ 5 = 75$ işlemi] hangi anlam var?
Münevver:	Eş gruplar. [ilk işlemle aynı olduğunu ima ederek]
Öğretmen:	Bu işlemde hangi anlam vardır? [$5\ x\ 5 = 25$ işlemi]
Betül:	Eş gruplar var. İlk iki işlemle aynı anlamda.
Öğretmen:	Bu işlem hangi anlama yöneliktir? [$1\ x\ 10 = 10$ işlemi]
Münevver:	Eş gruplar var.
Medine:	Bir tane ananasın fiyatını buluyoruz.
Öğretmen:	Bu işlemde ise çocuklar? [$100 + 75 + 25 + 10 = 210$ işlemi]
Kerem:	Parça-parça-bütün olur. Farklı parçaları topluyoruz.
Münevver:	Evet. Parça-parça-bütün. Ekleme yapmıyoruz.
Öğretmen:	Evet. Farklı parçaları bir araya getirdik dolayısıyla parça-parça-bütün anlamı vardır.

Aşama 4: Öğrenciler yeniden problem kurar.

Bu aşamada öğretmen farklı bir problemin başlangıcı olabilecek ifadeler sunmuştur. Öğretmen tahtaya "bir kırtasiyeci…." yazıp önceki problemde tercih edilmeyen veya daha az kullanılan aritmetiksel işlemlerin veya semantik anlamların kullanımını teşvik etmiştir. Bu duruma yönelik sınıf içi tartışma şu şekildedir:

Öğretmen: Çocuklar sizden şunu istiyorum. [Tartışması yapılan problemin çözümüne işaret ederek] Hangi işlemleri kullandık?

Sınıf: Çarpma ve toplama.

Öğretmen: Hangi anlamlara yer verdik?

Sınıf: Tekrarlı toplama ve parça-parça-bütün.

Öğretmen: Daha farklı işlemlere ve daha farklı anlamlara yer verecek şekilde zor bir problem oluşturabilir miyiz peki?

Münevver: Evet, evet ben çok güzel buldum.

Sınıf: Evet.

Öğretmen etkinliğin başlangıcında ilk etkinlikte olduğu gibi öğrencileri fikirlerini belirtmede ve hata yapmaktan çekinmemeleri noktasında cesaretlendirmiştir. Problem kurulurken bazı durumlarda sınıf içi tartışmalar neticesinde problemin açık, anlaşılır ve gerçekçi olmasıyla ilgili eklenen ifadelerde değişiklik yapılmıştır. Bu duruma örnek olan, problemin gerçekçi veriler içermesiyle ilgili sınıf içi öğretim kesiti şu şekildedir:

Öğretmen: "Kalemtıraşın fiyatı silginin fiyatının…" [Sınıfça problem kurulurken öğretmen problemde en son yazılan cümleyi tekrar eder]

Hifa: Dokuz katıdır.

Medine: Dokuz katı mı? Çok fazla olmaz mı?

Kerem: "4 katıdır" diyelim.

Beyzanur: 4 katıdır. [Probleme bu şekilde ekleme yapılır]

Kerem: Birisi "buna göre" desin.

Beyzanur: "Buna göre" [Problemi bu şekilde devam ettirir]

Kerem: "Kırtasiyeye gelen" [Problemi bu şekilde devam ettirir]

Ravza: Hayır. Nakliyeciye kaç lira diyelim.

Öğretmen: "Kırtasiyedeki ürünlerin" diyelim mi? [Problem bu şekilde devam ettirilir]

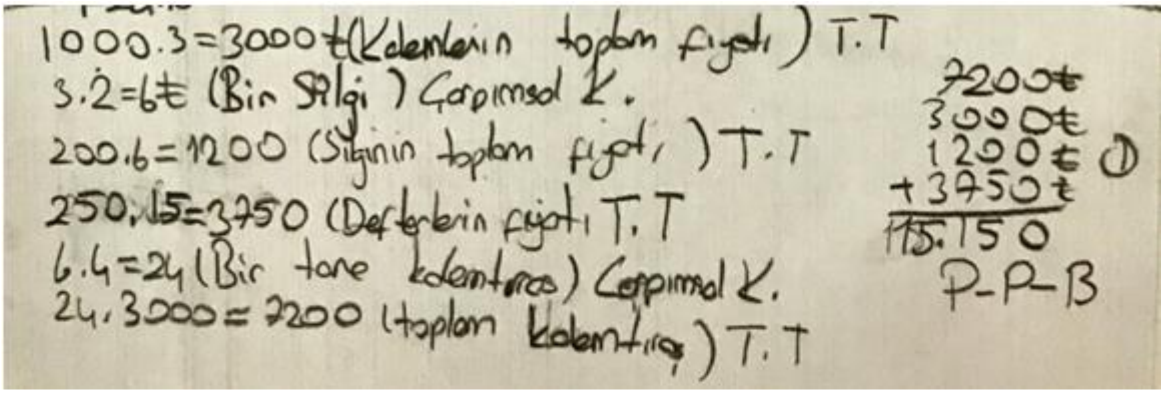
Münevver: Evet. "Fiyatı ne kadardır?" şeklinde problemi bitirebiliriz. [Problem bu şekilde ekleme yapılarak sonlandırılır]

Problemin açık, anlaşılır ve gerçekçi ifadeler içermesi durumları üzerinden tartışmalar sürdürülerek problem metnine eklemeler yapılmıştır. Böylece şu şekilde bir problem ortaya çıkmıştır:

Bir kırtasiyede 1000 kalem, 200 silgi, 250 defter ve 300 tane de kalemtıraş vardır. Kalemin tanesi 3 liradır. Silginin fiyatı kalemin fiyatının 2 katıdır. Defterin fiyatı ise 25 liradır. Kalemtıraşın fiyatı silginin fiyatının 4 katıdır. Buna göre kırtasiyedeki ürünlerin fiyatı ne kadardır?

Problem kurma sürecinde eklenen her bir ifadenin açık, anlaşılır ve gerçekçi olması ile ilgili problem tartışmaya açılarak öğrencilerin gerekli gördükleri düzenlemeler yapıldığı için problemin açık, anlaşılır ve gerçekçi olduğu konusunda fikir birliğine varılmıştır. Problem matematiksel geçerlik açısından "ÇrMP" kategorisindedir

Aşama 4'te problem kurulduktan sonra "çözülebilir" olup olmadığını kontrol etmek için problemin çözümünü Betül tarafından tahtada yapmıştır. Problemin çözümünü öğrenciler kendi çalışma kağıtlarına da bireysel olarak yapmışlardır. Betül'ün yaptığı çözüme Şekil 41'de yer verilmiştir.



Şekil 41. Ekinlik 3A, Aşama 4'te Betül'ün kurulan probleme ait çözümü

Kurulan problemin "çözülebilir" olduğu sınıfça belirtilmiştir. Problemin çözülme anına ait diyalog aşağıdaki gibidir:

Öğretmen:	Çocuklar yardımcı olun siz de arkadaşınıza. Nereden başlayalım?
Kerem:	Kalemlerin tanesi verilmiş 3 lira. 1000 tanesi 3000 lira olur.

Betül:	Yazıyorum öğretmenim. [$1000\ x\ 3 = 3000$ işlemini yapar]
Öğretmen:	“Kalemlerin…”[Öğrencilerden devamını getirmelerini istemiştir]
Kerem:	Toplam fiyatı.
Öğretmen:	Şimdi neyi bulalım?
Betül:	Silginin fiyatını.
Kerem:	Bir tanesinin fiyatını bulalım.
Betül:	[$3\ x\ 2 = 6$ işlemini yapar]
Kerem:	Şimdi 6 ile 200’ü çarpacağız.
Münevver:	3 ile 2’yi niye çarptın ki?
Betül:	İki katı diyor. [Devamında $6\ x\ 200 = 1200$ işlemini yapmıştır]
Öğretmen:	Başka ne isteniyor problemde çocuklar?
Kerem:	İlk defteri bulalım.
Betül:	[$250\ x\ 15 = 3750$ işlemini yapmıştır]
Kerem:	Betül kalem tıraşın fiyatını bulup 300 ile çarpacağız.
Betül:	[$6\ x\ 4 = 24$ ve $24\ x\ 300 = 7200$ işlemlerini yapmıştır]
Münevver:	Çok zormuş.
Öğretmen:	Şimdi ne yapacağız Betül?
Betül:	Hepsini toplayacağız. [$7200 + 3750 + 300 + 1200 = 15150$ işlemini yapmıştır]

Bu problemde aritmetiksel işlemelere yüklenen semantik anlamalarda tartışmaya açılmıştır. Öğrencilerden kendilerine dağıtılmış olan aritmetiksel işlemlerin farklı anlamlarını yansıtan görsel modellerin bulunduğu kâğıdı (Ek 8) incelemeleri ve bu problemdeki işlemlere yüklenen anlamları belirlemeleri istenmiştir. Tartışma neticesinde problemin çözümünde kullanılan işlemlerin anlamlarının “eş gruplar/çarpımsal karşılaştırma/eş gruplar/eş gruplar/çarpımsal karşılaştırma/eş gruplar/parça-parça-bütün” olduğu konusunda fikir birliğine varılmıştır. Bu durumda kurulan problemde Aşama 2’de kurulan problemdeki semantik yapılardan farklı olarak “çarpımsal karşılaştırma” anlamı kullanılmıştır. Ayrıca Aşama 2’de beş semantik yapı kullanılırken, Aşama 4’te yedi semantik yapıya yer verilmiştir. Bu duruma yönelik gerçekleşen sınıf içi tartışma şu şekildedir:

Öğretmen:	Şimdi çocuklar işlemlerin anlamlarına bakalım son olarak. Bu işlemde [$1000\ x\ 3 = 3000$] çarpma işlemini hangi anlamı var?
Betül:	Eş gruplar.
Öğretmen:	Peki neden bu işlemde [$1000\ x\ 3 = 3000$] eş gruplar vardır?
Kerem:	Çünkü 1 tanesi 3 lira. 1000 tanesini soruyor.
Öğretmen:	Evet. 1000 tane üçü topladık. Eş gruplar. Peki bu işlemde [$3\ x\ 2 = 6$] neyi kullandık?
Kerem:	Eş gruplar.
Öğretmen:	Hangi anlamlar vardı başka?
Münevver:	Kartezyen çarpım, çarpımsal karşılaştırma, alan
Öğretmen:	Hangisi uygun olur? Neden? [Öğrenciler önlerindeki işlemlerin anlamlarına yönelik modelleri inceler]
Münevver:	Çarpımsal karşılaştırma. Biri diğerinin katı oluyor.
Kerem:	Evet. "Silginin fiyatı kalemin fiyatının 2 katıdır." yazıyor.
Öğretmen:	Peki bu işlemde [$6\ x\ 200 = 1200$] ne kullandık?
Münevver:	Eş gruplar.
Betül:	Evet. 200 tane altıyı alt alta toplayacağına çarpıyoruz.
Öğretmen:	Şu işlemde [$250\ x\ 15 = 3750$] ne kullandık?
Münevver:	Eş gruplar. Defterlerin toplam fiyatını bulduk.
Öğretmen:	Bu işlemde [$6\ x\ 4 = 24$] ne kullandık?
Münevver:	Çarpımsal karşılaştırma. Biri diğerinin katı oluyor.
Ravza:	Evet. Biri diğerinin 4 katıydı. 4 katını bulduk.
Öğretmen:	Bu işlemde [$24\ x\ 300 = 7200$] ne kullandık?
Kerem:	Eş gruplar.
Münevver:	Eş gruplar. 300 tane 24'ü topladık aslında biz.
Öğretmen:	Evet. Yani tekrarlı toplama yaptık. Son olarak şu işlemde [$7200 + 3750 + 300 + 1200 = 15150$] ne yaptık peki?
Münevver:	Farklı şeyleri topladık.
Ravza:	Evet. Parça-parça-bütün olur.

5. TARTIŞMA ve SONUÇLAR

Bu bölümde, GAÖÇ'ye dayalı öğretimin ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin problem kurma ve çözme performanslarının gelişimi üzerindeki etkisine ilişkin bulgular tartışılmıştır. Tartışma ve sonuçlar, araştırmanın alt problemlerine uygun olarak yapılandırılmıştır.

5.1. Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi'ne Dayalı Öğretiminin Öğrencilerin Problem Çözme Performanslarının Gelişimi Üzerindeki Etkisine Yönelik Tartışma ve Sonuçlar

PÇT'de ön-test aşamasında on bir öğrenci "orta" ve "yüksek" düzeyde performans sergilerken, son-testte bu düzeylerde performans sergileyen öğrenci sayısı on beşe çıkmıştır. Bu sonuçlardan hareketle öğrencilerin son-testte problem çözerken uygun aritmetiksel işlemleri belirlemede daha başarılı oldukları veya işlemsel hatalarında azalma olduğu söylenebilir. Elde edilen bu bulgulardan öğrencilerin tasarlanan öğretimle problem çözme performanslarını geliştirdikleri anlaşılmaktadır. Ayrıca istatiksel test sonuçlarına göre de son-test lehine anlamlı farklılık tespit edilmiştir. İstatistiksel olarak tespit edilen bu farklılığa ait etki büyüklüğü de "büyük" olarak belirlenmiştir. Bu sonuçlar, alanyazında problem kurma ve çözme üzerine tasarlanan öğretim yaklaşımlarının öğrencilerin problem çözme performansı üzerinde etkili olduğu sonuçlarıyla paralellik göstermektedir (Cankoy ve Darbaz, 2010; Chen vd., 2015; Fidan, 2008; Kopparla vd., 2019; Rudnitsky vd., 1995; Turhan, 2011). Örneğin, Kopparla vd. (2019) bu araştırmadan farklı olarak farklı öğretim kademelerindeki (2-5. sınıflar) öğrencilere uyguladığı öğretim tasarımında öğrencilerin problem kurma ve çözme performanslarını incelemiştir. Ayrıca problem kurma ve problem çözme öğretimini iç içe olacak şekilde vermek yerine problem kurma ve problem çözme olmak üzere farklı iki öğretim grubu oluşturmuştur. Araştırmanın sonuçlarına göre, bütün öğrencilerin çalışma boyunca problem kurma ve çözme performanslarını geliştirdikleri belirlenmiştir.

PÇT'nin oluşturulmasında kullanılan sözel problemlerin çözümlerinin farklı türde ve sayıda işlemler içermesine de dikkat edilmiştir. Ön-test ve son-teste ait öğrenci yanıtları incelendiğinde diğerlerine oranla daha fazla işlem türü ve işlem sayısı içeren problemlerde de öğrenci başarısında artış olduğu tespit edilmiştir. Örneğin, çözümü üç işlem türü ve işlem sayısı içeren PÇT'nin dokuzuncu etkinliğine ön-testte öğrencilerden sadece bir tanesi "doğru" yanıt verirken, son-testte altı öğrenci "doğru" yanıt vermiştir. Sözel problemlerin çözümünde aritmetiksel işlem becerisinin yanında problem metnindeki nicel değişkenlerin ve bunlar arasındaki ilişkilerin anlaşılması da kritik önemdedir (Kilpatrick, 2001; Koedinger ve Nathan 2004). GAÖÇ'ye dayalı öğretimde öğrenciler işlemlerin farklı anlamlarını, işlemlerle problem ifadeleri arasındaki ilişkileri tartışmış ve onlardan daha fazla işlem türü ve sayısı içeren problemler kurmaları istenmiştir. Öğrencilerin bu tartışmalardan elde ettikleri kazanımlar problem çözme performanslarının gelişimine katkıda bulunmuş olması, ortaya çıkan farkın başlıca nedeni olarak görülebilir.

Öğrenciler işlemlerin farklı semantik anlamlarını barındıran problemlerde dikkat çekici gelişim sergilemişlerdir. Çarpma işleminin semantik anlamlarından biri olan ve iki küme arasında yapılabilecek muhtemel ikili eşleşmelerin sayısını veren "kartezyen çarpım" anlamı (Van de Walle vd., 2016) bu gelişime örnek teşkil etmektedir. Ön-teste ait veriler incelendiğinde hiçbir öğrencinin çarpmanın "kartezyen çarpım" anlamını çözümünde barındıran üçüncü maddeye "doğru" kategorisinde yanıt verememiştir. Ayrıca PÇT'deki üçüncü maddenin çözümü tek adımlı bir problem olduğu halde öğrenciler bu maddeden çok adımlı problemlere göre daha az puan almıştır. Son-testte ise altı öğrencinin aynı maddeye "doğru" kategorisinde yanıt verdiği tespit edilmiştir. GAÖÇ'ye dayalı öğretimin tek adımlı sembolik işlemlere problem kurma etkinliğinde öğrencilerin işlemlerin farklı semantik anlamlarına yönelik problemler kurmaları teşvik edilmiştir. Kurulan problemler içerdiği semantik anlamlar açısından tartışmaya açılarak öğrencilerin bu semantik yapıları içselleştirmesine fırsat tanınmıştır. Ayrıca öğretim tasarımında yer alan diğer etkinliklerde de öğrencilerin problem kurarken daha fazla sayıda ve farklı semantik yapıları kullanmaları teşvik edilmiştir. Bu sayede aritmetiksel işlemlerin semantik anlamlarına sahip olan öğrenciler, o işlemlerin kullanıldığı farklı sözel problemleri daha doğru bir şekilde tanımlayabilecek ve onları daha etkili bir şekilde çözebilecektir. Dolayısıyla, GAÖÇ'ye dayalı öğretimden elde edilen deneyimler öğrencilerin gelişimindeki temel etken olmuş olabilecektir. Bu yönüyle elde edilen bu sonuç Leung ve Silver'ın (1997) çok adımlı problemlerin bir adımlı problemlerden daha zor olma eğiliminde olduğu varsayımını desteklememektedir. Bu durum ayrıca problemlerin zorluğunu belirlemede sadece işlem sayısının kullanılmasının yetersiz olabileceğini işaret etmektedir.

Son olarak PÇT ön-test ve son-test puanları karşılaştırıldığında bir öğrencinin (Sema) puanının değişmediği ve bir öğrencinin (Ayşenur) ise puanını düşürdüğü belirlenmiştir. Söz konusu öğrencilerin GAÖÇ'ye dayalı öğretim boyunca gerek problem kurma ve çözme aşamasında gerekse kurulan problemlerin tartışılması aşamasında yeterince katılım göstermedikleri gözlemlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin ön-test ve son-testte PÇT'ye verdikleri yanıtlar incelendiğinde problemdeki sayıları rastgele kullanarak işlem yaptıkları ve işlem becerilerinde de eksiklerinin olduğu tespit edilmiştir. Bu durum aynı zamanda öğrencilerin problem ifadesini anlamada sorun yaşadıklarına işaret etmektedir.

5.2. Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi'ne Dayalı Öğretimin Öğrencilerin Problem Kurma Performanslarının Gelişimi Üzerindeki Etkisine Yönelik Tartışma ve Sonuçlar

GAÖÇ'ye dayalı öğretimin öncesinde ve sonrasında altıncı sınıf öğrencilerine PKT uygulanmıştır. Öğrencilerin ön-test aşamasında PKT'den almış oldukları puanların ortalaması 20 iken, son-test aşamasında bu değer 26,37 olmuştur. Bunun yanında, ön-test aşamasında PKT'den minimum 1 puan alınırken, son-test aşamasında bu değerin 7'ye çıktığı tespit edilmiştir. Bu sonuçlar, GAÖÇ'ne dayalı öğretimin öğrencilerin matematiksel yönden geçerli problemler kurma performanslarının gelişimine katkıda bulunduğuna işaret etmektedir. Öğrencilerin problem kurma performanslarındaki bu gelişimin istatistiksel olarak da anlamlı olduğu tespit edilmiştir. Ön-test ve son-test arasında tespit edilen anlamlı farklılığa ilişkin etki düzeyi ise "büyük" olarak belirlenmiştir. Bu sonuç, alanyazında problem kurma üzerine yapılan çalışmaların sonuçlarını da desteklemektedir (Cankoy ve Darbaz, 2010; Chen vd., 2015; English, 1997a, 1998; Kopparla vd., 2019; Xia, vd., 2008; Yılmaz, 2019). Örneğin, Xia vd.'nin (2008) ortaokul öğrencileri ile yaklaşık iki yıl süren deneysel çalışmasında deney ve kontrol grubu öğrencilerinin problem kurma performanslarını karşılaştırmıştır. Elde edilen bulgular öğrencilerin problem kurma performanslarının deney grubu lehine anlamlı olduğunu göstermektedir. Cankoy ve Darbaz (2010) ise problem kurma temelli problem çözme öğretimi ile geleneksel problem çözme öğretiminin ilkokul üçüncü sınıf öğrencilerinin problemi anlama performansları üzerindeki etkisini karşılaştıran deneysel bir çalışma yürütmüşlerdir. Araştırmanın bulguları, deney ve kontrol grupları arasında problemi anlama, problemi görselleştirme ve problemle ilgili niteliksel akıl yürütme (eksik veya fazla veriyi saptama, çözüme rehberlik edecek alt problemleri belirleme ve veriler arasındaki mantıksal ilişkileri tespit etme gibi) alt boyutlarının tümünde deney grubu lehine farkın olduğunu göstermiştir.

Öğrencilerin PKT ön-test ve son-test puanları karşılaştırıldığında 19 öğrencinin 17'sinin ön-test aşamasına göre son-test aşamasında PKT'den aldıkları matematiksel geçerlik puanını arttırdığı belirlenmiştir. Buna karşın, bir öğrencinin (Kerem) ön-test ve son-test puanlarının değişmediği, bir öğrencinin (Yurdagül) ise puanını düşürdüğü belirlenmiştir. Puanı değişmeyen Kerem'in ön-test ve son-testte tam puana yakın ortalamaya sahip olduğu (39 puan üzerinden 38) görülmektedir. Ayrıca öğrencinin PKT'ye verdiği yanıtlar incelendiğinde üçüncü etkinlikte ön-test ve son-testte benzer hatayı yaptığı tespit edilmiştir. Bu etkinlikte sembolik işlemlere yönelik problem kurulması söz konusudur. GAÖÇ'ye dayalı öğretimde işlemlere yüklenen semantik yapılar tartışılırken paylaşımın eşit olmak zorunda olmadığı vurgulanmıştır. Bölme işleminde ise paylaşımın her durum için eşit olması ve bunun problemde vurgulanması gerektiğine değinilmiştir. Buna rağmen öğrencinin kurduğu problemde eşit paylaşıma vurgu yapmadığı tespit edilmiştir. Bu durum öğrencilerdeki yerleşmiş algıların değiştirilmesinin uzun zaman gerektirdiğine işaret etmektedir. Yurdagül ise PKT ön-test ve son-testte matematiksel olarak geçerli bir problem kuramadığı tespit edilmiştir. Öğrencinin derse ilgisinin az olduğu, problem çözme, muhakeme etme ve işlem becerilerinin yeterli düzeyde olmadığı bilinmektedir. Bu durum öğrencinin gelişim göstermemesindeki temel etken olabilecektir.

Ön-test aşamasında PKT'ye öğrencilerin verdikleri yanıtlarının yaklaşık beşte birinin "boş ya da günlük yaşamla ilişkili değil" kategorisinde yer aldığı tespit edilmiştir. Son-test aşamasında ise bu oran onda birin altına düşmüştür. Yine öğrencilerin ön-test aşamasında PKT'ye verdikleri yanıtların beşte ikisinden fazlasının "veri setine uygun değil" kategorisinde yer aldığı, son test aşamasında ise bu oranın yaklaşık üçte bire kadar düşüş gösterdiği tespit edilmiştir. Bu yönüyle, öğrencilerin son-test aşamasında günlük yaşamla ilişkili problemler yazma eğilimlerinde artış olduğu anlaşılmaktadır. Bu durum farklı birçok nedenle açıklanabilecektir. Birincisi, problem kurma deneyimi son-test aşamasında etkinlikle ilişkili problemler yazma anlayışını desteklemiş olabilecektir. Çünkü ders kitapları (Bütüner, 2019; Cai ve Jiang, 2017; Çimen ve Yıldız, 2017; Işık ve Kar, 2015; Kar vd., 2018) üzerine yapılan araştırmalarda problem kurma etkinliklerine sınırlı sayıda ve çeşitlilikte yer verildiği belirlenmiştir. Bunun yanında, matematik öğretmenlerine yönelik yapılan araştırmalar (Cai ve Hwang, 2020; Cai vd., 2020; Ellerton, 2013) ise problem kurmaya sınıf içi öğretim faaliyetlerinde yeterince yer verilmediğini göstermektedir. Bu durum problem kurmanın henüz öğretim faaliyetlerinin merkezinde yer almadığına işaret etmektedir. Bu araştırmaya dahil olan öğrencilerle de her ne kadar problem kurma aktiviteleri yapılmış olsa da bunların problem çözme kadar yaygın olmadığı bilinmektedir. Bu durumda ön-test aşamasında öğrencilerin nasıl problemler yazabilecekleri konusunda zorlanmalarının nedeni öğrencilerin problem kurma deneyimi eksikliği olabilecektir. İkincisi, problem kurmanın öğrenciler için ilgi çekici olup onların bireysel öğrenen olmalarını desteklemesiyle de öğrencilerin son-test aşamasında günlük yaşamla ilişkili problemler yazma eğilimlerindeki artış açıklanabilir. Problem kurma faaliyetlerinin, öğrencilerin bağımsız ve esnek düşünebilme becerilerini geliştirmesine (Barlow ve Cates, 2006; Cankoy, 2014; English, 1997a; Lowrie, 2002) ve matematiğe yönelik olumsuz inanışlarının giderilmesine (Cai vd., 2015; English, 1997a; Silver 1994) katkı sağladığı bilinmektedir. Bu araştırmada uygulama sürecinde öğretmenlerin sunacağı problemleri çözmek yerine öğrencilerin kendi problemlerini kurup çözmeyi daha ilgi çekici bulduğu gözlemlenmiştir. Etkinliklerde sınıftaki öğrencilerin tamamına yakınının kurdukları problemi paylaşmak için gönüllü olması bu duruma işaret etmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin problem kurmada istekli olması son-test lehine bu farkın oluşmasına neden olmuş olabilecektir.

Ön-test aşamasında uygulanan PKT'ye göre öğrenci yanıtlarının %31'i "çözülebilir matematik problemi" kategorisinde yer almıştır. Son-test aşamasında ise öğrenci yanıtlarının %50'si aynı kategoride yer almıştır. Bu yönüyle son-test aşamasında yönergeye uygun olup, eksik veya fazla veri içermeyen ve mevcut verilerle çözümüne ulaşılabildiği problemlerin sayısında artış olduğu görülmektedir. Bir sözel problemin çözülebilmesi için aritmetiksel işlem yetkinliğinin yanında problem metnindeki nicel değişkenler ile bunlar arasındaki ilişkinin anlaşılması da kritik öneme sahiptir (Koedinger ve Nathan, 2004; Kilpatrick vd., 2001). Problem kurabilmek için ise etkinlikteki matematiksel kavram ve ilişkilerin derinlemesine analiz edilerek farklı matematiksel kavramlarla ilişkilendirmenin yapılması, kurulan problemlerin hatalı veya eksik veri içerip içermediğine yönelik analizlerin gerçekleştirilmesi (Cifarelli ve Sevim, 2015; Kar vd., 2019; Xie ve Masingila, 2017) ve problemin çözümünün kontrol edilmesi gerekmektedir. GAÖÇ'ye dayalı öğretimde öğrencilerin kurdukları problemler tartışmaya açılmıştır. Bu tartışmalarda çözümü yapılamayan problemler de analiz edilmiş ve hatalar giderilmiştir. Bu yönüyle tasarlanan öğrenme ortamında öğrenciler problemdeki değişkenleri ve aralarındaki ilişkileri analiz etme fırsatı bulmanın yanında, hatalı yanıtların içeriği hakkında da anlayış geliştirme imkanı bulmuşlardır. Ayrıca bu öğretim çerçevesinde sınıf içerisinde kurulan problemlerin çözümü de yapılmıştır. Dolayısıyla bu öğretim çerçevesinin içerik olarak öğrencilerin etkinlikteki değişkenlerin birbiriyle ve farklı aritmetiksel işlemlerle ilişkisine yönelik sorgulama becerilerini aktif bir şekilde desteklemesi, çözülebilir problemlerin oranında son-test lehine görülen farklılığın temel nedenini oluşturmuştur.

Etkinlik formatı problem kurma performansı üzerinde etkili olan önemli bir faktördür (Christou vd., 2005; Işık ve Kar, 2012; Leung, 1997; Silber ve Cai 2017). Her etkinlik türünün kendine has avantajları bulunmaktadır. Farklı problem kurma etkinlik tasarımları, kavramın farklı yönlerini yansıtabilecek ve öğrenmede farklı nitelikleri daha fazla ön plana çıkarabilecektir. Bu amaçla bu araştırmada Stoyanova ve Ellerton'un (1996) sınıflandırmasındaki bütün kategorilere ilişkin etkinlikler sunulmuştur. Farklı etkinliklerin tamamında öğrencilerin problem kurma performanslarının gelişim gösterdiği tespit edilmiştir. Bu yönüyle GAÖÇ'ye dayalı öğretimin farklı etkinlik türleri için de öğrencilerin problem kurma performanslarını geliştirmede etkili olduğu anlaşılmaktadır. Alanyazın incelendiğinde bu çalışmanın sonucuna paralel olarak Aparı (2019) Geogebra destekli problem kurma temelli öğretim sürecinin sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki problem kurma becerilerini ve problem kurmaya yönelik öz-yeterlik inançlarına etkisini incelemiştir. Araştırmadan elde edilen bulgulara göre öğrencilerin serbest, yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmış problem kurma etkinlik türlerinin tümünde problem kurma performanslarının gelişme gösterdiğini belirtmiştir.

Ön-test ve son-test aşamasında uygulanan PKT'de öğrenciler en yüksek puanı serbest problem kurma etkinliğinden almışlardır (Tablo 17). Ön-test aşamasında PKT'ye kurulan problemlerin semantik yapı sayısı ve türüne ilişkin dağılım (Tablo 19) incelendiğinde öğrencilerin serbest problem kurma etkinliklerinde semantik karmaşıklık puanlarının düşük olduğu tespit edilmiştir. Bu durumda öğrencilerin serbest problem kurma etkinliğinde yüksek puan almalarının doğal sayıların kullanımı dışında herhangi bir kısıtlama olmadığı için karmaşık ve zor problemlere odaklanmaktan ziyade sadece matematiksel olarak geçerli problemler kurmaya odaklanmaları olabilecektir. Ayrıca ön-test aşamasında serbest problem kurma etkinliklerine PKT'nin sonunda yer verilmesi nedeniyle öğrencilerin ilk olarak yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmış etkinliklere problem kurdukları düşünülürse elde ettikleri bilgi ve tecrübenin bu durumda etkili olduğu da söylenebilir. Son-test aşamasında ise en yüksek puanın serbest problem kurma etkinliklerinden alınmasına karşın kurulan problemler incelendiğinde ön-teste göre aritmetik ve semantik olarak daha karmaşık problemlere yer verildiği belirlenmiştir. Araştırmada ön-test ve son-test aşamasında en düşük puan ortalamasına sahip etkinlik türü ise yarı-yapılandırılmış problem kurma etkinlikleri olmuştur. Yarı-yapılandırılmış etkinliklerde öğrencilere verilen açık-uçlu durumun yapısını keşfederek önceki matematik deneyimlerinden elde ettiği bilgi, beceri kavram ve ilişkileri uygulayıp onu tamamlamaları istenmektedir (Stoyanova ve Ellerton, 1996). Öğrencilerin verilen açık-uçlu duruma bağlı kalma zorunlulukları ve devamında da sınırları tam olarak belirtilmeden onlardan problem kurmalarının istenmesi puan ortalamasındaki düşüklüğün nedeni olabilecektir. Yapılandırılmış problem kurmada ise, öğrencilere sunulan sınırları çizilmiş hatasız bir problem durumundaki çeşitli değişkenleri değiştirmelerine yönelik olmaktadır. Öğrencilerin genellikle sayısal veri, nesne veya isim değişikliği yapmalarından dolayı yarı-yapılandırılmış etkinliklere göre nispeten daha kolay bir etkinlik olduğu söylenebilir (Turhan-Türkkan, 2018). Bu durumlar öğrencilerin en düşük puanı yarı-yapılandırılmış etkinliklerden almalarındaki temel neden olabilecektir.

Bu araştırmada GAÖÇ'ye dayalı öğretimin öğrencilerin kurdukları problemlerin matematiksel karmaşıklığı üzerindeki etkisi de incelenmiştir. Çünkü GAÖÇ'de öğrencilerden etkinliklerin yapısını inceleme, problem hakkında fikirleri paylaşma, veriler arasındaki bağlantıları keşfetme, yazılan problemlerin matematiksel olarak geçerliğini sorgulama, kurulan problemleri çözme gibi davranışlar sergilemeleri beklenmektedir. GAÖÇ'nin bu içeriğinin teorik olarak öğrencileri daha karmaşık problemler kurmaya teşvik ettiği söylenebilir. Bu kapsamda deneysel olarak da bu durumun test edilmesi hedeflenmiştir. Bu amaçla öğrencilerin PKT'de kurdukları problemler Marshall'ın (1995) sınıflandırması (Tablo 1) kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırmada ön-testte öğrenciler genel olarak bir veya iki semantik yapı türüne yer verirken, son-testte üç semantik yapı türünde problemlere de yer vermişlerdir. Ön-testte "birlikte değişim" semantik yapısına sadece bir problemde yer verilirken son-testte özellikle serbest problem kurma etkinliklerde bu semantik yapının kullanımında artış olduğu belirlenmiştir. Bu durum öğrencilerin son-testte semantik olarak daha karmaşık yapıda problemlere yer verdiğini göstermektedir. Semantik yapı ve türü sayısı bakımından yapılan istatistiksel analizler neticesinde öğrenci başarısında son-test lehine anlamlı düzeyde farklılık olduğu belirlenmiştir. İstatistiksel olarak tespit edilen bu farklılığa ait etki büyüklüğü ise "büyük" olarak belirlenmiştir. English (1997a) yedinci sınıf öğrencileriyle yürüttüğü problem kurma öğretiminde bu araştırmadaki tasarımdan farklı olarak öğrenci performanslarını iki etkinlik üzerinden (açık-uçlu bir hikayeye ile çıkarma ve çarpma işlemlerine yönelik problem kurma) altı farklı aktivite çeşidine göre değerlendirmiştir. Kurulan problemler çözülebilir olup olmaması, aritmetiksel ve semantik komplekslilerine göre analiz edilmiştir. Bu çalışmaya benzer şekilde öğretim deneyimini takip eden öğrencilerin semantik ve aritmetiksel olarak daha kompleks problemler kurabildikleri, problemin yapısını ve bu yapının üzerine yeni problemler tanımlamada daha fazla kazanım elde ettikleri tespit edilmiştir.

5.3. Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi'ne Dayalı Öğretim Sürecinde Öğrencilerin Öğrenme Faaliyetlerine Yönelik Tartışma ve Sonuçlar

Bu araştırma, problem kurmayı matematik sınıflarının önemli bir bileşeni yapmayı hedefleyen çabalara katkıda bulunmayı amaçlamıştır. Bu kapsamda araştırmacılar tarafından geliştirilen ve aktif öğrenme çerçevelerine dayalı öğretimin matematik sınıflarıyla buluşturulması hedeflenmiştir. Bu amaçla öğrencilerle yedi hafta ve toplamda 13 ders saati süren öğretim yürütülmüştür. Stoyanova ve Ellerton'un (1996) yapılandırılmış, yarı-yapılandırılmış ve serbest problem kurma şeklindeki sınıflandırmasındaki her bir bileşene yönelik etkinlikler GAÖÇ üzerinden uygulanmıştır. GAÖÇ'de öğretmen zengin problem kurma ve çözme etkinlikleri tasarlayıp öğrencilerin dikkatini bu etkinliklere çekmektedir. Böylece GAÖÇ'ye dayalı öğretimde problemler kurulmasının ardından çözümlerine yer verilerek öğretimin başlatılması yanında, problemlerin çözümlerinin ardından problemler kurulması yoluyla da öğretimin başlatıldığı etkinliklere yer verilmiştir. Bu yönüyle GAÖÇ problem kurma ve çözme döngüsüne çift yönlü olarak daha güçlü vurgu yapmaktadır. Öğrenciler önceden dağıtılmış yönergeleri (Ek 6) inceleyerek etkinliklerin hangi yönergeye uygun olduğunu tespit etmektedirler. Daha sonra öğrenciler etkinlik türüne göre yönergeye uygun olacak şekilde problem kurar veya verilen problemi çözerler. Devamında kurulan problemler açıklık, anlaşılırlık, gerçekçilik ve çözülebilirlik kriterlerine göre analiz edilir ve gerekli görülenlerde düzeltme yapılır. Son aşamada ise öğrenciler model problemle farklı matematiksel yapıya sahip problemler kurarlar ve sınıfça bu yazılan problemler tartışılır ve çözülür. GAÖÇ'ye göre öğrenimin başlangıç bölümlerinde öğrenciler daha pasif konumda, öğretmenler ise daha aktif konumdadır. Çerçevenin ilerleyen aşamalarına doğru ise öğrenciler daha fazla aktif konuma gelirken öğretmenler bu süreci kolaylaştıran pozisyonda bulunmaktadırlar. Öğrenciler başlangıç aşamasında ezberleme, dinleme ve taklit etme gibi pasif davranışlar sergilerken, çerçevenin ilerleyen aşamasına doğru yansıtma, deneyimleme, fikirleri paylaşma, sorgulama, açıklama, kritik etme gibi daha aktif davranışlar sergilemektedirler. GAÖÇ'ye dayalı öğretimde sosyo-matematiksel normlara da yerilmiştir. Sosyo-matematiksel normlar sınıflarda neyin matematiksel olarak farklı, karmaşık ve mükemmel olarak değerlendirileceğine, aynı zamanda matematiksel olarak neyin kabul edilebilir açıklama ve doğrulama olarak sayılacağına yönelik normatif anlayışları temsil etmektedir (Yackel ve Cobb, 1996). GAÖÇ'ye dayalı öğretimde sosyo-matematiksel normlara yer verilmiştir. Böylece öğrencilerin problemi çözme, yeni problemler oluşturma ve problemle ilgili bilginin yeterliğinin değerlendirilip düzeltilmesi gibi davranışları kazanmalarında nasıl bir sorgulayıcı geleneği takip edeceklerini öğrenmeleri teşvik edilmiştir.

GAÖÇ'ye dayalı öğretimde öğrenciler önceden dağıtılmış yönergeleri inceleyerek etkinliklerin hangi yönergeye uygun olduğunu tespit etmişlerdir (Ek 6). Gerçekleşen öğretmen-öğrenci diyaloğu ve/veya sınıf içi tartışmalar ile problemin nasıl kurulacağı konusunda farkındalık oluşturulmuştur. Örneğin, çok adımlı işlemlere problem kurmayı konu edinen öğretimde etkinlik yönergesi (Ek 6) üzerinde öğrencilerle konuşularak, yazılacak problemin çözümünde, $150\ x\ 4 = 600$ ve $600 + 350 = 950$ işlemlerine yer verilmesi, günlük hayatla ilişkili olması ve cevabın 950 olması gerektiği üzerinde durulmuştur. Ayrıca problemde başka işlemlere de yer verilebileceği vurgulanmıştır. Bu aşamada etkinliğe özel bazı durumlar da tartışmaya açılmıştır. Örneğin, öğrencilerden Betül "öğretmenim biz problemde 600'ü [etkinlikte kullanılan $150\ x\ 4$ işleminin sonucu] yazmayacağız değil mi?" sorusunu yöneltmiştir. Betül'ün yönelttiği bu soru sınıf tartışmasına açılmış ve sembolik işlemlerin cevabının problemlerde yer almasının o işlemin problemin çözümünde yapılmasını gereksiz kılacağı konusunda fikir birliğine varılmıştır. Böylece öğrenciler problemin çözümü olabilecek işlemler ile kurulacak problemi ilişkilendirerek matematiksel olarak geçerli problemin nasıl yazılacağı konusunda tecrübe edinmişlerdir.

GAÖÇ'ye dayalı öğretimde problem kurma aşamasında öğrencilere problemi hızlı şekilde kurmak yerine, etkinliğin amacına uygun olacak şekilde anlaşılır, hata içermeyen, gerçekçi ve çözülebilir problemler kurmanın daha değerli olduğu vurgulanmıştır. Çünkü bu durumlar araştırmalarda problemlerin analizinde de yaygın şekilde kullanılmaktadır (Cankoy, 2014; Cankoy ve Darbaz, 2010; Chen vd., 2015; English, 1997a; Kopparla vd., 2019). Örneğin, Kopparla vd. (2019) bu araştırmadan daha kısıtlı etkinlik çeşidine yer verdiği yarı-deneysel çalışmada, problem kurma öğretimi ile öğrencilere aritmetiksel işlemlere yönelik sembolik temsiller, görsel temsiller (resim, grafik, tablo vb.) ve informal bağlamlara yönelik durumlar sunmuştur. Devamında ise öğrencilerden verilen durumlara yönelik problemler kurmalarını istemiştir. Kurulan problemlerin çözülebilirliği, gerçekçiliği ve etkinlik formatına uygunluğu dikkate alınmıştır. Chen vd.'nin (2015) tasarladıkları öğretim deneyimi sürecinde ise öğretmen, öğrencileri etkinliğin yapısına uygun ve matematiksel yönden geçerli sözel problemler yazmaya teşvik etmiştir.

GAÖÇ'ye dayalı öğretim sürecinde, öğrencilere gruptaki herkesin katkıda bulunmasının değerli olduğu hissettirilmiştir. GAÖÇ'nin temelini oluşturan sorgulamaya-dayalı öğrenmede öğrencilerin matematiksel etkinliklerle derinlemesine meşgul olmaları ve arkadaşlarıyla işbirliğinde bulunmaları gerekmektedir (Yoshinobu ve Jones, 2013). Çünkü sorgulamaya-dayalı öğrenme yaklaşımında öğrencilerden problem kurma, keşfetme, açıklama, genelleme, değerlendirme ve varsayımda bulunma gibi davranışları işbirliği içinde gerçekleştirmesi beklenmektedir (Artigue ve Blomhoj, 2013; Engeln vd., 2013; Maab ve Artiguel, 2013). Ayrıca akran etkileşiminin problem kurma sürecinin kişisel veya sosyal olarak öğrenciler için anlamlı olabilmesi gerekli olduğu bilinen başka bir olgudur (Çakır ve Akkoç, 2020). Bu araştırmada da akran işbirliğinin yukarıda belirtilen katkıları dikkate alınarak problem kurma aşamasında öğrencilerin iletişim becerilerini de kullanıp, probleme kendi katkılarını veya akranlarının katkılarını sorgulamaları ve bilgi alışverişinde bulunmaları teşvik edilmiştir.

Sözel problemlerin aritmetik yapısının yanında semantik yapısı da problem çözmenin karmaşıklığı üzerinde belirleyici olan önemli bir faktördür (Daroczy vd., 2015; De Corte ve Verschaffel, 1987; Marshall, 1995; Muth, 1992). GAÖÇ'ye dayalı öğretimde problem çözmenin karmaşıklığı üzerinde belirleyici olan bu faktörler dikkate alınarak öğrencilerden farklı türde ve sayıda işlemler kullanarak problem kurmaları istenmiştir. Bunun yanında öğrencilerden Van de Walle vd.'nin (2016) çalışmasında kullandığı işlemlere yüklenen farklı semantik anlamlara yer vererek zor problemler kurmaları istenmiştir. Chen vd. (2015) öğrencilerin her zaman zor veya orijinal problemler kurmaya çalışmayacağını kolay ve bilindik olan problemler kurma eğiliminde olabileceğini belirtmiştir. Bu nedenle öğrencilerin yönlendirme yapılarak karmaşık problemler kurmalarının teşvik edilmesi gerektiğini vurgulamıştır. GAÖÇ'ye dayalı öğretim sürecinde öğrencilerin özellikle kuracakları problemin zor olup olmayacağını sorgulaması da bu duruma işaret etmektedir. Dolayısıyla bu araştırmada karmaşık problemler kurmaları konusunda yönlendirilmesi ile öğrencilerin sadece matematiksel olarak geçerli problem kurmaktan ziyade aritmetik ve semantik olarak karmaşık problemler kurmalarının önemli olduğu belirtilmiştir. GAÖÇ'ye dayalı öğretimde öğrenciler duyuşsal olarak da problem kurmaya teşvik edilmiştir. Bu amaçla öğretmen problem kurma etkinliklerinde kurulabilecek tek bir problem olmadığını ve kurulan problemlerde anlaşılmayan kısımlar, hatalar olabileceğini, önemli olan tartışmalarla bu hataların giderilmesi olduğunu vurgulamıştır. Böylece öğrenciler kaygı yaşamadan özgün problemler kurmaya teşvik edilmiştir.

GAÖÇ'ye dayalı öğretimde öğrencilerin problemlerini kurarken genel olarak yazım kurallarına ve birim kullanımlarına dikkat ettikleri tespit edilmiştir. Ayrıca problemlerin gerçekçi ve çözülebilir olmalarını da dikkate almışlardır. Örneğin, çok adımlı işlemlere problem kurmayı konu edinen öğretimde "problem dünyası" grubunda kurulan problemde geçen "Mehmet Bey'in aylık maaşı 150 liradır" ifadesi grup üyesi Kerem tarafından gerçekçi olmadığı ima edilerek "aylık niye o kadar az alıyor Mehmet?" şeklinde eleştirilmiştir. Açık-uçlu hikâyeyi verilen bir cevaba göre tamamlamayı konu edinen öğretimde ise öğrenciler problem kurarken çözümünü de yaparak verilen cevaba ulaşmaya çalışmışlardır. Bu durum problemin matematiksel olarak geçerliğinin kontrol edilmesine işaret etmektedir. Diğer bir ifadeyle öğrencilerin matematiksel olarak geçerli problemler yazmayı önemsedikleri söylenebilir. GAÖÇ'ye dayalı öğretimde öğrenciler etkinliğe özel bazı durumları da dikkate almışlarıdır. Örneğin, öğrenciler sembolik işlemlere yönelik problem kurma etkinliğinde kullanılan ifadelerin etkinlikteki işlemleri yansıtmasına ve işlemlerin sonucuna problemde yer vermemeye özen göstermişlerdir. Öğrenciler genel olarak zor problem kurmaya odaklanırken bazı yarı-yapılandırılmış etkinliklerde ise özellikle yönlendirme yapılmasına rağmen problemi zorlaştırmaktan ziyade sadece matematiksel olarak geçerli problemler kurmayı dikkate aldıkları söylenebilir.

"Matematik öğretmenleri, problemleri matematiksel kalite, karmaşıklık, özgünlük veya gerçekçi olma gibi bir kritere göre değerlendirmek için sınıfta bir normu desteklerlerse, öğrenciler bu kriter hakkında bir farkındalık geliştirebilirler." (Çakır ve Akkoç, 2020, s. 13).

Bu amaçla GAÖÇ'ye dayalı öğretimde öğretmen, problemin nasıl kurulduğunun öğretmene ve öğrencilere açıklanmasının, doğru olması kadar önemli olduğunu belirtmiştir. Ayrıca öğrencilere kurulan problemlerde veya problemlerin çözümünde anlaşılmayan durumlara yönelik fikirlerini çekinmeden ifade edebileceklerini vurgulamıştır. Böylece tartışmaların içeriği konusunda hangi durum ve davranışların daha değerli olduğuna dair farkındalık oluşmuştur.

Matematiksel olarak geçerli ve karmaşık problemler yazmak için etkinlikteki verilerin derinlemesine analiz edilip değişkenler ve aralarındaki ilişkilere yönelik anlayışlar geliştirilmelidir (Leung ve Silver, 1997). Bu amaçla GAÖÇ'ye dayalı öğretimde problemini paylaşmaya gönüllü olan öğrenciler arasından rastgele seçilen problemler açık ve anlaşılırlık, gerçekçilik ve çözülebilirlik kategorilerinde tartışılmıştır. Öğrencilerin neredeyse tamamının kendi kurdukları problemi paylaşmakta gönüllü oldukları gözlemlenmiştir. Bu yönüyle öğrenme sorumluluğunun bir kısmının problem kurma yoluyla öğrencilere verilmesi ve böylece peşinde koşmaya değer düşündükleri problemleri kurmalarına imkân tanınması (English, 1997b) onların öğretime katılma isteklerini artırdığı söylenebilir. Benzer şekilde Winograd (1997) ilkokul öğrencilerinin yazdıkları matematiksel sözel problemlerin sınıf içerisinde farklı yollarla paylaşımına odaklanan öğretim tasarımında öğrencilerin arkadaşları için ilginç ve zor problemler yazmada yüksek motivasyona sahip olduklarını ve sınıf ortamında problemlerini paylaşma noktasında süreç boyunca ilgilerini kaybetmediklerine işaret etmiştir.

GAÖÇ'ye dayalı öğretimde problemlerde yukarıda belirtilen kategorilerle ilgili karşılaşılan hatalar, eksik veya fazla veriler öğrencilerin aktif katılımı ile sınıfça tartışılarak gerekli görülen problemler revize edilmiştir. Böylece öğrencilerin etkinlikteki veri setine uygun, açık ve anlaşılır, gerçekçi ve çözülebilir farklı problemlerin nasıl oluşturulabileceğine dair derinlemesine bilgi sahibi olmalarına katkıda bulunulmuştur. Örneğin, açık-uçlu hikâyeyi verilen cevaba göre tamamlamayı (yarı-yapılandırılmış) konu edinen problem kurma öğretiminde "kartallar" grubunun oluşturduğu problemde (Bölüm 4.3.2. Aşama 3) belirtilen ürünler alındığında ödenecek toplam ücret 115 TL olmaktadır. Bu yönüyle problem matematiksel olarak hata içermemesine rağmen etkinlik yönergesindeki "cevabı 125 olan" şartını sağlamadığı için matematiksel geçerlik açısından "VSUD" kategorisinde yer almaktadır. Problem üzerine gerçekleşen tartışmanın ardından problem sınıfça cevabı 125 TL olacak şekilde revize edilmiştir. Böylece öğrencilerin matematiksel olarak geçerli problem kurma performanslarının gelişim gösterdiği söylenebilir.

GAÖÇ'ye dayalı öğretimde kurulan problemler belirlenen kriterlere (açık ve anlaşılırlık, gerçekçilik ve çözülebilirlik) göre ve semantik yapı içeriği bakımından tartışılıp çözüldükten sonra öğrencilerden farklı sayıda ve türde işlem ve semantik yapılar kullanarak yeniden zor problemler kurmaları istenmiştir. Öğretmen, kurulan problemleri zorlaştırmak için sayıları büyütmenin ötesinde farklı işlemlere yer verilmesinin ve işlemlerin farklı anlamlarına odaklanılmasının önemine vurgu yapmıştır. Böylece Çakır ve Akkoç'un (2020) da belirttiği gibi sosyo-kültürel açıdan bakıldığında, yeni ve zor problemler kurmak sınıf kültürünün bir parçası haline gelmiştir. Etkinlik türüne göre bireysel, grup ile veya sınıfça yapılan öğretimlerde bazı öğrencilerin ilk kurdukları problem üzerinde değişiklikler ve/veya eklemeler yaptıkları, bazı öğrencilerin ise yeniden farklı bir problem kurdukları belirlenmiştir. Öğrencilerin ilk kurulan problemlere göre sayıca daha açık ve anlaşılır, gerçekçi ve çözülebilir problemler kurdukları tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin daha fazla türde ve sayıda işlem ve semantik yapıya yer verildiği gözlemlenmiştir. Alanyazında yapılan bazı çalışmalarda (Cankoy, 2013; Cankoy ve Darbaz, 2010; English, 1997a; Kopparla vd., 2019) benzer bulgular elde edilmiştir. Kopparla vd.'nin (2019) tasarladığı öğretim programında öğrencilerin kurdukları problemlerin çözülebilirliği, gerçekçiliği ve etkinlik formatına uygunluğu tartışılmıştır. Yapılan tartışmaların öğrencilerin problem kurma-çözme performanslarını geliştirmelerine katkı sağladığı belirlenmiştir. Benzer şeklide Cankoy'un (2014) problem kurmayı ve çözmeyi iç içe olacak şekilde tasarladığı öğretiminde (Şekil 2), problemin çözülebilirliği ve niteliği üzerine yapılan tartışmalar ile oluşan öğrenme ortamı, öğrencilerin problem kurma faaliyetlerine daha derinden katılmalarını sağlamış ve problem kurma performanslarını artırmıştır. Öğrencilerin aktif katılımıyla gerçekleşen tartışmaların problem kurma performanslarını geliştirmesinin önemli bir nedeni olabileceğini vurgulanmıştır.

GAÖÇ'ye dayalı öğretimdeöğrencilerin kurdukları problemler belirtilen kriterlere göre tartışıldıktan sonra çözümleri de sınıfça yapılmıştır. Öğretim sürecinde kurulan bazı problemlere yönelik tartışmalarda öğrencilerin problemlerin çözülebilir veya mantıksal olarak tutarlı olup olmadığı konusunda hatalı düşündükleri belirlenmiştir. Problemlerin çözümü aşamasında öğrencilerden bazıları yapılan hataları fark ederek problemin revize edilmesini sağlamıştır. Bu durumda problemlerin çözülmesi ile öğrencilerin problemlerin aritmetik ve semantik yapılarının yanında matematiksel olarak geçerliliğini de derinlemesine analiz ettikleri söylenebilir.

GAÖÇ'ye dayalı öğretimde problemden hareketle problem kurma etkinliklerinde öğrencilerden problemin çözümü aynı olmak şartıyla hikâye veya sayıları değiştirerek, verilenlerle istenenleri yer değiştirerek ve soru kökünün yerine yeni aritmetiksel işlemler eklemek şartıyla problemler yazmaları istenmiştir. Özellikle verilen ve istenenin yer değiştirilmesi durumunda öğrencilerin problemin çözümündeki verilenlerle ilgili bilgiden faydalandıkları araştırmacı tarafından gözlemlenmiştir. Böylece öğrencilerin yer verilen problemleri çözmeleri ile problemlerin yapısına ilişkin anlayışlarını daha da derinleştirip farklı problemlerin nasıl kurulabileceğine dair bilgi sahibi olmuşlardır. Dolayısıyla bu durum öğrencilerin problem kurma performanslarına da katkı sağlamıştır. Benzer şekilde Xie ve Masingila (2017) problemi çözmenin katılımcılara problem kurmaya başlama noktasında da fikir verdiğini belirtmiştir.

GAÖÇ'ye dayalı öğretim sürecinde kurulan problemlerin çözümünde yer alan işlemlere yüklenen semantik yapıların tartışılmasına da yer verilmiştir. Öğretimin ilk iki haftasında tek adımlı sembolik işlemlere yönelik etkinlikler yapılmıştır. Bu etkinliklerde öğrencilerden aritmetiksel işlemlerin farklı anlamlarını yansıtan problemler yazmaları istenmiş ve yazılan problemler tartışmaya açılmıştır. Görsel şemalar kullanılarak yapılan toplu sınıf tartışmaları neticesinde öğrencilerin bu semantik yapıları içselleştirdikleri söylenebilir. GAÖÇ'ye dayalı öğretim sürecinde zamanla öğrencilerin görsel şemalar kullanmadan da işlemlere yönelik semantik yapıları doğru tespit ettiklerinin gözlemlenmesi bu duruma işaret etmektedir. Öğrencilerin işlemlerin bu araştırmada kullanılan bütün semantik anlamlarına yönelik problemler kurabildikleri gözlemlenirken öğrenciler en çok çarpmanın "kartezyen çarpım" anlamına yönelik problem kurmakta zorlanmışlardır. Problem kurma-çözme öğretiminin ilk iki haftasından sonra da yapılan etkinliklerde kurulan problemler arasından rastgele seçilenler, çözümündeki işlemlere yüklenilen semantik anlamlar bakımından toplu sınıf tartışmasına açılmıştır. Öğrencilerin işlemlerin farklı anlamlarına yönelik görsel modelleri de kullanarak sürece aktif katılımları ile yapılan tartışmalar neticesinde farklı işlemlerin yanında işlemlere yüklenen farklı semantik yapılara problemlerde nasıl yer verilebileceğine dair bilgi ve deneyim edinme fırsatı bulmuşlardır. Böylece semantik olarak da daha karmaşık problemlerin kurulmasına öncülük edilmiştir.

GAÖÇ'ye dayalı öğretimin diğer bir amacı da aynı etkinlikte kurulan diğer problemlerin de tartışmaya açılıp belirlenen kriterlere göre değerlendirilmesidir. Böylece öğrencilerin farklı işlem türü ve semantik yapı içeren problemlerle de karşılaşmaları amaçlanmıştır. Bu amaçla öğretmen tartışmaya açılıp revize edilen problemden sonra diğer öğrencilerden farklı semantik yapıda veya çözümünde farklı işlemleri barındırdığını düşündüğü problemlerini paylaşmalarını istemiştir. Ses kaydı alınan "problem dünyası" grubundan elde edilen veriler öğrencilerin kendi kurdukları problemi grup olarak tartışmaya açtıklarını göstermektedir. Böylece öğrenciler tahtada tartışılıp gerekli görüldüğünde revize edilen problemin yanında kendi kurdukları problemi de işlemsel ve semantik yapı yönünden analiz edip problemlerin benzer ve farklı yönlerini karşılaştırma fırsatı bulmuşlardır. Bu yönüyle GAÖÇ'ye dayalı öğretimin öğrencilerin eleştirel düşünme, ilişkilendirme ve analiz etme gibi üstbilişsel becerilerini geliştirmelerine imkân tanımıştır.

6. ÖNERİLER

Bu araştırmada GAÖÇ'ye dayalı öğretimin ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla işlemlere yönelik problem kurma ve çözme performanslarının gelişimi üzerindeki etkisi incelenmiştir. Nicel ve nitel yaklaşımların birlikte kullanıldığı bu araştırmanın bazı sınırlılıkları da söz konusudur. Tasarlanan problem kurma çözme öğretimi programı bizzat araştırmacı tarafından bir devlet okulundaki sınıfında uygulanmıştır. Araştırmacının ilgili okulda altıncı sınıf düzeyinde tek bir sınıfı bulunmaktaydı. Bu nedenle bu araştırmanın sonuçları, tasarlanan öğretim programının sadece bu öğrencilerin problem çözme ve kurma performanslarının gelişimi üzerindeki etkisini ortaya koymaktadır. Alanyazında problem kurma ve çözme destekli öğrenme programlarının geleneksel problem kurma öğretimi veya programların ön gördüğü yaklaşıma göre tasarlanan öğrenme programlarıyla karşılaştırılmasına yönelik çalışmalara yer verilmiş ve tasarlanan öğrenme programlarının öğrenci performansını diğer yaklaşımlara göre daha fazla geliştirdiği tespit edilmiştir (Cankoy, 2014, Cankoy ve Darbaz, 2010; Chen vd., 2015). Bu araştırmada ise Xie ve Masingila (2017) tarafından geliştirilen GAÖÇ'si kullanılmıştır. Bu çerçeve, problem kurma ürünlerine odaklanma yanında yansıtma, fikirleri paylaşma ve tartışma gibi davranışlar yoluyla problem kurma sürecine de odaklanmaktadır. Dolayısıyla GAÖÇ'ye dayalı öğretimin diğer öğrenme yaklaşımlarıyla karşılaştırılmasına ihtiyaç bulunmaktadır. Bu öğretimin farklı öğretim yöntemleriyle karşılaştırılması, etkililiği hakkında önemli sonuçlar ortaya koyabilecektir. Özellikle, ilerideki araştırmalarda, Matematik Dersi Öğretim Programı'ndaki (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018) kazanımlara göre hazırlanan ders kitaplarındaki öğretim tasarımları ile karşılaştırılması önerilmektedir.

Bu araştırma, GAÖÇ'ye dayalı öğretim doğal sayılarla işlemler üzerinden yürütülmüştür. Her ne kadar bu araştırmanın sonuçları tasarlanan öğretim yaklaşımının etkililiği hakkında sonuçlar ortaya koysa da, Matematik Dersi Öğretim Programı'ndaki (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018) farklı öğrenme alanlarındaki konular üzerinden de benzer araştırılmaların yürütülmesine ihtiyaç bulunmaktadır. Çünkü aktif öğrenme çerçevesini geliştiren ve revize eden araştırmacılar (Ellerton, 2013; Xie ve Masingila, 2017) bu çerçeveleri matematiksel konuların öğreniminde kullanmak amacıyla geliştirmişlerdir. Bu yönüyle farklı matematik konuları üzerinden benzer araştırmaların yürütülmesi, bu öğrenme çerçevesinin avantaj ve dezavantajları hakkında önemli sonuçlar ortaya koyabilecektir.

Bu araştırmada öğrencilerin kurdukları problemler matematiksel geçerliği ve semantik karmaşıklıklarına göre analiz edilmiştir. Bu yönüyle tasarlanan öğretimin ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin kurdukları problemlerin matematiksel geçerliği ve semantik karmaşıklığı üzerinde olumlu etkilerinin olduğunu ortaya koymaktadır. Bunun yanında alanyazında problem kurma sayısı ve orijinallik gibi farklı kriterler üzerinden de kurulan problemler incelenmektedir (Chen vd., 2015; Guo, Leung ve Hu, 2020; Van Harpen ve Sriraman, 2013). Dolayısıyla, ileride yapılabilecek çalışmalarda, bu analiz birimlerine uygun yönergeler yardımıyla öğrencilerden problemler kurmaları istenebilir ve böylece tasarlanan öğretimin bu bileşenler üzerindeki etkisi de araştırılabilir. Çünkü aktif öğrenme çerçevelerinin sorgulamaya dayalı matematik öğrenimini temel aldığı ve öğrencilerin farklı ve esnek düşünebilme becerilerinin gelişimine fırsat sunduğu belirtilmektedir (Ellerton, 2013; Xie ve Masingila, 2017). Örneğin, Ellerton (2013) yansıtma, deneyimleme, fikirleri onaylama, sorgulama, araştırma, kritik etme gibi becerilerin AÖÇ'ye göre tasarlanan öğrenme ortamlarında öğrencilerin rollerinden bazıları olduğunu belirtmiştir. Bunun yanında problem kurmanın yaratıcı düşünme becerisi ile ilişkili olduğu da dikkate alındığında (Haylock, 1997; Silver, 1997; Van Harpen ve Sriraman, 2013) GAÖÇ'ye göre tasarlanan öğrenme ortamlarının bu beceriyi de destekleyebileceği düşünülebilir. Dolayısıyla kurulan problemlerin sayısı ve orijinalliği gibi yaratıcı ürünlerin tespitinde de dikkate alınan bileşenlerin analizlere dahil edilmesi tasarlanan öğretim yaklaşımının öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinin gelişimi üzerindeki etkisini de ortaya koyabilecektir.

Bu araştırmada yedi hafta toplam 13 ders saati üzerinden bir öğretim tasarlanmış ve ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin problem kurma ve çözme performanslarının gelişimi üzerindeki etkisi ortaya konmuştur. Fakat planda olmasına karşın, Covid-19 salgını nedeniyle tasarlanan öğretimin öğrencilerin problem kurma ve çözme performanslarının kalıcılığına etkisi incelenememiştir. Bu nedenle ilerideki araştırmalarda benzer öğretim yaklaşımlarının öğrencilerin performanslarının kalıcılığına etkisinin de araştırılması önerilmektedir.

Bu araştırmanın uygulama sürecine ilişkin araştırmacının gözlemlerine dayalı olarak bu tür öğretim yaklaşımlarının tasarlanması ve uygulanmasına yönelik matematik öğretmenleri ve matematik eğitimi araştırmacılarına da önerilerde bulunulabilecektir.

Problem kurmayı savunan ifadeler çok olmasına rağmen, öğretmenler problem kurma aktivitelerini planlama, tanıtma ve teşvik etmek için gerekli bilgi ve becerilere sahip olmadıkça matematik sınıflarında yer alması olası değildir (Ellerton, 2015). Benzer şekilde, Ruthven (2020), öğretmenlerin problem kurma için genel bir becerinin yanı sıra mesleki olarak özel beceriler geliştirmeleri ve bunları matematik derslerine dahil etmeleri gerektiğini savundu. Çünkü problem kurma destekli öğrenme ortamlarında öğrenciler problem kurar ve bu problemler öğretmenlerin rehberliğinde tartışılır (Chen vd., 2015; Ellerton, 2013; English, 1997). Bu araştırmada araştırmacı, aynı zamanda öğretimi de yürütmüştür. Bu uygulama süreci araştırmacının problem kurmanın uzun soluklu bir tasarımla matematik derslerine dahil edilmesine yönelik ilk deneyimini oluşturmuştur. Öğretmenlerin öğrenci düşüncesine ilişkin bilgisi, öğrenme ortamlarının tasarımında yaptıkları seçimleri ve kararları etkileyen önemli bir faktördür ve bu nedenle öğrencilerin öğrenmesi üzerinde etkisi vardır (Ball, Thames ve Phelps, 2008; Hill, Ball ve Schilling, 2008). Dolayısıyla öğretmenlerin öğrencilerin problem kurarken ki düşüncelerine ilişkin anlayışlarının geliştirilmesi, tasarlanan bu öğretim yaklaşımlarının verimliliğini de artırabilecektir. Çünkü uygulama sürecinde araştırmacı öğrencilerin uygulama sürecinde çok çeşitli problemler kurabildiklerini ve bu problemlere dönütler vermenin bazı anlarda oldukça zor olduğunu ifade etmiştir. Bu yönüyle, tasarlanan problem kurma öğretim yaklaşımlarından alınabilecek verimi artırmak için öğrencilerin uygulama sürecinde kullanılan etkinliklerde ne tür problemler kurabileceği ve bu problemlerde yapabilecekleri hatalara ilişkin edinilebilecek tecrübelere ihtiyaç bulunmaktadır. Böylece öğrencilerin yanıtlarına yönelik yürütülecek tartışmalara öğretmenler daha güçlü rehberlik edebilecektir. Benzer şekilde, Xu, Cai, Liu ve Hwang (2020), "öğretmenlerin tahminleri ile öğrencilerin gerçek matematiksel düşünceleri arasındaki olası uyuşmaları veya yanlış uyuşmaları belirlemenin, problem kurma öğretimini geliştirmek için verimli yerleri gösterebileceğini" (s.2) vurgulamıştır.

Çalışmaya katılan öğrenci sayısının çok oluşu ve problem kurma tartışmalarının zaman alıcı olması nedeniyle GAÖÇ'nin basamaklarında öğrenci gruplarının tamamının kurduğu problemler tartışmaya açılamamıştır. Bu durum tasarlanan öğretimden elde edilecek verimi sınırlayan diğer önemli bir durumdur. Çünkü öğrenciler problemler kurarken problemlerdeki verilerin gerçekçiliğini ihmal etme, mantıksal tutarsızlık, soru kökü içermeme gibi çok çeşitli hatalar sergileyebilmektedirler (Calabrese vd., 2020; Chen, Van Dooren, Chen ve Verschaffel, 2011; Leung, 2013; Silver ve Cai, 1996). Dolayısıyla seçilen öğrencinin yanıtlarında bazı hata türleri olmadığı zaman bu hata türleri öğrenme ortamlarına yansıtılmamış olmaktadır. Bu nedenle tasarlanan öğretim yaklaşımlarındaki tartışmaların sadece öğrencilerin kurdukları problemler üzerinden değil aynı zamanda spesifik hata türlerine işaret eden öğretmen tarafından hazır sunulan o etkinliğe yönelik örnek yanıtlar üzerinden de gerçekleştirilmesi önerilmektedir. Böylece, problem kurma bağlamında daha zengin öğrenme ortamları oluşturulabilecektir.

GAÖÇ'nin basamağının son aşamasında öğrencilerin ikinci basamağında kurdukları problemleri daha da geliştirmeleri için aritmetiksel işlemlerin çeşitli anlamlarını barındıran zor problemler yazmaları istenmiştir. Buna karşın, tek başına bu yönergelerin öğrencilerin farklı sayıda ve çeşitlilikteki semantik anlamları yansıtan problemler yazmaları için yeterli olmadığı gözlemlenmiştir. Alanyazındaki araştırmalar öğrencilerden aritmetiksel işlemlere yönelik problemler kurmaları istendiğinde, işlemlerin bazı anlamlarını ön plana çıkardıkları ve diğer bazı anlamların ise yanıtlarında yer almadığına ya da çok az yer verildiğine işaret etmektedir (Kar, 2015; Kılıç, 2013; Luo, 2009). Bu nedenle, ileride yapılabilecek araştırmalarda, öğrencilerin bilişsel yönden daha zorlayıcı problemler yazabilmeleri için yönlendirici yönergelerle desteklenmeleri sağlanabilir. Örneğin, öğrencilerden aritmetiksel işlemlerin bazı anlamlarını yansıtacak problemler yazmaları istenebilir (toplamanın çıkarmanın karşılaştırma, çarpmanın kartezyen çarpım ve bölmenin eşit paylaşım anlamlarını barındıran bir problem yazınız gibi). Böylece, aritmetiksel işlemlerin çeşitli anlamlarının aktif kullanımı teşvik edilmiş olabilecektir.

KAYNAKLAR

Altun, M. (2016). Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi. Aktüel Yayıncılık, 12. Baskı, ISBN: 978-975-2532-54-0, 478s.

Aparı, B. (2019). Geogebra destekli problem kurma temelli öğretim sürecinin öğrencilerin problem kurma becerisine ve öz yeterlik inancına etkisi. Yüksek Lisans Tezi. Dicle Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır, Türkiye, 211 s.

Artigue, M., and Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, *45*(6), 797–810.

Baki, A., ve Gökçek, T. (2012). Karma yöntem araştırmalarına genel bir bakış. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi (elektronik)*, *11*(42), 1–21.

Ball, D. L., Thames, M. H., and Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389–407.

Barlow, A. T., and Cates, J. M. (2006). The impact of problem posing on elementary teachers' beliefs about mathematics and mathematics teaching. *School Science and Mathematics*, *106*(2), 64–73. Doi: https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2006.tb18136.x

Baruk, S. (1985). L'âge du capitaine. *De l'erreur en Mathématiques*. Paris: Seuil.

Bektaş, M., Kahraman, S., ve Temel, Y. (2018). Matematik Ders Kitabı 6. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları

Bernardo, A. B. I. (1999). Overcoming obstacles to understanding and solving word problems in mathematics. *Educational Psychology*, *19*(2), 149–163. Doi: https://doi.org/10.1080/0144341990190203

Bonotto, C., and Santo, L. D. (2015). On the relationship between problem posing, problem solving, and creativity in the primary school. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, and J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing. From research to effective practice* (s.103–123). New York: Springer.

Brown, S. I, and Walter, M. I. (2005). *The art of problem posing.* New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Bütüner, S. Ö. (2019). A comparison of the instructional content on division of fractions in Turkish and Singaporean textbooks. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *51*(2), 265-293. Doi: https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1644681

Büyüköztürk, Ş. (2018). Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı. Pegem Akademi Yayınları, 25. Baskı, ISBN: 9789756802-74-8, 214s.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., ve Demirel, F. (2018). Eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri. Ankara: Pegem Akademi Yayınları, 24. Baskı, ISBN: 978-9944-919-28-9, 356s.

Cai, J. (1998). An investigation of US and Chinese students' mathematical problem posing and problem solving. *Mathematics Education Research Journal*, *10*(1), 37-50.

Cai, J., ve Brook, M. (2006). Looking back in problem solving. *Mathematics Teaching Incorporating Micromath*, *196*, 42-45.

Cai, J., Chen, T., Li, X., Xu, R., Zhang, S., Hu, Y., ... and Song, N. (2020). Exploring the impact of a problem-posing workshop on elementary school mathematics teachers' conceptions on problem posing and lesson design. *International Journal of Educational Research*, *102*, 101404. Doi:10.1016/j.ijer.2019.02.004

Cai, J., and Hwang, S. (2002). Generalized and generative thinking in US and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing. *The Journal of Mathematical Behavior*, *21*(4), 401–421. Doi: https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00142-6

Cai, J., and Hwang, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, *102*, 101391. Doi: https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.01.001

Cai, J., Hwang, S., Jiang, C., and Silber, S. (2015). Problem-posing research in mathematics education: some answered and unanswered questions. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, ve J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing*. *From research to effective practice* (s. 3–34). New York: Springer.

Cai, J., Hwang, S., and Moyer, J. C. (2016). Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning: a response. *Educational Studies in Mathematics*, *91*(1), 9–10.

Cai, J., and Jiang, C. (2017). An analysis of problem-posing tasks in Chinese and US elementary mathematics textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *15*(8), 1521–1540.

Cai, J., Jiang, C., Hwang, S., Nie, B., and Hu, D. (2016). How do textbooks incorporate mathematical problem posing? An international comparative study. In P. Felmer, E. Pehkonen, and J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and solving mathematical problems* (s. 3–22). Cham: Springer.

Cai, J., and Leikin, R. (2020). Affect in mathematical problem posing: conceptualization, advances, and future directions for research. *Educational Studies in Mathematics*, *105*(3), 287–301.

Cai, J., Moyer, J. C., Wang, N., Hwang, S., Nie, B., and Garber, T. (2013). Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning. *Educational Studies in Mathematics*, *83*(1), 57-69.

Calabrese, J., Kopparla, M., and Capraro, M. M. (2020). Examining young children’s multiplication understanding through problem posing. *Educational Studies*, 1–16. Doi: 10.1080/03055698.2020.1740976

Cankoy, O. (2014). Interlocked problem posing and children’s problem posing performance in free structured situations. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *12*(1), 219–238.

Cankoy, O., ve Darbaz, S. (2010). Problem kurma temelli problem çözme öğretiminin problemi anlama başarısına etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *38*(38), 11–24.

Cankoy, O., and Özder, H. (2017). Generalizability theory research on developing a scoring rubric to assess primary school students' problem posing skills. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *13*(6), 2423–2439. Doi: https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01233a

Carpenter, T. P., Fennema, E., and Franke, M. L. (1996). Cognitively guided instruction: A knowledge base for reform in primary mathematics instruction. *The Elementary School Journal*, *97*(1), 3–20. Doi: https://doi.org/10.1086/461846

Chapman, J. A. (2003). Stachybotrys chartarum (chartarum= atra= alternans) and other problems caused by allergenic fungi. *In Allergy and Asthma Proceedings 24*(1), 1–7. Ocean Side Publications.

Chen, T., and Cai, J. (2020). An elementary mathematics teacher learning to teach using problem posing: A case of the distributive property of multiplication over addition. *International Journal of Educational Research*, 102, 101420. Doi: https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.03.004

Chen, L., Van Dooren, W., Chen, Q., and Verschaffel, L. (2007). The relationship between posing and solving arithmetic word problems among Chinese elementary school children. *Journal of the Korea Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education*, *11*(1), 1–31.

Chen, L., Van Dooren, W., Chen, Q., and Verschaffel, L. (2011). An investigation on Chinese teachers’realistic problem posing and problem solving ability and beliefs. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *9*(4), 919–948.

Chen, L., Dooren, W. V., ve Verschaffel, L. (2015). Enhancing the development of Chinese fifth-graders’ problem-posing and problem-solving abilities, beliefs, and attitudes: a design experiment. F. M. Singer, N. F. Ellerton, ve J. Cai (Eds.), *Mathematical Problem Posing. From Research to Effective Practice* (s. 309–329). New York: Springer.

Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D., and Sriraman, B. (2005). An empirical taxonomy of problem posing processes. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, *37*(3), 149–158.

Cifarelli, V. V., and Sevim, V. (2015). Problem posing as reformulation and sense-making within problem solving. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, and J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing. From research to effective practice* (s. 177–194). New York: Springer.

Cohen, J. (1988). The effect size. *Statistical Power Analysis For The Behavioral Sciences,* 77-83.

Common Core State Standards for mathematics [CCSS] (2010). *Common core state standards for mathematic*s. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers.

Creswell, J. W. (2009). Research design: qualitative, quantitative and mixed methods approaches 3th edition. Sage Publications.

Creswell, J. W., and Creswell, J. D. (2018). Research design qualitative, quantitative, and mixed methods approaches. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Csíkos, C., and Szitányi, J. (2020). Teachers' pedagogical content knowledge in teaching word problem solving strategies. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik, 52*(1), 165–178.

Cummings, D. D., Kintsch, W., Reusser, K., and Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology, 20*(4), 405–438. Doi: https://doi.org/10.1016/0010-0285(88)90011-4

Çağlayan, N., Dağıstan, A., ve Korkmaz, B. (2018). Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik 6 ders kitabı. *Ankara: Devlet Kitapları*.

Çakır, A., and Akkoç, H. (2020). Examining socio-mathematical norms related to problem posing: a case of a gifted and talented mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics, 105*(1), 19–34.

Çimen, E. E., ve Yıldız, Ş. (2017). Ortaokul matematik ders kitaplarında yer verilen problem kurma etkinliklerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 8*(3), 378–407. Doi: 10.16949/turkbilmat.291814

Daroczy, G., Wolska, M., Meurers, W. D., and Nuerk, H. C. (2015). Word problems: A review of linguistic and numerical factors contributing to their difficulty. *Frontiers in Psychology*, *6*(348), 1–13. Doi: 10.3389/fpsyg.2015.00348

De Corte, E., and Verschaffel, L. (1987). The effect of semantic structure on first graders' strategies for solving addition and subtraction word problems. *Journal for Research in Mathematics Education, 18*(5), 363–381. Doi: https://doi.org/10.5951/jresematheduc.18.5.0363

Depaepe, F., De Corte, E., and Verschafel, L. (2015). Students' nonrealistic mathematical modeling as a drawback of teachers' beliefs about and approaches to word problem solving. In B. Pepin and B. Roesken-Winter (Eds.), *From beliefs to dynamic afect* *systems in mathematics education. Exploring a mosaic of relationships and interactions* (s. 137–159). Cham: Springer

Einstein, A., and Infeld, L. (1967). *The evolution of physics*. London: Cambridge University Press.

Ellerton, N. F. (2013). Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: development of an active learning framework. *Educational Studies in Mathematics*, *83*(1), 87–101.

Ellerton, N. F. (2015). Problem posing as an integral component of the mathematics curriculum: A study with prospective and practicing middle-school teachers. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, and J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing. From research to effective practice* (s. 513–543). New York: Springer.

English, L. D. (1997a). Promoting a problem-posing classroom. *Teaching Children Mathematics*, *4*(3), 172–179. Doi: https://doi.org/10.5951/TCM.4.3.0172

English, L. D. (1997b). The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. *Educational Studies in Mathematics*, *34*(3), 183–217.

English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education*, *29*(1), 83–106. Doi: https://doi.org/10.5951/jresematheduc.29.1.0083

Engeln, K., Euler, M., and Maass, K. (2013). Inquiry-based learning in mathematics and science: A comparative baseline study of teachers' beliefs and practices across 12 European countries. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, *45*(6), 823–836.

Erdoğan, F., ve Erben, T. (2018). Özel yetenekli öğrencilerin doğal sayılarla dört işlem gerektiren problem kurma becerilerinin incelenmesi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *19*(3), 531–546. Doi: https://doi.org/10.17679/inuefd.486674

Fidan, S. (2008). İlköğretim 5. sınıf matematik dersinde öğrencilerin problem kurma çalışmalarının problem çözme başarısına etkisi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara, Türkiye, 107 s.

Field, A. (2009). Discovering Statistics Using SPSS: Book Plus Code For E Version of Text (s. 896). Sage Publications Limited.

Geçici, M. E. (2018). Sekizinci sınıf öğrencilerinin geometri problemi kurma becerilerinin incelenmesi. Yüksek lisans tezi. Dicle Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır, Türkiye, 159s.

Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situations. In D. A. Grouws (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (s. 276–295). Macmillan Publishing Co, Inc.

Grundmeier, T. A. (2015). Developing the problem-posing abilities of prospective elementary and middle school teachers. F. M. Singer, N. F. Ellerton, ve J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing. From research to effective practice* (s. 411–431). New York: Springer.

Guo, M., Leung, F. K., and Hu, X. (2020). Affective determinants of mathematical problem posing: the case of Chinese Miao students. *Educational Studies in Mathematics*, *105*(3), 367–387.

Hasançebi, B., Terzi, Y., ve Küçük, Z. (2020). Madde güçlük indeksi ve madde ayırt edicilik indeksine dayalı çeldirici analizi. *Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, *10*(1), 224–240. Doi: https://doi.org/10.17714/gumusfenbil.615465

Haylock, D. (1997). Recognising mathematical creativity in schoolchildren. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, *29*(3), 68–74.

Hill, H. C., Ball, D. L., and Schilling, S. G. (2008). Unpacking "pedagogical content knowledge": Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, *39*(4), 372–400. Doi: https://doi.org/10.5951/jresematheduc.39.4.0372

Işık, C., ve Kar, T. (2015). Altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerle ilgili açık-uçlu sözel hikayeye yönelik kurdukları problemlerin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *6*(2), 230–249. Doi: 10.16949/turcomat.57055

Jerman, M., and Rees, R. (1972). Predicting the relative difficulty of verbal arithmetic problems. *Educational Studies in Mathematics*, *4*(3), 306–323.

Kapur, M. (2015). The preparatory effects of problem solving versus problem posing on learning from instruction. *Learning and Instruction*, *39*, 23–31. Doi: https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2015.05.004

Kapur, M. (2018). Examining the preparatory effects of problem generation and solution generation on learning from instruction. *Instructional Science*, *46*(1), 61–76.

Kar, T. (2015). Analysis of problems posed by sixth-grade middle school students for the addition of fractions in terms of semantic structures. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *46*(6), 879–894. Doi: https://doi.org/10.1080/0020739X.2015.1021394

Kar, T., Güler, G., Şen, C., and Özdemir, E. (2018). Comparing the development of the multiplication of fractions in Turkish and American textbooks. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *49*(2), 200–226. Doi: https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1355993

Kar, T., ve Işık, C. (2015). Türk ve Amerikan yedinci sınıf matematik ders kitaplarının tamsayılarla toplama ve çıkarma işlemleri üzerinden karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim*, *40*(177). Doi: http://dx.doi.org/10.15390/EB.2015.2897

Kar, T., Özdemir, E., Öçal, M. F., Güler, G., and İpek, A. S. (2019). Indicators of prospective mathematics teachers' success in problem solving: the case of creativity in problem posing. In M. Graven, H. Venkat, A. Essien, and P. Vale (Eds.), *Proceedings of the 43rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Cilt. 2, s. 456–463). Pretoria, South Africa: PU.

Katrancı, Y. (2014). İşbirliğine dayalı öğrenme ortamlarında problem oluşturma çalışmalarının matematiksel anlamaya ve problem çözme başarısına etkisi. Doktora tezi. Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, Türkiye, 401 s.

Kazak, V. (2012). İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine yönelik sözel problem kurma ve problem çözme becerilerinin incelenmesi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum, Türkiye, 162 s.

Kılıç, Ç. (2011). İlköğretim matematik dersi (1-5 sınıflar) öğretim programında yer alan problem kurma çalışmalarının incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *7*(2), 54–65.

Kılıç, Ç. (2013). İlköğretim öğrencilerinin doğal sayılarla ilgili dört işlem gerektiren problem kurma etkinliklerindeki performanslarının belirlenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, (20), 256–274.

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from?. In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (s. 123–147). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Kilpatrick, J., Swafford, J., and Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping Children Learn Mathematics.* Washington, DC: National Academies Press. ISBN: 978-0-309-21895-5, 460s.

Klinshtern, M., Koichu, B., and Berman, A. (2015). What do high school teachers mean by saying "I pose my own problems"? In F. M. Singer, N. F. Ellerton, and J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing. From research to effective practice* (s. 449–467). New York: Springer.

Koedinger, K. R., and Nathan, M. J. (2004). The real story behind story problems: Effects of representations on quantitative reasoning. *The Journal of the Learning Sciences*, *13*(2), 129–164. Doi: https://doi.org/10.1207/s15327809jls1302_1

Koichu, B. (2020). Problem posing in the context of teaching for advanced problem solving. *International Journal of Educational Research*, *102*, 101428. Doi: https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.05.001

Kopparla, M., Bicer, A., Vela, K., Lee, Y., Bevan, D., Kwon, H., ... and Capraro, R. M. (2019). The effects of problem-posing intervention types on elementary students' problem-solving. *Educational Studies*, *45*(6), 708–725. Doi: http s://doi.org/10.1080/03055698.2018.1509785

Kozaklı, T. (2015). Matematik öğretim sürecinde ortaya çıkan orkestrasyon türleri ile sosyal ve sosyomatematiksel normların etkileşimi. Yüksek Lisans Tezi. Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, Türkiye, 171s.

Kwek, M. L. (2015). Using problem posing as a formative assessment tool. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, and J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing. From research to effective practice* (s. 273–292). New York: Springer.

Lavy, I. (2015). Problem-posing activities in a dynamic geometry environment: When and how. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, and J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing. From research to effective practice* (s. 393–410). New York: Springer.

Leiss, D., Plath, J., and Schwippert, K. (2019). Language and mathematics - key factors influencing the comprehension process in reality-based tasks. *Mathematical Thinking and Learning*, *21*(2) 131–153. Doi:10.1080/10986065.2019.1570835

Lepik, M. (1990). Algebraic word problems: Role of linguistic and structural variables. *Educational Studies in Mathematics*, *21*(1), 83–90.

Leung, S. S. (2013). Teachers implementing mathematical problem posing in the classroom: Challenges and strategies. *Educational Studies in Mathematics*, *83*(1), 103–116.

Leung, S. S., and Silver, E. A. (1997). The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. *Mathematics Education Research Journal*, *9*(1), 5–24.

Lowrie, T. (1999). Free problem posing: Year 3/4 students constructing problems for friends to solve. J. Truran, ve K. Truran (Eds.), *Making a Difference: Proceedings of the 22nd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (s. 328–335). Sydney: Merga.

Lowrie, T. (2002). Designing a framework for problem posing: Young children generating open-ended tasks. *Contemporary Issues in Early Childhood*, *3*(3), 354–364. Doi: https://doi.org/10.2304/ciec.2002.3.3.4

Lowrie, T., and Whitland, J. (2000). Problem posing as a tool for learning, planning and assessment in the primary school. In T. Nakahara and M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th Conference of the Psychology of Mathematics Education* (s. 247–254). Japan: Hiroshima.

Luo, F. (2009). Evaluating the effectiveness and insights of pre-service elementary teachers' abilities to construct word problems for fraction multiplication. *Journal of Mathematics Education*, *2*(1), 83–98.

Ma, L. (2010). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Newyork, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Maaß, K., and Artigue, M. (2013). Implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching: a synthesis. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, *45*(6), 779–795.

Marshall, S. P. (1995). *Schemas in Problem Solving*. New York, NY: Cambridge University Press.

Miles, M. B., and Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis*. California: Sage Publications.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Sınıflar).* Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.

Mulligan, J. (1992). Children's solutions to multiplication and division word problems: A longitudinal study. *Mathematics Education Research Journal, 4*(1), 24–41.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., and Hooper, M. (2016). *TIMSS 2015 international results in mathematics.* Boston, MA: Boston College, TIMSS and PIRLS International Study Center.

Muth, K. D. (1992). Extraneous information and extra steps in arithmetic word problems. *Contemporary Educational Psychology*, *17*(3), 278–285. Doi: https://doi.org/10.1016/0361-476X(92)90066-8

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, Virgina, USA.

Özgen, K., Aydın, M., Geçici, M. E., and Bayram, B. (2017). Sekizinci sınıf öğrencilerinin problem kurma becerilerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 8*(2), 323–351. Doi: 10.16949/turkbilmat.322660

Özmantar, M. F., Bingölbali, E., Demir, S., Sağlam, Y., ve Keser, Z. (2009). Değişen öğretim programları ve sınıf içi normlar, *Uluslararası İnsan Bilimleri Dergisi* 6(2), 1–23.

Palm, T. (2006). Word problems as simulations of real-world situations: A proposed framework. *For the Learning of Mathematics*, *26*(1), 42-47.

Paolucci, C., and Wessels, H. (2017). An Examination of preservice teachers' capacity to create mathematical modeling problems for children. *Journal of Teacher Education, 68(3*), 330-344. Doi: https://doi.org/10.1177/0022487117697636

Papadopoulos, I., and Patsiala, N. (2019). Capturing problem posing landscape in a grade-4 classroom: A pilot study. *Paper presented at the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Utrecht, Netherlands.

Pehkonen, E. (1995). Pupils' View of Mathematics: Initial Report for an International Comparison Project. Research Report 152. *University of Helsinki, Department of Teacher Education*, PO Box 38 (Ratakatu 6A), Helsinki 00014, Finland.

Polya, G. (1957). How To Solve It. A New Aspect of Mathematical Method. Princeton, NJ: Princeton.

Pongsakdi, N., Kajamies, A., Veermans, K., Lertola, K., Vauras, M., and Lehtinen, E. (2019). What makes mathematical word problem solving challenging? Exploring the roles of word problem characteristics, text comprehension, and arithmetic skills. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, *52*(1), 33–44. Doi:10.1007/s11858-019-01118-9

Rasmussen, C., Yackel, E., and King, K. (2003). Social and sociomathematical norms in the mathematics classroom. In H. Schoen and R. Charles (Eds.), *Teaching mathematics through problem solving: Grades 6-12* (s. 143-154). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Riley, M. S., and Greeno, J. G. (1988). Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems. *Cognition and Instruction*, *5*(1), 49–101. Doi: https://doi.org/10.1207/s1532690xci0501_2

Riley, M. S., Greeno, J. G., and Heller, J. I. (1984). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of Mathematical Thinking* (s. 153–196). New York: Academic Press.

Rosli, R., Goldsby, D., and Capraro, M. M. (2013). Assessing students' mathematical problem-solving and problem-posing skills. *Asian Social Science*, *9*(16), 54–60. Doi: http://dx.doi.org/10.5539/ass.v9n16p54

Rosli, R., Capraro, M. M., Goldsby, D., Gonzalez, E. G., Onwuegbuzie, A. J., and Capraro, R. M., (2015). Middle grade preservice teachers' mathematical problem solving and problem posing. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, and J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: From research to effective practice* (s. 333–354). New York: Springer.

Rudnitsky, A., Etheredge, S., Freeman, S. J., and Gilbert, T. (1995). Learning to solve addition and subtraction word problems through a structure-plus-writing approach. *Journal for Research in Mathematics Education*, *26*(5), 467-486. Doi: https://doi.org/10.5951/jresematheduc.24.5.0467

Ruthven, K. (2020). Problematising learning to teach through mathematical problem posing. *International Journal of Educational Research*, *102*, 1-7. Doi: https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.07.004

Schoenfeld, A. H., and Kilpatrick, J. (2013). A US perspective on the implementation of inquiry-based learning in mathematics. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, *45*(6), 901–909.

Silber, S., and Cai, J. (2017). Pre-service teachers' free and structured mathematical problem posing. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *48*(2), 163–184. Doi: https://doi.org/10.1080/0020739X.2016.1232843

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, *14*(1), 19–28.

Silver, E. A. (1995). The Nature and Use of Open Problems in Mathematics Education: Mathematical and Pedagogical Perspectives. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik/International Reviews on Mathematical Education, 27*(2), 67-72.

Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, *29*(3), 75-80.

Silver, E. A. (2013). Problem-posing research in mathematics education: Looking back, looking around, and looking ahead. *Educational Studies in Mathematics, 83*(1), 157–162.

Silver, E. A., ve Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(5), 521–539. Doi: https://doi.org/10.5951/jresematheduc.27.5.0521

Silver, E. A., and Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics*, *12*(3), 129–135. Doi: https://doi.org/10.5951/TCM.12.3.0129

Singer, F. M., Ellerton, N., and Cai, J. (2013). Problem-posing research in mathematics education: New questions and directions. *Educational Studies in Mathematics*, *83*(1), 1–7.

Singer, F. M., and Voica, C. (2013). A problem-solving conceptual framework and its implications in designing problem-posing tasks. *Educational Studies in Mathematics*, *83*(1), 9–26.

Smidt, S., and Weiser, W. (1995). Semantic structures of one-step word problems involving multiplication or division. *Educational Studies in Mathematics*, *28*(1), 55–72.

Stickles, P. R. (2011). An analysis of secondary and middle school teachers' mathematical problem posing. *Investigations in Mathematics Learning*, *3*(2), 1–34. Doi: https://doi.org/10.1080/24727466.2011.11790301

Stoyanova, E. (2003). Extending students' understanding of mathematics via problem-posing. *Australian Mathematics Teacher*, *59*(2), 32–40.

Stoyanova, E., and Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics. In P. Clarkson (Ed.), *Technology in mathematics education* (s. 518–525). Mathematics Education Research Group of Australasia: The University of Melbourne.

Turhan, B. (2011). Problem kurma yaklaşımı ile gerçekleştirilen matematik öğretiminin ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin problem çözme başarıları, problem kurma becerileri ve matematiğe yönelik görüşlerine etkisinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, Türkiye, 138 s.

Van De Walle, J. A., Karp, K. S., and Bay-Williams, J. M. (2016). İlkokul ve Ortaokul Matematiği. Nobel Akademik Yayıncılık, 7. Baskı, 490s., Durmuş, S. (Ç. Ed.)

Van Harpen, X. Y., and Presmeg, N. C. (2013). An investigation of relationships between students' mathematical problem-posing abilities and their mathematical content knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, *83*(1), 117–132.

Van Harpen, X. Y., ve Sriraman, B. (2013). Creativity and mathematical problem posing: an analysis of high school students' mathematical problem posing in China and the USA. *Educational Studies in Mathematics*, *82*(2), 201–221.

Verschaffel, L., De Corte, E., and Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, *4*(4), 273–294. Doi: Doi:10.1016/0959-4752(94)90002-7

Verschaffel, L., and De Corte, E. (1997). Word problems: A vehicle for authentic mathematical understanding and problem solving in the primary school? In T. Nunes and P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching Mathematics: An international perspective* (s. 69–97). Hove, England: Psychology Press.

Verschaffel, L., Depaepe, F. and Van Dooren, W. (2014). Word problems in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 641–645). London, England: Springer.

Verschaffel, L., Depaepe, F., and Van Dooren, W. (2015). Individual differences in word problem solving. In R. C. Kadosh and A. Dowker (Eds.), *The Oxford Handbook of Numerical Cognition* (s. 1–18). Oxford: Oxford University Press.

Verschaffel, L., Greer, B. and DeCorte, E. (2000). *Making sense of word problems.* Lisse, The Netherlands: Swets and Zietlinger Publishers.

Verschaffel, L., Schukajlow, S., Star, J., and Van Dooren, W. (2020). Word problems in mathematics education: a survey. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, *52*(1), 1–16. Doi: 10.1007/s11858-020-01130-4

Vistro-Yu, C. P. (2009). Using innovation techniques to generate 'new'problems. In *Mathematical Problem Solving: Yearbook 2009, Association of Mathematics Educators* (s. 185–207). Doi: https://doi.org/10.1142/9789814277228_0010

Wang, A. Y., Fuchs, L. S., and Fuchs, D. (2016). Cognitive and linguistic predictors of mathematical word problems with and without irrelevant information. *Learning and Individual Differences*, 52, 79-87. Doi: https://doi.org/10.1016/j.lindif.2016.10.015

Winograd, K. (1997). Ways of sharing student-authored story problems. *Teaching Children Mathematics*, *4*(1), 40–47. Doi: https://doi.org/10.5951/TCM.4.1.0040

Xie, J. (2016). An ınvestıgatıon of us and chınese prospectıve elementary teachers'problem posıng when ınteractıng wıth problem-solvıng actıvıtıes. Doktora tezi. Syracuse Üniversitesi, Newyork, Amerika Birleşik Devletleri.

Xie, J., ve Masingila, J. O. (2017). Examining interactions between problem posing and problem solving with prospective primary teachers. A case of using fractions. *Educational Studies in Mathematics*, *96*(1), 101–118.

Xia, X., Lu, C., and Wang, B. (2008). Research on mathematics instruction experiment based problem posing. *Journal of Mathematics Education*, *1*(1), 153–163.

Xu, B., Cai, J., Liu, Q., and Hwang, S. (2020). Teachers' predictions of students' mathematical thinking related to problem posing. *International Journal of Educational Research*, *102,* 101427. Doi: 10.1016/j.ijer.2019.04.005

Yackel, E. (2001). Explanation, Justification and Argumentation in Mathematics Classrooms. *In: Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Utrectht, Netherlands, 12-17 July, 1–4.

Yackel, E., and Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(4), 458–477. Doi: https://doi.org/10.5951/jresematheduc.27.4.0458

Yeap, B. H., and Kaur, B. (2000). Exploring the relationship between mathematical problem posing and problem solving, type of task and grade level. In J. Ee, B. Kaur, N. H. Lee, and B. H. Yeap (Eds.), *New 'Literacies': Educational response to a knowledge-based society: Proceedings of the ERA-AME-AMIC Joint Conference* (s. 605–611). Singapore: Educational Research Association.

Yeap, B. H., and Kaur, B. (2001). Semantic characteristics that make arithmetic word problems difficult. In J. Bobis, B. Perry, and M. Mitchelmore (Eds.), *Numeracy and beyond: Proceedings of the 24th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia Incorporated* (s. 555–562). Sydney: Merga.

Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2018). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. Seçkin Yayinevi, 11. Baskı, ISBN: 978-975-02-3999-1

Yılmaz, R. C. (2011). Matematik eğitiminde problem kurma yaklaşımına dayalı öğretimin öğrencilerin akademik başarısına etkisi. Yüksek lisans tezi. Akdeniz Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Antalya, Türkiye, 101 s.

Yoshinobu, S., and Jones, M. (2013). An Overview of Inquiry-Based Learning in Mathematics. In J. J. Cochran (Ed.), *Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science*, (s. 1-11). Hoboken, NJ: John Wiley ve Sons. Doi: https://doi.org/10.1002/9780470400531.eorms1065

EKLER

Ek 1. Tez Çalışma İzni

T.C.
RİZE VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 57774812-300-E.19416385 09.10.2019
Konu : Tez Çalışması İzni

RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)

İlgi : 01/10/2019 tarihli ve 2204 sayılı yazınız.

İlgi yazınız doğrultusunda, üniversiteniz İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Programı Öğrencisi Abdullah TERZİ'nin araştırma izni talebi doğrultusunda alınan Valilik Oluru ekte gönderilmiştir.

Bilgilerinize arz ederim.

Selçuk TORPİL
Müdür a.
Şube Müdürü

Ek: Valilik Oluru (1 Sayfa)

Güvenli Elektronik İmzalı
Aslı ile Aynıdır
09.10.2019

Ayten AŞIT
V.H.K.İ.

Rize Valiliği Hizmet Binası Kat:3
Elektronik Ağ: www.rize meb.gov.tr
e-posta: arge53@meb.gov.tr

Ayrıntılı Bilgi İçin: Strateji Geliştirme Şubesi Ar-Ge Birimi
Tel: (464) 280 53 77
Faks: (464) 280 53 16

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden a3c5-35ea-37da-a53d-1fe6 kodu ile teyit edilebilir.

Ek 1. (devamı) Tez Çalışma İzni

T.C.
RİZE VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 57774812-300-E.19412319 09.10.2019
Konu : Tez Çalışması İzni

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Genel Sekreterlik Öğrenci İşleri Daire Başkanlığının 01/10/2019 tarihli ve 2204 sayılı yazısı.

Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Programı Öğrencisi Abdullah TERZİ'nin "Ortaokul 6. Sınıf Öğrencilerinin Problem Kurma Performanslarının Gelişimi: Doğal Sayılarla İşlemler Örneği" konulu bilimsel araştırması kapsamında ekte sunulan form ve testleri 2019-2020 Eğitim Öğretim Yılında ilimiz Çayeli ilçesi Büyükköy Ortaokulu 6. sınıf öğrencilerine uygulama isteği ilgi yazı ile bildirilmektedir.

Söz konusu form ve testlerin 2019-2020 Eğitim Öğretim Yılında ilimiz Çayeli ilçesi Büyükköy Ortaokulu 6. sınıf öğrencilerine uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Selçuk TORPİL
Müdür a.
Şube Müdürü

OLUR
09.10.2019

Yaşar KOÇAK
Vali a.
Milli Eğitim Müdürü

Rize Valiliği Hizmet Binası Kat:3
Elektronik Ağ: www.rize meb.gov.tr
e-posta: arge53@meb.gov.tr

Ayrıntılı Bilgi İçin: Strateji Geliştirme Şubesi Ar-Ge Birimi
Tel: (464) 280 53 77
Faks: (464) 280 53 16

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 7089-a996-3cf1-b98e-2232 kodu ile teyit edilebilir.

Ek 2. Veli onam formu

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, "Aktif öğrenme çerçevesine dayalı öğretimin 6. sınıf öğrencilerinin problem çözme ve kurma performanslarının gelişimine etkisi" adıyla, 30.09.2019 - 27.12.2019 tarihleri arasında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: Genişletilmiş Aktif Öğrenme Çerçevesi'ne dayalı öğretim ile ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla işlemlere yönelik problem çözme ve kurma performanslarının geliştirilmesi amaçlanmıştır.

Araştırma Uygulaması: Uygulama / Görüşme / Gözlem şeklindedir.

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı'nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleşmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı **tamamen sizin isteğinize bağlıdır**, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmamama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Anket çalışmasına katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı : Abdullah TERZİ

Velisi bulunduğum .... sınıfı .... numaralı öğrencisi ....'in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum.
(Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*).

..../...../...........

İsim-Soyisim İmza:

Veli Adı-Soyadı :

Ek 3. Araştırmaya yönelik etik kurulu değerlendirme raporu

T.C.
RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU

SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU DEĞERLENDİRME RAPORU
Toplantı Tarihi : 07.05.2020
Toplantı No: 2020/26

Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Sınıf Öğretmenliği Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Bölümü yüksek lisans öğrencisi Abdullah TERZİ'nin "Ortaokul 6. Sınıf Öğrencilerinin Problem Kurma ve Çözme Becerilerinin Gelişiminin İncelenmesi: Doğal Sayılarla İşlemler Örneği" isimli tez çalışması için çalışmalar yapılması düşünülmektedir. Bu çerçevede yürütülecek çalışmalar için izin talebi kurulumuzca değerlendirilmiş olup;

☑ Etik açıdan uygun bulunmuştur.
☐ Etik açıdan uygun bulunmamıştır.
☐ Etik açıdan önerilen değişikliklerin yapılmasıyla uygun bulunmuştur.

		Uygundur	Uygun Değildir*	Değişikliklerle Uygundur*
Prof. Dr. Salih Sabri YAVUZ	(Başkan)			
Prof. Dr. Mehmet KÜÇÜK	(Üye)			
Prof. Dr. Alaattin KIZILTAN	(Üye)			
Prof. Dr. Ali Sait ALBAYRAK	(Üye)			
Prof. Dr. Ahmet İshak DEMİR	(Üye)			
Prof. Dr. Abdurrahman HAÇKALI	(Üye)			
Prof. Dr. Hasan Ali ESİR	(Üye)			

* Uygun bulunmaması halinde gerekçelerini içeren bir raporun sunulmasını gerektirir.
* Değişiklik önerisini içeren raporun sunulmasını gerektirir.

Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Fener Mah. Zihni Derin Yerleşkesi 53100 RİZE
Tel: 0. 464 223 81 00 Faks: 0. 464 223 63 28
www.erdogan.edu.tr

Ek 4. Uygulama sürecinde kullanılan problem kurma etkinliklerine ait taslak form

1. Yapılandırılmış Problem Kurma Etkinlikleri

A. Problemden hareketle problem kurma

Etkinlik 1A$_1$	Bir kırtasiyenin okula hediye olarak gönderdiği kutunun içerisinde 80 kalem, 80 silgi ve 20 cetvel bulunmaktadır. Buna göre kalem ve cetvellerin toplamı silgi sayısından kaç fazladır? Parça-parça-bütün/karşılaştırma
Etkinlik 1A$_2$	Bir okuldaki erkek öğrenci sayısı kız öğrenci sayısının 2 katıdır. Okuldan 20 kız öğrenci ayrıldığında 50 kız öğrenci kaldığına göre erkek öğrenci sayısı kaçtır? Birleştirme/Çarpımsal karşılaştırma
Etkinlik 1A$_3$	Babasının yaşı Hilmi'nin yaşının 2 katı, Hilmi ise kardeşinden 5 yaş büyüktür. Hilmi 23 yaşında olduğuna göre babası ve kardeşinin yaşları toplamı kaçtır? Ayırma/Çarpımsal karşılaştırma/Birleştirme

2. Yarı-yapılandırılmış Problem Kurma Etkinlikleri

A. Bir adımlı işlemlere problem kurma

Etkinlik 2A$_1$	$136 + 28$
Etkinlik 2A$_2$	$96 - 24$
Etkinlik 2A$_3$	5×18
Etkinlik 2A$_4$	$\blacksquare \times 12 = 96$
Etkinlik 2A$_5$	$124 \div 3$
Etkinlik 2A$_6$	$2400 \div \blacksquare = 600$

B. Çok adımlı işlemlere problem kurma

Etkinlik 2B$_1$	$1200 + 1800 = 3000$ $3000 - 2500 = 500$ Cevap: 500
Etkinlik 2B$_2$	$240 + 260 = 500$ $500 : 25 = 20$ Cevap: 20

Ek 4. (devamı) Uygulama sürecinde kullanılan problem kurma etkinliklerine ait taslak form

Etkinlik $2B_3$	$150 \times 4 = 600$ $600 + 350 = 950$ Cevap: 950
Etkinlik $2B_4$	$45 \div 3 = 15$ $12 + 15 = 27$ Cevap: 27
Etkinlik $2B_5$	$(1200 - 50) \div 10 = ?$

C. Açık-uçlu hikayeyi verilen cevaba göre tamamlama

Etkinlik $2C_1$ Ayşe bir doğum günü partisi vermeyi planlamaktadır. Parti için pizza, meyve suyu ve uçan balonlarından satın almıştır. Pizzanın tanesi 15 lira, meyve sularının kutusu 5 lira ve uçan balonların tanesi 10 liradır.

- Cevabı 125 TL olan bir problem kurunuz.
- Cevabı 6 adet olan bir problem kurunuz.

Etkinlik $2C_2$ Kürşat'ın şimdiye kadar okuduğu kitap sayısı, Ozan'ın okuduğu kitap sayısından 18 fazla, Nisa'nın okuduğu kitap sayısının 2 katıdır. Ozan 162 kitap okumuştur.

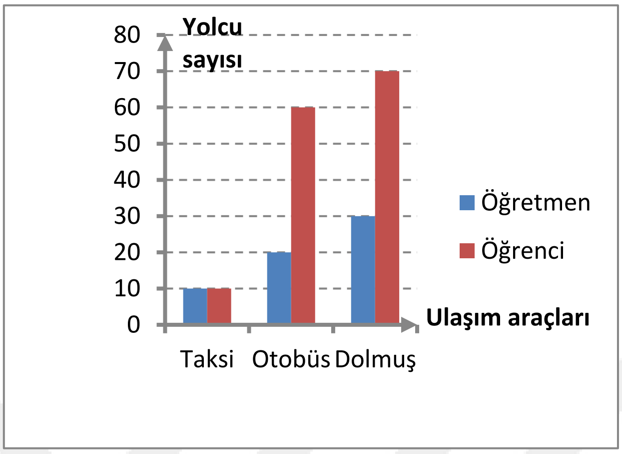
- Cevabı 90 olan bir problem kurunuz.

Aşağıda sizlere tamamlanmamış açık-uçlu hikayeler verilmiştir. Bu hikayelerden hareketle zor olduğunu düşündüğünüz üç problem yazınız.

Ek 4. (devamı) Uygulama sürecinde kullanılan problem kurma etkinliklerine ait taslak form

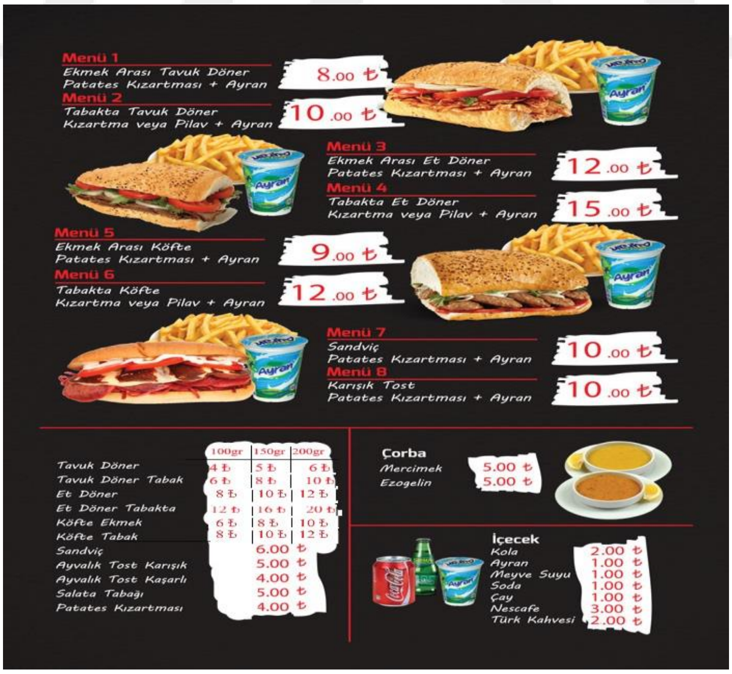
---

Ekinlik 2D$_1$



Yukarıdaki grafikte bir okulun öğrenci ve öğretmenlerinin okula ulaşımda kullandıkları araç sayıları verilmiştir. Sütun grafiğindeki verileri kullanarak problem kurunuz.

Etkinlik 2D$_2$



Yukarıda bir lokantanın fiyat listesi verilmiştir.
Bu fiyat listesini kullanarak bir problem kurunuz.

Ek 4. (devamı) Uygulama sürecinde kullanılan problem kurma etkinliklerine ait taslak form

Etkinlik $2D_3$	Annesi, Ahmet'i ekmek, pirinç ve salça alması için markete göndermiştir. Ahmet bunların dışında annesinin izin verdiği yiyecek ve içeceklerden de kendisi için almıştır. Yukarıdaki hikaye durumunu kullanarak bir problem kurunuz.

3. Serbest Problem Kurma Etkinlikleri

Etkinlik 3A	Doğal sayılarla işlemlere yönelik problem kurunuz.

Ek 5. Uygulama sürecinde kullanılan problem kurma etkinlikleri

1. Yapılandırılmış Problem Kurma Etkinlikleri

A. Problemden hareketle problem kurma

Etkinlik $1A_1$	Bir kırtasiyenin okula hediye olarak gönderdiği kutunun içerisinde 80 kalem, 80 silgi ve 20 cetvel bulunmaktadır. Buna göre kalem ve cetvellerin toplamı silgi sayısından kaç fazladır? Parça-parça-bütün/karşılaştırma
Etkinlik $1A_2$	Bir okuldaki erkek öğrenci sayısı kız öğrenci sayısının 2 katıdır. Okuldan 20 kız öğrenci ayrıldığında 50 kız öğrenci kaldığına göre erkek öğrenci sayısı kaçtır? Birleştirme/Çarpımsal karşılaştırma
Etkinlik $1A_3$	Babasının yaşı Hilmi'nin yaşının 2 katı, Hilmi ise kardeşinden 5 yaş büyüktür. Hilmi 23 yaşında olduğuna göre babası ve kardeşinin yaşları toplamı kaçtır? Ayırma/Çarpımsal karşılaştırma/Birleştirme

2. Yarı-yapılandırılmış Problem Kurma Etkinlikleri
A. Bir adımlı işlemlere problem kurma

Etkinlik $2A_1$	$136 + 28$
Etkinlik $2A_2$	$96 - 24$
Etkinlik $2A_3$	5×18
Etkinlik $2A_4$	$\blacksquare \times 12 = 96$
Etkinlik $2A_5$	$124 \div 3$
Etkinlik $2A_6$	$2400 \div \blacksquare = 600$
Etkinlik $2A_7$	$540 \div 40 =?$ işlemiyle cevaplanabilecek; Cevabı 13, Cevabı 14, Cevabı 20

B. Çok adımlı işlemlere problem kurma

Etkinlik 2B₁

$1200 + 1800 = 3000$

$3000 - 2500 = 500$

Cevap: 500

Etkinlik 2B₂

$240 + 260 = 500$

$500 : 25 = 20$

Cevap: 20

Etkinlik 2B₃

$150 \times 4 = 600$

$600 + 350 = 950$

Cevap: 950

Etkinlik 2B₄

$45 \div 3 = 15$

$12 + 15 = 27$

Cevap: 27

Etkinlik 2B₅

$(1200 \div 10) - 50 = ?$

C. Açık-uçlu hikayeyi verilen cevaba göre tamamlama

Etkinlik 2C₁

Ayşe bir doğum günü partisi vermeyi planlamaktadır. Parti için pizza, meyve suyu ve uçan balonlarından satın almıştır. Pizzanın tanesi 15 lira, meyve sularının kutusu 5 lira ve uçan balonların tanesi 10 liradır.

- **Cevabı 125 TL olan bir problem kurunuz.**

- **Cevabı 6 adet olan bir problem kurunuz.**

Etkinlik 2C₂

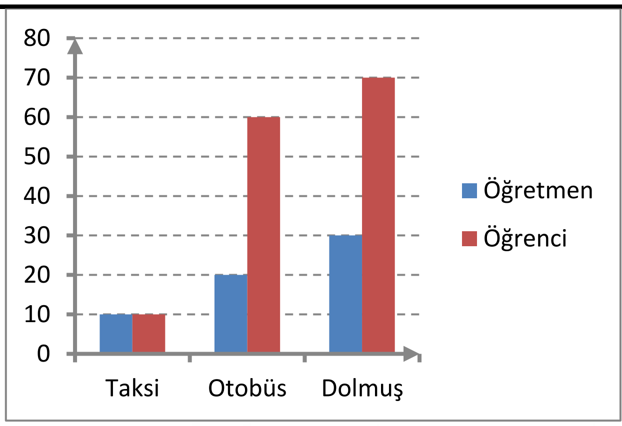
Kürşat'ın şimdiye kadar okuduğu kitap sayısı, Ozan'ın okuduğu kitap sayısından 18 fazla, Nisa'nın okuduğu kitap sayısının 2 katıdır. Ozan 162 kitap okumuştur.

Cevabı 90 olan bir problem kurunuz.

Aşağıda sizlere tamamlanmamış açık-uçlu hikayeler verilmiştir. Bu hikayelerden hareketle zor olduğunu düşündüğünüz üç problem yazınız.

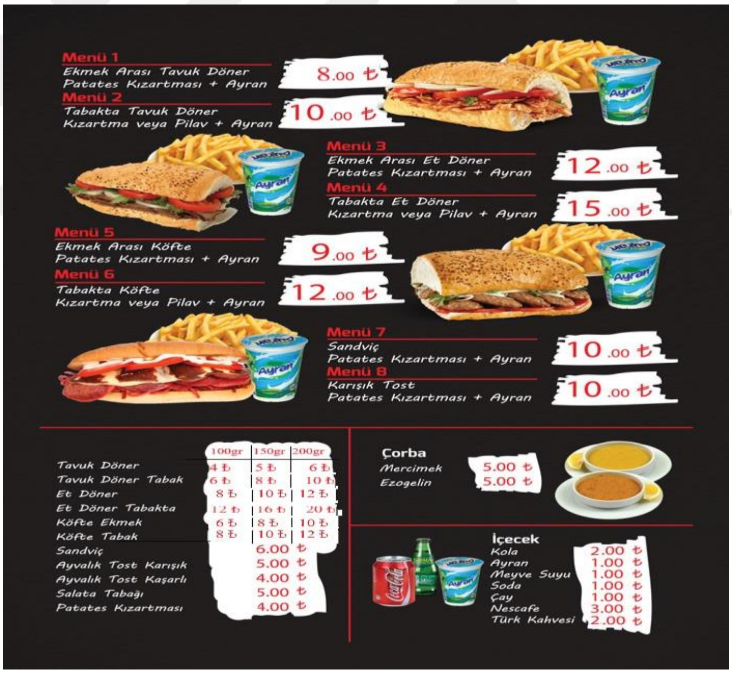
Ek 5. (devamı) Uygulama sürecinde kullanılan problem kurma etkinlikleri

Ekinlik 2D₁



Yukarıdaki grafikte bir okulun öğrenci ve öğretmenlerinin okula ulaşımda kullandıkları araç sayıları verilmiştir. Sütun grafiğindeki verileri kullanarak problem kurunuz.

Etkinlik 2D₂



Yukarıda bir lokantanın fiyat listesi verilmiştir.
Bu fiyat listesini kullanarak bir problem kurunuz.

Etkinlik 2D₃

Alışverişe çıkan Duygu kendisine ayakkabı, kazak ve pantolon almıştır. Duygu kardeşi için de hediye olarak çeşitli kıyafetler satın almıştır. **Yukarıdaki hikaye durumunu kullanarak bir problem kurunuz.**

3. Serbest Problem Kurma Etkinlikleri

Etkinlik 3A Doğal sayılarla işlemlere yönelik problem kurunuz.

Ek 6. GAÖÇ'ye dayalı öğretimde her bir etkinliğin yürütülmesinde kullanılan yönerge

Etkinlikleri yönlendirici soru kategorileri	
1. Problem kurma etkinliğinin anlaşılması ve uygulanması	
Kategori 1:	Sadece verilen işlemlere uygun problemler kurma Düşünün ki, bir problemin çözümünde bu işlemi yaptınız ve cevap olarak işlemin sonunda elde ettiğiniz sayıya ulaştınız. Bu durumda bu çözümün günlük yaşamla ilişkili problemi ne olurdu? Yazınız.
Kategori 2:	Verilen işlemleri içerecek şekilde problem kurma Farz ediniz ki, bir problemin çözümünde aşağıda sunulan işlemler sırasıyla kullanılmıştır. Bu işlemlerin günlük hayatla ilişkili problemini yazınız.
Kategori 3:	Tamamlanmamış açık-uçlu hikâyelere (tablo, grafik veya sayısal veri içermeyen sözel ifade) problem kurma Sizlere tamamlanmamış açık-uçlu hikâyeler (tablo, grafik veya sayısal veri içermeyen sözel ifade) verilmiştir. Bu hikayelerden hareketle zor olduğunu düşündüğünüz bir problem yazınız.
Kategori 4:	Açık-uçlu hikayeyi bir sayısal cevaba göre probleme tamamlama Bir problem verilenler ve istenenlerden oluşmaktadır. Bu etkinlikte soru kökü yazılmayan ve verilenlerinin bir kısmı sunulmuş bir problem kurma etkinliği verilmiştir. Problemi bir an için sizin yazdığınızı ve bu aşamaya kadar geldiğinizi düşününüz. Cevabı belirtilen sayı olacak şekilde zor bir problem yazınız.

Ek 6. (devamı) GAÖÇ'ye dayalı öğretimde her bir etkinliğin yürütülmesinde kullanılan yönerge

---

Kategori 5: Problemden hareketle problemler kurma

Çözümünü yaptığınız problemi farklı bir probleme dönüştürmeniz istenmektedir. Bunu yaparken aşağıdaki durumlardan faydalanabilirsiniz;

-Problemin çözümü aynı olmak şartıyla hikâye veya sayıları değiştiriniz

-Verilenler ile istenenleri değiştiriniz

-Problemin bir an için soru kökünün olmadığını düşününüz. Yeni aritmetiksel işlemler eklemek şartıyla problemi zorlaştırarak yeni bir soru kökü ekleyiniz.

Kategori 6: Serbest problem kurma

Doğal sayılarla işlemlere yönelik sınıfça bir problem yazılacaktır. Öğretmen tahtaya bir problemin birkaç kelimesini yazacaktır ("Yasin ve babası…"). Daha sonra söz verdiği her bir öğrenci en fazla iki kelime veya iki sayı söyleyebilecektir. Bu şekilde her söz verilen öğrenci problemin devamına aynı kurala bağlı olarak eklemeler yaparak günlük yaşamla ilişkili problem yazılacaktır.

2. Kurulan problemlerin değerlendirilmesi

-Problem çözülebilir midir?

-Problemdeki ifadeler açık ve anlaşılır şekilde yazılmış mıdır?

-Problemdeki veriler hikâye içinde gerçekçi midir?

-Problem zor mudur? Daha da zorlaştırmak için neler yapılabilir?

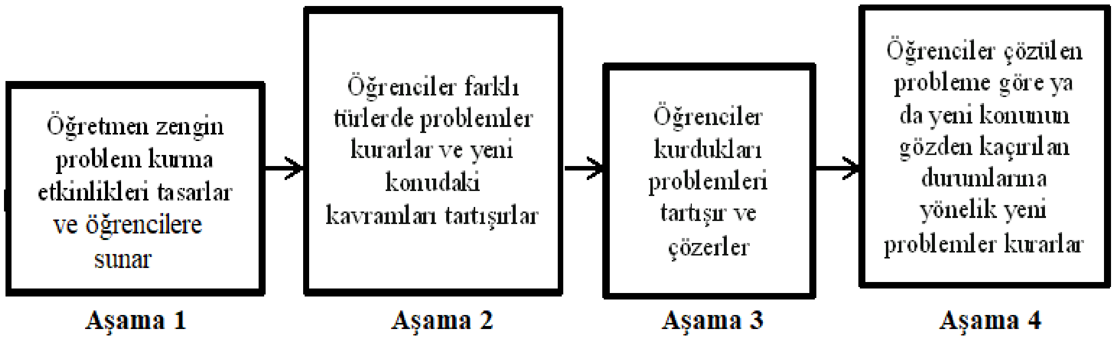
Ek 7. Etkinliklere ait uygulama yönergesi

Ek 7.1. Yapılandırılmış Problem Kurma Etkinliklerine Ait Yönergeler

Ek 7.1.a. Bir adımlı işlemlere problem kurma

Etkinlik $1A_1$: Sadece 136+28 işlemiyle çözülebilecek bir problem kurunuz.

Etkinliğe ait uygulama yöntemi: Etkinlik problem çözme aktivitesiyle başlamamaktadır. Bunun yerine öğrencilerden sadece 136+28 işlemiyle çözülebilecek bir problem kurmaları istenmektedir. Bu nedenle etkinliğin uygulama sürecinde problem kurma ile başlayan öğretim sırası kullanılacaktır. Süreçte izlenecek öğretim sırası şu şekildedir;



Aşama 1: Problem kurma etkinliği tasarlanır ve öğrencilere sunulur

Tasarlanan problem kurma etkinliği çalışma kâğıdı şeklinde sunulur. Öğrencilere problem kurma türlerine ait yönergelerin yazılı olduğu kağıt öğretim sürecinin başında dağıtılacaktır (Ek 4). Öğrenciler bu kağıttaki "sadece verilen işleme uygun problem kurma" yönergesini bulup okurlar. Etkinliğin amacına yönelik açıklamalar şu şekildedir; *düşünün ki, bir problemin çözümünde sırasıyla bu işlem(ler)i takip ederek cevap olarak işlem(ler)in sonunda elde ettiğiniz sayıya ulaştınız. Bu durumda bu çözümün günlük yaşamla ilişkili problemi ne olurdu? Yazınız.*

Etkinlik yönergesi üzerinde öğrencilerle konuşularak, yazılacak problemin sadece 136+28 işlemi ile çözülmesi gerektiği üzerinde durulur. Böylece nasıl problem kurulacağına yönelik amaç üzerinde fikir birliği sağlanmış olur.

Ek 7.1.a. (devamı) Bir adımlı işlemlere problem kurma

Aşama 2: Öğrenciler problem kurarlar.

Bu problem kurma etkinliğinde öğrencilerden bireysel olarak problem kurmaları istenecektir. Öğrencilere 8 dakika süre tanınması planlanmıştır. Etkinliği tamamlama süresi için esnek olunması planlanmakta, dolayısıyla süre sınırlamasında değişikliklere gidilebilecektir. Süre konusunda, öğrencilerin büyük bir çoğunluğu tarafından (ortalama dörtte üçünün tamamlaması beklenecektir) etkinliğin tamamlanması dikkate alınacaktır.

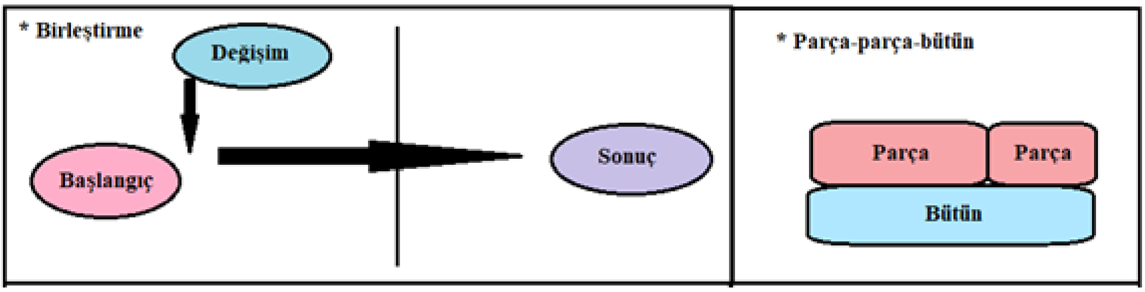
Aşama 3: Öğrenciler kurdukları problemleri tartışır ve çözerler

Bu aşamada, öğrencilerin kurdukları problemlerden seçilenleri toplu sınıf tartışmasına açılacaktır. Bu amaçla bir öğrencinin kurduğu problem sınıfla paylaşılacak ve tartışılacaktır. Tartışma aşamasında sırasıyla aşağıda ifade edilen durumlar üzerinde durulacaktır;

- Problemdeki ifadeler açık ve anlaşılır bir şekilde yazılmış mıdır?
- Problem çözülebilir midir?
- Problemdeki veriler hikaye içinde gerçekçi midir?
- Problemin hikayesi ilgi çekici midir?

Problemin çözülebilir olup olmadığına yönelik tartışmalarda eksik veya hatalı bilgi olup olmadığına bakılıp, eksik veya hatalı bilgi varsa sınıfça tartışılarak problem yeniden düzenlenecektir. Çözüm aşamasında problemin semantik yapısının tartışmaya açılması hedeflenmektedir. 136+28 işlemine yönelik kurulan problem toplamanın birleştirme veya parça-parça-bütün semantik yapılarından birini içerecektir. Seçilen problem bu yapılardan hangisini içeriyor (birleştirme) ise, o yapıya uygun aşağıdaki temsillerden ilgili olan tahtada çizilerek yapı üzerinde konuşulacaktır.

Ek 7.1.a. (devamı) Bir adımlı işlemlere problem kurma



(Van De Walle vd., 2016, s. 146)

Problemin semantik yapısına yönelik tartışmaların tamamlanmasının ardından, bu aşamada, öğrencilere farklı bir problem kuran olup olmadığı sorulur ve farklı kurulduğu düşünülen problem sınıfça tartışılır. Eğer bu problem toplamanın vurgulanmayan diğer semantik anlamına (parça-parça-bütün) yönelik ise tahtada semantik yapısını içeren model yardımıyla çözümü yapılır. Çözümle birlikte iki modelin farklılıkları tartışılarak toplama işlemine yüklenen iki anlam tanıtılmış olur.

Aşama 4: Öğrenciler yeniden problem kurarlar.

Eğer öğrenciler tartışması yapılan problemin ardından (birleştirme semantik yapısına sahip problem), farklı problem olarak semantik yapısı aynı fakat sadece hikayesi farklı bir problem belirtmişlerse, öncelikle bu problemin yapısının çözümü yapılan problemin yapısı ile benzerliği tartışılır. Dolayısıyla bu aşamaya kadar öğrencilerden toplama işleminin diğer semantik yapısına (parça-parça-bütün) yönelik herhangi bir problemin gelmemesi söz konusudur.

Ek 7.1.a. (devamı) Bir adımlı işlemlere problem kurma

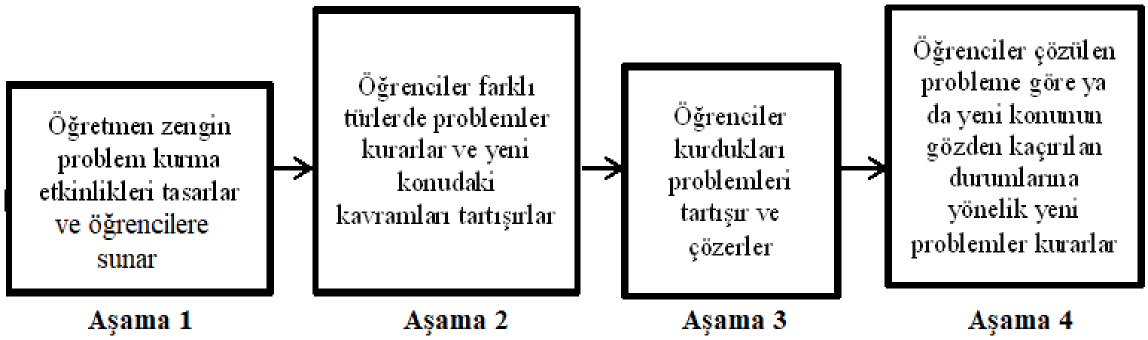
Bu durumda öğretmen öğrencileri toplama işleminin farklı anlamlarını düşünmelerine yardımcı olacak rehberlik edici şu soruyu sorar; *toplama işlemini başka hangi durumlarda kullanabiliriz?* Bu soru yardımıyla toplamayı günlük hayatta ne tür durumlarda kullandıklarına (alışveriş, kız ve erkek öğrenci sayılarının toplamını belirleme, iki cebinde bulunan toplam para miktarı vb.) yönelik örnekler tartışmaya açılır. Öğretmen parça-parça-bütün anlamına uygun bir hikayenin söylenmesi durumunda bu hikaye üzerinde durur ve semantik yapısına uygun modeli tahtaya çizer. Birleştirme anlamına yönelik model ile bu yeni model arasındaki farklılığı vurgulayarak toplamanın yeni anlamı da tanıtılmış olur.

Toplama işleminin farklı semantik anlamlarının tanıtımı yapıldıktan sonra, bu anlamları temsil eden modeller çalışma kağıdı şeklinde öğrencilere dağıtılacaktır. Öğrencilerden kurudukları problemin semantik yapısını belirlemeleri ve kurulmayan semantik yapıya yönelik 136+28 işlemi için bir problem daha kurmaları istenir. Seçilen öğrencilerin problemleri sınıfla paylaşılır ve modeller yardımıyla semantik yapısı vurgulanır.

Ek 7.1.b. Bir adımlı işlemlere problem kurma

Etkinlik 1A$_2$: Sadece 96-24 işlemiyle çözülebilecek bir problem kurunuz.

Etkinliğe ait uygulama yöntemi: Etkinlik problem çözme aktivitesiyle başlamamaktadır. Bunun yerine, öğrencilerden sadece 96-24 işlemiyle çözülebilecek bir problem kurmaları istenmektedir. Bu nedenle etkinliğin uygulama sürecinde problem kurma ile başlayan öğretim sırası kullanılacaktır. Süreçte izlenecek öğretim sırası şu şekildedir;



Aşama 1: Problem kurma etkinliği tasarlanır ve öğrencilere sunulur

Tasarlanan problem kurma etkinliği çalışma kâğıdı şeklinde sunulur. Öğrencilere problem kurma türlerine ait yönergelerin yazılı olduğu kağıt öğretim sürecinin başında dağıtılacaktır (Ek 4). Öğrenciler bu kağıttaki “sadece verilen işleme uygun problem kurma” yönergesini bulup okurlar. Etkinliğin amacına yönelik açıklamalar şu şekildedir; *düşünün ki, bir problemin çözümünde sırasıyla bu işlem(ler)i takip ederek cevap olarak işlem(ler)in sonunda elde ettiğiniz sayıya ulaştınız. Bu durumda bu çözümün günlük yaşamla ilişkili problemi ne olurdu? Yazınız.*

Etkinlik yönergesi üzerinde öğrencilerle konuşularak, yazılacak problemin sadece 96-24 işlemi ile çözülmesi gerektiği üzerinde durulur. Böylece nasıl problem kurulacağına yönelik amaç üzerinde fikir birliği sağlanmış olur.

Ek 7.1.b. (devamı) Bir adımlı işlemlere problem kurma

Aşama 2: Öğrenciler problem kurarlar.

Bu problem kurma etkinliğinde öğrencilerden bireysel olarak problem kurmaları istenecektir. Öğrencilere 8 dakika süre tanınması planlanmıştır. Etkinliği tamamlama süresi için esnek olunması planlanmakta, dolayısıyla süre sınırlamasında değişikliklere gidilebilecektir. Süre konusunda, öğrencilerin büyük bir çoğunluğu tarafından (ortalama dörtte üçünün tamamlaması beklenecektir) etkinliğin tamamlanması dikkate alınacaktır.

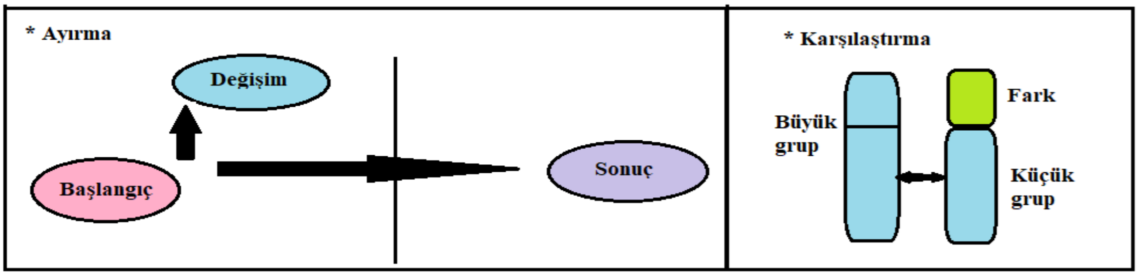
Aşama 3: Öğrenciler kurdukları problemleri tartışır ve çözerler.

Bu aşamada, öğrencilerin kurdukları problemlerden seçilenleri toplu sınıf tartışmasına açılacaktır. Bu amaçla bir öğrencinin kurduğu problem sınıfla paylaşılacak ve tartışılacaktır. Tartışma aşamasında sırasıyla aşağıda ifade edilen durumlar üzerinde durulacaktır;

- Problemdeki ifadeler açık ve anlaşılır bir şekilde yazılmış mıdır?
- Problem çözülebilir midir?
- Problemdeki veriler hikaye içinde gerçekçi midir?
- Problemin hikayesi ilgi çekici midir?

Problemin çözülebilir olup olmadığına yönelik tartışmalarda eksik veya hatalı bilgi olup olmadığına bakılıp, eksik veya hatalı bilgi varsa sınıfça tartışılarak problem yeniden düzenlenecektir. Çözüm aşamasında problemin semantik yapısının tartışmaya açılması hedeflenmektedir. 96-24 işlemine yönelik kurulan problem çıkarma işleminin ayırma veya karşılaştırma semantik yapılarından birini içerecektir. Seçilen problem bu yapılardan hangisini içeriyor (ayırma) ise, o yapıya uygun aşağıdaki temsillerden ilgili olan tahtada çizilerek yapı üzerinde konuşulacaktır.

Ek 7.1.b. (devamı) Bir adımlı işlemlere problem kurma



(Van De Walle vd., 2016, s.146)

Problemin semantik yapısına yönelik tartışmaların tamamlanmasının ardından, bu aşamada, öğrencilere farklı bir problem kuran olup olmadığı sorulur ve farklı kurulduğu düşünülen problem sınıfça tartışılır. Eğer bu problem çıkarma işleminin vurgulanmayan diğer semantik anlamına (karşılaştırma) yönelik ise, tahtada semantik yapısını içeren model yardımıyla çözümü yapılır. Çözümle birlikte iki modelin farklılıkları tartışılarak çıkarma işlemine yüklenen iki anlam tanıtılmış olur.

Aşama 4: Öğrenciler yeniden problem kurarlar.

Eğer öğrenciler tartışması yapılan problemin ardından (ayırma semantik yapısına sahip problem), farklı problem olarak semantik yapısı aynı fakat sadece hikayesi farklı bir problem belirtmişlerse, öncelikle bu problemin yapısının çözümü yapılan problemin yapısı ile benzerliği vurgulanır. Dolayısıyla bu aşamaya kadar öğrencilerden çıkarma işleminin diğer semantik yapısına (karşılaştırma) yönelik herhangi bir problemin gelmemesi söz konusudur.

Ek 7.1.b. (devamı) Bir adımlı işlemlere problem kurma

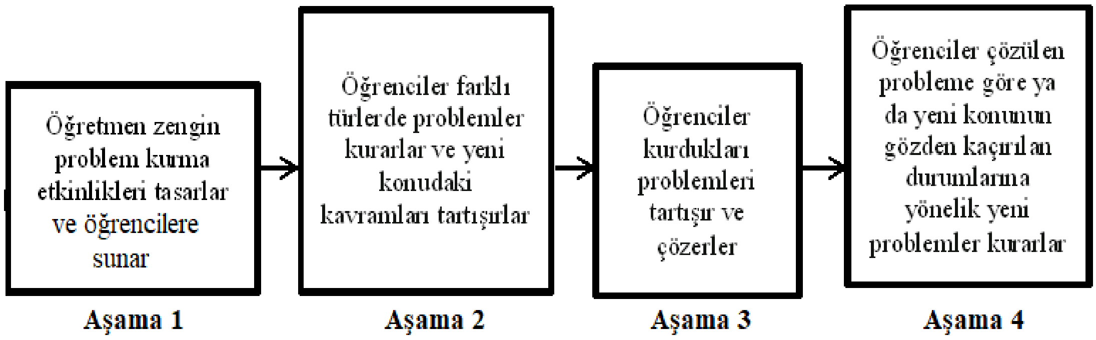
Bu durumda öğretmen öğrencileri çıkarma işleminin farklı anlamlarını düşünmelerine yardımcı olacak rehberlik edici şu soruyu sorar; *çıkarma işlemini başka hangi durumlarda kullanabiliriz?* Bu soru tartışmaya açılarak çıkarmanın günlük hayat içerisinde kıyaslama amacıyla kullanıldığı durumlara (sınıf mevcutlarının, kalem kutusundaki kalemlerin sayısının karşılaştırılması vb.) dikkat çekilir. Öğretmen karşılaştırma anlamına uygun bir hikayenin söylenmesi durumunda bu hikaye üzerinde durur ve semantik yapısına uygun modeli tahtaya çizer. Model üzerinden sorulan miktarın sözel ifadesi için …hangisindeki miktar azdır?/fazladır? ifadelerinin kullanılabileceğine vurgu yapılır. Böylece çıkarmanın ayırma anlamına yönelik daha önceden tanıtılan model ile bu yeni model arasındaki farklılık vurgulanarak çıkarmanın yeni anlamı da tanıtılmış olur.

Çıkarma işleminin farklı semantik anlamlarının tanıtımı yapıldıktan sonra, bu anlamları temsil eden modeller çalışma kağıdı şeklinde öğrencilere dağıtılacaktır. Öğrencilerden kurdukları problemin semantik yapısını belirlemeleri ve kurulmayan semantik yapıya yönelik 96-24 işlemi için bir problem daha kurmaları istenir. Seçilen öğrencilerin problemleri sınıfla paylaşılır ve modeller yardımıyla semantik yapısı vurgulanır.

Ek 7.1.c. Bir adımlı işlemlere problem kurma

Etkinlik 1A3 : Sadece 5 × 18 işlemiyle çözülebilecek bir problem kurunuz.

Etkinliğe ait uygulama yöntemi: Etkinlik problem çözme aktivitesiyle başlamamaktadır. Bunun yerine öğrencilerden sadece 5 × 18 işlemiyle çözülebilecek bir problem kurmaları istenmektedir. Bu nedenle etkinliğin uygulama sürecinde problem kurma ile başlayan öğretim sırası kullanılacaktır. Süreçte izlenecek öğretim sırası şu şekildedir;



Aşama 1: Problem kurma etkinliği tasarlanır ve öğrencilere sunulur

Tasarlanan problem kurma etkinliği çalışma kâğıdı şeklinde sunulur. Öğrencilere problem kurma türlerine ait yönergelerin yazılı olduğu kağıt öğretim sürecinin başında dağıtılacaktır (Ek 4). Öğrenciler bu kağıttaki "sadece verilen işleme uygun problem kurma" yönergesini bulup okurlar. Etkinliğin amacına yönelik açıklamalar şu şekildedir; *düşünün ki, bir problemin çözümünde sırasıyla bu işlem(ler)i takip ederek cevap olarak işlem(ler)in sonunda elde ettiğiniz sayıya ulaştınız. Bu durumda bu çözümün günlük yaşamla ilişkili problemi ne olurdu? Yazınız.*

Etkinlik yönergesi üzerinde öğrencilerle konuşularak, yazılacak problemin sadece 5 × 18 işlemi ile çözülmesi gerektiği üzerinde durulur. Böylece nasıl problem kurulacağı üzerinde fikir birliği sağlanmış olur.

Ek 7.1.c. (devamı) Bir adımlı işlemlere problem kurma

Aşama 2: Öğrenciler problem kurarlar.

Bu problem kurma etkinliğinde öğrencilerden bireysel olarak problem kurmaları istenecektir. Öğrencilere 8 dakika süre tanınması planlanmıştır. Etkinliği tamamlama süresi noktasında esnek olunması planlanmakta, dolayısıyla süre sınırlamasında değişikliklere gidilebilecektir. Süre konusunda, öğrencilerin büyük bir çoğunluğu tarafından (ortalama dörtte üçünün tamamlaması beklenecektir) etkinliğin tamamlanması dikkate alınacaktır.

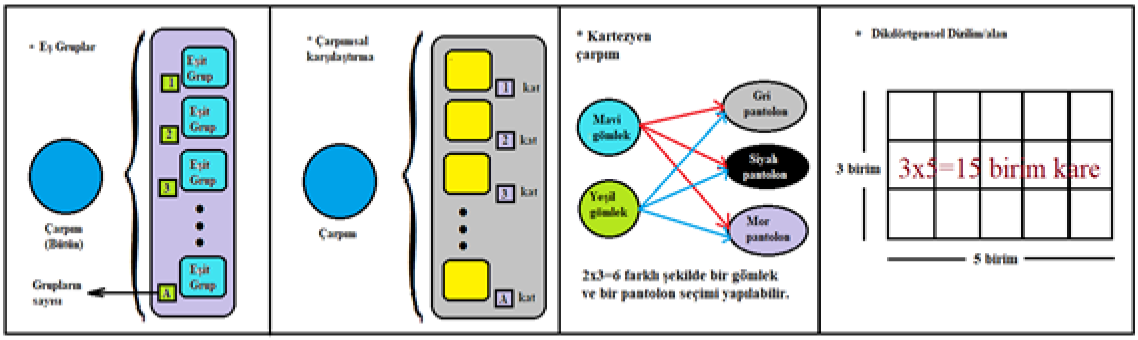
Aşama 3: Öğrenciler kurdukları problemleri tartışır ve çözerler.

Bu aşamada, öğrencilerin kurdukları problemlerden seçilenleri toplu sınıf tartışmasına açılacaktır. Bu amaçla bir öğrencinin kurduğu problem sınıfla paylaşılacak ve tartışmaya açılacaktır. Tartışma aşamasında sırasıyla aşağıda ifade edilen durumlar üzerine durulacaktır;

- Problemdeki ifadeler açık ve anlaşılır bir şekilde yazılmış mıdır?
- Problem çözülebilir midir?
- Problemdeki veriler hikaye içinde gerçekçi midir?
- Problemin hikayesi ilgi çekici midir?

Problemin çözülebilir olup olmadığına yönelik tartışmalarda eksik veya hatalı bilgi olup olmadığına bakılıp, eksik veya hatalı bilgi varsa sınıfça tartışılarak problem yeniden düzenlenecektir. Çözüm aşamasında problemin semantik yapısının tartışmaya açılması hedeflenmektedir. 5×18 işlemine yönelik kurulan problem, çarpma işleminin “eşit gruplar”, “çarpımsal karşılaştırma”, “kartezyen çarpım” ve “dikdörtgensel dizilim/alan” semantik yapılarından birini içerecektir. Seçilen problem bu yapılardan hangisini içeriyor (tekrarlı toplama) ise, o yapıya uygun aşağıdaki temsillerden ilgili olan tahtada çizilerek yapı üzerinde konuşulacaktır.

Ek 7.1.c. (devamı) Bir adımlı işlemlere problem kurma



Van De Walle vd.'nin (2016) çalışmasından uyarlanmıştır.

Problemin semantik yapısına yönelik tartışmaların tamamlanmasının ardından, bu aşamada, öğrencilere farklı bir problem kuran olup olmadığı sorulur ve farklı kurulduğu düşünülen problemler sınıfça tartışılır. Eğer bu problemler çarpma işleminin vurgulanmayan diğer semantik anlamlarına (“çarpımsal karşılaştırma”, “kartezyen çarpım” ve “dikdörtgensel dizilim/alan”) yönelik ise, tahtada semantik yapısını içeren model yardımıyla çözümü yapılır. Çözümle birlikte modellerin farklılıkları tartışılarak çarpma işlemine yönelik farklı semantik yapılar tanıtılmış olur.

Aşama 4: Öğrenciler yeniden problem kurarlar.

Bu aşamada çarpma işleminin vurgulanmayan semantik anlamları varsa, bunlara yönelik faaliyetler yürütülecektir. Bu durumda öğretmen öğrencileri çarpma işleminin farklı anlamlarını düşünmelerine yardımcı olacak rehberlik edici şu soruyu sorar; *çarpma işlemini başka hangi durumlarda kullanabiliriz? Daha önceden derslerimizde çözdüğümüz defterlerinizdeki problemlerden de faydalanabilirsiniz.* Bu soru tartışmaya açılarak çarpmanın günlük hayat içerisinde kullanıldığı durumlara (dikdörtgensel bölgenin alanı, miktarlar arasındaki kat ilişkisi, gömlek ve pantolon çeşitlerinden farklı kombinler yapma vb.) dikkat çekilir. Sunulan hikâyeler yardımıyla çarpmanın farklı semantik anlamlarının her biri üzerinde sırasıyla durulur ve modeli tahtada çizilerek üzerinde konuşulur. Öğrencilerden tanıtımı yapılan semantik anlama yönelik problemler kurmaları istenecektir. Özellikle çarpmanın “kartezyen çarpım” anlamına yönelik hikayelerin öğrenciler tarafından sunulması diğer anlamlarına göre daha zor olacaktır.

Ek 7.1.c. (devamı) Bir adımlı işlemlere problem kurma

Sınıfta bu anlama yönelik bir hikaye gelmezse, hikayeyi öğretmen sunarak tartışmaya açacaktır. Böylece çarpmanın farklı semantik anlamları da tanıtılmış olur.

Çarpma işleminin farklı semantik anlamlarının tanıtımı yapıldıktan sonra, bu anlamları temsil eden modeller çalışma kağıdı şeklinde öğrencilere dağıtılacaktır. Öğrencilerden kurdukları problemin semantik yapısını belirlemeleri ve kurulmayan semantik yapıya yönelik problemler yazmaları istenecektir. Seçilen öğrencilerin problemleri sınıfla paylaşılır ve modeller yardımıyla semantik yapıları vurgulanır.

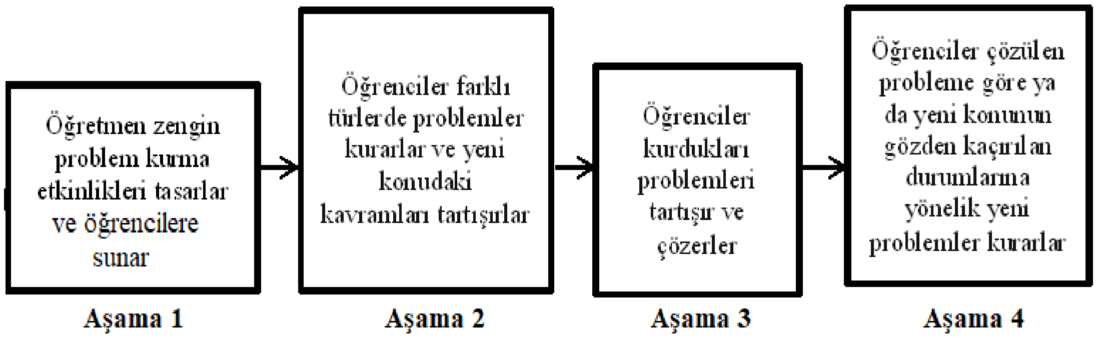
Ek 7.1.d. Çok adımlı işlemlere problem kurma

Etkinlik 1B3 : $150 \times 4 = 600$

$600 + 350 = 950$

Yukarıdaki işlemleri barındıran ve cevabı 950 olan bir problem kurunuz.

Etkinliğe ait uygulama yöntemi: Etkinlik problem çözme aktivitesiyle başlamamaktadır. Bunun yerine öğrencilerden çözümünde, $150 \times 4 = 600$ ve $600 + 350 = 950$ işlemlerini de barındıran bir problem kurmaları istenmektedir. Bu nedenle etkinliğin uygulama sürecinde problem kurma ile başlayan öğretim sırası kullanılacaktır. Süreçte izlenecek öğretim sırası şu şekildedir;



Aşama 1: Problem kurma etkinliği tasarlanır ve öğrencilere sunulur

Tasarlanan problem kurma etkinliği çalışma kâğıdı şeklinde sunulur. Öğrencilere problem kurma türlerine ait yönergelerin yazılı olduğu kağıt öğretim sürecinin başında dağıtılacaktır (Ek 4). Öğrenciler bu kağıttaki "Verilen işlemleri içerecek şekilde problem kurma" yönergesini bulup okurlar. Etkinliğin amacına yönelik açıklamalar şu şekildedir; *Farz ediniz ki, bir problemin çözümünde aşağıda sunulan işlemler sırasıyla kullanılmıştır. Bu işlemlerin günlük hayatla ilişkili problemini yazınız.*

Ek 7.1.d. (devamı) Çok adımlı işlemlere problem kurma

Etkinlik yönergesi üzerinde öğrencilerle konuşularak, yazılacak problemin çözümünde $150 \times 4 = 600$ ve $600 + 350 = 950$ işlemlerine yer verilmesi ve cevabın 950 olması gerektiği üzerinde durulur. Böylece nasıl problem kurulacağına yönelik amaç üzerinde fikir birliği sağlanmış olur.

Aşama 2: Öğrenciler problem kurarlar.

Bu problem kurma etkinliğinin uygulanmasında grup çalışmalarına yer verilecektir. Bu amaçla öğrencilerden öğretim sürecinin başında belirlenen dörder kişilik grupları oluşturmaları istenir. Öğrenciler gruplar halinde birer problem yazacaklardır. Öğrencilere 10 dakika süre tanınması planlanmıştır. Etkinliği tamamlama süresi için esnek olunması planlanmakta, dolayısıyla süre sınırlamasında değişikliklere gidilebilecektir. Süre konusunda, öğrencilerin büyük bir çoğunluğu tarafından (ortalama dörtte üçünün tamamlaması beklenecektir) etkinliğin tamamlanması dikkate alınacaktır.

Aşama 3: Öğrenciler kurdukları problemleri tartışır ve çözerler.

Bu aşamada, öğrencilerin kurdukları problemlerden seçilenleri toplu sınıf tartışmasına açılacaktır. Bu amaçla bir grubun kurduğu problem sınıfla paylaşılacak ve tartışmaya açılacaktır. Tartışma aşamasında sırasıyla aşağıda ifade edilen durumlar üzerinde durulacaktır;

- Problemdeki ifadeler açık ve anlaşılır bir şekilde yazılmış mıdır?
- Problem çözülebilir midir?
- Problemdeki veriler hikaye içinde gerçekçi midir?
- Problemin hikayesi ilgi çekici midir?

Problemin çözülebilir olup olmadığına yönelik tartışmalarda ilk olarak işlemleri içermesi ve sırasını koruması üzerinde durulacaktır.

Ek 7.1.d. (devamı) Çok adımlı işlemlere problem kurma

.

Bunun yanında işlemlerin her birine yüklenen semantik anlamlar sorgulanarak modeller yardımıyla çözüm desteklenecektir. Farklı gruplardan problemlerini paylaşmaları istenecektir.

Bu aşamada çarpma ve toplama işlemlerine farklı semantik anlamlar kullanarak problem kuran olup olmadığı sorularak (çarpmaya karşılaştırma anlamı yükleyerek problem kuran var mı? Varsa problemini bizimle paylaşsın.) paylaşılan problemler tartışılacaktır.

Aşama 4: Öğrenciler yeniden problem kurarlar.

Bu aşamada verilen işlemlere farklı işlemlerin de katılabileceği üzerinde durulacaktır. Bu bağlamda verilen işlemlerin öncesinde de farklı aritmetiksel işlemlerin bulunabileceği belirtilecektir. Öğrencilerden daha fazla işlem ekleyerek daha zor problemler kurmaları istenecektir. Bu süreçte sadece toplama veya çıkarma işlemlerinin eklenmesiyle sınırlı kalınmaması, özellikle çarpma ve bölme işlemlerinin eklenmesi de teşvik edilecektir. Öğrencilerin kurdukları problemlerden seçilenler sınıfla paylaşılacak ve tartışmaya açılacaktır. Öğrencilerden problemi nasıl kurduklarını ve zorlaştırmak için ne tür işlemler eklediklerini, işlemlerin semantik anlamlarını açıklamaları istenecektir. Süreç farklı öğrencilerin problemlerinin sınıfça tartışılmasıyla devam edecektir

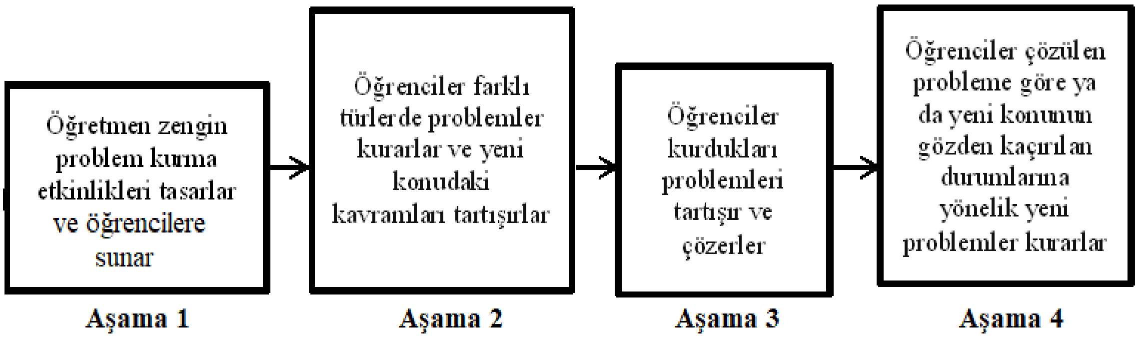
Ek 7.2. Yarı-yapılandırılmış Problem Kurma Etkinliklerine Ait Yönergeler

Ek 7.2.a. Açık-uçlu hikâyeyi verilen cevaba göre tamamlama

Etkinlik 2A$_2$: Kürşat'ın şimdiye kadar okuduğu kitap sayısı, Ozan'ın okuduğu kitap sayısından 18 fazla, Nisa'nın okuduğu kitap sayısının 2 katıdır. Ozan 162 kitap okumuştur.

Cevabı 90 olan bir problem kurunuz.

Etkinliğe ait uygulama yöntemi: Etkinlik problem çözme aktivitesiyle başlamamaktadır. Bunun yerine öğrencilerden bir hikâyeyi verilen cevaba göre tamamlamaları istenmektedir. Bu nedenle etkinliğin uygulama sürecinde problem kurma ile başlayan öğretim sırası kullanılacaktır. Süreçte izlenecek öğretim sırası şu şekildedir;



Aşama 1: Problem kurma etkinliği tasarlanır ve öğrencilere sunulur

Tasarlanan problem kurma etkinliği çalışma kâğıdı şeklinde sunulur. Öğrencilere problem kurma türlerine ait yönergelerin yazılı olduğu kağıt öğretim sürecinin başında dağıtılacaktır (Ek 4). Öğrenciler bu kağıttaki "açık-uçlu hikayeyi bir sayısal cevaba göre probleme tamamlama" yönergesini bulup okurlar. Etkinliğin amacına yönelik açıklamalar şu şekildedir; *Bir problem verilenler ve istenenden oluşmaktadır. Bu etkinlikte soru kökü yazılmayan ve verilenlerinin bir kısmı sunulmuş bir problem kurma etkinliği verilmiştir. Problemi bir an için sizin yazdığınızı ve bu aşamaya kadar geldiğinizi düşününüz. Cevabı belirtilen sayı olacak şekilde zor bir problem yazınız.*

Ek 7.2.a. (devamı) Açık-uçlu hikayeyi verilen cevaba göre tamamlama

Etkinlik yönergesi üzerinde öğrencilerle konuşularak, problemin devamının istenildiği gibi getirilebileceği ve yazılacak problemin cevabının 90 olması gerektiği üzerinde durulur. Böylece nasıl problem kurulacağına yönelik amaç üzerinde fikir birliği sağlanmış olur.

Aşama 2: Öğrenciler problem kurarlar.

Bu problem kurma etkinliğinde öğrencilerden grup olarak problem kurmaları istenecektir. Öğrencilere 8 dakika süre tanınması planlanmıştır. Etkinliği tamamlama süresi noktasında esnek olunması planlanmakta olup, süre sınırlamasında değişikliklere gidilebilecektir. Süre konusunda, öğrencilerin büyük bir çoğunluğu tarafından (ortalama dörtte üçünün tamamlaması beklenecektir) etkinliğin tamamlanması dikkate alınacaktır.

Aşama 3: Öğrenciler kurdukları problemi tartışırlar ve çözerler

Bu aşamada, grupların yazdıkları problemler toplu sınıf tartışmasına açılacaktır. Bu amaçla bir grubun kurduğu problem sınıfla paylaşılacaktır. Tartışma aşamasında sırasıyla aşağıdaki durumlar üzerinde durulacaktır;

- Problemdeki ifadeler açık ve anlaşılır bir şekilde yazılmış mıdır?
- Problem çözülebilir midir?
- Problemdeki veriler hikaye içinde gerçekçi midir?
- Problemin hikayesi ilgi çekici midir?

Problemin çözülebilirliği aşamasında kurulan problemin problem kurma yönergesine uygunluğu da tartışılacaktır. Yani problemin cevabının 90 olması ve verilen bilgilerin kullanımını gerektirmesi durumları incelenecektir. Bunun yanında kurulan problemlerde açık-uçlu ifadeye eklenen aritmetiksel işlemler ve semantik yapıları üzerinde de durulacaktır. Gruplardan problemin neden zor olduğunu düşündüklerine yönelik düşüncelerini açıklamaları istenir. Tartışmanın ardından diğer bir gruptan da problemini paylaşması istenir.

Ek 7.2.a. (devamı) Açık-uçlu hikayeyi verilen cevaba göre tamamlama

Benzer adımlar takip edilerek bu problem de analiz edilir. Daha sonra grupların yazdığı problemlerden hangisinin daha zor olduğu ve bu durumun nedenleri üzerinde sınıfın görüşleri alınır.

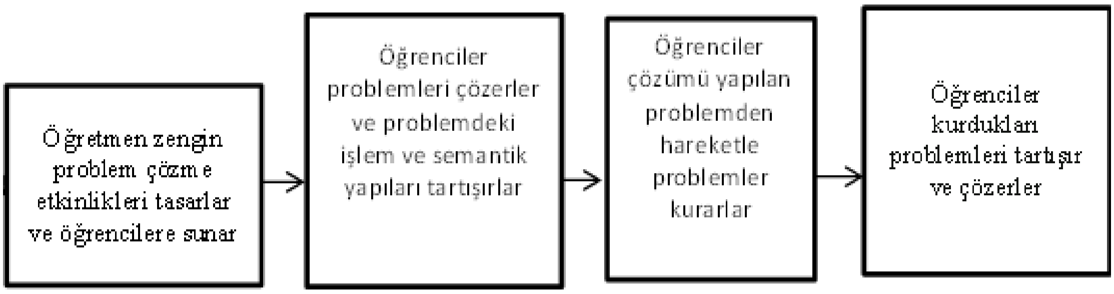
Aşama 4: Öğrenciler yeniden problem kurarlar.

Bu aşamada öğrencilere, daha fazla ve farklı aritmetiksel işlemler ekleyerek yine aynı cevaba ulaşabilir misiniz? sorusu yöneltilerek, öğrencilerin grupça çalışarak problem yazmaları istenecektir. Daha sonra seçilen bir grubun problemi sınıfla paylaşılacak ve Aşama 3'te ifade edilen durumlar üzerinden tekrar incelenecektir.

Ek 7.2.b. Problemden hareketle problem kurma

Etkinlik 2B$_1$: Bir kırtasiyenin okula hediye olarak gönderdiği kutunun içerisinde 80 kalem, 80 silgi ve 20 cetvel bulunmaktadır. Buna göre, kalem ve cetvellerin toplamı silgi sayısından kaç fazladır?

Etkinliğe ait uygulama yöntemi: Etkinlik problem çözme aktivitesiyle başlamaktadır. Bu nedenle etkinliğin uygulama sürecinde problem çözme ile başlayan öğretim sırası kullanılacaktır. Süreçte izlenecek öğretim sırası şu şekildedir;



Aşama 1: Problem çözme etkinliği tasarlanır ve öğrencilere sunulur

Problemden hareketle problem kurma etkinliklerinde öğrenciler ikişer kişilik gruplar halinde çalışacaklardır. Bu bağlamda sıra arkadaşlarıyla oluşturdukları gruplara problemler çalışma kağıdı şeklinde sunulacaktır.

Aşama 2: Öğrenciler problemi çözerler.

Öğrencilerden ikişer kişilik gruplar halinde 5 dakika süre zarfında problemi çözmeleri ve çözümü nasıl yaptıklarına yönelik notlar almaları istenecektir. Etkinliği tamamlama süresi noktasında esnek olunması planlanmakta olup, süre sınırlamasında değişikliklere gidilebilecektir. Süre konusunda, öğrencilerin büyük bir çoğunluğu tarafından (ortalama dörtte üçünün tamamlaması beklenecektir) etkinliğin tamamlanması dikkate alınacaktır.

Daha sonra herhangi bir gruptan problemi tahtada çözmesi istenir ve çözüm üzerinde sınıfça konuşulur. Problem semantik yapı olarak toplamanın parça-parça-bütün ve çıkarmanın karşılaştırma anlamını içermektedir. Çözüm aşamasında bu yapılara vurgu yapılacak ve çözümler modellerle desteklenecektir.

Aşama 3: Öğrenciler problemler kurarlar.

Öğrencilerden ikişerli gruplar halinde çalışarak problemden hareketle farklı problemler kurmaları istenecektir. Bu bağlamda Öğrencilere bu aşamada 12 dakika süre tanınması planlanmıştır. Etkinliği tamamlama süresi noktasında esnek olunması planlanmaktadır. Bu bağlamda süre sınırlamasında değişikliklere gidilebilecektir. Süre konusunda, öğrencilerin büyük bir çoğunluğu tarafından (ortalama dörtte üçünün tamamlaması beklenecektir) etkinliğin tamamlanması dikkate alınacaktır.

Öğrencilere problem kurma türlerine ait yönergelerin yazılı olduğu kağıt öğretim sürecinin başında dağıtılacaktır (Ek 4). Öğrenciler bu kağıttaki "problemden hareketle problem kurma" yönergesini bulup okuyacaklar. Etkinliğin amacına yönelik açıklamalar şu şekildedir; *Çözümünü yaptığınız problemi farklı bir probleme dönüştürmeniz istenmektedir. Bunu yaparken aşağıdaki durumlardan faydalanabilirsiniz;*

- *Problemin çözümü aynı olmak şartıyla hikaye veya sayıları değiştiriniz.*
- *Verilenler ile istenenleri değiştiriniz.*
- *Problemin bir an için soru kökünün olmadığını düşününüz. Yeni aritmetiksel işlemler eklemek şartıyla problemi zorlaştırarak yeni bir soru kökü ekleyiniz.*

Bu aşamada üç farklı problem kurulacaktır. İlk olarak öğrencilerden problemin çözümü aynı olmak şartıyla hikâye veya sayıları değiştirilerek problem kurmaları istenecektir. Hikâyeyi değiştirirken çözümde kullanılan işlemlerin başka hangi durumlarda kullanılabileceğine odaklanılacaktır. Böylece öğrencilerin sadece problemdeki isimleri değiştirerek ezbere kaçmaları büyük ölçüde önlenmiş olacaktır.

Ek 7.2.b. (devamı) Problemden hareketle problem kurma

İkinci olarak öğrencilerden verilenler ile istenenleri değiştirmeleri istenecektir. Öğrencilere; *düşünün ki problemde sizden istenen kalem ve cetvellerin toplamının silgi sayısından farkı biliniyor. Bu durumda verilenlerden biri veya birkaçı istenecek olsaydı nasıl bir problem oluştururdunuz?* Sorusu yöneltilerek problem kurmaları teşvik edilir.

Üçüncü olarak öğrencilerden problemin soru kökünü değiştirmeleri istenecektir. Öğrencilere, çarpma veya bölme işlemlerini de içeren farklı aritmetiksel işlemler eklemeleri teşvik edilecektir.

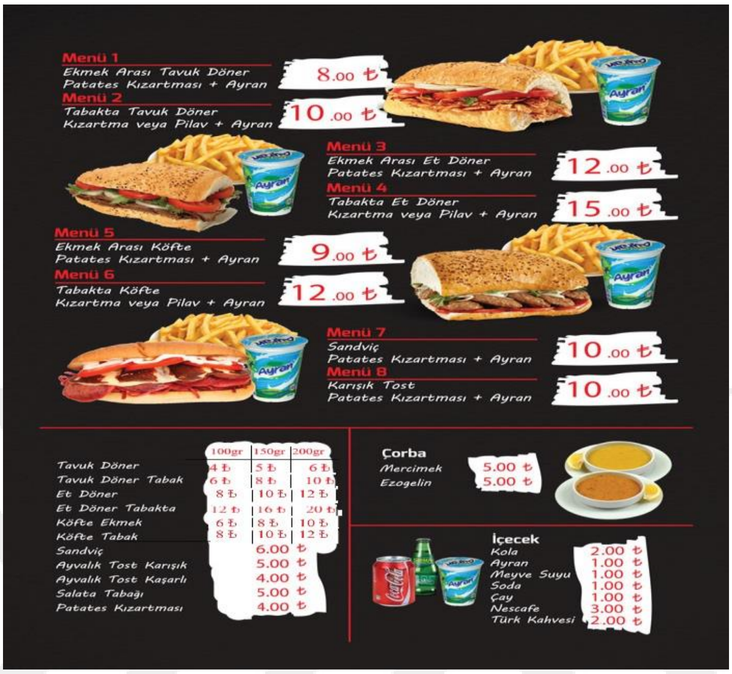
Aşama 4: Öğrenciler kurdukları problemleri tartışırlar ve çözerler.

Bu aşamada öğrenciler ikişerli gruplar halinde üç farklı alt yönergeye göre problem kurdukları için her bir alt yönergeye uygun kurulan problemler ayrı ayrı toplanacak ve tekrar gruplara rastgele dağıtılacaktır (her gruba, farklı bir grubun kurduğu problemler sunulacaktır). Gruplardan problemleri aşağıda belirtilen kriterlere göre incelemeleri istenecektir. Daha sonra seçilen gruplardan analiz ettikleri problemler hakkındaki görüşlerini sınıfla paylaşmaları istenecektir.

- Problemdeki ifadeler açık ve anlaşılır bir şekilde yazılmış mıdır?
- Problem çözülebilir midir?
- Problemlerde hangi stratejiler kullanılmıştır? Nedenleriyle beraber açıklayınız.
- Problemin hikayesi ilgi çekici ve gerçekçi midir?

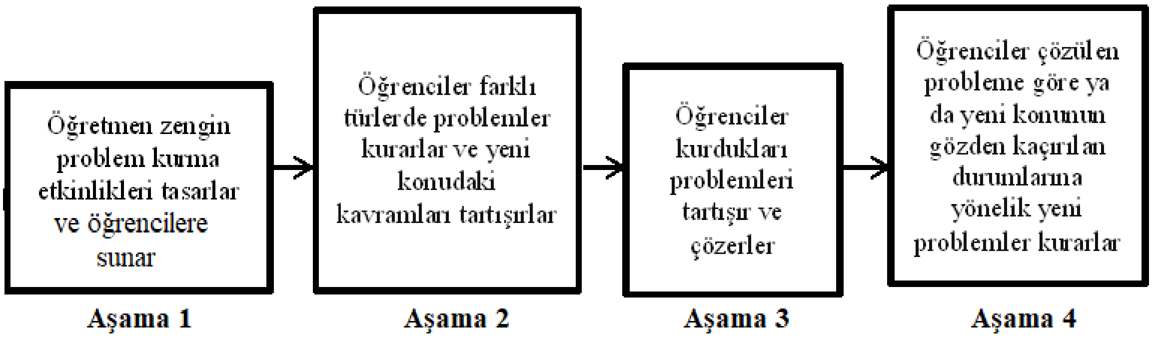
Kurulan problemlerden açık ve anlaşılır bir şekilde ifade edilmeyenler, çözülebilir olmayanlar ve gerçekçi veri içermeyenler (“Hakan 80 liraya bir otomobil aldı” ifadesi gibi toplu sınıf tartışmasıyla yeniden düzenlenecektir.

Ek 7.2.c. Yemek menüsü broşürüne yönelik problem kurma



Yukarıda bir lokantanın fiyat listesi verilmiştir. Bu fiyat listesini kullanarak bir problem kurunuz.

Etkinliğe ait uygulama yöntemi: Etkinlik problem çözme aktivitesiyle başlamamaktadır. Bunun yerine öğrencilerden sayısal veri içeren tablo, grafik veya sayısal veri içermeyen sözel ifadelerden faydalanıp problem kurmaları istenmektedir. Bu nedenle etkinliğin uygulama sürecinde problem kurma ile başlayan öğretim sırası kullanılacaktır. Süreçte izlenecek öğretim sırası şu şekildedir;



Ek 7.2.c. (devamı) Yemek menüsü broşürüne yönelik problem kurma

Aşama 1: Problem kurma etkinliği tasarlanır ve öğrencilere sunulur

Tasarlanan problem kurma etkinliği çalışma kâğıdı şeklinde sunulur. Öğrencilere problem kurma türlerine ait yönergelerin yazılı olduğu kağıt öğretim sürecinin başında dağıtılacaktır (Ek 4). Öğrenciler bu kağıttaki "*Tamamlanmamış açık-uçlu hikayelere (tablo, grafik veya sayısal veri içermeyen sözel ifade) problem kurma*" yönergesini bulup okurlar. Etkinliğin amacına yönelik açıklamalar şu şekildedir; *Sizlere tamamlanmamış açık-uçlu hikayeler (tablo, grafik veya sayısal veri içermeyen sözel ifade) verilmiştir. Bu hikayelerden hareketle zor olduğunu düşündüğünüz bir problem yazınız.*

Etkinlik yönergesi üzerinde öğrencilerle konuşularak, açık-uçlu hikayedeki sayısal verilerin bir şekilde kullanılması gerektiği üzerinde durulur. Böylece nasıl problem kurulacağına yönelik amaç üzerinde fikir birliği sağlanmış olur.

Aşama 2: Öğrenciler problem kurarlar.

Bu problem kurma etkinliğinde öğrencilerden grup olarak problem kurmaları istenecektir. Öğrencilere 5 dakika süre tanınması planlanmıştır. Etkinliği tamamlama süresi noktasında esnek olunması planlanmakta olup, süre sınırlamasında değişikliklere gidilebilecektir. Süre konusunda, öğrencilerin büyük bir çoğunluğu tarafından (ortalama dörtte üçünün tamamlaması beklenecektir) etkinliğin tamamlanması dikkate alınacaktır.

Aşama 3: Öğrenciler kurdukları problemi tartışırlar ve çözerler

Bu aşamada, grupların yazdıkları problemler toplu sınıf tartışmasına açılacaktır. Bu amaçla bir grubun kurduğu problem sınıfla paylaşılacaktır. Tartışma aşamasında sırasıyla aşağıdaki durumlar üzerinde durulacaktır;

- Problemdeki ifadeler açık ve anlaşılır bir şekilde yazılmış mıdır?
- Problem çözülebilir midir?

Ek 7.2.c. (devamı) Yemek menüsü broşürüne yönelik problem kurma

- Problemdeki veriler hikaye içinde gerçekçi midir?
- Problemin hikayesi ilgi çekici midir?

Problemin çözülebilirliği aşamasında kurulan problemin problem kurma yönergesine uygunluğu da tartışılacaktır. Kurulan problemlerde açık-uçlu ifadeden faydalanılarak kullanılan aritmetiksel işlemler ve semantik yapıları üzerinde de durulacaktır.

Gruplardan problemin neden zor olduğunu düşündüklerine yönelik düşüncelerini açıklamaları istenir. Tartışmanın ardından diğer bir gruptan da problemini paylaşması istenir. Benzer adımlar takip edilerek bu problem de analiz edilir. Daha sonra grupların yazdığı problemlerden hangisinin daha zor olduğu ve bu durumun nedenleri üzerinde sınıfın görüşleri alınır.

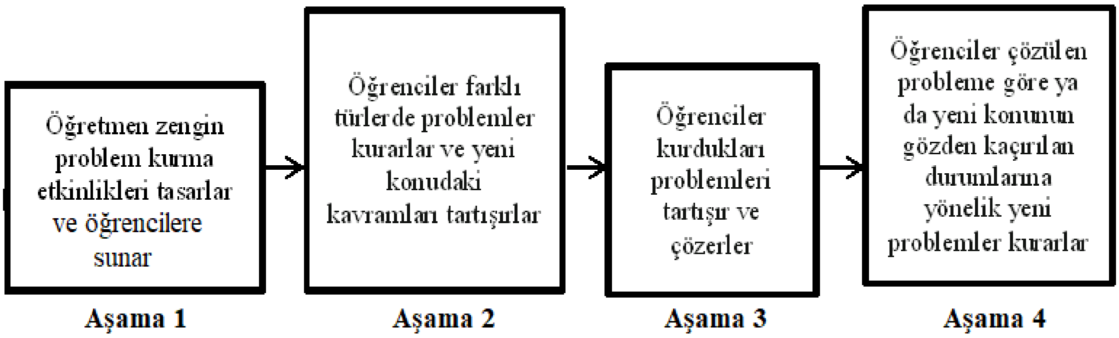
Aşama 4: Öğrenciler yeniden problem kurarlar.

Bu aşamada öğrencilere, daha fazla ve farklı aritmetiksel işlemler ekleyerek yeni bir problem oluşturabilir misiniz? sorusu yöneltilerek, öğrencilerin grupça çalışarak problem yazmaları istenecektir. Daha sonra seçilen bir grubun problemi sınıfla paylaşılacak ve Aşama 3'te ifade edilen durumlar üzerinden tekrar incelenecektir.

Ek 7.3. Serbest problem kurma

Etkinlik 3_1: Doğal sayılarla işlemlere yönelik problem kurunuz.

Etkinliğe ait uygulama yöntemi: Etkinlik problem çözme aktivitesiyle başlamamaktadır. Bunun yerine öğrencilerden doğal sayılarla işlemleri gerektiren bir problem kurmaları istenmektedir. Bu nedenle etkinliğin uygulama sürecinde problem kurma ile başlayan öğretim sırası kullanılacaktır. Süreçte izlenecek öğretim sırası şu şekildedir;



Aşama 1: Problem kurma etkinliği tasarlanır ve öğrencilere sunulur

Öğrencilere problem kurma türlerine ait yönergelerin yazılı olduğu kağıt öğretim sürecinin başında dağıtılacaktır (Ek 4). Öğrenciler bu kağıttaki "serbest problem kurma" yönergesini bulup okurlar. Etkinliğin amacına yönelik açıklamalar şu şekildedir; *doğal sayılarla işlemlere yönelik sınıfça bir problem yazılacaktır. Öğretmen tahtaya bir problemin birkaç kelimesini yazacaktır ("Yasin ve babası…"). Daha sonra söz verdiği her bir öğrenci en fazla iki kelime veya iki sayı söyleyebilecektir. Bu şekilde her söz verilen öğrenci problemin devamına aynı kurala bağlı olarak eklemeler yaparak günlük yaşamla ilişkili problem yazılacaktır.*

Etkinlik yönergesi üzerinde öğrencilerle konuşularak, problemin kurulmasında doğal sayıların kullanılması dışında herhangi bir sınırlama olmadığı vurgulanır. Böylece nasıl problem kurulacağı üzerinde fikir birliği sağlanmış olur.

Ek 7.3. (devamı) Serbest problem kurma

Aşama 2: Öğrenciler problem kurarlar.

Bu problem kurma etkinliğinde öğrencilerden sınıfça problem kurmaları istenecektir. Süreçte öğrencilerin farklı işlemleri kullanarak problemi zorlaştırmaları teşvik edilecektir.

Aşama 3: Öğrenciler kurdukları problemi tartışırlar ve çözerler

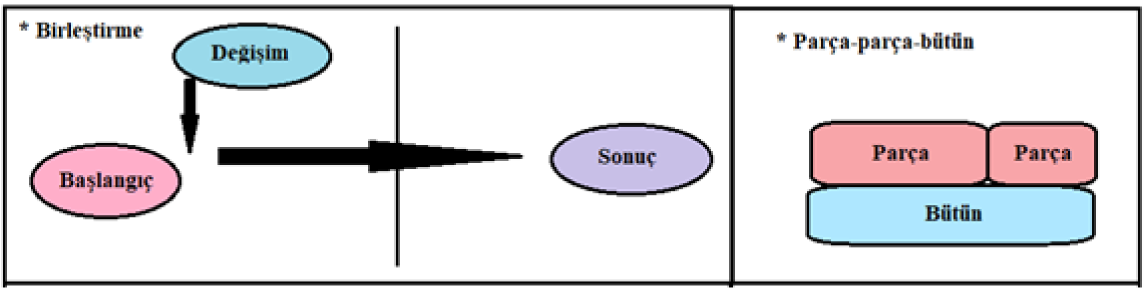
Problemin analiz edilmesi için, etkinliğin tamamlanması beklenmeyecektir. Bunun yerine Aşama 2'de problem kurma sürecinde eklenen her bir ifadenin açık, anlaşılır, ilgi çekici ve gerçekçi olması ile mevcut verilerle tutarlılığı incelenecektir. Son olarak yazılan soru kökünün de mevcut verilerle ilişkisi tartışılarak çözülebilirliği değerlendirilecektir. Süreç dinamik bir şekilde ilerleyecek ve toplu sınıf tartışmalarıyla her eklenen sayısal değer ve ifadeler üzerinde düzenlemeler yapılabilecektir. Son olarak problemin çözümü yapılacak ve aritmetiksel işlemlerin türü ve hangi semantik anlamların kullanıldığına vurgu yapılacaktır.

Aşama 4: Öğrenciler yeniden problem kurarlar.

Bu aşamada öğretmen farklı bir problem ifadesi olabilecek ifadeler sunacak ve süreç benzer şekilde tekrar edilecektir. Bu aşamada öğretmen önceki problemde tercih edilmeyen veya daha az kullanılan aritmetiksel işlemlerin veya semantik anlamların kullanımı teşvik edecektir (öğrencilere yazılacak problemde çarpma işlemi ve bölme işlemlerinin birlikte kullanılmalıdır gibi).

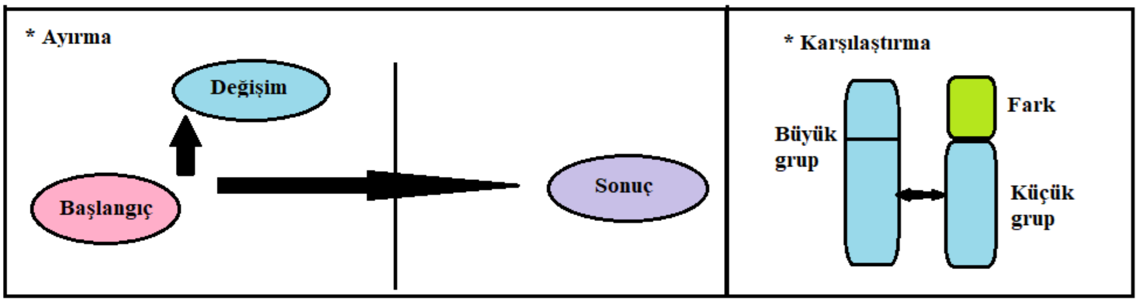
Ek 8. İşlemlere yüklenen semantik anlamlara yönelik görsel modeller

-Toplama işlemine yüklenen semantik anlamlar



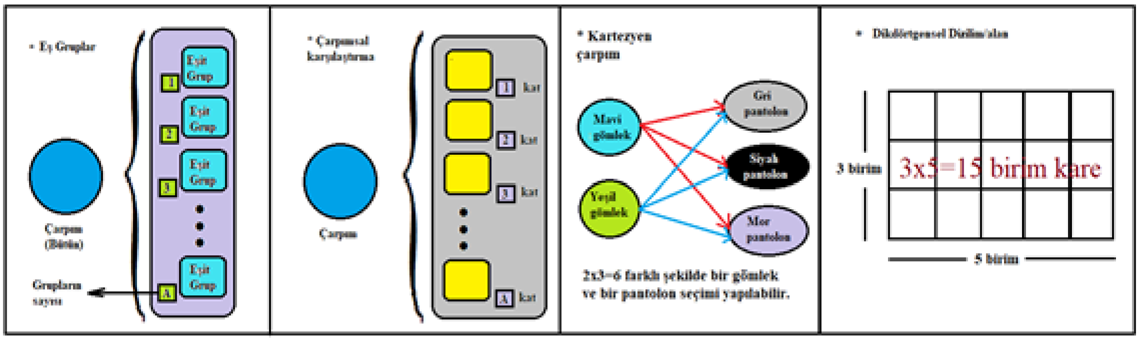
(Van De Walle vd., 2016, s. 146)

-Çıkarma işlemine yüklenen semantik anlamlar



(Van De Walle vd., 2016, s.146)

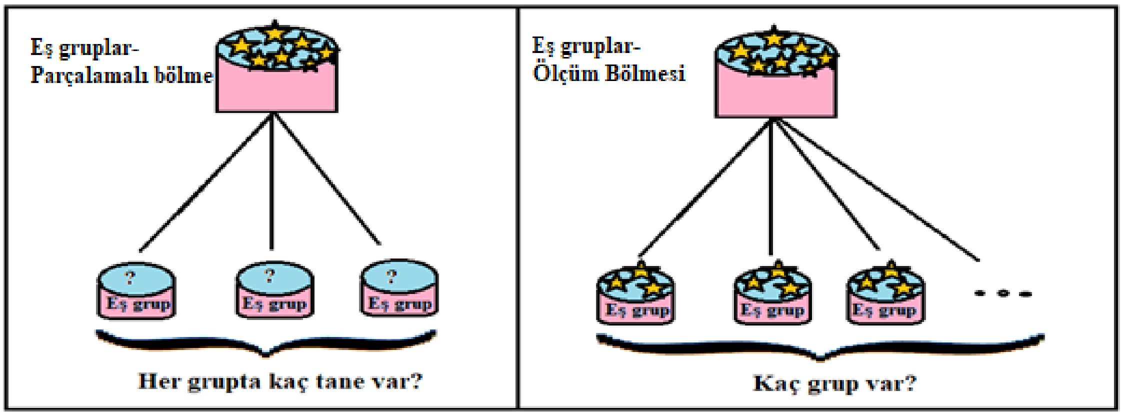
-Çarpma işlemine yüklenen semantik anlamlar



Van De Walle vd.'nin (2016) çalışmasından uyarlanmıştır.

Ek 8. (devamı) İşlemlere yüklenen semantik anlamlara yönelik görsel modeller

-Bölme işlemine yüklenen semantik anlamlar



Van De Walle vd.'nin (2016) çalışmasından uyarlanmıştır.